

Concours externe spécial de l'agrégation de physique-chimie option physique, session 2020

## Mise en perspective didactique d'un dossier de recherche

présenté par

Timothé Poulain

### 1 Curriculum vitæ

#### 1.1 Formation

2009 – 2012 : **Licence de physique et DEUG de mathématiques**, université Paris-Diderot.

2012 – 2014 : **Magistère de physique fondamentale**, université Paris-Diderot.

2014 – 2015 : **Master 2 Physique théorique et mathématique, astrophysique et physique des particules**, université d'Aix-Marseille.

2015 – 2018 : **Doctorat en physique**, université Paris-Sud, soutenu le 28 septembre 2018 : *De la structure quantique de l'espace-temps et de sa relation à la théorie quantique des champs*.  
Direction : Jean-Christophe Wallet, Laboratoire de physique théorique d'Orsay.

2019 – 2020 : **Préparation à l'agrégation de physique-chimie**, centre de préparation inter-universitaire de Montrouge.

#### 1.2 Activités d'enseignement

2015 – 2018 : **Monitorat de 192 heures**, département de physique, université Paris-Sud :

- L1 Mathématiques, physique et informatique :
  - TD de mécanique, 26 heures ;
- L2 Préparation au magistère et aux concours de physique :
  - TD d'électromagnétisme, 56 heures ;
  - TD de thermodynamique, 24 heures ;
  - TP de mécanique, 40 heures ;
  - Khôlles de physique, 15 heures ;
- L3 Physique-chimie :
  - Cours d'informatique, environnement Matlab, 31 heures.

2010 – 2019 : **Soutien scolaire** en mathématiques pour des collégiens et lycéens, 72 heures par an.

#### 1.3 Responsabilités

Février 2017 : Co-organisateur de la conférence *String, Cosmology, and Gravity Student Conference* à l'institut Henri-Poincaré, Paris (60 participants) ;

2016 – 2017 : Co-organisateur de séminaires interdisciplinaires destinés aux doctorants des laboratoires de physique de l'université Paris-Sud.

## 2 Présentation générale

L'une des finalités de la physique et de la chimie est de rendre compte des réalités sensibles et, pour cette raison, ces disciplines sont souvent perçues comme des sciences du concret. Pour autant, dégager quelques propriétés universelles de l'observation des phénomènes naturels n'est rendu possible qu'à la suite d'un difficile et long effort d'abstraction : il s'agit d'inventer les concepts et de postuler les principes qui serviront de base à la formulation des idées. Il faut également développer les outils mathématiques qui permettront la modélisation du problème étudié. La représentation intellectuelle qui en résulte marque l'aboutissement du travail de plusieurs générations d'hommes et de femmes, ce qui témoigne de la complexité de ce processus d'abstraction.

Cette complexité se retrouve dans l'apprentissage des sciences physiques du collège à l'université. J'ai pu constater, lors de mon enseignement, que les difficultés d'un grand nombre de mes élèves étaient en effet liées à des problèmes de conceptualisation autant qu'aux calculs. Au paragraphe 4.1, je présenterai certaines des situations auxquelles j'ai été confrontées durant mon monitorat, ainsi que les solutions que j'ai mises en œuvre pour aider les étudiants à combler leurs lacunes. Je présenterai ensuite au §4.2 un exemple d'activités pédagogiques que je souhaiterais développer dans le cadre du lycée pour aider les élèves à assimiler plus facilement les notions du programme – telles que les notions de force, d'onde ou de courant électrique – dont ils auront l'usage tout au long de leur scolarité. Ces activités auront pour objectif de confronter les élèves à la nécessité de la réflexion en les amenant à formuler, avec l'aide de l'enseignant, leur conception de la notion étudiée. La réalisation d'une expérience ayant historiquement permis l'émergence de cette notion guidera les élèves dans ce travail de réflexion.

La maîtrise des concepts et principes fondamentaux est indispensable à la bonne compréhension du discours scientifique. Cependant, cela ne doit pas conduire les élèves à croire en l'immuabilité des théories physiques. À cet égard, il est important d'exposer clairement aux élèves à la fois les hypothèses qui sous-tendent chaque théorie et leur domaine de validité. Cela leur permet de porter un regard critique sur les informations auxquelles ils sont confrontés et leur évite l'écueil du dogmatisme scientifique. C'est par ailleurs la volonté de dépasser les limites des modèles physiques, notamment à travers la remise en question de leurs fondements théoriques, qui conduit généralement à la découverte de nouveaux savoirs. C'est ce que nous apprend aussi bien l'histoire des sciences que les développements les plus récents de la recherche.

La mécanique fournit un exemple très riche d'une telle situation pour laquelle la remise en cause des conceptions de l'espace, du temps et du mouvement a conduit à plusieurs révolutions scientifiques : invention de la mécanique newtonienne, invention de la théorie de la relativité et invention de la mécanique quantique. La présentation de ces limites trouve naturellement sa place au lycée et en CPGE. La description de l'espace-temps est d'ailleurs, aujourd'hui encore, le centre de nombreuses recherches, notamment dans le contexte de la formulation d'une théorie de la gravitation quantique. C'est sur ces questions qu'ont porté mes travaux de thèse que je présenterai au paragraphe 3. Indiquons ici que les recherches dans le domaine de la gravitation quantique visent, entre autres, à mieux comprendre la structure de l'espace-temps, ainsi que la description des phénomènes naturels, dans des conditions physiques qui sortent du cadre de la relativité générale et de celui du modèle standard de la physique des particules.

Ces recherches font écho au thème « La Terre, un astre singulier » de la matière « Enseignement scientifique » de la classe de première. Les élèves découvrent à travers cet enseignement les différentes étapes théoriques et expérimentales ayant abouties à la connaissance de la géométrie de notre planète. Il me semble pertinent de compléter cette séquence par la présentation d'une brève histoire de la conception de l'espace et du temps de l'antiquité à nos jours. Cela permet de fournir aux élèves une vision d'ensemble cohérente de l'évolution des connaissances en mécanique et de présenter certaines des limites de la physique classique.

C'est dans cet état d'esprit que je souhaite aborder l'enseignement de la physique et de la chimie. Cette démarche reflète la sensibilité que j'ai développée à l'égard de ces questions au cours de mon doctorat et me semble convenir naturellement à l'enseignement au lycée et en CPGE.

## 3 Présentation de mes travaux de recherche

### 3.1 Vers une théorie de la gravitation quantique : motivations

Nous pensons aujourd'hui que seules quatre interactions fondamentales sont nécessaires à la description de l'ensemble des phénomènes physiques. Il s'agit de l'interaction gravitationnelle d'une part et des interactions électromagnétique et nucléaires (forte et faible) d'autre part. La première de ces interactions est décrite par la théorie de la relativité générale qui ne présente pas la gravitation comme une force agissant dans l'espace-temps, mais comme une de ses propriétés : la présence de matière courbe localement la géométrie de l'espace-temps et c'est cette courbure qui, à son tour, modifie le mouvement de la matière et du rayonnement. En revanche, d'après le modèle standard de la physique des particules, les interactions électromagnétique et nucléaires sont transmises par l'intermédiaire de particules (photons, gluons, bosons  $W^\pm$  et  $Z_0$ ) à travers un espace-temps statique.

Chacune de ces théories est vérifiée expérimentalement avec une très grande précision. Parmi leurs succès récents, nous pouvons mentionner la prédiction du boson de Higgs, découvert au *Large hadron collider* (LHC) en 2012, et celle des ondes gravitationnelles, observées au *Laser interferometer gravitational-wave observatory* (LIGO) en 2015. Il est intéressant de remarquer que les méthodes de détection utilisées pour parvenir à ces découvertes font appel à des arguments théoriques et à des techniques expérimentales qui sont au programme de CPGE. Ainsi, les ondes gravitationnelles – solutions de l'équation d'Einstein linéarisée – sont des perturbations de l'espace-temps qui se propagent dans le vide à la vitesse de la lumière suivant l'équation de d'Alembert. Leur détection est fondée sur l'utilisation d'un interféromètre de Michelson dont la longueur des bras est modifiée par le passage de l'onde. La détection des particules élémentaires au LHC fait appel à des notions de cinématique relativiste (établissement de bilans d'énergie et de quantité de mouvement) et d'électromagnétisme (trajectoires de particules chargées dans un champ magnétique, interaction des particules avec la matière). Dans ce cas, les détecteurs de particules sont des trajectographes et des calorimètres. Aborder ces questions en classe sera l'occasion pour les élèves de découvrir certains problèmes actuels de la physique fondamentale, tout en approfondissant leur compréhension des théories classiques. On pourra également aborder les limites des théories inscrites au programme. L'étude par des élèves de première année (PCSI, MPSI et PTSI) d'un processus de collisions de particules chargées dans une chambre à bulles permettra notamment d'illustrer par l'expérience les limites de la théorie de Newton. À l'aide de clichés photographiques (Figure 1), les élèves constateront que, pour des vitesses élevées, l'angle que forme les trajectoires des deux particules après leur collision est inférieur à l'angle de  $90^\circ$  prévu par la mécanique newtonienne.

Cependant, ni l'une ni l'autre de ces théories ne décrit les phénomènes physiques qui impliquent à la fois des effets gravitationnels et des effets quantiques. Il existe pourtant un certain nombre de solutions de la relativité générale dont nous savons qu'une description complète nécessite l'emploi de notions issues de la physique quantique. C'est le cas des trous noirs ou de l'univers primordial tel que décrit par le modèle cosmologique du *big bang*. En outre, ces solutions sont singulières en certaines régions de l'espace-temps, ce qui traduit les limites de la relativité générale. L'incompatibilité entre l'espace-temps qui sert de support au modèle standard, d'une part, et à la relativité générale, d'autre part, rend malaisée et peu satisfaisante une approche qui consisterait à superposer

naïvement des concepts issus de chacune de ces théories : un nouveau cadre théorique est nécessaire.

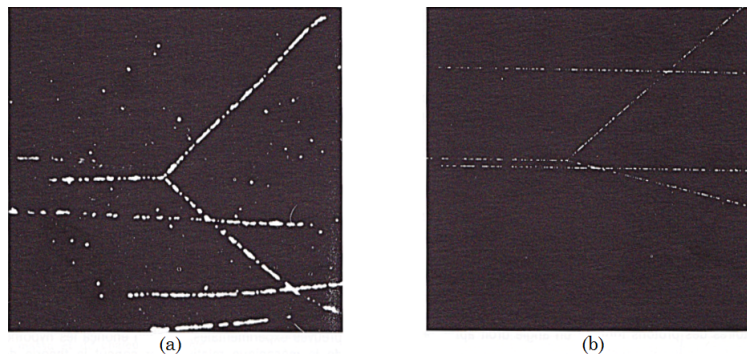


FIGURE 1 – Traînées laissées par deux protons après leur choc élastique dans une chambre à bulles. L’un des protons est initialement au repos. (a) Le proton incident a une vitesse faible devant la vitesse de la lumière. (b) Le proton incident a une vitesse proche de celle de la lumière (90%).

L’approche à adopter pour réaliser ce programme n’est pas unique. Néanmoins, l’existence d’une échelle de longueur fondamentale apparaît comme le dénominateur commun d’un grand nombre de modèles de gravitation quantique. Supposons que nous souhaitions sonder une portion infiniment petite d’espace-temps  $\delta x$ . En pratique, cela nécessite un échange de photons entre l’observateur et la portion d’espace étudiée. D’après les inégalités de Heisenberg, une telle mesure requerrait l’emploi de photons d’autant plus énergétiques que la région d’espace-temps est petite :

$$E \sim \frac{\hbar c}{\delta x}, \quad (1)$$

où  $\hbar$  et  $c$  désignent, respectivement, la constante de Planck réduite et la célérité de la lumière dans le vide. Or, la théorie de la relativité générale nous apprend qu’une localisation importante d’énergie dans une région confinée de l’espace tend à déformer sa géométrie, voire à former un trou noir. Il s’ensuivrait que les photons émis pour effectuer la mesure resteraient piégés à l’intérieur dudit trou noir et ne pourraient revenir vers l’observateur, ce qui rendrait obsolète la procédure de mesure. On en conclut qu’il existe une longueur  $\ell$  en deçà de laquelle l’espace-temps ne peut être sondé.

Une estimation de cette longueur peut être obtenue en supposant que l’ordre de grandeur de la taille du trou noir est donné par son rayon de Schwartzchild  $R_s$  :

$$R_s = \frac{EG}{c^4}, \quad (2)$$

où  $G$  dénote la constante universelle de gravitation. Le raisonnement du paragraphe précédent conduit à l’identification  $\delta x = R_s = \ell$ . Et finalement, la combinaison de (1) et (2) donne

$$\ell \sim \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,6 \times 10^{-35} \text{ m}. \quad (3)$$

Il s’agit de la longueur de Planck, échelle de longueur naturelle de la gravitation quantique.

La présentation des limites de la mécanique classique en première année de CPGE invite à introduire succinctement les élèves à la théorie quantique et aux théories relativistes. On indiquera dans quelles situations l’utilisation de ces théories devient nécessaire en comparant l’ordre de grandeur de certaines propriétés du système physique étudié (sa vitesse, sa taille...) à des échelles de grandeurs caractéristiques (la célérité de la lumière dans le vide, la longueur d’onde de de Broglie ou le rayon de Schwartzchild). On indiquera également les différences entre les fondements théoriques de ces théories et ceux de la mécanique de Newton : perte du

déterminisme classique en mécanique quantique, relativité du temps en relativité restreinte et courbure de l'espace-temps en relativité générale. On pourra alors mentionner que même la théorie quantique et les théories de la relativité admettent des domaines de validité en dehors desquels leur utilisation n'est plus pertinente. Ceci permettra d'introduire la longueur de Planck, éq. (3). On pourra demander aux élèves de retrouver cette grandeur par analyse dimensionnelle à partir des constantes fondamentales de la Nature :  $\hbar$ ,  $c$  et  $\mathcal{G}$ .

### 3.2 Quantification de l'espace-temps et groupe de symétries

L'élaboration d'une théorie de la gravitation quantique appelle une révision des concepts de mesure et de localisation ou, de manière équivalente, de la représentation que nous nous faisons de l'espace-temps à courte distance. À l'instar de la mécanique quantique pour laquelle l'introduction de la constante de Planck  $\hbar$  (quantum d'action) conduit à la quantification de l'espace des phases, l'introduction d'un quantum de longueur  $\ell$  requiert la quantification de l'espace-temps : les coordonnées locales sur la variété différentielle d'espace-temps sont remplacées par un ensemble d'opérateurs ne commutant pas tous deux à deux. Les grandeurs géométriques sont remplacées par des grandeurs algébriques. En mécanique quantique, les opérateurs  $\hat{x}$  et  $\hat{p}$  appartiennent à l'algèbre de Heisenberg et vérifient la relation de commutation

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar \mathbb{1}. \quad (4)$$

Dans le cadre de la gravitation quantique, aucune donnée expérimentale ne vient, à l'heure actuelle, contraindre le choix d'une telle algèbre et c'est sur la base d'arguments théoriques que celui-ci doit être fait. Un des principes les plus fondamentaux de la physique est le principe de relativité qui stipule l'invariance des lois de la Nature sous certains changements de référentiels. Pour que la notion de longueur fondamentale fasse sens, il est essentiel que celle-ci soit définie de manière univoque pour l'ensemble des observateurs galiléens, c'est-à-dire qu'elle définisse un nouvel invariant relativiste. Or, dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte, les distances mesurées dans un référentiel galiléen donné paraissent plus courtes dans tout autre référentiel en mouvement de translation uniforme par rapport à celui-ci. Il n'est donc pas possible de définir de longueur invariante dans ce contexte.

Pour garantir l'universalité du quantum de longueur  $\ell$ , il est nécessaire de modifier les lois de transformation entre référentiels galiléens. La démarche est analogue à celle qui a conduit à l'élaboration de la théorie de la relativité restreinte pour laquelle l'universalité de la vitesse de la lumière dans le vide requiert la modification des lois de transformation de Galilée. Sur le plan théorique, c'est la structure du groupe de symétries de l'espace-temps qui reflète l'invariance des lois physiques par changement de référentiel. Ainsi, la prise en compte de  $\ell$  comme nouvel invariant relativiste implique la modification du groupe de symétries de Lorentz-Poincaré. Cela peut être réalisé dans le cadre de la théorie des groupes quantiques, en déformant les structures algébriques de l'algèbre de Poincaré<sup>1</sup>. La déformation la plus simple de l'algèbre de Poincaré fut découverte au début des années 1990 et est connue sous le nom de  $\kappa$ -Poincaré. À cette nouvelle algèbre est associée une échelle d'énergie naturelle  $\kappa$  qui est liée à  $\ell$  par la relation

$$\kappa = \frac{\hbar c}{\ell}. \quad (5)$$

Illustrons par un exemple ce que l'on entend par déformation. Notons  $N_i$  le générateur des

---

1. Nous désignons par structures algébriques de l'algèbre de Poincaré, les relations de commutation entre générateurs de transformations infinitésimales. Par exemple, la relation  $[L_i, L_j] = i \sum_k \varepsilon_{ijk} L_k$  que vérifient les générateurs des rotations infinitésimales  $L_i$ . L'équation (6a) est un autre exemple de telles relations.

transformations de Lorentz<sup>2</sup> dans la direction spatiale  $i$ ,  $P_0$  le générateur des translations dans le temps et  $P_j$  le générateur des translations dans la direction spatiale  $j$ . L'algèbre de Poincaré nous apprend que ces générateurs satisfont à la relation

$$[N_i, P_j] = i\delta_{ij}P_0. \quad (6a)$$

Dans le cadre de l'algèbre de  $\kappa$ -Poincaré, cette égalité est déformée en la relation

$$[N_i, P_j] = i(2\kappa)^{-1} \left( \kappa^2(1 - e^{-2P_0/\kappa}) + \vec{P}^2 \right) \delta_{ij} - i\kappa^{-1} P_i P_j. \quad (6b)$$

On vérifie facilement que le passage à la limite  $\kappa \rightarrow \infty$  dans (6b) permet de retrouver la relation (6a).

Cette limite correspond au cas où les énergies caractéristiques du système sont très petites devant  $\kappa$ . Pour cette raison, l'algèbre de  $\kappa$ -Poincaré est généralement interprétée comme une extension aux hautes énergies (aux énergies de l'ordre de  $\kappa$ ) de l'algèbre de Poincaré, ce qui en fait une candidate privilégiée pour la construction d'une théorie de la gravitation quantique.

L'espace-temps dont  $\kappa$ -Poincaré est le groupe de symétries est appelé  $\kappa$ -Minkowski. Cet espace est caractérisé par une structure d'algèbre de Lie dont les générateurs (opérateurs positions) satisfont aux relations de commutation :

$$[\hat{x}_0, \hat{x}_i] = i\frac{\hbar c}{\kappa} \hat{x}_i, \quad [\hat{x}_i, \hat{x}_j] = 0, \quad i, j = 1, \dots, 3, \quad (7)$$

où  $\hat{x}_0$  est identifié, conventionnellement, au temps et les  $\hat{x}_i$ ,  $i \neq 0$ , aux directions spatiales.

### 3.3 Théorie quantique des champs dans $\kappa$ -Minkowski

Une fois la structure quantique de l'espace-temps admise, il est naturel d'en étudier les conséquences sur la description des phénomènes physiques. Le cadre le mieux adapté à la description des interactions fondamentales entre particules élémentaires est celui de la théorie quantique des champs. Dans ce contexte, chaque particule est associée à un champ. Rien n'empêche a priori de supposer ce formalisme toujours valable dans le cadre de la gravitation quantique, à condition toutefois d'en assurer la compatibilité avec l'échelle de longueur fondamentale.

Une des formulations de la théorie quantique des champs est fondée sur l'intégrale de chemin. Rappelons que cette approche, introduite par Dirac en 1933 puis généralisée par Feynman en 1942, fournit un analogue quantique du principe de moindre action : l'amplitude de probabilité de transition d'un état quantique  $|q_i, t_i\rangle$  vers un état  $|q_f, t_f\rangle$  ultérieur est égale à l'intégrale sur toutes les trajectoires classiques possibles entre  $(q_i, t_i)$  et  $(q_f, t_f)$  pondérée par  $\exp(iS/\hbar)$  :

$$\frac{1}{A} \int_{q_i(t_i)}^{q_f(t_f)} dq(t) \exp \left[ \frac{i}{\hbar} S(q(t)) \right], \quad (8)$$

où l'action classique  $S$  est calculée le long du chemin  $q(t)$  et où  $A$  est un facteur de normalisation. Ce formalisme peut être étendu à des systèmes possédant un nombre infini de degrés de liberté, c'est-à-dire des champs. On cherche alors à déterminer l'amplitude de probabilité – appelée fonction de corrélation – pour qu'un système évolue d'un état initial vers un état final, à la suite d'un processus d'interaction entre particules élémentaires. L'objet central de cette description est la fonction de partition

$$Z(\bar{J}, J) = \int d\bar{\phi} d\phi \exp \left[ \frac{i}{\hbar} S(\bar{\phi}, \phi) + \frac{i}{\hbar} \int d^4x (\bar{J}(x)\phi(x) + J(x)\bar{\phi}(x)) \right], \quad (9)$$

---

2. Dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte, les transformations de Lorentz correspondent à la loi de changement de référentiel galiléen :  $x' = (x - vt)/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ,  $t' = (t - vx/c^2)/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ .

où l'intégrale est prise sur l'ensemble des configurations possibles des champs  $\phi$  et  $\bar{\phi}$  supposés indépendants et où  $\bar{J}$  et  $J$  sont les termes sources correspondants. C'est à partir de l'expression de  $Z$  que les grandeurs physiques décrivant le système peuvent être calculées. Avant de procéder à tout calcul, il est nécessaire de préciser l'expression de l'action  $S$ . Pour y parvenir, il est possible de se servir d'arguments de symétrie. Ce choix est motivé par le succès du modèle standard pour lequel l'étude des propriétés de symétrie de l'action classique qui lui est associée a permis de prédire un grand nombre de résultats qui ont été confirmés par l'expérience.

Pour décrire la dynamique de particules en interaction dans l'espace-temps de  $\kappa$ -Minkowski, il faut que l'action soit invariante sous les transformations du groupe de symétries de  $\kappa$ -Poincaré (ce qui correspond à une invariance par changement de référentiel). Une des théories mathématiquement les plus simples est celle du champ scalaire. Le boson de Higgs est un exemple d'un tel champ, ce qui témoigne de l'intérêt physique que revêt l'étude d'une telle théorie. Le calcul des fonctions de corrélation se révèle déjà très difficile dans le cadre des théories scalaires dans  $\kappa$ -Minkowski, ce qui explique l'absence de résultats dans ce domaine depuis la découverte de  $\kappa$ -Poincaré en 1991. Au cours de ma thèse, j'ai montré que toute action  $S_\kappa$  invariante sous les transformations du groupe de symétries de  $\kappa$ -Poincaré et satisfaisant à un principe de correspondance prenait la forme

$$S_\kappa(\bar{\phi}, \phi) = \int d^4x \mathcal{L}_\kappa(\bar{\phi}, \phi)(x), \quad (10)$$

où  $\mathcal{L}_\kappa$  s'interprète comme une densité lagrangienne. Ici, le principe de correspondance assure que l'action (10) coïncide avec celle d'une théorie  $\phi^4$  dans la limite des énergies petites devant  $\kappa$  :

$$S_\kappa(\bar{\phi}, \phi) \xrightarrow{\kappa \rightarrow \infty} \int d^4x \left( -\frac{1}{2} \bar{\phi}(x) (\partial_\mu \partial^\mu + m_0^2) \phi(x) + \frac{g_0}{4!} |\phi(x)|^4 \right), \quad (11)$$

où  $|\phi(x)| = \sqrt{\phi(x)\bar{\phi}(x)}$  désigne le module de la grandeur complexe  $\phi(x)$ ,  $m_0$  désigne la masse de la particule et  $g_0$  désigne la constante de couplage caractéristique de l'intensité de l'interaction.

Dans le membre de droite de (11), le terme proportionnel à  $|\phi|^2$  est appelé terme cinétique. Celui proportionnel à  $|\phi|^4$  est appelé terme, ou potentiel, d'interaction. La densité lagrangienne qui apparaît dans (10) admet encore une telle décomposition. Celle-ci diffère cependant de (11) sur deux points. Premièrement, le terme  $\partial_\mu \partial^\mu + m_0^2$  est remplacé par une fonction non triviale de  $\kappa$  et des dérivées temporelle et spatiales. Son expression exacte a, dans le cadre de ce dossier, peu d'importance. On notera seulement que le terme cinétique n'est bien défini que pour les particules dont l'énergie de masse  $m_0 c^2$  est inférieure à  $\kappa$ , ce qui traduit l'impossibilité de sonder la matière en deçà de l'échelle caractéristique  $\ell$ . Deuxièmement, le terme d'interaction devient non local. Cela signifie qu'au lieu d'être évalué en un unique point  $x$ , comme c'est le cas dans (11), le potentiel d'interaction dépend de la valeur de  $\phi$  en plusieurs points voisins de l'espace-temps. Comme nous allons le voir, cette perte de localité de l'interaction a de nombreuses conséquences sur la dynamique des particules en interaction.

### 3.4 Calcul des fonctions de corrélation

Le calcul exact de la fonction de partition  $Z$ , éq. (9), n'est généralement pas possible. En revanche, dans le cas où la constante de couplage  $g_0$  caractéristique du potentiel d'interaction est petite devant l'unité, il est possible d'utiliser les méthodes de la théorie des perturbations pour décrire les processus d'interaction entre particules élémentaires. Les fonctions de corrélation se décomposent alors en une somme dont chacun des termes est proportionnel à une puissance de  $g_0$ . Les termes du développement sont souvent représentés à l'aide de diagrammes appelés diagrammes de Feynman.

Il est d'usage d'interpréter chaque diagramme comme un processus faisant intervenir des particules. Considérons une particule allant d'un point 1 à un point 2 d'espace-temps (Figure 2). Un tel diagramme est appelé fonction de corrélation à deux points. Le processus se décompose

en un premier terme représentant une particule allant directement de 1 à 2, plus un terme d'ordre  $g_0$  pour lequel la particule va d'abord en un point intermédiaire puis émet et absorbe une particule (la boucle) – dite « virtuelle » car non détectable expérimentalement – avant de rejoindre le point 2, plus d'autres termes d'ordres supérieurs faisant intervenir davantage de particules virtuelles. Le premier terme de cette somme correspond à la propagation libre d'une particule telle qu'elle serait décrite par le lagrangien classique en l'absence d'interaction. Pour cette raison, celui-ci est associé au terme quadratique  $|\phi|^2$  dans l'expression du lagrangien classique. Les termes suivants correspondent à des corrections quantiques de ce premier terme. De la même manière, on peut imaginer la situation où deux particules se rapprochent l'une de l'autre, interagissent et finalement s'éloignent de nouveau, la première particule allant d'un point 1 vers un point 2 et la seconde allant d'un point 3 vers un point 4. Un tel diagramme est appelé fonction de corrélation à quatre points (Figure 3). Dans ce cas, le premier terme du développement en puissances de  $g_0$  correspond au terme quartique  $|\phi|^4$  du lagrangien classique.

$$\text{Diagram 1} = \text{Diagram 2} + g_0 \cdot \text{Diagram 3} + O(g_0^2)$$

FIGURE 2 – Premiers termes du développement de la fonction de corrélation à deux points.

$$\text{Diagram 1} = \text{Diagram 2} + g_0 \cdot [\text{Diagram 3} + \text{Diagram 4}] + O(g_0^2)$$

FIGURE 3 – Premiers termes du développement de la fonction de corrélation à quatre points.

Le calcul des diagrammes qui apparaissent dans le développement en puissances de  $g_0$  des fonctions de corrélation peut conduire à des quantités infinies. Ces divergences prennent la forme d'intégrales dont l'intégrand ne décroît pas suffisamment vite pour les grandes valeurs de l'énergie et/ou de la quantité de mouvement. Pour caractériser le degré de divergence de chaque diagramme, on peut remplacer les bornes d'intégration de ces intégrales par une échelle d'énergie arbitraire  $\Lambda$  appelée paramètre de coupure (« *cutoff* » en anglais). Bien qu'il soit a priori problématique que les coefficients d'un développement limité divergent, ce comportement a trouvé une interprétation physique positive à travers la procédure de renormalisation : l'existence de diagrammes divergents traduit le fait que les paramètres qui apparaissent dans l'expression du lagrangien classique  $\mathcal{L}_\kappa$ , tels la masse  $m_0$  et la constante de couplage  $g_0$ , ne correspondent pas aux grandeurs physiques observables. Il est en effet possible de supprimer les divergences en redéfinissant (par ajout de termes correctifs) les paramètres du lagrangien. Les paramètres ainsi redéfinis (renormalisés) correspondent aux grandeurs mesurables en laboratoire. Une propriété importante de ces grandeurs renormalisées est leur dépendance en l'échelle d'énergie  $\mathcal{E}$  à laquelle l'expérimentateur se place pour les mesurer<sup>3</sup>. On note symboliquement :  $m_0 \mapsto m_r(\mathcal{E})$  et  $g_0 \mapsto g_r(\mathcal{E})$ .

Revenons à la théorie scalaire dans  $\kappa$ -Minkowski introduite au §3.3. Au cours de ma thèse, j'ai montré que le premier terme correctif  $\omega$  à la fonction de corrélation à deux points diverge comme

$$\omega(\Lambda) \underset{\Lambda \rightarrow \infty}{\sim} \frac{\kappa}{2\pi^2} \Lambda. \quad (12)$$

3. Par exemple, en électrodynamique quantique, la constante de structure fine prend la valeur  $\alpha \approx 1/137$  dans le cas des basses énergies (de l'ordre de la centaine de kilo électrons-volts), tandis qu'elle vaut  $\alpha \approx 1/130$  dans le cas où les énergies mises en jeu sont de l'ordre du giga électrons-volts.



Ce résultat signale un degré de divergence linéaire (car proportionnel à  $\Lambda$ ). Dans le cadre de la théorie  $\phi^4$  usuelle, décrite par la densité lagrangienne (11), le premier terme correctif à la fonction de corrélation à deux points diverge comme  $\Lambda^2$ . On constate que l'on retrouve cette divergence quadratique si  $\Lambda$  et  $\kappa$  tendent simultanément vers l'infini dans (12). Un calcul similaire montre que le premier terme correctif à la fonction de corrélation à quatre points est indépendant de  $\Lambda$ , ce qui traduit l'absence de divergence. Dans le cadre de la théorie  $\phi^4$  usuelle, ce terme diverge comme  $\log \Lambda$ . Une fois les divergences identifiées, il reste à renormaliser les paramètres apparaissant dans le lagrangien, comme expliqué précédemment.

Les résultats que j'ai choisi de présenter dans ce dossier ont été obtenus en dernière année de doctorat et je n'ai malheureusement pas eu l'occasion de mener à terme la procédure de renormalisation. Il est néanmoins possible de formuler des conjectures intéressantes quant aux conséquences physiques de ces résultats. Dans le cadre de la théorie  $\phi^4$  usuelle, la constante de couplage  $g_0$  est renormalisée en une fonction  $g_r(\mathcal{E})$  strictement croissante de l'énergie  $\mathcal{E}$  et pouvant devenir arbitrairement grande. En conséquence, le développement limité en puissance de la constante de couplage qui est à la base du calcul des fonctions de corrélation n'est plus valable au-delà d'une certaine échelle d'énergie. Il s'ensuit que la description de la dynamique du boson de Higgs que fournit le modèle standard n'est admissible que dans le domaine d'énergies pour lequel  $g_r \ll 1$ . Au contraire, dans le cadre de la théorie scalaire définie dans  $\kappa$ -Minkowski, on peut montrer que l'absence de divergence dans la fonction de corrélation à quatre points implique que la valeur de la constante de couplage est la même quelle que soit l'échelle d'énergie à laquelle l'expérimentateur se place : la constante de couplage est invariante d'échelle. Cette invariance traduit l'existence d'une symétrie supplémentaire qui n'est pas présente dans le cadre du modèle standard de la physique des particules. Une telle description est compatible avec l'idée que le modèle standard est une théorie effective – aux énergies faibles devant  $\kappa$  – d'une théorie plus fondamentale : la théorie de la gravitation quantique.

Mes travaux fournissent les premières étapes de la construction d'une théorie de la gravitation quantique. Il existe bien sûr de nombreux modèles de gravitation quantique, dont les plus connus sont la théorie des cordes et la théorie de la gravité quantique à boucles. Notre approche a cela de particulier qu'elle repose sur un faible nombre d'hypothèses : 1) l'existence d'une échelle de longueur fondamentale ; 2) l'invariance de cette longueur par changement de référentiel galiléen ; 3) la validité de l'analogie avec l'élaboration de la mécanique quantique. Nous en avons déduit que l'espace-temps devait être quantifié et son groupe de symétries déformé. Nous avons ensuite étudié les conséquences de notre description sur l'étude des processus d'interaction entre particules élémentaires. Le succès de ces recherches est d'avoir permis le calcul des fonctions de corrélation à deux et quatre points d'un analogue de la théorie  $\phi^4$  du champ scalaire. Ces résultats ouvrent la voie vers une étude plus complète de la gravitation quantique. Remarquons que de nombreux modèles de théorie des cordes peuvent être retrouvés dans le cadre de notre formalisme<sup>4</sup>, ce qui reflète une certaine universalité de nos résultats et des hypothèses choisies.

Sur le plan personnel, ces recherches m'ont permis de mieux prendre la mesure des difficultés inhérentes à la construction d'un modèle théorique. Il m'a d'abord fallu identifier clairement les domaines de validité du modèle standard et de la relativité générale, puis comprendre quelles étaient les hypothèses responsables de ces limites de validité.

---

4. Pour des choix d'algèbres qui diffèrent de (7).

## 4 Mise en perspective de mon expérience d'enseignement

### 4.1 Activités d'enseignement

En parallèle de mon activité de recherche, j'ai effectué un service de monitorat de 192 heures auprès du département de physique de l'UFR des sciences de l'université Paris-Sud. J'y ai rejoint les équipes pédagogiques de trois formations du premier cycle universitaire. Les missions qui m'étaient confiées étaient de nature très variée et ces trois années d'exercice m'ont permis de découvrir de nombreuses facettes du métier d'enseignant. J'ai par exemple collaboré à la rédaction des supports de travaux dirigés et à l'élaboration des sujets d'examens, ainsi qu'à leur surveillance et à leur correction. J'ai également préparé les élèves aux oraux des concours d'intégration aux écoles d'ingénieurs.

Comme tout enseignant, j'ai été confronté au manque d'intérêt que portaient – du moins en apparence – certains de mes élèves à la matière enseignée. Ce désintérêt prenait en partie racine dans la difficulté, déjà mentionnée au §2, qu'éprouvaient ces élèves à assimiler les notions et les méthodes abordées en classe. Cette difficulté était accentuée par leur incapacité à me faire part de leurs incompréhensions en présence de leurs camarades. C'est d'abord dans le cadre de cours particuliers dispensés à des collégiens et à des lycéens que j'ai compris qu'il était important d'encourager les élèves à formuler oralement leurs idées, même s'ils pensent se tromper. En procédant ainsi, les élèves développent leur esprit critique et leur sens de l'analyse, ce qui les aide à mieux appréhender le cours et à surmonter plus facilement leurs difficultés. Bien sûr, le cours particulier offre un cadre d'enseignement privilégié et quelques aménagements sont nécessaires pour accroître la participation des élèves en classe. Je pense néanmoins être parvenu à de bons résultats pendant mon monitorat : retours positifs des étudiants, participation en classe accrue et augmentation des notes.

J'ai trouvé particulièrement efficace l'encadrement de la résolution orale d'exercices par les étudiants : en se justifiant, chacun peut proposer ce qu'il pense être la solution de l'exercice. Puis, avec l'aide de l'enseignant, les autres élèves discutent de la validité des arguments avancés. Les étudiants réagissent généralement davantage aux commentaires de leurs camarades qu'aux questions directes de l'enseignant, ce qui améliore la participation spontanée des élèves. En outre, cette approche s'articule facilement avec un enseignement plus traditionnel – au tableau – et peut aisément s'adapter à l'environnement du lycée. J'ai également pu expérimenter l'apprentissage dit « en classe inversée » dans le cadre d'un TD de mécanique de première année. Il s'agissait d'approfondir certaines notions de cours – étudiées en amont par les élèves, telles la force, l'énergie ou les phénomènes de résonance – à travers l'encadrement de groupes de travail de trois à quatre personnes. Mon rôle était de proposer aux étudiants des axes de réflexion en rapport avec les documents de cours afin de les guider dans la résolution des problèmes. Ces séances se sont révélées bénéfiques (amélioration des résultats) pour ceux des élèves qui étaient, par ailleurs, moins réceptifs aux méthodes d'enseignement traditionnelles telles que le cours magistral. Cette démarche demande néanmoins de la part des étudiants une maturité plus importante que dans le cadre de l'approche pédagogique précédente et peut ne pas convenir à tous les élèves de lycée.

L'enseignement de l'électromagnétisme et de la thermodynamique en L2 révèle d'autres difficultés que rencontrent les élèves. Ces thèmes confrontent en effet les étudiants à l'utilisation systématique de notions et d'outils mathématiques nouveaux et subtils tels que l'opérateur  $\vec{\nabla}$  en électromagnétisme ou la notion de différentielle en thermodynamique. En outre, les étudiants peinent généralement à distinguer ce qui relève du principe de ce qui relève du résultat théorique (démonstration) ou de la loi phénoménologique. Les théories de l'électromagnétisme et de la thermodynamique présentent pourtant de nombreux résultats de nature phénoménologique, comme les lois du transports (loi d'Ohm et loi de Fourier). Ces difficultés d'ordre mathématique gênent l'apprentissage du contenu physique de ces théories. Ainsi, la simple utilisation d'un code couleur pour distinguer les différentes natures des énoncés scientifiques facilite l'apprentissage de ces matières. Pour familiariser les étudiants aux équations de l'électromagnétisme, il

est également profitable d'utiliser un logiciel de calculs et de simulations numériques. On peut ainsi étudier et visualiser la propagation d'ondes ou les phénomènes de diffraction et d'interférences. C'est pourquoi je pense consacrer quelques séances à l'initiation des élèves à un langage de programmation. Mes connaissances de l'environnement Matlab m'aideront dans cette tâche.

Je tire une conclusion très positive de ces expériences d'enseignement. J'essaierai donc de reproduire ces méthodes, en les adaptant au niveau, lorsque je serai enseignant au lycée ou en CPGE.

## 4.2 Proposition d'activité pédagogique en lycée

Dans cette partie, je présente une organisation d'activités pédagogiques visant à faciliter l'appropriation des concepts et des énoncés scientifiques par les élèves. Comme discuté précédemment, le principe moteur de ces séances sera la participation des élèves : formulation orale de leurs idées, vérification des intuitions par l'expérience et, enfin, correction de leur conception initiale à partir de l'analyse de leurs observations. Le déroulement général de ces séances est développé au paragraphe 4.2.1. Un exemple d'activité centrée sur les notions de force et de mouvement en classe de seconde illustrera ensuite nos propos au paragraphe 4.2.2.

### 4.2.1 Méthode

Les séances dureront 1h30 et se décomposeront en trois phases :

1. Une première phase de discussion permettra aux élèves de présenter leur conception de la notion étudiée. L'intérêt de cette étape est de permettre aux élèves de formuler de vive voix des idées qui seraient peut-être restées confuses autrement. L'enseignant guidera la discussion en proposant des situations concrètes à partir desquelles les élèves pourront travailler. Un résumé des propositions sera effectué en vue d'être exploité dans les phases suivantes.
2. Une seconde phase sera consacrée à la reproduction par les élèves d'une expérience historique. Cette phase de manipulation permettra aux élèves de vérifier la validité des propositions formulées lors de la première phase, le cas échéant d'en corriger les erreurs. Les observations recueillies seront analysées et discutées avec l'aide de l'enseignant.
3. Une troisième phase sera consacrée à effectuer la synthèse des résultats. Les possibles divergences relevées lors de la première phase, ainsi que l'évolution des représentations chez les élèves à la suite de la phase de manipulation, seront mis en perspective avec l'histoire des sciences. Finalement, en s'appuyant sur les réponses des élèves, l'enseignant proposera une formulation claire – et exploitable sous forme d'exercices – de la notion abordée. On demandera un compte rendu par groupe.

### 4.2.2 Application en classe de seconde : Galilée face au mouvement

Afin d'illustrer ces idées, prenons l'exemple d'une séquence du niveau de la classe de seconde. Une des difficultés que rencontrent les élèves à ce stade de leur formation est l'établissement du lien entre force et mouvement, lien que l'on cherchera à clarifier.

*Phase 1* – L'objectif de la séquence est l'introduction du principe d'inertie. Pour y parvenir, il est indispensable que les élèves aient assimilé au préalable les concepts de mouvement et de force ainsi que leur lien logique. La phase de réflexion sera l'occasion de soulever ces questions, en particulier pour savoir si l'application d'une force est nécessaire au mouvement. Les élèves pourront d'abord répondre librement en faisant appel à leur intuition et à leur expérience. Il est possible qu'un certain nombre d'élèves conçoivent la relation entre la force et le mouvement de la même façon qu'Aristote, à savoir qu'ils pensent que l'application d'une force est nécessaire au mouvement. L'enseignant guidera les élèves à l'aide de situations concrètes :

par exemple, en discutant le mouvement d'une balle de tennis avant et après qu'elle est percutée par une raquette, ou encore la mise en mouvement d'une calèche tirée par un cheval.

*Phase 2* – Les élèves réaliseront l'expérience du plan incliné de Galilée (Figure 4). L'intérêt de cette phase n'est pas tant d'aboutir à la formulation mathématique d'une loi physique que de permettre aux élèves de développer leur esprit critique en pensant et en enrichissant les conceptions de la force et du mouvement développées en phase 1 à travers la reproduction d'une expérience historique.

(a) Dans un premier temps, les élèves étudieront le mouvement d'une balle dans une gouttière inclinée (Figure 4.a) afin d'établir la relation entre distance parcourue et temps écoulé. Les élèves disposeront à intervalles variables le long de la gouttière, comme Galilée, des clochettes susceptibles de tinter au passage de la balle. Ils chercheront alors, à l'oreille, le positionnement des clochettes permettant un tintement régulier. Les élèves pourront ainsi conclure à l'accélération de la balle.

(b) Dans un second temps, les élèves compareront le mouvement de la balle dans la région inclinée à son mouvement dans la région horizontale située en aval de la première (Figure 4.b). En appliquant un bilan des forces à la balle dans chacune de ces régions, les élèves concluront que l'application d'une force sur la balle modifie son mouvement, tandis que le mouvement de celle-ci peut avoir lieu même si la résultante des forces est nulle. Ces constatations faciliteront l'introduction du principe d'inertie en phase 3.

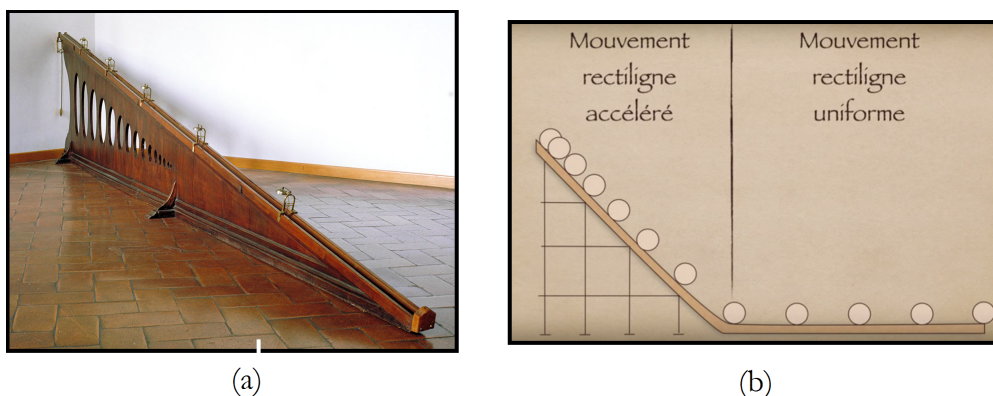


FIGURE 4 – Expérience du plan incliné de Galilée : (a) Dispositif historique conservé au musée Galilée à Florence. (b) Mise en évidence des différentes natures du mouvement.

*Phase 3* – L'histoire des sciences favorisera la mise en perspective de l'évolution des conceptions chez les élèves. L'enseignant présentera les points de vue d'Aristote et de Galilée, que l'on comparera aux propositions formulées par les élèves en phase 1. En insistant sur les deux mille ans d'histoire qui séparent la vie des deux savants, les élèves prendront la mesure des difficultés inhérentes à la formulation des idées et à la construction scientifique. Il est d'ailleurs remarquable que tous ces résultats puissent être établis sans recourir au chronomètre, ce qui témoigne de l'ingéniosité de la méthode de Galilée. Dans ce cas précis, il est possible de distinguer clairement la découverte du principe de sa modélisation mathématique. L'expérience du plan incliné offre donc un cadre d'étude très riche sur le plan pédagogique. On terminera la séance par l'énoncé du principe d'inertie.

En conclusion, une telle activité permettra de développer l'esprit scientifique des élèves à de nombreux niveaux : compréhension, formulation d'une problématique, expérimentation, communication écrite et orale des résultats obtenus. La mise en place de ces séances favorisera l'assimilation des savoirs par les élèves, en adéquation avec l'esprit des nouveaux programmes. Par ailleurs, ces séances faciliteront l'introduction de notions ultérieures. Par exemple, la séquence présentée ici préparera les élèves à la mise en place du principe fondamental de la dynamique en classe de première.

Je pense que ces séances aideront à l'apprentissage des sciences physiques par les élèves de lycée et de CPGE. C'est pourquoi je les mettrai en place et les perfectionnerai dès que je serai enseignant.