



Control de un Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

PROYECTO INTEGRADOR

Jonathan Matías Obredor | Automática y Máquinas Eléctricas | 2017

Índice

Resumen	3
Introducción.....	4
Datos del sistema dinámico físico	4
Las especificaciones de operación del sistema son:.....	5
Modelado, Análisis y Simulación dinámica a Lazo Abierto.....	6
a) Modelo matemático del subsistema mecánico	6
b) Modelo dinámico del sistema físico completo	7
Modelo global no lineal (NL)	8
A) Modelo simplificado lineal invariante con el tiempo (LTI).....	10
B) Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV).....	12
C) Funciones de Transferencia.....	17
c) Análisis de Estabilidad a lazo abierto.....	18
I. Determinar autovalores y ceros.....	18
II. Estabilidad.....	19
4) RESPUESTA dinámica en Dominio del Tiempo	20
<i>Respuesta del estado interno</i>	20
a) Análisis de Controlabilidad.....	22
b) Análisis de Observabilidad	23
Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente	25
1) Modulador de Torque equivalente.....	25
Desacoplamiento de realimentaciones físicas y diseño de lazos de control.....	25
2) Controlador externo de movimientos de posición y velocidad.....	28
Diagrama de bloques	28
Ubicar polos y determinar los parámetros correspondientes.....	29
Variación extrema de parámetros	30
3) Incorporación de Observador de Estado.....	30
4) Simulación	32
a) Consignas de posición	32
b) Rechazo a perturbaciones	33
c) Verificar si se superan las especificaciones.....	34
d) Corrección del error del observador.....	37
Comportamiento térmico del motor	38
Conclusiones	39
Anexo: Ejes directo y en cuadratura	40

Resumen

Este trabajo “Control de accionamiento de CA con motor sincrónico de imanes permanentes” es realizado como proyecto final de la cátedra Automática y Máquinas Eléctricas por lo que se busca aplicar los conceptos estudiados durante el cursado.

Para lograr el control del accionamiento de CA de un motor sincrónico se realizará en primera instancia el modelado, análisis y simulación dinámica a lazo abierto (sin realimentación). La segunda parte del trabajo está conformada por el diseño de controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente (control vectorial, lazo cerrado, con realimentación).

Finalmente se obtiene un controlador PID, y además hay supervisión de la temperatura.

Se verifica que el sistema esté dentro de sus límites máximos permitidos.

Introducción

El sistema sobre el que se va a trabajar está compuesto por una máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes, con un estator conectado en estrella. Está conectada a una carga mecánica a través de un tren de transmisión (caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios).

Lo primero que se hace es el modelado a lazo abierto (sin control realimentado), donde se plantea el modelo matemático equivalente y dinámico del sistema físico completo. Se analiza la estabilidad a lazo abierto mediante la determinación de polos y ceros, se simula la respuesta dinámica a un escalón de tensión en estator seguido de un escalón de torque de carga. También se determina controlabilidad y observabilidad. Se hace un análisis en lazo abierto.

Se plantea un control vectorial o control de campo orientado: es una estrategia usada para dirigir un inversor de frecuencia variable y lograr control desacoplado de par motor y flujo magnético en motores CA. El principio de control de campo orientado fue introducido a finales de la década de 1960 por la Compañía Siemens. Puede decirse que este método de control permite modelar un motor CA como uno de corriente continua para controlarlo de manera semejante, es decir, controlar de manera independiente la magnetización de la máquina y el torque desarrollado.

Más adelante se trata el controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente (lazo cerrado, realimentado), con desacople de todas las realimentaciones físicas naturales de estado hacia la entrada, diagrama de bloques completo.

Después sigue el controlador externo de movimientos PID (posición/velocidad) incorporándolo al diagrama de bloques, y por último se diseña un observador de estados para la parte mecánica del controlador.

Para terminar se hace una simulación en tiempo continuo y se verificará que cumple con las restricciones propuestas.

DATOS DEL SISTEMA DINÁMICO FÍSICO

Se presentan los parámetros de la carga mecánica, referida al eje de salida del tren de transmisión, de la caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios y de la máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes y estator conectado en estrella (simétrico y equilibrado).

- Relación de reducción total: $r=314.3008:1$
- Momento de inercia (motor y caja): $J_m \approx 3.1 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$
- Coef. de fricción viscosa (motor y caja): $b_m \approx 1.5 \times 10^{-5} \text{ N.m.rad/s}$
- Pares de Polos magnéticos: $P_p=3$ pares (i.e. 6 polos)
- Flujo imanes concatenado por bobinado estator: $\lambda_{af} \approx 0.01546 \text{ Wb-t, ó } V_{rad/s}$
- Resistencia de estator, por fase: $R_s \approx 1.02 \Omega$

- Inductancia de estator (eje en cuadratura): $L_q \approx 5.8$ mH
- Inductancia de estator (eje directo): $L_d \approx 6.6$ mH
- Inductancia de dispersión de estator: $L_s \approx 0.8$ mH
- Amortiguamiento viscoso de la carga: $b_l \approx (0 \pm 0.0630)$ N.mrad/s
- Momento de inercia de la carga: $J_l \approx (0.2520 \pm 0.1260)$ kg.m²

LAS ESPECIFICACIONES DE OPERACIÓN DEL SISTEMA SON:

- Torque de carga: $(t) \approx (0 \pm 1.57)$ N.m
- Velocidad nominal (salida): $n_{q\ nom} = 21$ rpm ($\dot{q}_{nom} = 2.2$ rad/s)
- Torque nominal (salida): $T_{q\ nom} = 7.26$ N.m (régimen continuo o rms)
- Torque pico (salida): $T_{q\ max} = 29.42$ N.m (corta duración, aceleración)
- Tensión nominal de línea: $V_{sl\ nom} = 24$ V_{ca rms}
- Corriente nominal: $I_{s\ nom} = 0.4$ A_{ca rms} (régimen continuo)
- Corriente pico: $I_{s\ max} = 2.0$ A_{ca rms} (corta duración, aceleración)

Estas especificaciones son los valores límites del sistema, y no se deben sobrepasar.

Modelado, Análisis y Simulación dinámica a Lazo Abierto

A) MODELO MATEMÁTICO DEL SUBSISTEMA MECÁNICO

- Carga

Modelo simplificado equivalente, referido al eje de salida del tren de transmisión:

$$J_l \ddot{q}(t) = T_q(t) - b_l \dot{q}(t) - T_l(t) \quad (1.1)$$

- Tren de Transmisión

Caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios (asumiendo acoplamiento rígido, sin elasticidad torsional y sin juego o *backlash*):

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \frac{1}{r} \omega_m(t) & (2.1) \\ T_q(t) = r T_d(t) & (2.2) \end{cases}$$

Subsistema Mecánico del motor

$$\begin{cases} J_m \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \omega_m(t) - T_d(t) & (3.1) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) & (3.2) \end{cases}$$

Reemplazar 2.1 y 2.2 en 1.1

$$J_l \frac{\dot{\omega}_m}{r}(t) = r T_d(t) - b_l \frac{1}{r} \omega_m(t) - T_l(t) \quad (A1)$$

Agrupando A1, 3.1 y 3.2

$$\begin{cases} J_l \frac{\dot{\omega}_m}{r}(t) = r T_d(t) - b_l \frac{1}{r} \omega_m(t) - T_l(t) & (A1) \\ J_m \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \omega_m(t) - T_d(t) & (3.1) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) & (3.2) \end{cases}$$

Despejar $T_d(t)$ de A1

$$T_d(t) = \frac{1}{r} \left(J_l \frac{\dot{\omega}_m}{r}(t) + b_l \frac{1}{r} \omega_m(t) + T_l(t) \right) = J_l \frac{\dot{\omega}_m}{r^2}(t) + b_l \frac{1}{r^2} \omega_m(t) + \frac{1}{r} T_l(t) \quad (A2)$$

Reemplazar A2 en 3.1

$$J_m \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \omega_m(t) - J_l \frac{\dot{\omega}_m}{r^2}(t) - b_l \frac{1}{r^2} \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t) \quad (A3)$$

Reordenar

$$\left(J_m + \frac{J_l}{r^2} \right) \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - \left(b_m + \frac{b_l}{r^2} \right) \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t)$$

$$\begin{cases} \left(J_m + \frac{J_l}{r^2} \right) \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - \left(b_m + \frac{b_l}{r^2} \right) \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \end{cases}$$

- Parámetros equivalentes del sistema mecánico reflejado del lado del motor:

$$J'_m = J_m + \frac{J_l}{r^2} \quad \wedge \quad b'_m = b_m + \frac{b_l}{r^2} \quad \wedge \quad T'_l = \frac{T_l}{r}$$

$$\begin{cases} J'_m \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b'_m \omega_m(t) - T'_l(t) \quad (\mathbf{A4}) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \quad (\mathbf{3.2}) \end{cases}$$

B) MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA FÍSICO COMPLETO

Ahora que están las ecuaciones del sistema mecánico, y considerando los subsistemas eléctricos, se desarrolla el modelo dinámico del sistema físico completo en el espacio de estados.

Sistema mecánico:

$$\begin{cases} J'_m \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b'_m \omega_m(t) - T'_l(t) \quad (\mathbf{A4}) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \quad (\mathbf{3.2}) \end{cases}$$

Sistema electromagnético en coordenadas qdo (aplicando transformación de Park), estas ecuaciones sirven para vincular la parte mecánica con la electromagnética:

$$\begin{cases} T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d(t)] i_q(t) \quad (\mathbf{3.5}) \\ \omega_r(t) = P_p \omega_m(t) \quad (\mathbf{3.4}) \end{cases}$$

Sistema eléctrico del Estator (Balance de tensiones eléctricas equivalentes):

$$\begin{cases} V_q(t) = R_s i_q(t) + L_q \frac{di_q(t)}{dt} + [\lambda_{af} + L_d i_d(t)] \omega_r(t) \quad (\mathbf{3.6}) \\ V_d(t) = R_s i_d(t) + L_d \frac{di_d(t)}{dt} - L_q i_q(t) \omega_r(t) \quad (\mathbf{3.7}) \\ V_0(t) = R_s \cdot i_{os}(t) + L_{ls} \cdot \frac{di_{os}(t)}{dt} = 0 \end{cases}$$

Considerar que la tensión de neutro es cero porque la corriente de neutro es nula: el motor está conectado en estrella, sin acceso al neutro. Es un sistema de tensiones y corrientes trifásicas equilibrado.

Sistema térmico:

Se va a considerar un modelo simplificado equivalente de primer orden, considerando sólo pérdidas resistivas por efecto Joule en bobinado estatórico, despreciando pérdidas magnéticas y en rodamientos.

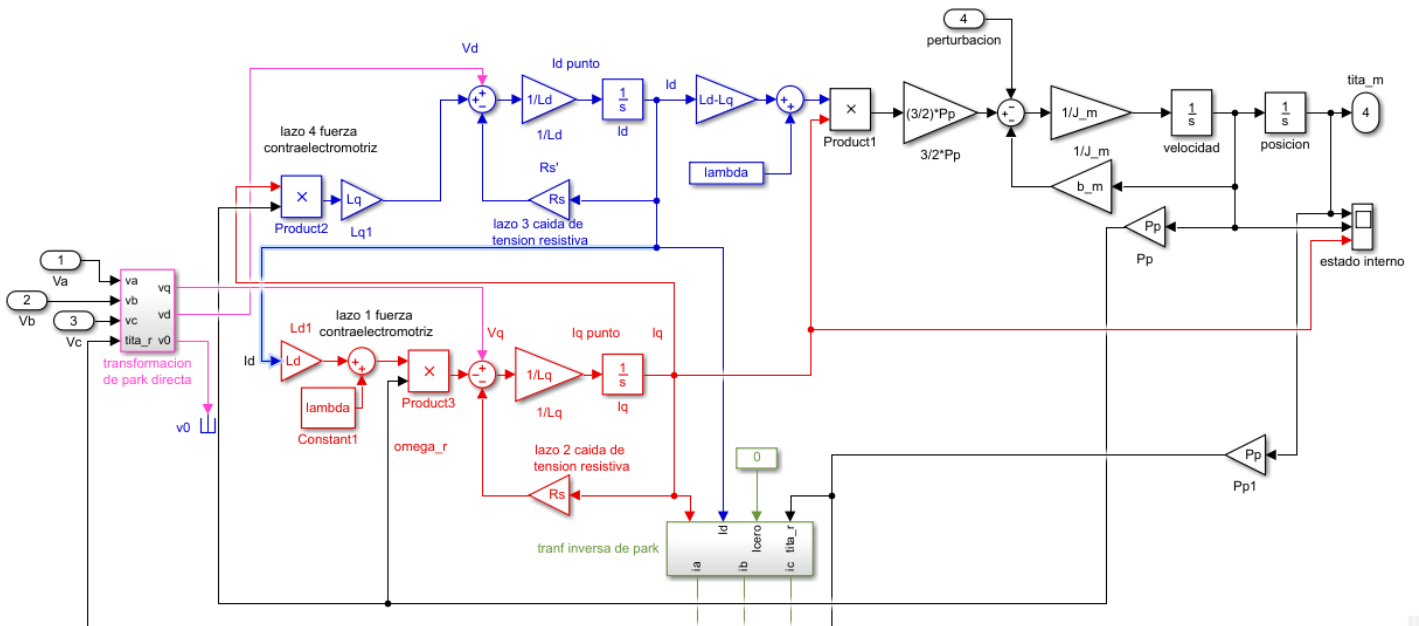
Contempla transferencia de calor por conducción y convección natural, sin ventilación:

$$\begin{cases} P_{s\ perd}(t) = R_s \left(i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}^2(t) \right) & (3.9) \\ P_{s\ perd}(t) = C_{ts} \frac{d T_s(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) & (3.10) \\ R_s = R_{s0} (1 + \alpha_{Cu} (T_s(t) - T_{s0})) & (A5) \end{cases}$$

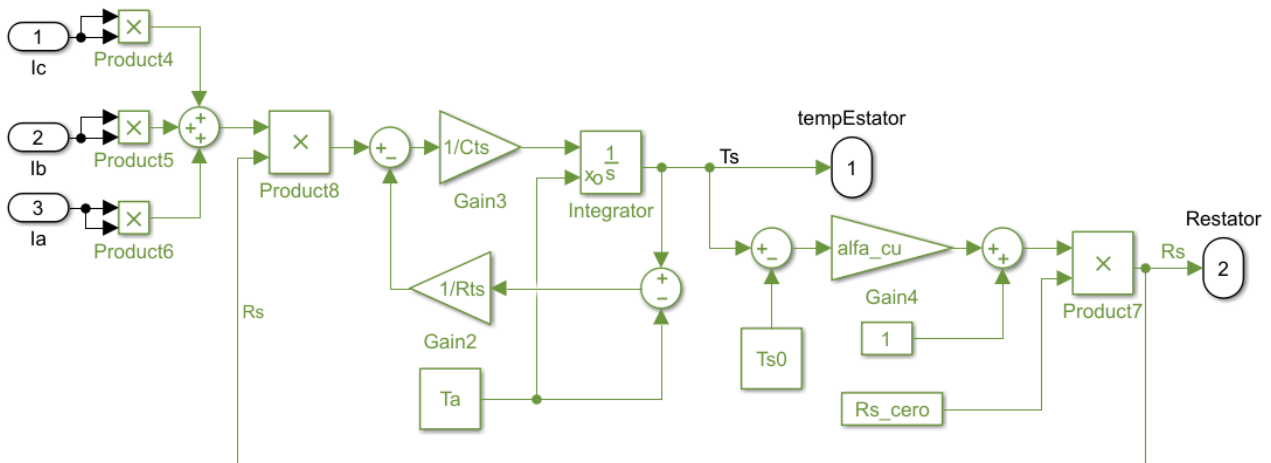
Modelo global no lineal (NL)

- considerar $i_{ds}^r(t)$ genérica
- estado inicial genérico

Diagrama de Bloques



El diagrama del sistema térmico:



Ecuaciones vectoriales de estado y de salida

Del sistema térmico

- Igualar 3.9 y 3.10:

$$R_s \left(i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}^2(t) \right) = C_{ts} \frac{dT_s(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) \quad (\text{A6})$$

- Reemplazar R_s en A6:

$$R_{s0} (1 + \alpha_{Cu} (T_s(t) - T_{s0})) * \left(i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}^2(t) \right) = C_{ts} \frac{dT_s(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t))$$

- Reordenar:

$$C_{ts} \frac{dT_s(t)}{dt} = R_{s0} (1 + \alpha_{Cu} (T_s(t) - T_{s0})) * \left(i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}^2(t) \right) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) \quad (\text{A7})$$

Por otro lado, del subsistema electromagnético

- Reemplazar 3.5 en A4: $J'_m \dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d] i_q(t) - b'_m \omega_m(t) - T'_l(t)$ (A8)

Finalmente agrupar todas las ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} J'_m \dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d] i_q(t) - b'_m \omega_m(t) - T'_l(t) \quad (\text{A8}) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \quad (\text{3.2}) \\ V_q(t) = R_s i_q(t) + L_q \frac{di_q(t)}{dt} + [\lambda_{af} + L_d i_d(t)] \omega_r(t) \quad (\text{3.6}) \\ V_d(t) = R_s i_d(t) + L_d \frac{di_d(t)}{dt} - L_q i_q(t) \omega_r(t) \quad (\text{3.7}) \\ V_0(t) = R_s i_{os}(t) + L_{ls} \frac{di_{os}(t)}{dt} \\ C_{ts} \frac{dT_s(t)}{dt} = R_{s0} (1 + \alpha_{Cu} (T_s(t) - T_{s0})) * \left(i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}^2(t) \right) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) \quad (\text{A7}) \end{array} \right.$$

Despejar las derivadas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d(t)] \frac{i_q(t)}{J'_m} - \frac{b'_m}{J'_m} \omega_m(t) - \frac{1}{J'_m} T'_l(t) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{i}_q(t) = -\frac{R_s}{L_q} i_q(t) - [\lambda_{af} + L_d i_d(t)] \frac{P_p}{L_q} \omega_m(t) + \frac{V_q}{L_q}(t) \\ \dot{i}_d(t) = -\frac{R_s}{L_d} i_d(t) + \frac{L_q P_p}{L_d} i_q(t) \omega_m(t) + \frac{V_d}{L_d}(t) \\ \dot{i}_0(t) = \frac{1}{L_{ls}} V_0(t) - \frac{R_s}{L_{ls}} i_0(t) \\ \dot{T}_s(t) = \frac{1}{C_{ts}} \left\{ R_{s0} (1 + \alpha_{Cu} (T_s(t) - T_{s0})) * \left(i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}^2(t) \right) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s(t) - T_{amb}(t)) \right\} \end{array} \right.$$

Las entradas del sistema son $V_q, V_d, y T'_l$ (también V_0 y T_{amb}).

La ecuación de salida es:

$$Y(t) = C \cdot X(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \\ i_q(t) \\ i_d(t) \\ i_0(t) \\ T_s(t) \end{bmatrix} = \theta(t)$$

- Un estado inicial genérico es:

$$\begin{bmatrix} \theta(0) \\ \omega(0) \\ i_q(0) \\ i_d(0) \\ i_0(0) \\ T_s(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \omega_0 \\ i_{q0} \\ i_{d0} \\ i_{00} \\ T_{s0} \end{bmatrix}$$

A) Modelo simplificado lineal invariante con el tiempo (LTI)

Recordar que un sistema invariante con el tiempo tiene las siguientes ecuaciones [3]:

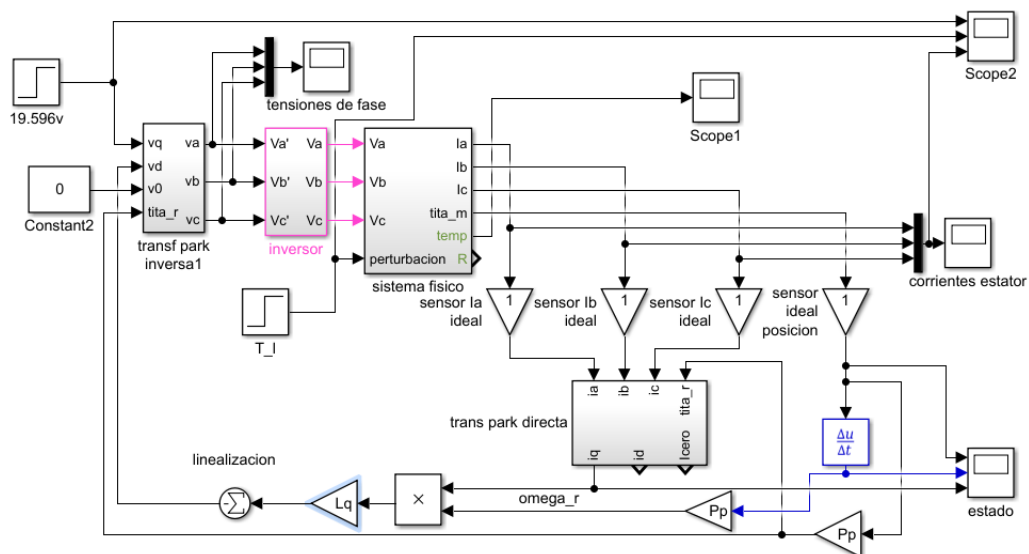
$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Como se puede observar en las ecuaciones de estado y de salida del inciso anterior, hay productos de variables de estado, por lo que este es un modelo **no lineal**. Para trabajar con un **modelo lineal**, lo cual simplifica el desarrollo, se considera corriente nula en el eje directo $i_{ds}^r = 0$ (idénticamente igual a cero). Su derivada respecto al tiempo también es cero.

Se considerará el sistema eléctrico y mecánico, pero no se tendrá en cuenta el sistema térmico.

1) Diagrama de bloques.



Se observa la realimentación no lineal de tensión V_d

II) Ecuaciones vectoriales de estado y de salida

- Plantear la forma matricial, mostrar un estado inicial genérico.
- Para que las ecuaciones anteriores sean lineales, la restricción que se debe aplicar es que la corriente de eje directo sea nula $i_d(t) = 0$.
- La tensión en el eje directo, de la ec. 3.7 es:

$$V_d(t) = R_s i_d(t) + L_d \frac{di_d(t)}{dt} - L_q i_q(t) \omega_r(t) = -L_q i_q(t) \omega_r(t) = -L_q i_q(t) Pp \omega_m(t)$$

- Por lo tanto, la restricción sobre la variable manipulada es:

$$V_d(t) = -L_q i_q(t) Pp \omega_m(t)$$

Con esto se hace una **realimentación de estados no lineal**, pues en $V_d(t)$ hay productos de variables.

- El modelo lineal matricial queda (obviando V_0 y T_s):

$$\begin{aligned} \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_m \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b'_m}{J'_m} & \frac{3 Pp \lambda_{af}}{2 J'_m} \\ 0 & -\frac{Pp \lambda_{af}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_m \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} V_q + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J'_m} \\ 0 \end{bmatrix} T'_l \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b'_m}{J'_m} & \frac{3 Pp \lambda_{af}}{2 J'_m} \\ 0 & -\frac{Pp \lambda_{af}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_m \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J'_m} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q \\ T'_l \end{bmatrix} \\ Y &= [1 \ 0 \ 0] * \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_m \\ i_q \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Con un estado inicial genérico $\begin{bmatrix} \theta(0) \\ \omega(0) \\ i_q(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \omega_0 \\ i_{q0} \end{bmatrix}$

A partir de las restricciones impuestas, determinamos las tensiones y las corrientes de fase.

- La transformación inversa de Park es:

$$\begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \sin \theta_r(t) & 1 \\ \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix}$$

- Reemplazando $V_d(t) = -L_q i_q Pp \omega_m$ y $V_0 = 0$:

$$\begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 1 \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_q \\ -L_q i_q P_p \omega_m \\ V_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_{as} = \cos(\theta_r) V_q - \sin(\theta_r) L_q i_q P_p \omega_m \\ V_{bs} = \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) V_q - \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) L_q i_q P_p \omega_m \\ V_{cs} = \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) V_q - \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) L_q i_q P_p \omega_m \end{cases}$$

Se puede observar cómo se modifican las tensiones.

- Dada la restricción de i_{ds}^r , se detalla el efecto sobre $i_{abcs}(t)$

$$\begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 1 \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 1 \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_q \\ 0 \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} i_{as} = \cos(\theta_r) i_q + i_0 \\ i_{bs} = \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) i_q + i_0 \\ i_{cs} = \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) i_q + i_0 \end{cases}$$

- Como se dijo al principio, el sistema es simétrico, por lo tanto: $i_0 = 0$

$$\begin{cases} i_{as} = \cos(\theta_r) i_q \\ i_{bs} = \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) i_q \\ i_{cs} = \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) i_q \end{cases}$$

Se concluye que las corrientes de fase dependen exclusivamente de la corriente de cuadratura.

B) Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV)

- Considerar $i_{ds}^r(t)$ genérica
- Plantear a partir del modelo NL mediante aproximación de Taylor de 1º orden en punto genérico de operación.

Aproximación LINEAL: para toda variable $z(t)$, asumir $z(t) = Z_{op}(t) + \Delta z(t)$, $Z_{op}(t)$ tiene una variación lenta o cuasi estacionaria y $\Delta z(t)$ representa variaciones rápidas en el tiempo o perturbaciones.

Se considera al sistema como $\begin{cases} \dot{\underline{X}} = f(\underline{X}(t), \underline{u}(t)) \\ y(t) = C \cdot \underline{X}(t) \end{cases}$, donde $\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \\ i_q(t) \\ i_d(t) \\ i_0(t) \end{bmatrix}$ y $\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} T'_l(t) \\ V_q(t) \\ V_d(t) \\ V_0(t) \end{bmatrix}$

Tomando la aproximación anterior: $\dot{\underline{X}} = \frac{d(\underline{X}_{op}(t) + \underline{\Delta X}(t))}{dt} = f(\underline{X}_{op}(t) + \underline{\Delta X}(t), \underline{u}_{op}(t) + \underline{\Delta u}(t))$

$$\frac{d \underline{X}_{op}(t)}{dt} + \frac{d \underline{\Delta X}(t)}{dt} = f(\underline{X}_{op}(t) + \underline{\Delta X}(t), \underline{u}_{op}(t) + \underline{\Delta u}(t))$$

Es posible expandir $\dot{\underline{X}} = f(\underline{X}_{op}(t) + \underline{\Delta X}(t), \underline{u}_{op}(t) + \underline{\Delta u}(t))$ en series de Taylor alrededor del punto de operación normal

$$\begin{aligned} f(\underline{X}_{op}(t) + \underline{\Delta X}(t), \underline{u}_{op}(t) + \underline{\Delta u}(t)) \\ = f(\underline{X}_{op}(t), \underline{u}_{op}(t)) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{X}} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta X}(t) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{u}} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta u}(t) \\ + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial \underline{X}^2} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta X}(t)^2 + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial \underline{X} \partial \underline{u}} \right]_{op} \underline{\Delta X}(t) \cdot \underline{\Delta u}(t) + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial \underline{u}^2} \right]_{op} \underline{\Delta u}(t)^2 + \dots \end{aligned}$$

Que se trunca en el término lineal

$$f(\underline{X}_{op}(t) + \underline{\Delta X}(t), \underline{u}_{op}(t) + \underline{\Delta u}(t)) \cong f(\underline{X}_{op}(t), \underline{u}_{op}(t)) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{X}} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta X}(t) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{u}} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta u}(t)$$

Finalmente:

$$\frac{d \underline{X}_{op}(t)}{dt} + \frac{d \underline{\Delta X}(t)}{dt} \cong f(\underline{X}_{op}(t), \underline{u}_{op}(t)) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{X}} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta X}(t) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{u}} \right]_{op} \cdot \underline{\Delta u}(t) \quad (a)$$

Espacio de operación no lineal (cuasi estacionario)

De la ecuación anterior se puede ver que el primer término de la izquierda y el primer término de la derecha varían lentamente con el tiempo (cuasi estacionarios), por lo tanto:

$$\frac{d \underline{X}_{op}(t)}{dt} = \dot{\underline{X}}_{op}(t) = f(\underline{X}_{op}(t), \underline{u}_{op}(t)) \cong 0$$

Esto es igual a cero porque se considera que no hay variaciones del punto de operación.

Reemplazando:

Serie de Taylor

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \\ &= f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!} (x-a)^3 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x, y) &\approx Q(x, y) = f(a, b) + \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{(a,b)} (x-a) + \left[\frac{\partial f}{\partial y} \right]_{(a,b)} (y-b) \\ &+ \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right]_{(a,b)} (x-a)^2 + 2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right]_{(a,b)} (x-a)(y-b) + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right]_{(a,b)} (y-b)^2 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_{mop}(t) = \omega_{mop}(t) \cong cte \\ \omega_{mop}(t) = \frac{3}{2} \frac{P_p}{J'_m} [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_{dop}(t)] i_{qop}(t) - \frac{b'_m}{J'_m} \omega_{mop}(t) - \frac{1}{J'_m} T'_{lop}(t) \cong 0 \\ i_{qop}(t) = -\frac{R_s}{L_q} i_{qop}(t) - [\lambda_{af} + L_d i_{dop}(t)] \frac{P_p}{L_q} \omega_{mop}(t) + \frac{1}{L_q} V_{qop}(t) \cong 0 \\ i_{dop}(t) = -\frac{R_s}{L_d} i_{dop}(t) + \frac{L_q P_p}{L_d} i_{qop}(t) \omega_{mop}(t) + \frac{1}{L_d} V_{dop}(t) \cong 0 \\ i_{0op}(t) = \frac{1}{L_{ls}} V_{0op}(t) - \frac{R_s}{L_{ls}} i_{0op}(t) \cong 0 \end{array} \right.$$

De las ecuaciones anteriores interesan las igualdades de la derecha que permiten encontrar los puntos de operación del sistema. De la primera ecuación $\omega_{mop}(t) \cong cte$ debe interpretarse que el eje del motor puede tener una velocidad constante, que en ocasiones será cero.

Se observa que quedarán relaciones fijas entre variables para un punto de operación dado, o sea las variables no son todas independientes.

Modelo LPV

Por otro lado, considerando los términos que varían rápido de la ecuación (a):

$$\frac{d \Delta X(t)}{dt} = \Delta \dot{X}(t) = \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{x}} \right]_{op} \cdot \Delta \underline{x}(t) + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{u}} \right]_{op} \cdot \Delta \underline{u}(t); \text{ Con } \underline{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \\ i_q(t) \\ i_d(t) \\ i_0(t) \end{bmatrix} \text{ y } \underline{u}(t) = \begin{bmatrix} T'_l(t) \\ V_q(t) \\ V_d(t) \\ V_0(t) \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\theta} &= 1 \cdot \Delta \omega(t) \\ \Delta \dot{\omega}(t) &= \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \theta} \right|_{op} \cdot \Delta \theta(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} \right|_{op} \cdot \Delta \omega(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial i_q} \right|_{op} \cdot \Delta i_q(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial i_d} \right|_{op} \cdot \Delta i_d(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial i_0} \right|_{op} \cdot \Delta i_0(t) + \\ &\quad + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial T'_l} \right|_{op} \cdot \Delta T'_l(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial V_q} \right|_{op} \cdot \Delta V_q(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial V_d} \right|_{op} \cdot \Delta V_d(t) + \left. \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial V_0} \right|_{op} \cdot \Delta V_0(t) \end{aligned}$$

Y así para el resto de las variables, haciendo todas las derivadas parciales y reemplazando en el punto de operación:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\theta}(t) \\ \Delta\dot{\omega}(t) \\ \Delta\dot{i}_q(t) \\ \Delta\dot{i}_d(t) \\ \Delta\dot{i}_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{b'_m}{J'_m}\right) & \frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_{af}}{J'_m} + \frac{3}{2} \frac{P_p (L_d - L_q)}{J'_m} i_{d_{op}}(t) & \frac{3}{2} P_p (L_d - L_q) i_{q_{op}}(t) & 0 \\ 0 & -\frac{P_p}{L_q} [\lambda_{af} + L_d i_{d_{op}}(t)] & -\left(\frac{R_s}{L_q}\right) & -\frac{L_d P_p}{L_q} \omega_{m_{op}}(t) & 0 \\ 0 & \frac{L_q P_p}{L_d} i_{q_{op}}(t) & \frac{L_q P_p}{L_d} \omega_{m_{op}}(t) & -\left(\frac{R_s}{L_d}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_s}{L_{ls}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta(t) \\ \Delta\omega(t) \\ \Delta i_q(t) \\ \Delta i_d(t) \\ \Delta i_0(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left(\frac{1}{J'_m}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T'_l(t) \\ \Delta V_q(t) \\ \Delta V_d(t) \\ \Delta V_0(t) \end{bmatrix}; \text{ Con un estado inicial genérico } \Delta\dot{X}_0 = \begin{bmatrix} \Delta\theta_0 \\ \Delta\omega_0 \\ \Delta i_{q_0} \\ \Delta i_{d_0} \\ \Delta i_{0_0} \end{bmatrix}$$

- a) Comparación del modelo global LPV con el modelo simplificado LTI para $i(t) \equiv 0$; evaluación para otras condiciones: $i_d(t) < 0$ (debilitamiento de campo), $i_d(t) > 0$ (reforzamiento de campo), etc.

Recordando el modelo LTI: $\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b'_m}{J'_m} & \frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_{af}}{J'_m} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_{af}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta \\ \omega_m \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J'_m} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q \\ T'_l \end{bmatrix}$

Se observa que los modelos coinciden, es decir el modelo simplificado LTI con la estrategia de control $i_d(t) \equiv 0$ es una instancia del modelo global LPV al considerar que $i_0 = 0$. En cualquier otro caso en donde $i_d(t) \neq 0$ el modelo global LPV representaría de forma completa al sistema.

Para ver como se modifica el comportamiento del sistema haciendo debilitamiento o refuerzo de campo, se puede observar la ubicación de los autovalores de la matriz A

1. hallar punto de operación:

$$\begin{cases} \omega_{m_{op}}(t) \cong cte \\ \frac{3}{2} \frac{P_p}{J'_m} [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_{d_{op}}(t)] i_{q_{op}}(t) - \frac{b'_m}{J'_m} \omega_{m_{op}}(t) - \frac{1}{J'_m} T'_{l_{op}}(t) \cong 0 \\ -\frac{R_s}{L_q} i_{q_{op}}(t) - [\lambda_{af} + L_d i_{d_{op}}(t)] \frac{P_p}{L_q} \omega_{m_{op}}(t) + \frac{1}{L_q} V_{q_{op}}(t) \cong 0 \\ -\frac{R_s}{L_d} i_{d_{op}}(t) + \frac{L_q P_p}{L_d} i_{q_{op}}(t) \omega_{m_{op}}(t) + \frac{1}{L_d} V_{d_{op}}(t) \cong 0 \\ \frac{1}{L_{ls}} V_{0_{op}}(t) - \frac{R_s}{L_{ls}} i_{0_{op}}(t) \cong 0 \end{cases}$$

Asumiendo: $i_d = 1A$, $i_{0_{op}} = 0$, $T'_{l_{op}} = 0,0049 \text{ N.m}$ (valor máximo), $V_q = 19.596 \text{ V}$

Se obtiene: $i_{q_{op}} = -0,1286A$, $\omega_{m_{op}} = -294$, $V_{d_{op}} = 0,3621V$

2. la matriz A del sistema queda:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6544 & 1.2948e+04 & -4.62e-4 & 0 \\ 0 & -11.4103 & -175.8621 & 1.0041e+03 & 0 \\ 0 & -0.3389 & -775.4074 & -154.5455 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1275 \end{bmatrix}$$

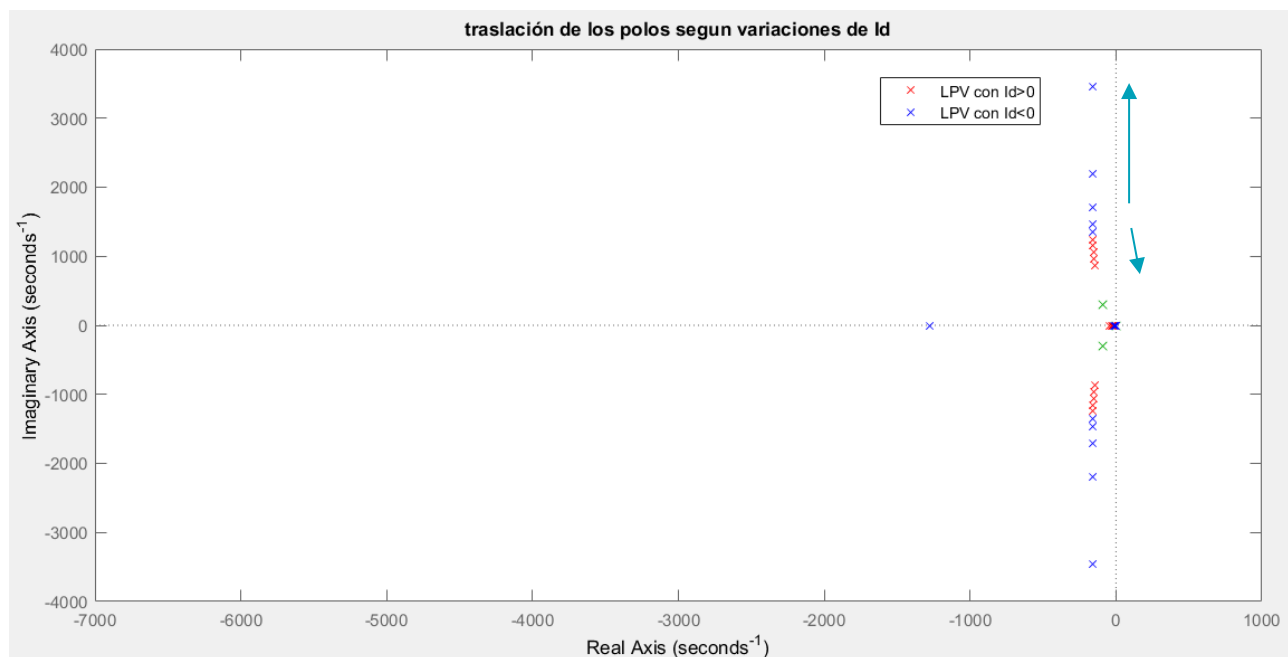
Ahora se repite el cálculo para debilitamiento de campo

Con: $i_d = -1 \text{ A}$, $i_{op} = 0$, $T'_{lop} = 0,0049 \text{ N.m}$ (valor máximo), $V_q = 19.596 \text{ V}$

Se obtiene: $i_{qop} = -0.2412 \text{ A}$, $\omega_{mop} = -727.9883$, $V_{dop} = -4.0759 \text{ V}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6544 & 11674,05 & -0,000868 & 0 \\ 0 & -4,58 & -175.8621 & 2485,20 & 0 \\ 0 & -0,63 & -1919,2 & -154.5455 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1275 \end{bmatrix}$$

En la gráfica se puede observar el desplazamiento de los polos al modificar la corriente en el eje directo.



En el caso del debilitamiento de campo $i_d(t) < 0$, se puede lograr una velocidad mayor que la máxima en condiciones normales, porque se desmagnetizan los polos y la máquina se embala; esto es similar al motor CC. Además hay una disminución del torque, por lo que si se usa esta configuración, no se debe aplicar una gran carga al eje. Mientras $i_d(t)$ se vuelve más negativa, los polos se van alejando del eje horizontal, y también se mueven hacia la izquierda. Aumenta su frecuencia.

En el caso del reforzamiento de campo $i_d(t) > 0$, se consigue una disminución de la velocidad y un aumento del torque. Esto se podría usar en el momento del arranque del motor, cuando se encuentra detenido, quizá si tiene una carga con gran coeficiente de fricción estática. Además, esta configuración produce un aumento de las corrientes en los bobinados por lo que debe utilizarse en breves periodos para no correr riesgos de sobrecalentamiento, y posiblemente pérdida de la aislación del cobre. En la gráfica se observa que mientras $i_d(t)$ crece, los polos del sistema se acercan hacia el eje horizontal.

C) Funciones de Transferencia

- las entradas son $V_q(t)$ y $T_l'(t)$, y la salida $\theta_m(t)$
- considerar el caso simplificado lineal (LTI)
- considerar $i_{dsr}(t) = 0$.
- Se busca expresar la salida $\theta_m(t)$ como una combinación lineal de las funciones de transferencia de las entradas. Esto es posible debido a que el sistema es lineal.

Volviendo al sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} J_m' \omega_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d(t)] i_q(t) - b_m' \omega_m(t) - T_l'(t) \quad (\text{A5}) \\ \theta_m(t) = \omega_m(t) \quad (\text{3.2}) \\ V_q(t) = R_s i_q(t) + L_q \frac{di_q(t)}{dt} + [\lambda_{af} + L_d i_d(t)] \omega_r(t) \quad (\text{3.6}) \\ V_d(t) = R_s i_d(t) + L_d \frac{di_d(t)}{dt} - L_q i_q(t) \omega_r(t) \quad (\text{3.7}) \end{array} \right.$$

Dado que $i_d(t) = 0$, no considerar la ecuación de $V_d(t)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_m' \dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2} P_p \lambda_{af} i_q(t) - b_m' \omega_m(t) - T_l'(t) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ L_q \dot{i}_q(t) = -R_s i_q(t) - \lambda_{af} P_p \omega_m(t) + V_q(t) \end{array} \right.$$

Aplicar transformada de Laplace:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_m' s \omega_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_{af} I_q(s) - b_m' \omega_m(s) - T_l'(s) \quad (\text{B1}) \\ s \theta_m(s) = \omega_m(s) \quad (\text{B2}) \\ L_q s I_q(s) = -R_s I_q(s) - \lambda_{af} P_p \omega_m(s) + V_q(s) \quad (\text{B3}) \end{array} \right.$$

Despejar de B3:

$$L_q s I_q(s) + R_s I_q(s) = -\lambda_{af} P_p \omega_m(s) + V_q(s)$$

$$(L_q s + R_s) I_q(s) = -\lambda_{af} P_p \omega_m(s) + V_q(s)$$

$$I_q(s) = \frac{1}{L_q s + R_s} [V_q(s) - \lambda_{af} P_p \omega_m(s)] \quad (\text{B4})$$

Reemplazar B4 en B1:

$$J_m' s \omega_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_{af} \left\{ \frac{1}{L_q s + R_s} [V_q(s) - \lambda_{af} P_p \omega_m(s)] \right\} - b_m' \omega_m(s) - T_l'(s)$$

$$J_m' s \omega_m(s) = \frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_{af}}{L_q s + R_s} V_q(s) - \frac{3 (P_p \lambda_{af})^2}{2 L_q s + R_s} \omega_m(s) - b_m' \omega_m(s) - T_l'(s)$$

$$\left[J_m' s + \frac{3}{2} \frac{(P_p \lambda_{af})^2}{(L_q s + R_s)} + b_m' \right] \omega_m(s) = \frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_{af}}{L_q s + R_s} V_q(s) - T_l'(s)$$

Multiplicar de ambos lados por $(L_q s + R_s)$:

$$\left[(J'_m s + b'_m)(L_q s + R_s) + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2 \right] s \theta_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_{af} V_q(s) - (L_q s + R_s) T'_l(s)$$

Simplificar el término entre corchetes que está a la izquierda de la igualdad:

$$\begin{aligned} \left[(J'_m s + b'_m)(L_q s + R_s) + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2 \right] &= \left[J'_m s L_q s + J'_m s R_s + b'_m L_q s + b'_m R_s + \frac{3(P_p \lambda_{af})^2}{2} \right] \\ &= \left[J'_m L_q s^2 + (J'_m R_s + b'_m L_q) s + b'_m R_s + \frac{3(P_p \lambda_{af})^2}{2} \right] \end{aligned}$$

Reemplazar:

$$\left[J'_m L_q s^2 + (J'_m R_s + b'_m L_q) s + b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2 \right] s \theta_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_{af} V_q(s) - (L_q s + R_s) T'_l(s)$$

Finalmente: $\theta_m(s) = G1 V_q(s) + G2 T'_l(s)$

$$G1(s) = \frac{\frac{3}{2} P_p \lambda_{af}}{\left[J'_m L_q s^2 + (J'_m R_s + b'_m L_q) s + b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2 \right] s}; \quad G2(s) = \frac{-(L_q s + R_s)}{\left[J'_m L_q s^2 + (J'_m R_s + b'_m L_q) s + b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2 \right] s}$$

Como se observa, ambas funciones tienen el mismo denominador es decir, los mismos polos. También se pueden obtener las funciones de transferencia usando MATLAB.

C) ANÁLISIS DE ESTABILIDAD A LAZO ABIERTO

- Considerar $i_{dsr}(t) = 0$

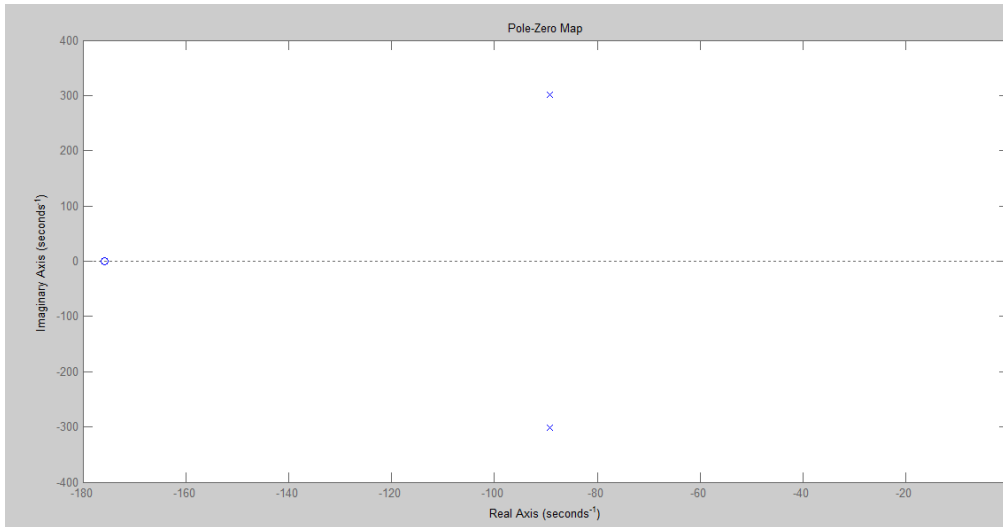
I. Determinar autovalores y ceros

A continuación se van a calcular los polos y ceros (valores numéricos y mapa en plano s) del modelo LTI.

De los denominadores de las funciones de transferencias se obtienen los polos del sistema y de los numeradores, los ceros. Ambas funciones de transferencia presentan los mismos polos, y además G2 presenta un cero. También se pueden obtener de los autovalores de la matriz A usando el método matricial.

Reemplazando valores se obtiene:

$$\begin{aligned} G1(s) &= \frac{0.1391}{6.555e-08 s^3 + 1.17e-05 s^2 + 0.006484 s}; \quad \text{polos1: } \begin{cases} -89.2582 + 301.573 * i \\ -89.2582 - 301.573 * i \\ 0 \end{cases} \\ G2(s) &= \frac{-0.0116 s - 2.04}{6.555e-08 s^3 + 1.17e-05 s^2 + 0.006484 s}; \quad \text{ceros2: } \{-175.8621\} \end{aligned}$$



II. Estabilidad

A continuación se va a determinar frecuencia natural y el amortiguamiento del modelo LTI. Observando la función de transferencia G_2 :

$$G_2 = \frac{-0.0116 s - 2.04}{(6.555 * 10^{-08} s^2 + 1.17 * 10^{-05} s + 0.006484) s}$$

- Polo 1: $P_1 = 0$

- Polo 2 y 3: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow P_{2,3} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a} \mp \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$

$$a = 2J'_m L_q; b = 2(J'_m R_s + b'_m L_q); c = 2b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2$$

$$P_{2,3} = -\frac{J'_m R_s + b'_m L_q}{4J'_m L_q} \mp \sqrt{\left(\frac{J'_m R_s + b'_m L_q}{2J'_m L_q}\right)^2 - \frac{2b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2}{2J'_m L_q}}$$

- Tipo de Respuestas posibles:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{J'_m R_s + b'_m L_q}{2J'_m L_q}\right)^2 - \frac{2b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2}{2J'_m L_q} &> 0 \\ &= 0 \\ &< 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Sobreamortiguado} \\ &\text{Amortiguamiento Critico} \\ &\text{Subamortiguado} \end{aligned}$$

El sistema es subamortiguado debido a que el termino dentro de la raíz (discriminante) es menor que cero.

Se sabe que:

$$P(s) = as^3 + bs^2 + cs = (as^2 + bs + c)s \text{ y } as^2 + bs + c = s^2 + \frac{b}{a}s + \frac{c}{a} = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

Por lo tanto:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{2b'_m R_s + \frac{3}{2}(P_p \lambda_{af})^2}{2J'_m L_q}} = 314,5047 \text{ rad/s} ; 2\xi\omega_n = \frac{b}{a} \Rightarrow \xi = \frac{b}{2a\omega_n} = \frac{J'_m R_s + b'_m L_q}{2J'_m L_q \omega_n} = 0,2838$$

Se concluye que el modelo lineal es estable, pues es un Sistema Subamortiguado y además dos polos están en el semiplano negativo de la frecuencia, y uno de ellos en el origen de coordenadas.

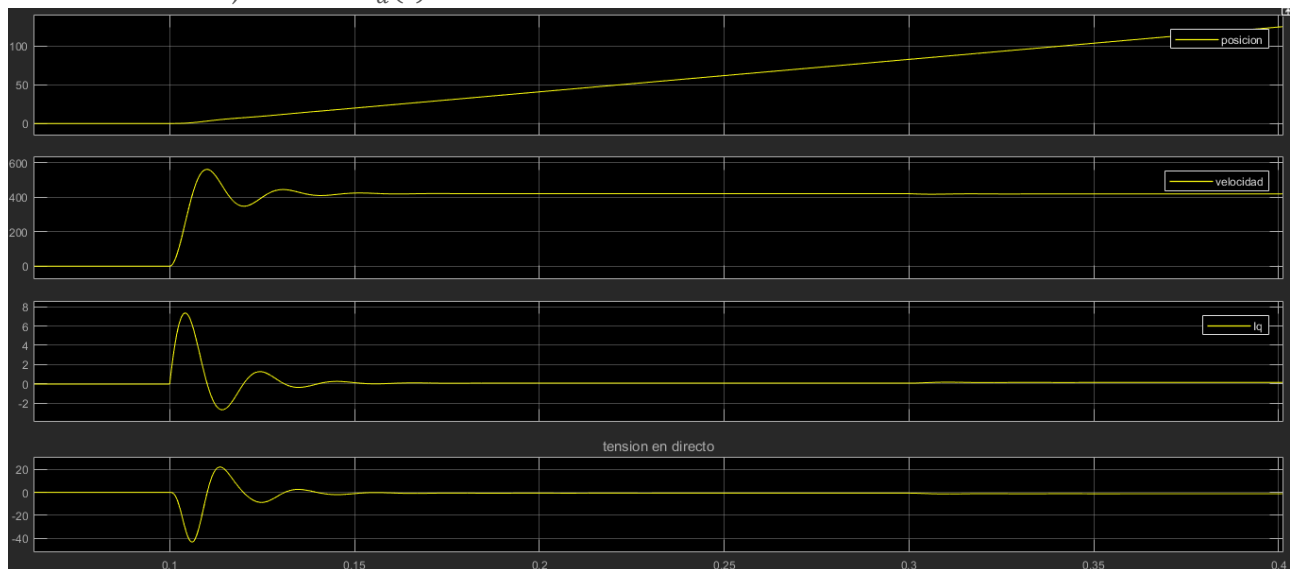
4) RESPUESTA DINÁMICA EN DOMINIO DEL TIEMPO

Se parte del principio de superposición, para $i_{dsr}(t) \equiv 0$, realimentando $V_d(t) = -L_q i_q P_p \omega_m$ junto con las transformaciones de Park para hacer esto posible, tal como se aprecia en el diagrama de bloques linealizado.

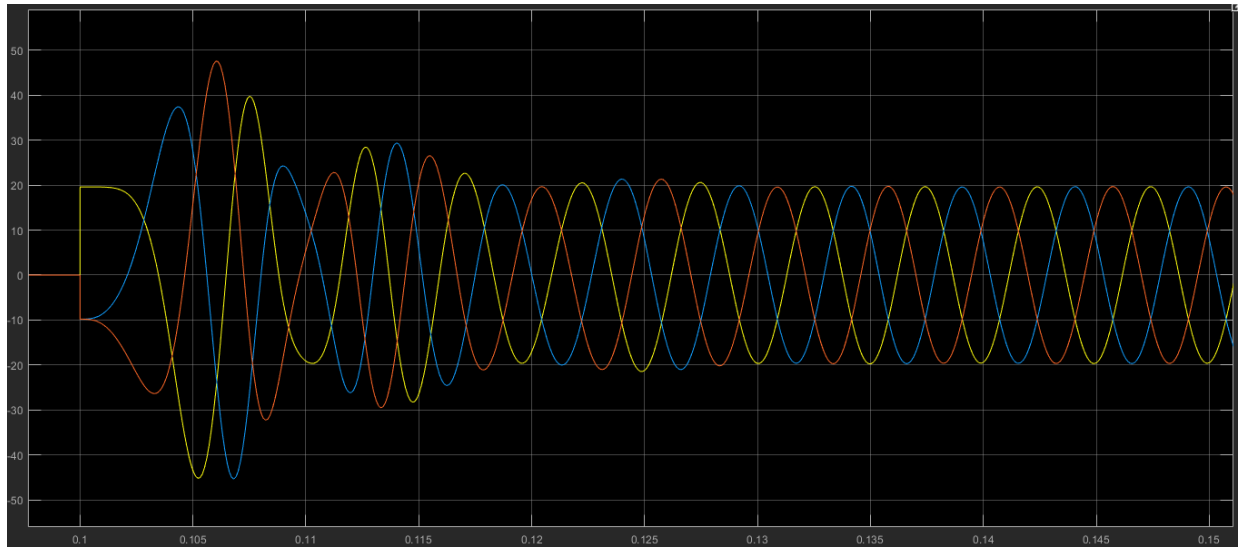
Respuesta del estado interno

- $\{\theta_m(t); \omega_m(t); i_{qrs}(t)\}$ junto con $V_d(t)$
- escalón de tensión de estator $V_q(t) = +19.596 V_{cc}$ en $t_{step1} = 0.1 \text{ s}$
- escalón de torque de carga $T_l(t) = +1.57 \text{ Nm}$ en $t_{step2} = 0.3 \text{ s}$

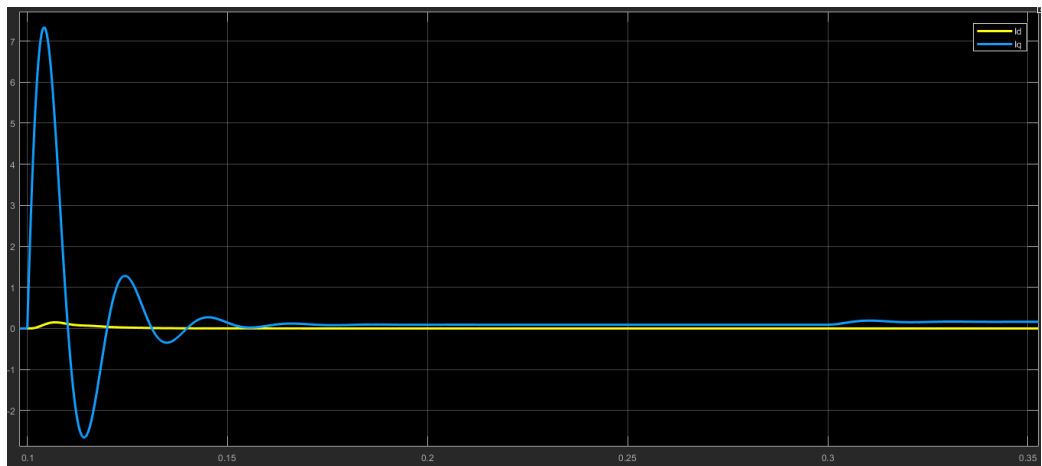
El estado interno junto con $V_d(t)$:



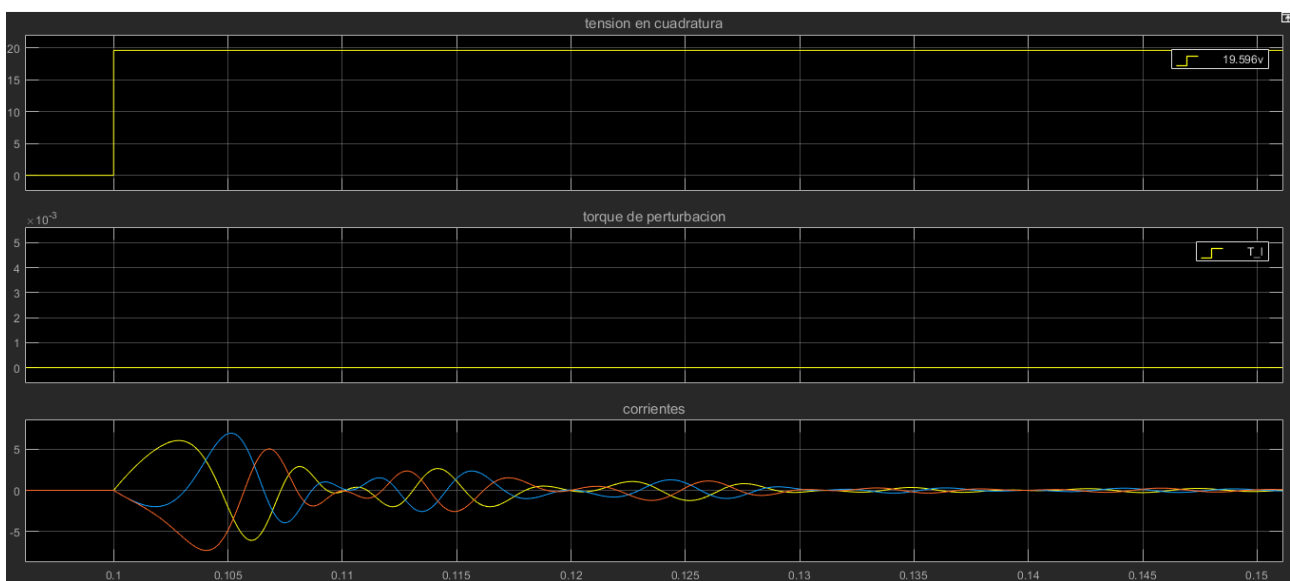
Las tensiones de fase resultan:



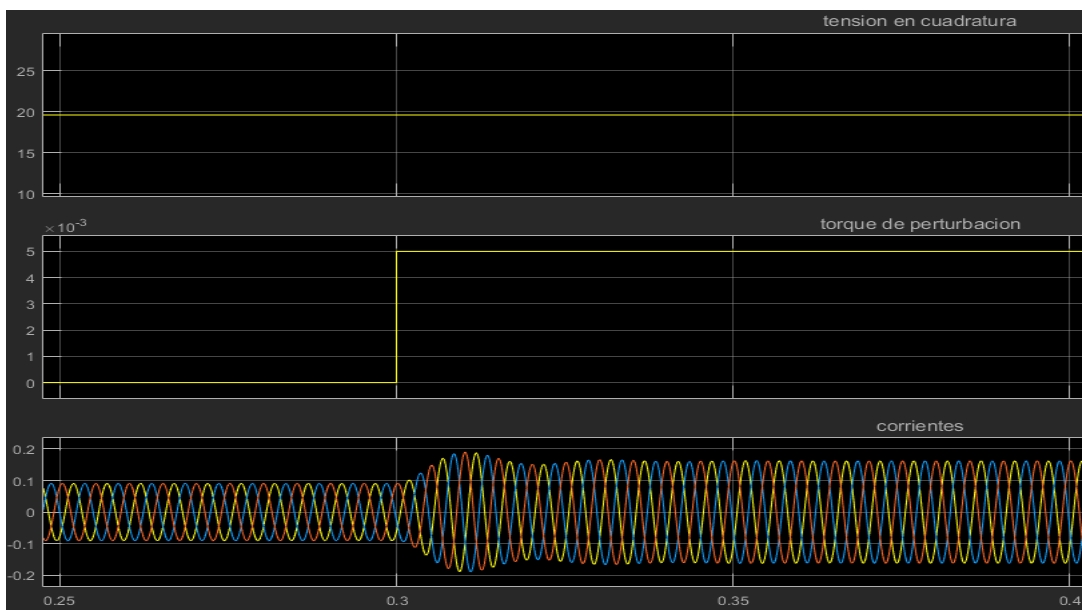
Corriente en cuadratura y en directo:



Corrientes de fase y tensión escalón:



Corrientes de fase y perturbación:



Parámetros de establecimiento

Los parámetros son: velocidad y corriente final de establecimiento, tiempos de crecimiento (10% al 90% de velocidad final), tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$), sobrepico de corriente.

- El valor de establecimiento de la **velocidad** angular es $419 \frac{rad}{s}$, crece del 10% ($41 \frac{rad}{s}$) al 90% ($377 \frac{rad}{s}$) de su valor final en $t = 0,106s - 0,1015s = 0,001s$
- la velocidad se establece (en un 1% de oscilación) a los 0,136s.
- la **corriente** en cuadratura se establece en 0,14 en 0,18s y con la perturbación en 0,24 en un 0,32s.
- el sobrepico máximo de corriente en cuadratura alcanza aprox. 7,32A.
- se observa, como es de esperarse, que la posición crece sin cota (el eje del motor gira).
- Cuando la máquina alcanza su estado estacionario, aún existe un cierto torque remanente, esto es para compensar las pérdidas por fricción.
- Si se le da una mayor tensión de alimentación, los picos son mayores, la corriente y la velocidad se estabilizan en valores mayores que los anteriores.

A) ANÁLISIS DE CONTROLABILIDAD

Se sigue considerando para $idsr(t) \equiv 0$ desde entrada manipulada $V_{qsr}(t)$. No se considerará la perturbación de la carga mecánica.

Un sistema es controlable [3] si se puede transferir desde cualquier estado inicial a cualquier otro estado mediante un vector de control no restringido, es decir, existe una ley de control que permite ubicar los polos del sistema en el plano de Laplace y llevarlos a cualquier posición deseada mediante una realimentación del estado a través de una adecuada matriz de ganancias de realimentación.

Si todos los estados son controlables, se dice que el sistema es de estado completamente controlable. Para que el sistema sea controlable el determinante de la matriz de controlabilidad tiene que ser distinto de cero.

Se usa el criterio de Kalman. Para un sistema $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$, la matriz de controlabilidad es $\mathcal{C} = [\mathbf{B} \mid \mathbf{AB} \mid \mathbf{A}^2\mathbf{B}]$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b'_m}{J'_m} & \frac{3Pp\lambda_{af}}{2J'_m} \\ 0 & -\frac{Pp\lambda_{af}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}$$

No se considera la perturbación $T'l$ porque no interesa saber si es controlable desde la perturbación, por lo tanto:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3Pp\lambda}{2J'_m L_q} \\ 0 & \frac{3Pp\lambda}{2J'_m L_q} & \frac{-3b'_m Pp\lambda}{2J'^2_m L_q} - \frac{3Pp\lambda R_s}{2J'_m L_q} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & \frac{-3(Pp\lambda)^2}{2J'_m L_q} + \frac{R_s}{L_q^3} \end{bmatrix} \Rightarrow \det(\mathcal{C}) = -\left(\frac{3Pp\lambda}{2J'_m L_q}\right)^2 * \frac{1}{L_q} \neq 0$$

Se concluye que el sistema es completamente controlable.

B) ANÁLISIS DE OBSERVABILIDAD

- Seguir considerando para $idsr(t) \equiv 0$.
- Analizar la observabilidad desde la salida medida $\theta_m(t)$.

Se dice que un sistema es observable [3] en el tiempo t_0 si, con el sistema en el estado $\mathbf{x}(t_0)$, es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito.

Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $\mathbf{x}(t_0)$ se determina a partir de la observación de $\mathbf{y}(t)$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_0 < t < t_1$. Por tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida. El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles a partir de variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible. En esta sección, se tratan sólo sistemas lineales e invariantes en el tiempo.

Para un sistema $\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} \end{cases}$, la matriz de observabilidad es $\mathcal{O} = [\mathbf{C} \mid \mathbf{CA} \mid \mathbf{CA}^2]^\text{T}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b'_m}{J'_m} & \frac{3Pp\lambda_{af}}{2J'_m} \\ 0 & -\frac{Pp\lambda_{af}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}$$

Si se considera la posición como variable de salida:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathcal{O}_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b'_m}{J'_m} & \frac{3Pp\lambda}{2J'_m} \end{bmatrix} \Rightarrow \det(\mathcal{O}_\theta) = \frac{3Pp\lambda}{2J'_m} \neq 0$$

Se concluye que el sistema es observable desde la posición.

Si ahora se considera la velocidad como variable de salida resulta:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathcal{O}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b'_m}{J'_m} & \frac{3Pp\lambda}{2J'_m} \\ 0 & \left(\frac{b'_m}{J'_m}\right)^2 - \frac{3(Pp * \lambda)^2}{2J'_m L_q} & -\frac{3b'_m Pp * \lambda}{2J'_m m^2} - \frac{3Pp\lambda R_s}{2J'_m L_q} \end{bmatrix} \Rightarrow \det(\mathcal{O}_\omega) = 0$$

El sistema no es observable desde la velocidad.

Esto matemáticamente se debe a que para obtener la posición a partir de la velocidad se debe hacer una integración. Al integrar es necesario sumar una *constante de integración*, que es desconocida (posición inicial), por lo tanto hay una familia de soluciones.

Finalmente se puede decir que ante la alternativa de medir velocidad con tacogenerador, o medir posición con encoder, se elige **medir posición con encoder**, porque desde la posición, el sistema es observable, y se podrán estimar los demás estados.

Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente

1) MODULADOR DE TORQUE EQUIVALENTE

Desacoplamiento de realimentaciones físicas y diseño de lazos de control

- control vectorial de corrientes $i_{dq0sr}(t)$
- lazos desacoplados de la velocidad

Primeramente se desacoplan las realimentaciones del eje en cuadratura que implican las caídas resistivas, $I_d \cdot R_s$, y la fuerza contra electromotriz $\omega_m \cdot P_p \cdot (\lambda + L_d i_d)$.

Luego se desacoplan en el eje directo, caída resistiva $I_q \cdot R_s$ y fuerza contra electromotriz $-\omega_m L_q i_q$

En el eje del neutro no hay fuerza contra electromotriz, por lo que solo se debería desacoplar la caída de tensión resistiva.

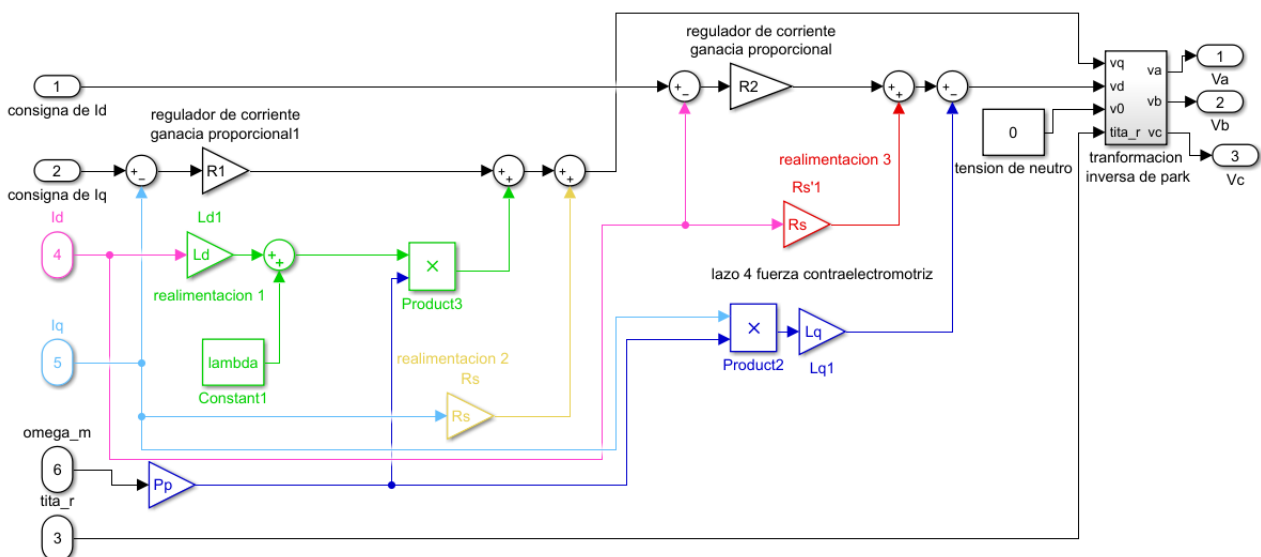
a) Control por manipulación de corriente

Como se ha propuesto desde el principio, se busca tener un sistema lineal, o sea $i_d(t) = 0$.

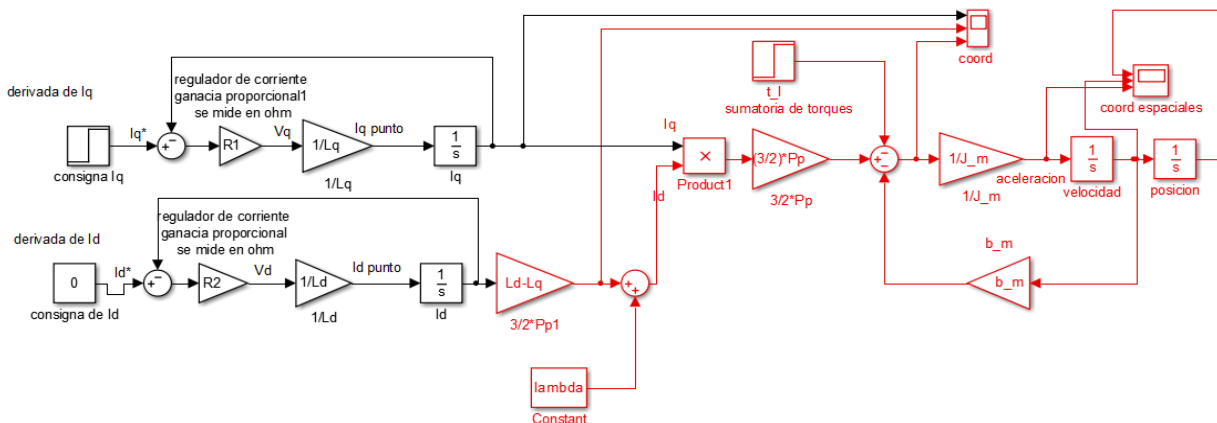
Se van a plantear dos controladores proporcionales solamente, uno para cada corriente. Los polos se ubican en $p_i = -5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ($BW \sim 796 \text{ Hz}$) para ambos casos.

A partir de la función de transferencia del sistema (entrada: consigna de corriente; salida: corriente controlada), se obtiene la ganancia proporcional para regular la corriente.

- El diagrama de bloques del controlador es el siguiente:



- Diagrama equivalente



$$\frac{di_q}{dt} = \frac{Rs}{Lq} (i_q^* - i_q), i_q^* \text{ es el valor consigna, } Rs \text{ es la ganancia buscada}$$

- Aplicando transformada de Laplace:

$$s Iq(s) = \frac{Rs}{Lq} (Iq(s)^* - Iq(s))$$

$$Iq(s) = \frac{1}{s \frac{Lq}{Rs} + 1} Iq(s)^*$$

$$G_I = \frac{1}{s \frac{Lq}{Rs} + 1}$$

- Igualar el denominador a cero: $s \frac{Lq}{Rs} + 1 = 0$
- El polo está ubicado en: $s = \frac{-Rs}{Lq}$

$$R_{s1} = -p1 * Lq = -\left(-5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) * 5.8 \text{ mH}$$

$$R_{s1} \cong 29 \text{ rad} * \text{H/s}$$

- Siguiendo el mismo razonamiento para el lazo de i_d obtenemos:

$$R_{s2} = -p2 * Ld = -\left(-5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) * 6.6 \text{ mH}$$

$$R_{s2} = 33 \text{ rad} * \text{H/s}$$

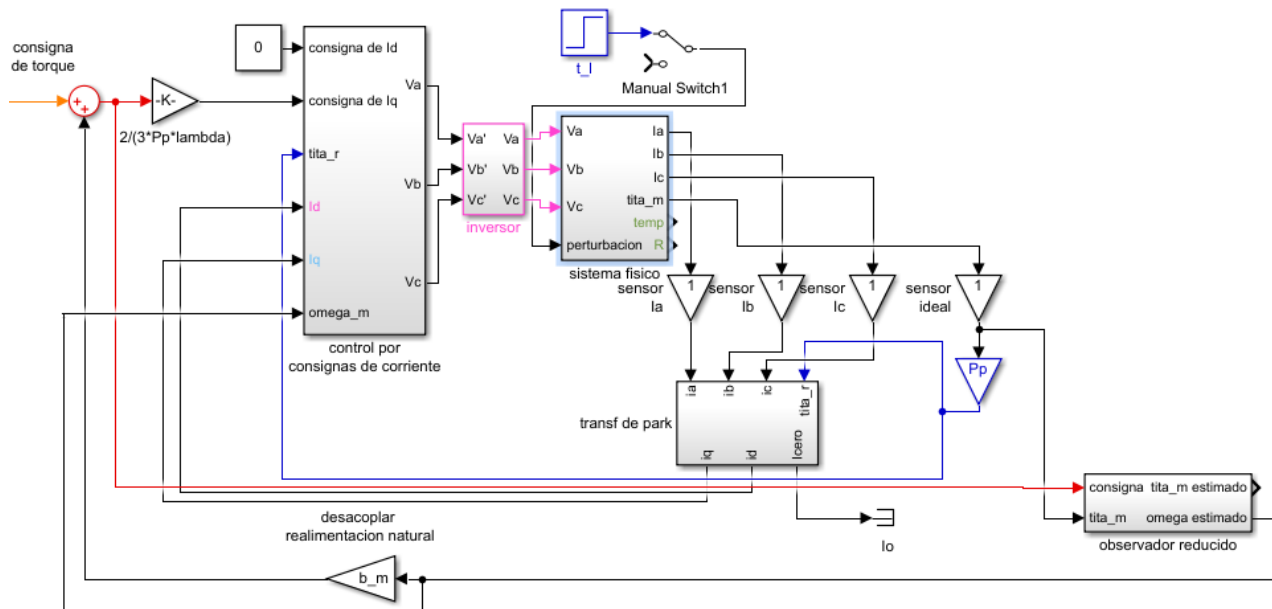
La unidad de estas ganancias resulta ser Ohm, por lo tanto se las puede imaginar como un valor de resistencia.

b) Incorporación de consigna de torque

Ahora el torque es la nueva variable manipulada. Para obtener el controlador de torque, se pone la consigna de $I_d = 0$, para poder trabajar con un sistema lineal, como se vio antes. Luego, a la

consigna de I_q se la multiplica por una constante, $\frac{2}{3 \cdot p \cdot p_{* \lambda}}$, que es necesaria para convertir la consigna de torque en consigna de corriente.

Es importante desacoplar el lazo natural que tiene al término de fricción equivalente, $\omega_m b'_m$



Con esta nueva configuración, es posible darle al sistema consignas de torque.

A partir de este momento, donde ya está planteado el controlador de torque, se puede decir que el sistema es equivalente a una máquina de CC.

2) CONTROLADOR EXTERNO DE MOVIMIENTOS DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

Se va a plantear un controlador PID con “acceso directo” a manipular el torque motor a través de la corriente I_q . Para ajustar los parámetros del PID se elige el método de sintonía serie [5], utilizando:

- $n = 2.5$ ($2 < n < 4$ para tener gran amortiguamiento, y robustez)
- $\omega_{pos} = 800 \frac{rad}{s}$
- valores nominales de J_l y b_l

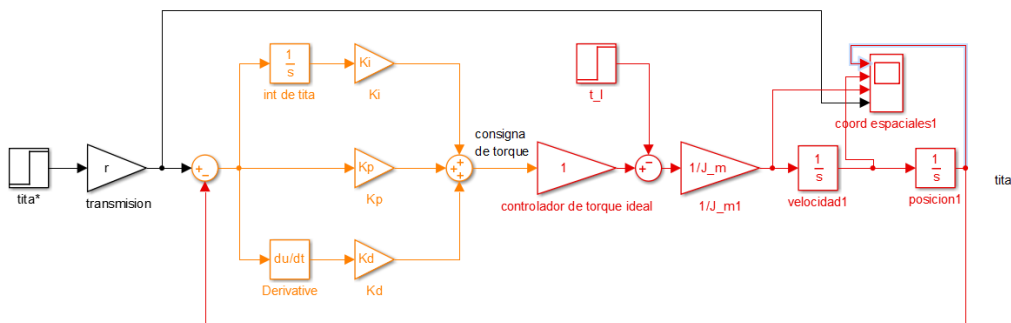
El método de sintonía serie parte de la hipótesis de que los tres polos del controlador tienen la misma frecuencia natural. Se toma una separación equidistante en escala logarítmica de las frecuencias de corte:

$$\begin{cases} \omega_{int_pos} = n \cdot \omega_{pos} \\ \omega_{vel} = \frac{1}{n} \omega_{pos} \end{cases}$$

Para el PID se **realimenta la posición registrada por el encoder**. Esto no es lo óptimo ya que es necesario derivar para obtener la velocidad, para la parte derivativa del controlador, y la derivación amplifica los posibles errores de medición. Sería deseable obtener la velocidad y solo utilizar integradores. Más adelante se verá el uso de observadores de Estado.

Diagrama de bloques

Sistema equivalente desacoplado, junto con el control PID:



- Planteando la ecuación diferencial del sistema anterior en el dominio de Laplace (ecuación de torques), recordar que se considera la ganancia del controlador de torque igual a 1:

$$J'_m s^2 \theta = -T'_l + \left(\frac{Ki}{s} + Kp + sKd \right) * (\theta^* - \theta)$$

En el miembro de la derecha está la diferencia entre la posición deseada (consigna) y la posición real

- Despejar theta:

$$(J'_m s^3 + Kds^2 + Kps + Ki)\theta = -T'_l s + (Kds^2 + Kps + Ki)\theta^*$$

- Se obtienen funciones de transferencia para la consigna de posición y la perturbación (torque de carga):

$$\theta = \frac{Kd s^2 + Kp s + Ki}{J'_m s^3 + Kd s^2 + Kp s + Ki} \theta^* - \frac{s}{J'_m s^3 + Kd s^2 + Kp s + Ki} T'_l$$

$$\theta = \frac{0.0113 s^2 + 9.042 s + 2893}{5.651 \cdot 10^{-6} s^3 + 0.0113 s^2 + 9.042 s + 2893} \theta^* - \frac{s}{5.651 \cdot 10^{-6} s^3 + 0.0113 s^2 + 9.042 s + 2893} T'_l$$

Ubicar polos y determinar los parámetros correspondientes.

- Igualar el denominador de las funciones de transferencia al polinomio que tiene los polos deseados:

$$J'_m s^3 + Kd s^2 + Kp s + Ki = J'_m (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)$$

- Como el polinomio característico es de tercer grado, un polo debe ser real, suponemos que $P_1 = -\omega_{pos}$ [5].

$$J'_m s^3 + Kd s^2 + Kp s + Ki = J'_m (s + \omega_{pos})(s^2 + 2 \zeta \omega_{pos} s + \omega_{pos}^2)$$

$$P_1 = -\omega_{pos} = -\frac{800,00 \text{ rad}}{s}$$

$$P_{2,3} = s^2 + 2 \zeta \omega_{pos} s + \omega_{pos}^2$$

Por el método de sintonía serie el amortiguamiento es: $\zeta = \frac{n-1}{2} = 0,75$

$$s^2 + 2(0,75) * 800 s + 800^2 = 0$$

$$P_2 = -599,99 - 529,15i \cong -600 + 529,15i$$

$$P_3 = -599,99 + 529,15i \cong -600 - 529,15i$$

Estos son los nuevos polos del sistema.

- Aplicando distributiva al miembro derecho de la ecuación anterior:

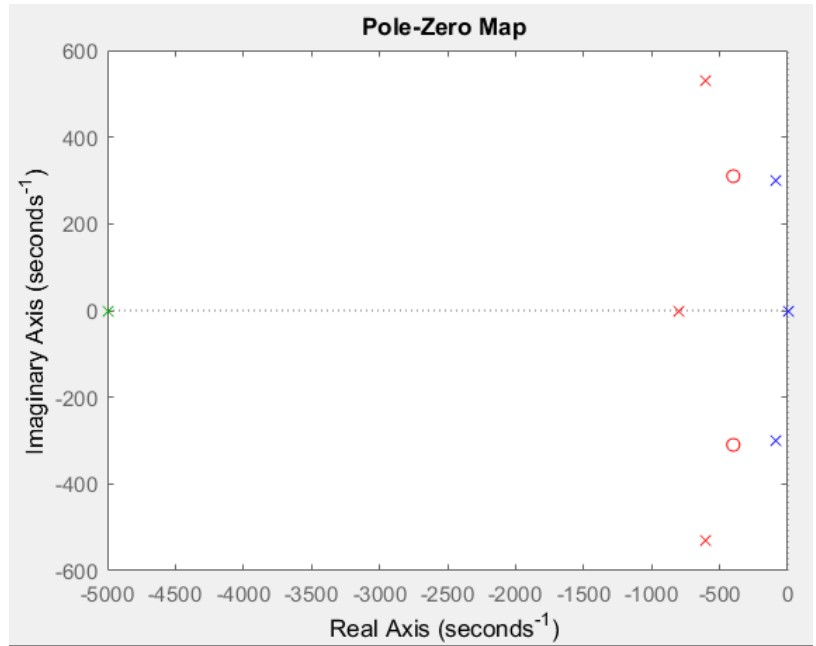
$$J'_m s^3 + Kd s^2 + Kp s + Ki = J'_m s^3 + J'_m (2\zeta + 1) \omega_{pos} s^2 + J'_m (2\zeta + 1) \omega_{pos}^2 s + J'_m \omega_{pos}^3$$

Comparando los términos semejantes de cada miembro se pueden hallar las ganancias proporcional, integral y derivativa (tener en cuenta que por definición $n = 2\zeta + 1$):

$$\left\{ \begin{array}{l} Kd = J'_m (2\zeta + 1) \omega_{pos} = J'_m n \omega_{pos} = 5.6509 \cdot 10^{-6} \cdot 2,5 \cdot 800 = 0.011301989536093 \frac{N \cdot s}{m} \\ Kp = J'_m (2\zeta + 1) \omega_{pos}^2 = J'_m n \omega_{pos}^2 = Kd \omega_{pos} = 9.041591628874022 \frac{N}{m} \\ Ki = J'_m \omega_{pos}^3 = 2893.3 \frac{N}{m \cdot s} \end{array} \right.$$

$J_m \approx 3.1 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $J_l \approx (0.2520 \pm 0.1260) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $J'_m = J_m + \frac{J_l}{r^2} = 5.6509 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, Se toma el valor nominal de cada parámetro

Gráfica en el plano s donde se comparan los polos del controlador con los originales de la planta y el del regulador de corriente. Verde: regulador de corriente; azul: lazo abierto; rojo: PID.



Variación extrema de parámetros

Se va a evaluar la influencia de la variación de los parámetros de carga J_l y bl , es decir, la migración de los polos

$$J_l \approx (0.2520 \pm 0.1260) \text{ kg.m}^2$$

$$bl = (0 \pm 0,0630) \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}}$$

	$J_l = 0.3780$		$J_l = 0.1260$	
	$bl = 0,0630$	$bl = -0,0630$	$bl = 0,0630$	$bl = -0,0630$
Polos lazo abierto	$-89.0599 \pm 269.783i$ 0	$-88.9678 \pm 269.754i$ 0	$-89.718 \pm 346.011i$ 0	$-89.5722 \pm 345.975i$ 0
ξ en lazo abierto	0.3134	0.3134	0.2509	0.2506

Se puede observar de la tabla anterior que cuando varían los parámetros dentro de los rangos vistos, los polos del sistema no migran notablemente, por lo que la dinámica del sistema se mantiene.

3) INCORPORACIÓN DE OBSERVADOR DE ESTADO

Introducción

Observador de estado: Un observador de estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control. Por lo tanto, los observadores de estado pueden diseñarse si y sólo si se satisface la condición de observabilidad.

- Sea el sistema definido mediante

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

El observador es un subsistema que permite reconstruir el vector de estado de la planta. El modelo matemático del observador es básicamente el mismo que el de la planta, salvo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones en las matrices A y B y la falta del error inicial. El error de estimación o error de observación es la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El error inicial es la diferencia entre el estado inicial y el estado estimado inicial. De esta forma, se define el modelo matemático del observador como:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + BU(t) + K_e[y(t) - \bar{y}(t)] \\ \bar{y}(t) = C\bar{x}(t) \end{cases}$$

Donde \bar{x} es el estado estimado y $C\bar{x}$ es la salida estimada. Las entradas al observador son la salida y y la entrada de control u . La matriz K_e , que se llama matriz de ganancia del observador, es una matriz de ponderación al término de corrección que involucra la diferencia entre la salida medida y y la salida estimada $C\bar{x}$. Este término corrige de forma continua la salida del modelo y mejora el comportamiento del observador.

Como regla general, los polos del observador deben ser de dos a cinco veces más rápidos que los polos del controlador para asegurarse de que el error de observación (error de estimación) converja a cero rápidamente. Prestar especial atención si la salida del sistema es ruidosa, en este caso la acción del observador estará contaminada y no debe influir mucho al sistema. La elección de la mejor matriz K_e se resuelve como un compromiso entre velocidad de respuesta rápida y sensibilidad frente a perturbaciones y ruidos.

Diseño del Observador

Se va a diseñar un Observador de Estados de orden reducido, sólo para la parte mecánica de este controlador, que estime la Posición y la Velocidad a partir de sensor de posición. No es necesario estimar las corrientes, ya que se dispone de sensores de corriente para el lazo del modulador de torque.

Para no interferir demasiado con el controlador de estado, se van a ubicar los dos polos del observador reales iguales en $p_{1,2} = -3200 \frac{rad}{s}$. (Se sugiere que sean 2 a 5 veces más rápido que los polos del controlador)

El observador no considera la realimentación de viscosidad porque ya está desacoplada en la consigna del modulador de torque.

- Las ecuaciones del sistema desacoplado equivalente son:

$$\begin{cases} J'_m \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - \cancel{b_{mm}^* \omega_m(t)} = T_m(t) \\ \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \end{cases}$$

- Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J'_m \end{bmatrix} T_m$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}$$

- Se sabe que las ecuaciones del observador[3] son:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + BU(t) + K_e[y(t) - \bar{y}(t)] \\ \bar{y}(t) = C\bar{x}(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = [A - K_e C]\bar{x}(t) + BU(t) + K_e y(t) \\ \bar{y}(t) = C\bar{x}(t) \end{cases}$$

- Ahora se define: $K_e = \begin{bmatrix} K_\theta \\ K_\omega \end{bmatrix}$
- Resolviendo para la primera ecuación del observador:

$$[A - K_e C] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_\theta \\ K_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_\theta & 1 \\ -K_\omega & 0 \end{bmatrix}$$

- Se desea encontrar la matriz K_e que tiene las ganancias del observador:

$$|sI - (A - K_e C)| = \begin{vmatrix} s + K_\theta & -1 \\ K_\omega & s \end{vmatrix} = (s + K_\theta)(s) + K_\omega = s^2 + (K_\theta)s + (K_\omega)$$

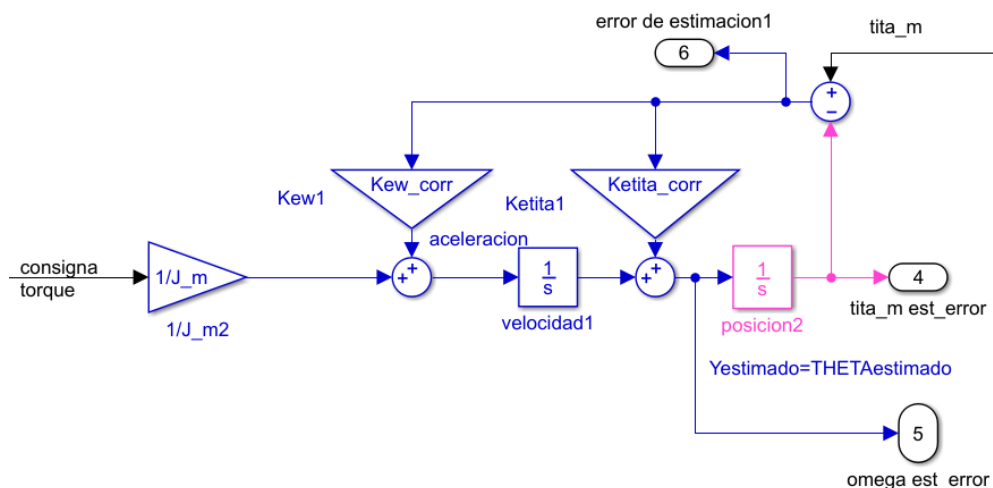
- Igualando esta última expresión al polinomio característico deseado:

$$s^2 + (K_\theta)s + (K_\omega) = (s - p_1)(s - p_2) = (s - P_{obs})^2 = (s + 3200)^2$$

- Si ahora se igualan los coeficientes de las potencias iguales de s en ambos miembros, se pueden determinar los valores de K_e

$$s^2 + (K_\theta)s + (K_\omega) = s^2 + 6400s + 10240000 \Rightarrow \begin{cases} K_\theta = 6400 \frac{rad}{s} \\ K_\omega = 10240000 \frac{rad^2}{s^2} \end{cases}$$

Diagrama de bloques del observador



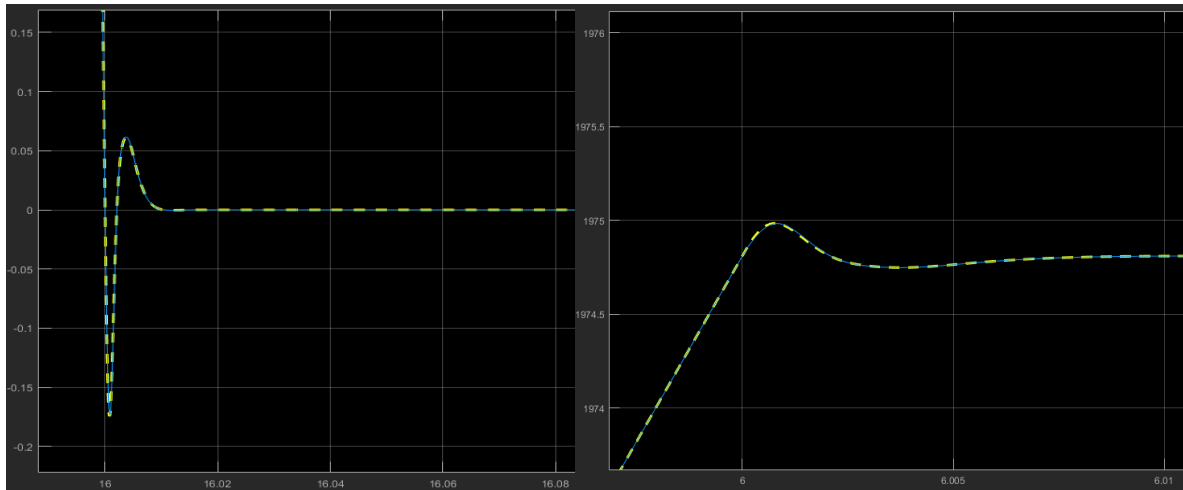
En este momento ya se puede realimentar la velocidad en vez de la posición, y de esta manera sólo se usan integradores en el controlador PID, esto es más conveniente que usar bloques derivadores para reducir errores numéricos.

4) SIMULACIÓN

a) Consignas de posición

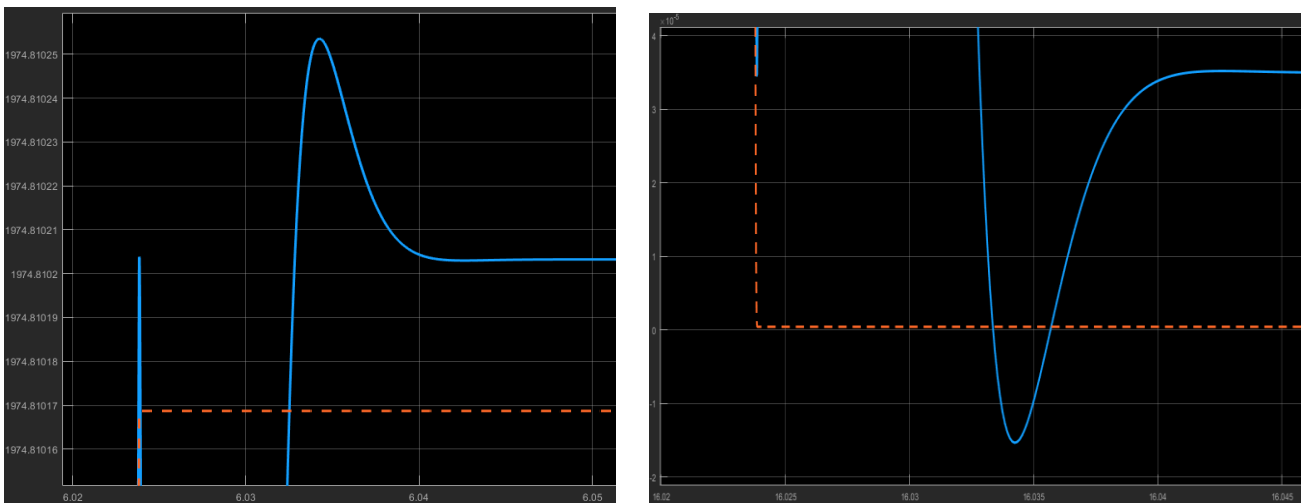
Se propone simular el sistema y que siga consignas de posición trapezoidales. Se da una consigna con pendiente de 5 rad/s. Es importante tomar la realimentación de corriente del observador de estados después del sumador de K_{etita} , de esta manera el sistema no presenta deriva.

Se observan pequeñas oscilaciones en los puntos angulares de la consigna de posición.

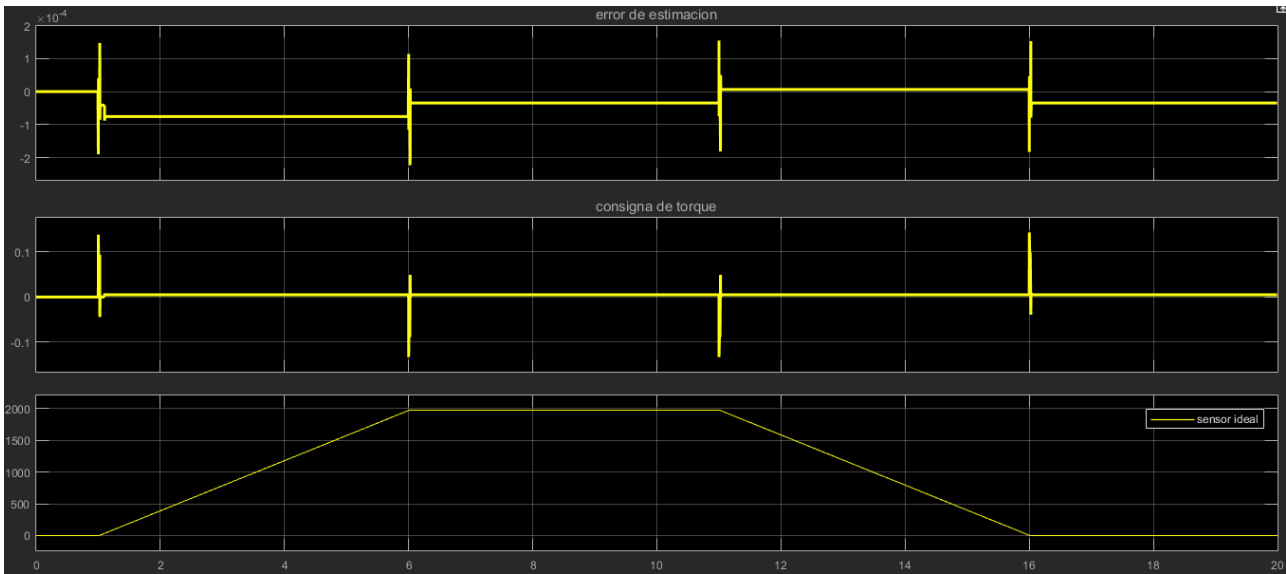


b) Rechazo a perturbaciones

Al aplicar el torque de carga nominal (perturbación), se observa un error de estado estacionario del orden de 10^{-3} rad al llegar al valor máximo del trapezio de posición, y 10^{-5} rad al volver a la posición inicial. Al modificar el momento de inercia de la carga al mínimo y máximo esperables no se notan grandes cambios en las gráficas de posición.

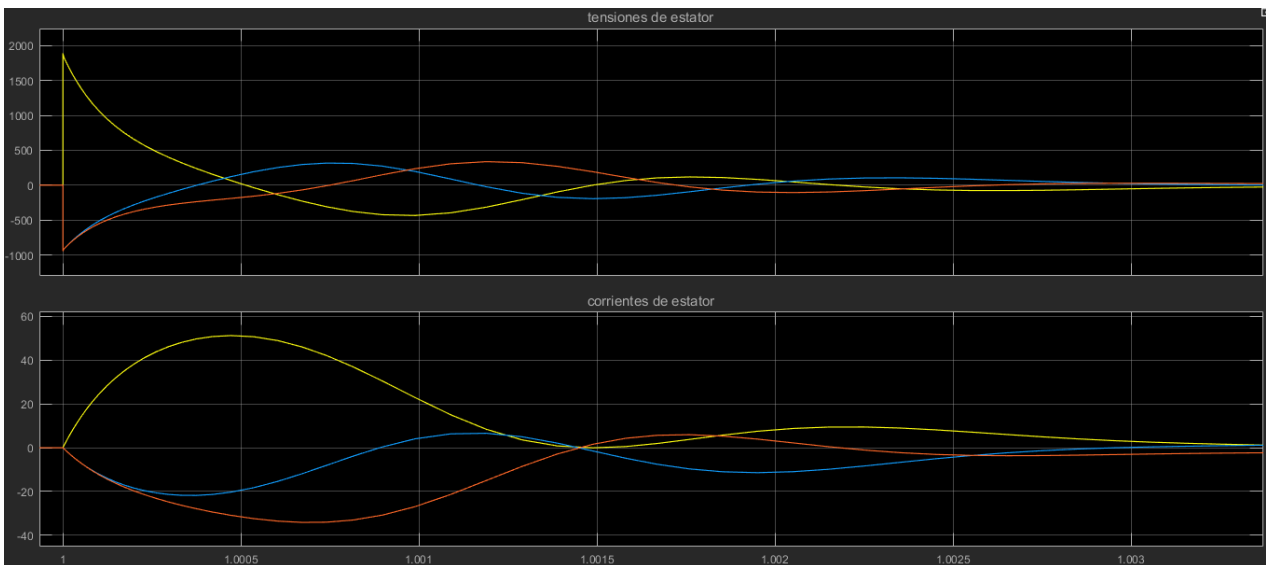


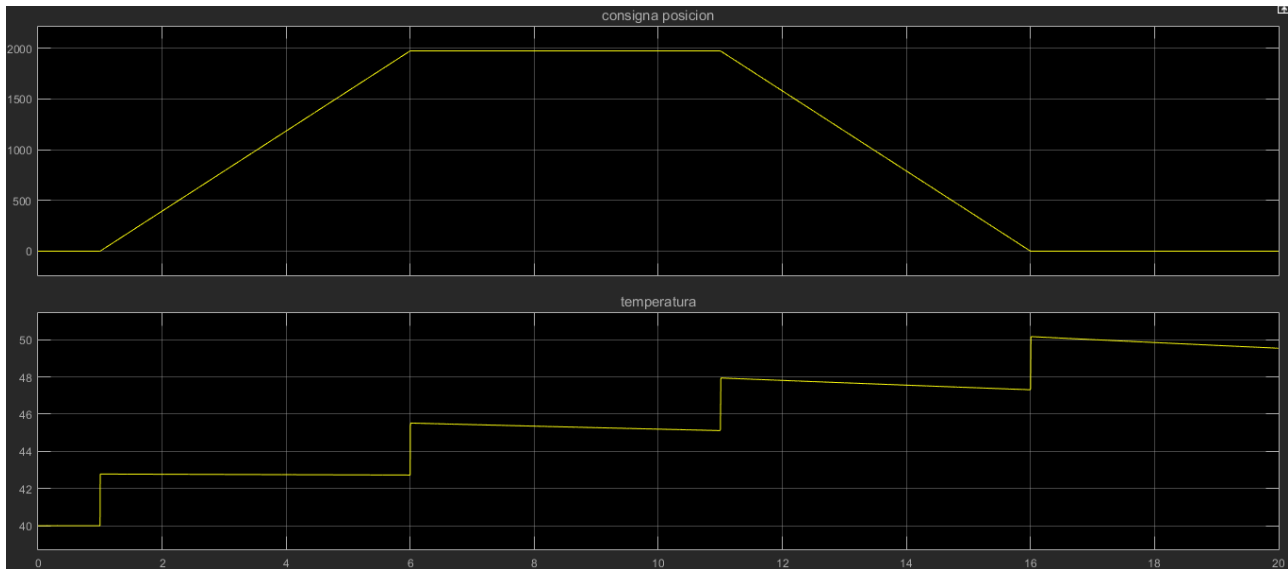
El observador de estados tiene error de estimación de régimen permanente cuando se le da al sistema la perturbación escalón. Cuando el torque de perturbación desaparece el observador converge al valor real de la posición. Esto es porque el modelo del observador no considera la carga mecánica.



c) Verificar si se superan las especificaciones

Al dar la consigna de posición en $t = 1s$ se observan picos de tensión que llegan a los 2000V aprox., la consigna de torque llega a 5 $N.m.$, y las corrientes del estator a 50A. Estos valores están por encima de los límites. La temperatura da saltos de 3° en cada pico de corriente partiendo de la T° ambiente, no genera problemas.

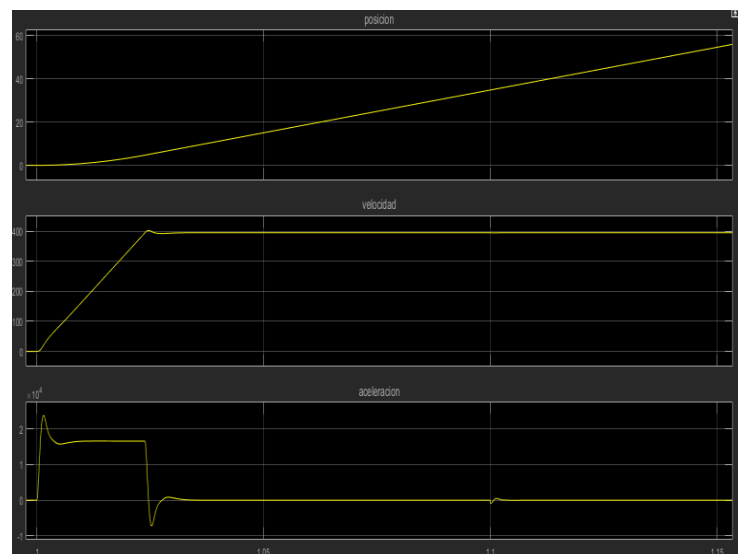
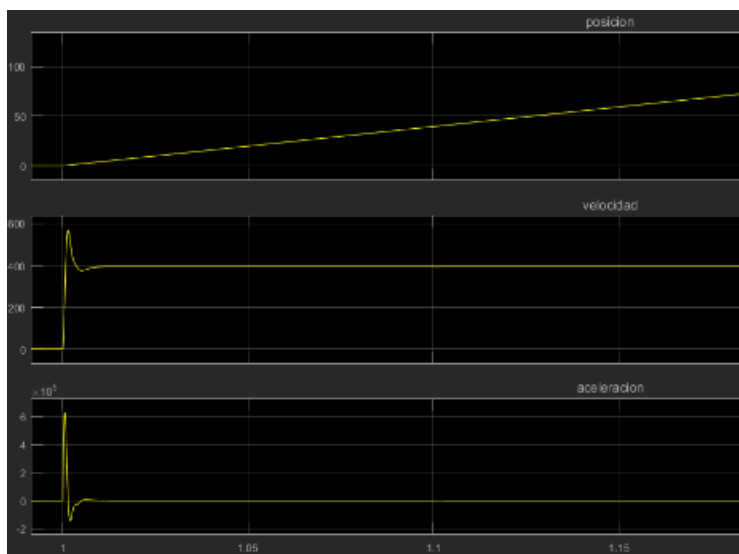
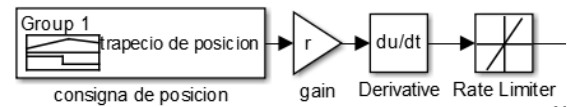




Proponer modificación: consigna de velocidad

Dado que durante las simulaciones se ven picos mayores que los valores permisibles de la máquina es necesario modificar la consigna a seguir. Las aceleraciones son muy grandes, pues en los puntos de inflexión del trapecio de posición corresponde un impulso de aceleración de magnitud infinita (aunque en la máquina las aceleraciones no pueden ser infinitas).

Para evitar estos impulsos de aceleración que implican impulsos de torque, se propone limitar la aceleración, generando una función rectangular de duración finita, en vez de los impulsos (pulsos de aceleración). Como la aceleración es la pendiente de la función de velocidad, se plantea utilizar el bloque que limita la tasa de cambio (“Rate Limiter”) en la consigna de velocidad que se obtiene al derivar el trapecio de posición. En la figura de la derecha se observa el rectángulo de aceleración.



En las figuras se observa antes y después de utilizar el *Rate Limiter*.

Determinación de la aceleración máxima que admite la máquina

El torque máximo según las especificaciones es:

- Torque pico de la caja reductora(salida): $T_q \text{ max} = 29.42 \text{ N.m}$
- Corriente pico: $I_s \text{ max} = 2A \text{ CA rms}$ (corta duración, aceleración)
- Velocidad nominal (salida): $\dot{q}_{nom} = 2,2 \text{ rad/s}$, en el eje rápido: $\omega_m = \dot{q}_{nom} \cdot r = 2,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} * 314,3008 = 691 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

El torque electromagnético es: $T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af} + (L_d - L_q) i_d(t)] i_q(t)$

Pero $i_d(t) = 0 \Rightarrow T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_{af}] i_q(t)$

De la transformación de Park: $i_{as} = \cos(\theta) i_q + i_0 \Rightarrow |i_a| = |i_q| = 2,0 \text{ A}$ (Corriente pico)

El torque resulta $T_m(t) = \frac{3}{2} * 3 * 0,01546 * 2 = 0,139 \text{ N.m}$

Este torque supera las especificaciones de la reductora ($T_{m \text{ max}}(t) = \frac{T_q}{r} = \frac{29.42 \text{ N.m}}{314,3008} = 0,0936 \text{ N.m}$)

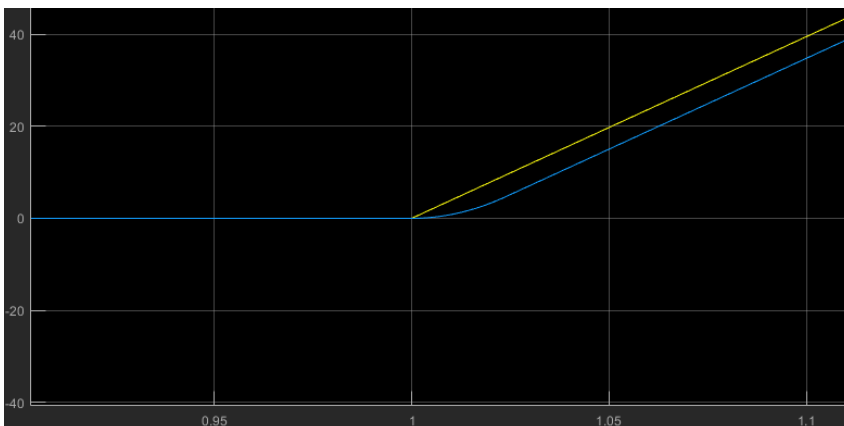
Entonces con este torque máximo se calcula una corriente: $i_{q \text{ max}} = \frac{2}{3} \frac{T_m}{P_p \lambda_{af}} = 1,351A$

De la ecuación del subsistema mecánico, que incluye los parámetros equivalentes, se calcula aceleración:

$$\omega_m(t) = \frac{1}{J'_m} (T_m(t) - b'_m \omega_m(t) - T'_l(t)) = 16563 - 0,01 - 0,050 = 16562 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Así se pueden limitar los grandes cambios en aceleración introducidos por el perfil trapezoidal. Esto suaviza el perfil de posición.

En la figura se puede observar cómo queda el nuevo perfil de posición, comparado con el trapecio.



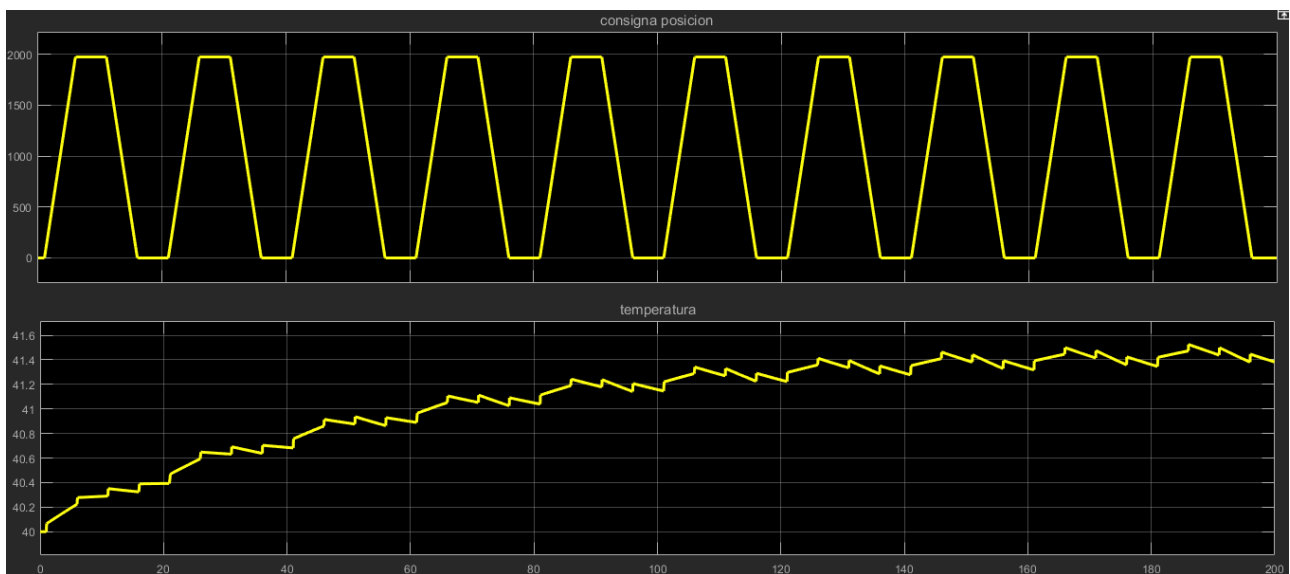
Simulación Final

- La velocidad de salida se mantiene en 1,25 rad/s, debajo del máximo permitido (se podría aumentar hasta llegar a 2 rad/s).
- La velocidad alcanza los 400 rad/s, verifica (máximo 691 rad/s).
- Las tensiones pico a pico rondan los 20V (máximo 24V RMS), también verifican.

Comportamiento térmico del motor

Se va a verificar si la temperatura del bobinado está dentro de los valores admisibles para operaciones repetitivas con el ciclo de operación especificado anteriormente.

Se simuló el sistema con una sucesión de consignas, y se observa que el motor se mantiene dentro de los parámetros de temperatura permitidos. Para temperatura inicial de 40°, se estabiliza cerca de 41° luego de 10 ciclos de operación.



Conclusiones

Se diseñó el sistema de control a lazo cerrado, y se verificó mediante la simulación que la consigna pedida es seguida y a la vez que la estimación del observador es correcta.

Inicialmente las consignas de posición eran seguidas, pero las restricciones de valores máximos no se cumplían. Por esto, fue necesario modificar el controlador. Se pretendía que la máquina lograra impulsos de aceleración. La alternativa propuesta fue hacer que las aceleraciones sean rectangulares y así suavizar el perfil de posición. Al hacer estos cambios se mejoró notablemente el desempeño de la máquina y se logró mantener bajo especificación.

Al variar algunos parámetros de la máquina se verificó que el controlador es robusto, ya que admite ciertas variaciones naturales que suceden durante la vida útil de la misma.

Se destaca que la simulación es un factor importante del proyecto ya que permite visualizar de una manera más cercana a la realidad el funcionamiento del sistema. Se pueden variar todos los parámetros del sistema y estudiar su comportamiento, sin riesgos para el equipo real.

A futuro se puede ampliar este trabajando incorporando las demás articulaciones del robot Scara.

Anexo: Ejes directo y en cuadratura

El estudio del comportamiento de las máquinas sincrónicas se simplifica al considerar dos ejes ficticios denominados eje directo y eje en cuadratura, que giran solidarios al rotor a la velocidad de sincronismo [2] [7] (ver figura):

- El eje directo es aquel que se define en la dirección Norte-Sur del rotor, con su origen en el centro magnético y en dirección hacia el Norte.
- El eje en cuadratura tiene el mismo origen que el anterior pero su dirección es perpendicular a éste.

Las corrientes por ambos enrollados ficticios (I_d e I_q) están desfasadas en 90° eléctricos y la suma de ambas es equivalente a la corriente por fase en los enrollados reales.

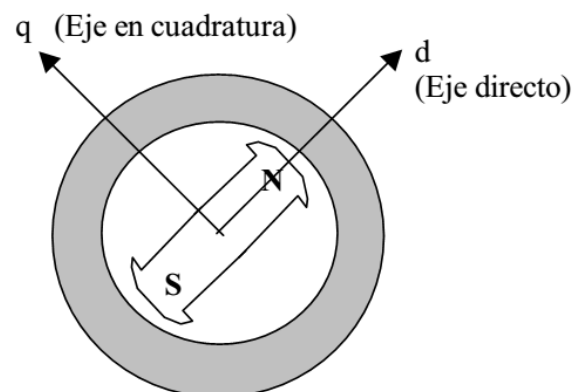
El uso de estos enrollados ficticios permite simplificar el análisis de las máquinas sincrónicas. En particular, en el caso de la máquina con rotor cilíndrico que posee una geometría simétrica es posible establecer un circuito eléctrico equivalente para definir el comportamiento de esta máquina. En el caso del rotor de polos salientes, si bien no se puede esquematizar el comportamiento de la máquina a través de un circuito eléctrico equivalente, el empleo de los ejes directo y en cuadratura contribuye a simplificar notablemente el desarrollo analítico y las ecuaciones debido a que permite independizarse del ángulo de posición entre el rotor y los ejes de las fases.

Por otra parte, **la transformación de Park permite tratar a la máquina de Corriente Alterna como una máquina de Corriente Continua equivalente.**

CORRIENTE DIRECTA NULA

La corriente que la máquina absorbe de la red para producir el flujo rotante varía mucho según el recorrido del flujo a través del rotor [4].

Esa corriente alcanza el valor mínimo si el flujo recorre el rotor según el eje directo, siendo este el recorrido de mínima reluctancia; y alcanza el valor máximo si en cambio el rotor está recorrido según el eje en cuadratura, en este caso el rotor presenta al flujo la máxima reluctancia. Consecuentemente en las máquinas sincrónicas de polos salientes se deben considerar necesariamente dos distintas reactancias sincrónicas: la primera, corresponde al mínimo valor de corriente absorbida, se denomina comúnmente reactancia sincrónica directa y se la indica con X_d , puesto que el flujo recorre el rotor según el eje directo; la segunda, corresponde al valor máximo de la corriente absorbida, y se la denomina reactancia sincrónica en cuadratura y se indica con X_q por analogía con la anterior.



Referencias

- [1] <http://catedra.ing.unlp.edu.ar/electrotecnia/controlm/electronica/archivos/apuntes/observadores.pdf>
- [2] https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2009/2/EL42C/1/material_docente/bajar?id_material=247062
- [3] Ingeniería de control moderna, Katsuhiko Ogata, 5º ed, PEARSON EDUCACIÓN, S.A, 2010
- [4] <https://catedra.ing.unlp.edu.ar/electrotecnia/sisprot/Libros%202007/libros/cme/vol-09/1capit18/cap-18a.htm>
- [5] Apuntes de la Cátedra.
- [6] <https://www.mathworks.com>
- [7] Sensorless Field Oriented Control of a PMSM, Jorge Zambada, Microchip, 2010