

examen bundel



Meer dan alleen oefenexamens

Nu bij je boek
mijn.examenbundel.nl
Online oefenen, video's en meer

2024 | 2025

vwo

Natuurkunde



examen
bundel >

Slim leren, zeker slagen



Slim leren, zeker slagen met Examenbundel!

Oefenopgaven, samenvattingen, woordjes,
examentips en inspiratie: op examenbundel.nl
vind je alles om je optimaal voor te bereiden
op je examens.

#ikgazekerslagen #geenexamenstress examenbundel.nl

examenbundel.nl

examen bundel



Meer dan alleen oefenexamens

2024 | 2025

R. Slooten
L. van Rooyen
M.H. Overbosch

vwo

Natuurkunde



Colofon

Auteurs

R. Slooten

L. van Rooyen

M.H. Overbosch

Vormgeving binnenwerk

Maura van Wermeskerken, Apeldoorn

Opmaak

Crius Group, Hulshout

Redactie

Lineke Pijnappels, Tilburg

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt slimme flexibele leeroplossingen met een persoonlijke aanpak. Voor elk niveau en elke manier van leren. Want niemand is hetzelfde.

We combineren onze kennis van content, leerontwerp en technologie, met onze energie voor vernieuwing. Om met en voor onderwijsprofessionals grenzen te verleggen. Zo zijn we samen de motor voor verandering in het primair, voortgezet en beroepsonderwijs.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

Boek ISBN 978 90 06 37236 6

Pakket ISBN 978 90 06 65061 7

Eerste druk, eerste oplage, 2024

©ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2024

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.

Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.

Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Zo werk je met deze Examenbundel

De eerste stap om vol vertrouwen je examen voor dit vak in te gaan heb je gezet! Deze Examenbundel is namelijk de beste voorbereiding, omdat je oefent met echte examenopgaven. Kijk hoe het werkt.

De indeling van het boek

Je Examenbundel bestaat uit verschillende delen:

- **De oriëntatietoets:** krijg snel een eerste indruk hoe je scoort op de verschillende examenonderwerpen.
- **Deel 1 - Oefenen op onderwerp:** oefen gericht met examenopgaven over de onderwerpen die jij lastig vindt.
- **Deel 2a - Examens met uitwerkingen:** oefen met hele examens met heldere uitleg van onze ervaren examendocenten.
- **Deel 2b - Examen 2024-I:** doe de generale repetitie voor het echte examen. De antwoorden en uitwerkingen staan op mijnexamenbundel.nl.

Hints en uitwerkingen

HINTS

Weet je niet hoe je een vraag moet aanpakken? Dan zijn er hints om je op weg te helpen.

UITWERKINGEN

Kijk de vragen na met de uitwerkingen. Daarin staat het juiste antwoord. Maar belangrijker: je krijgt duidelijke uitleg waarom dit het juiste antwoord is en hoe je daar komt.

Zo oefen je én leer je tegelijk!

Online oefenen met Mijn Examenbundel

Bij dit boek hoort een online omgeving: mijnexamenbundel.nl. Het boek en Mijn Examenbundel werken met elkaar samen.



Maak de balans op**Leren en oefenen****Ook handig****Boek**

- oriëntatietoets maken
- hele examens maken

- examenopgaven oefenen per onderwerp

- onderwerpregister

Mijn Examenbundel

- nakijken oriëntatietoets
- nakijken hele examens

Je scores worden bewaard!

- uitlegvideo's per onderwerp
- extra examenopgaven per onderwerp

Je ziet je voortgang!

- overzicht van de examenstof
- hulpmiddelen
- examentips

Alle belangrijke info bij elkaar!

Om optimaal gebruik te maken van boek én website, verwijst het boek op handige plekken naar mijnexamenbundel.nl.

Voorbeeld

 Wil je weten hoe je de toets hebt gemaakt? De antwoorden staan op mijnexamenbundel.nl. Vul je punten in en bekijk je score per onderwerp. Je scores worden bewaard.

**Activeer direct je code voor Mijn Examenbundel**

Ga nu naar mijnexamenbundel.nl en maak meteen je account aan. Met de activatiecode die je per mail hebt ontvangen of via de ELO van je school, heb je toegang tot alle extra's die bij je boek horen.

Gebruik ook Samengevat

Wil jij je nog beter voorbereiden op het eindexamen? Combineer **Examenbundel** dan met **Samengevat** - alle examenstof kort en bondig in één boek.

Heel veel succes!

Namens team Examenbundel heel veel succes met je examens! #slimlereniszakerslagen

Heb je een vraag of opmerking over deze Examenbundel? Ga dan naar examenbundel.nl/contact.

Opmerking

De overheid stelt de regels op voor het examen. Bijvoorbeeld wat de examenonderwerpen zijn, welke hulpmiddelen je mag gebruiken en wanneer het examen is. De auteurs en uitgever hebben deze Examenbundel met grote zorg samengesteld. Soms veranderen de regels van de overheid echter of worden er nieuwe afspraken gemaakt over wat die regels betekenen. Raadpleeg daarom altijd je docent of onze website www.examenbundel.nl voor actuele informatie die voor jouw examen van belang is.

Inhoud

7 Tips: hoe maak je examenopgaven bij natuurkunde?

Oriëntatietoets

11 Opgaven

Deel 1

Oefenen op onderwerp

1 Vaardigheden (domein A)

21 Opgaven

29 Hints en uitwerkingen

2 Informatie-overdracht (domein B1)

33 Opgaven

43 Hints en uitwerkingen

3 Medische beeldvorming (domein B2)

49 Opgaven

57 Hints en uitwerkingen

4 Kracht en beweging (domein C1)

63 Opgaven

75 Hints en uitwerkingen

5 Energie en wisselwerking (domein C2)

84 Opgaven

92 Hints en uitwerkingen

6 Gravitatie (domein C3)

99 Opgaven

107 Hints en uitwerkingen

7 Elektrische systemen (domein D1)

114 Opgaven

123 Hints en uitwerkingen

8 Elektrische en magnetische velden (domein D2)

130 Opgaven

138 Hints en uitwerkingen

9 Elektromagnetische straling en materie (domein E2)

146 Opgaven

153 Hints en uitwerkingen

10 Quantumwereld (domein F1)

160 Opgaven

167 Hints en uitwerkingen

Deel 2a
**Examens met
uitwerkingen**

Examen 2021-I

- 175 Opgaven
190 Hints en uitwerkingen

Examen 2022-I

- 198 Opgaven
215 Hints en uitwerkingen

Examen 2022-II

- 225 Opgaven
241 Hints en uitwerkingen

Examen 2023-I

- 251 Opgaven
269 Hints en uitwerkingen

Examen 2023-II

- 277 Opgaven
291 Hints en uitwerkingen

Deel 2b
Examen 2024-I

- Examen 2024-I**
301 Opgaven

Bijlagen

- Cijferbepaling**
Onderwerpregister

Tips: hoe maak je examenopgaven bij natuurkunde?

Bij het op de juiste manier oplossen van een probleem doorloop je in het algemeen drie stappen: de voorbereiding, de uitvoering en een controle.

Voorbereiding



- Kijk eerst vluchtig alle opgaven door en begin met de opgaven die je vertrouwd voorkomen.
- Ga na hoeveel tijd gemiddeld beschikbaar is per opgave. Probeer te voorkomen dat je te lang met een bepaalde vraag bezig blijft en daardoor weinig punten scoort bij andere vragen.
- Lees de tekst van de gekozen opgave rustig en nauwkeurig. Onderstreep of markeer hierbij aanwijzingen, begrippen, formules, getallen e.d. die van belang kunnen zijn. Deze informatie is dan bij het beantwoorden van de vragen snel terug te vinden.
- Lees elke vraag nauwkeurig en ga na welke informatie je nodig denkt te hebben om de vraag te kunnen beantwoorden. Zoek die informatie op in de tekst van de opgave, of in Binas of ScienceData.
- Begin pas aan de uitvoering, wanneer je de aanpak van het vraagstuk overziet.

Uitvoering



- Reserveer op je papier voor elke opgave voldoende ruimte. Je werk wordt daardoor overzichtelijker en je kunt je antwoord makkelijker aanvullen.
- Schrijf alle tussenstappen overzichtelijk op, zodat zichtbaar wordt hoe je tot je antwoord bent gekomen.
- Indien om uitleg wordt gevraagd, mag die niet ontbreken.
- Schrijf bij twijfel altijd iets op (behalve als je zelf al kunt beoordelen dat je antwoord nergens op slaat).

Controle



- Lees de vraag nog eens over. Is hij volledig beantwoord?
- Vind je het gevonden antwoord zinnig (klopt bv. de orde van grootte)? Zo niet, probeer je denk- of rekenfout op te sporen of maak daarover tenminste een opmerking!
- Is de juiste eenheid vermeld?
- Is de afronding van een verkregen waarde in overeenstemming met de vraagstelling?

!

Oriëntatietoets

Hoe zou je het nu al doen op een examen? De oriëntatietoets geeft je een eerste indruk.



Oriëntatietoets

Vijftig meter vlinderslag

Lees de onderstaande tekst.

De vlinderslag:

Bij de vlinderslag moet je beide armen tegelijk gebruiken. Je maakt met je armen wel enorme halen: boven water naar voren, onder water naar achteren.

Je benen maken dolfijn-achtige bewegingen.



Bij een wedstrijd mag je vanaf de start de eerste vijftien meter onder water zwemmen. De rest van de afstand moet bij voorkeur bestaan uit een geheel aantal slagen, zodat je met de armen gestrekt naar voren de finish aantikt.

Joep traint voor de vijftig meter vlinderslag. Bij een van zijn trainingen horen de volgende gegevens:

- Na de afzet zwemt hij onder water tot 15,0 m vanaf het startpunt. Hiervoor heeft hij 6,80 s nodig.
- Daarna maakt hij een aantal gelijke slagen met een slagfrequentie van 0,833 Hz en een slaglengte van 2,50 m.

- 3p 1 Bereken de tijd die Joep voor deze 50,0 meter nodig heeft.

Joep wil een snellere tijd halen en wil gaan trainen op een hogere slagfrequentie van 0,880 Hz en een slaglengte van 2,40 m.

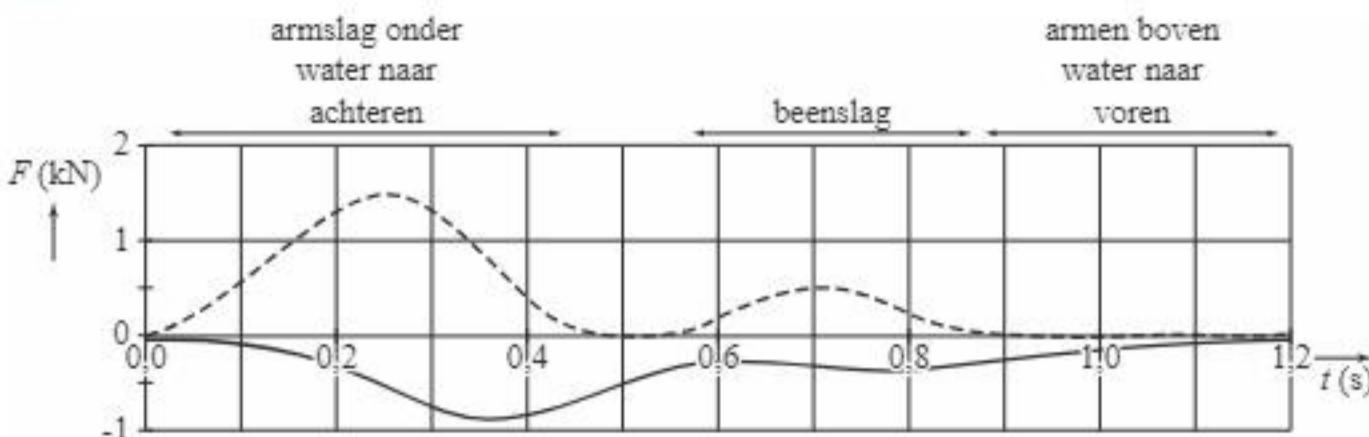
Joep doet hierover twee beweringen:

- Mijn slagfrequentie neemt relatief meer toe dan dat mijn slaglengte afneemt.
- Op deze manier zwem ik zeker een snellere tijd.

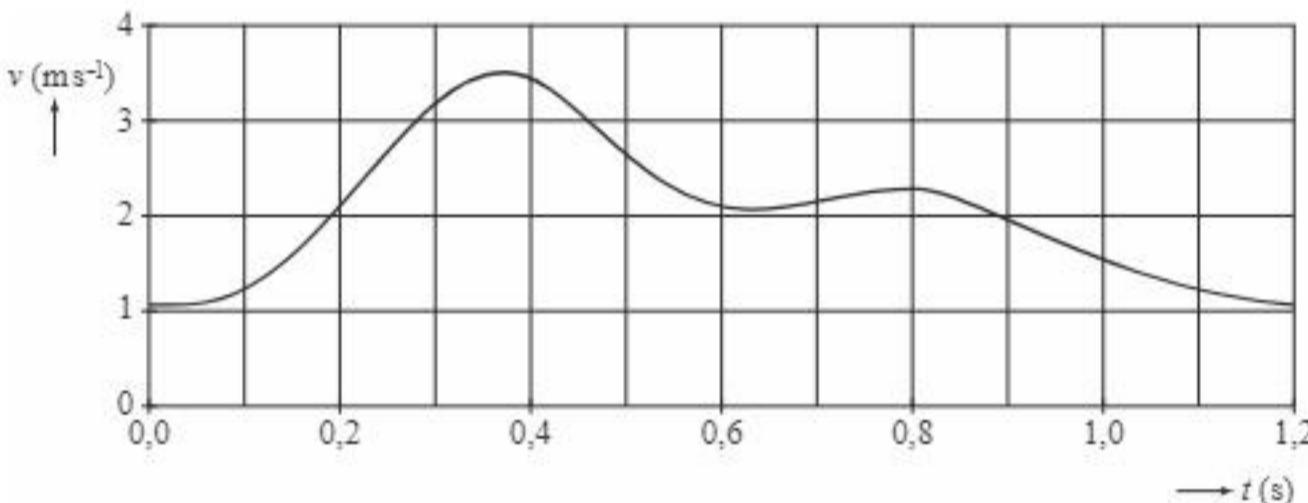
- 4p 2 Leg voor beide beweringen afzonderlijk met behulp van berekeningen uit of ze waar zijn.

In figuur 1 staat het verloop van de voortstuwingsskracht en de weerstandskracht tijdens één zwemslag. In figuur 2 staat het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van de zwemmer.

figuur 1



figuur 2



Het tijdstip waarop de snelheid maximaal is, valt later dan het tijdstip waarop de voortstuwingsskracht maximaal is.

- 2p **3** Verklaar dit.

De weerstandskracht is in goede benadering alleen afkomstig van het water. Deze kracht is evenredig met het kwadraat van de snelheid van de zwemmer. In formulevorm: $F_w = kv^2$.

- 3p **4** Bepaal de evenredigheidsconstante k met de bijbehorende eenheid.

De zwemmer verricht de meeste arbeid in de eerste 0,5 s. De arbeid die hij tussen $t = 0$ s en $t = 0,5$ s verricht, is (ongeveer) gelijk aan:

- a 0,09 kJ
- b 0,3 kJ
- c 0,9 kJ
- d 3,0 kJ

- 3p **5** Welke van deze antwoorden is juist? Licht je antwoord toe op basis van schattingen.

Tokamak

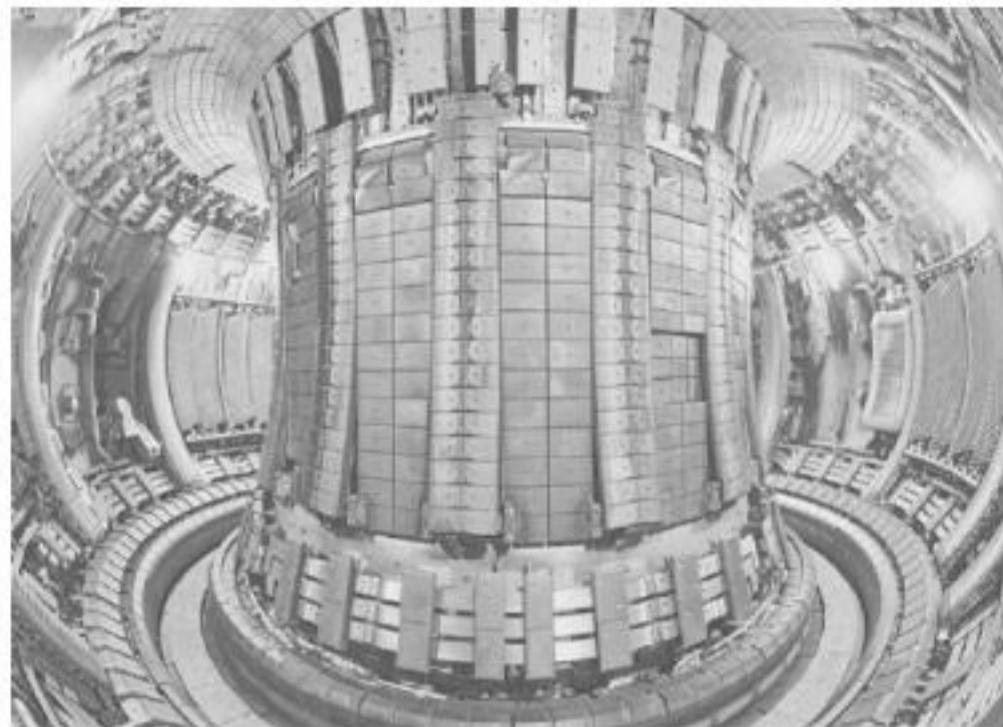
Lees onderstaand artikel.

Een Tokamak is een kernfusiereactor waarin met behulp van een magnetisch veld een plasma kan worden opgesloten. Zo'n plasma bestaat uit atoomkernen en vrije elektronen.

In een Tokamak wordt kernfusie bestudeerd, met als uiteindelijk doel een economisch rendabele energiebron te krijgen.

Kernfusie kan alleen optreden als het plasma heet genoeg is, de dichtheid hoog genoeg is en de opluittijd lang genoeg is.

Het woord Tokamak is afkomstig uit het Russisch: **тороидальная камера с магнитными катушками**, hetgeen betekent: torusvormige ruimte met magnetische spoelen.



In het plasma vindt kernfusie plaats. Hierbij ontstaan een heliumkern en een neutron uit de fusie van een deuteriumkern (${}^2_1\text{H}$) en een tritiumkern (${}^3_1\text{H}$).

Deuterium komt voor in zeewater. De oceanen bevatten voldoende deuterium om de totale wereldbevolking miljarden jaren van energie te voorzien bij de huidige energiebehoefte.

Tritium komt nauwelijks voor in de natuur. Tritium wordt verkregen door lithium-6-kernen te beschieten met neutronen. Bij deze reactie komt naast één tritiumkern nog één ander deeltje vrij.

- 3p** **6** Geef de kernreactievergelijking voor de productie van tritium uit lithium-6.

Satelliet

Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

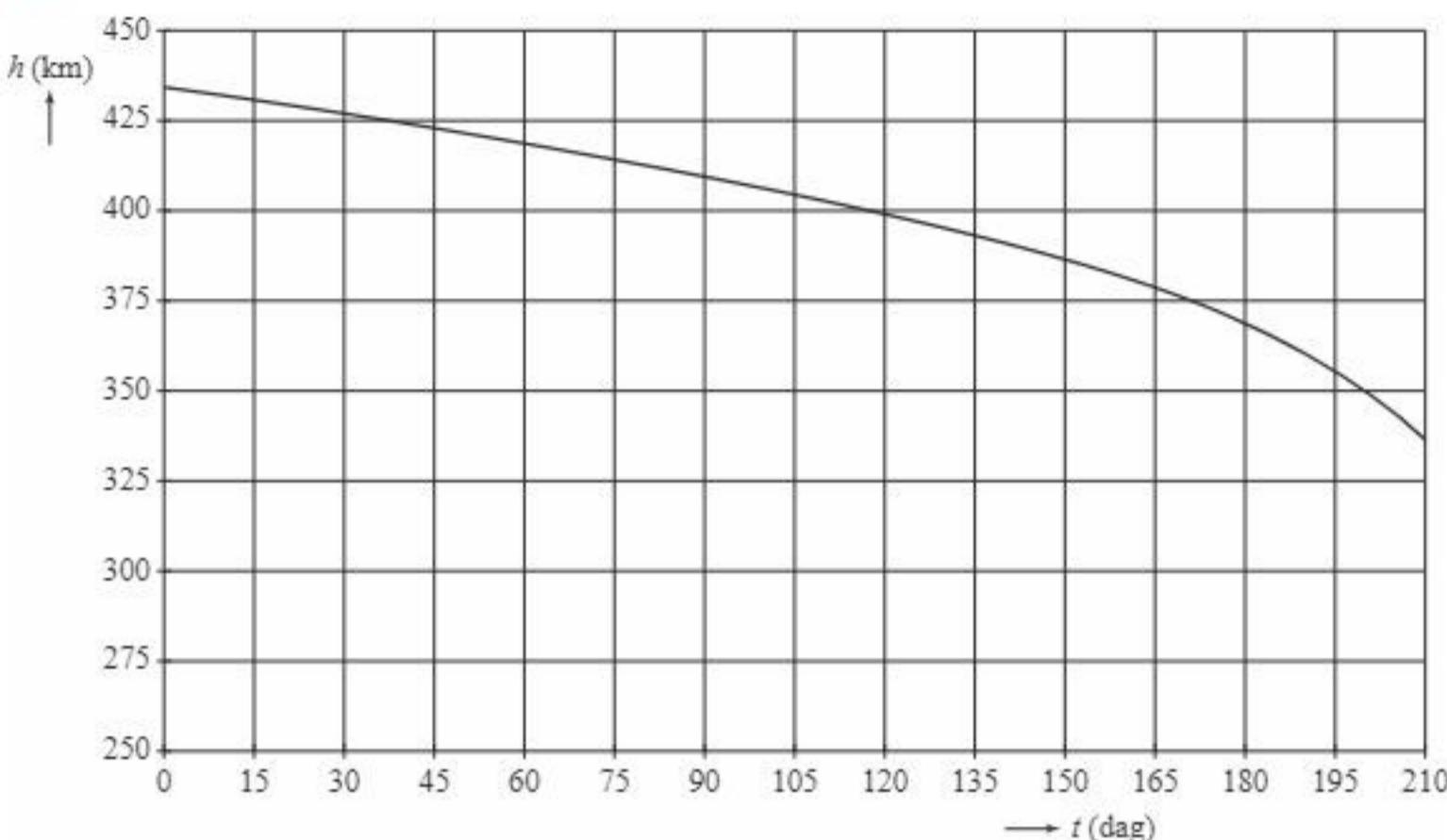
Hierin is:

- r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde;
- G de gravitatieconstante;
- M de massa van de aarde.

- 4p** **7** Leid deze formule af met behulp van formules in Binas.

Een satelliet die door de buitenste lagen van de atmosfeer rondcirkelt, ondervindt een kleine wrijvingskracht. Als hij geen aandrijfmotor heeft, zal hij daardoor in een steeds lagere baan rond de aarde gaan cirkelen en uiteindelijk op de aarde neerstorten. In figuur 1 staat de grafiek van dit proces.

figuur 1



Op een bepaald moment bevindt de satelliet zich op een hoogte van 400 km boven de aarde.

- 5p 8 Bepaal mede met behulp van figuur 1 het hoogteverlies van de satelliet per omwenteling om de aarde.

Parallelle draden

Isa wil een elektrische schakeling maken met snoeren, waarvan er een is weergegeven in figuur 1.

De snoeren hebben een lengte van 50 cm en bestaan uit rond koperdraad met een plastic omhulling. Met een gevoelige weerstandsmeter meet Isa dat de weerstand van een snoer $0,023 \Omega$ bedraagt.

- 4p 9 Bereken de diameter van het koperdraad in het snoer.

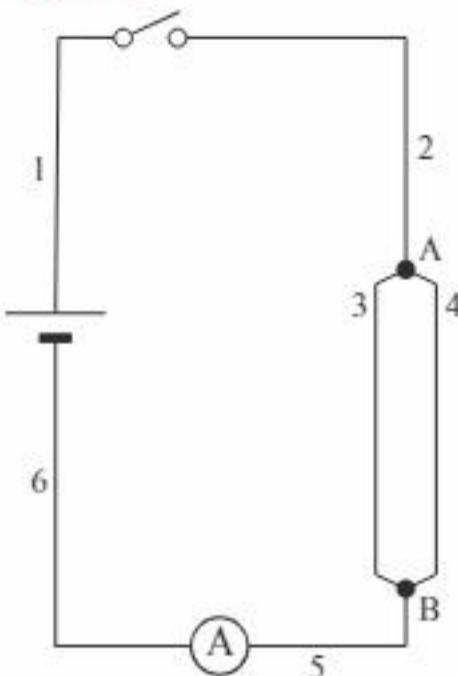
figuur 1



Isa bouwt de schakeling zoals weergegeven in figuur 2. In deze schakeling worden zes van de snoeren gebruikt (zoals weergegeven in figuur 1). Isa wil dat de maximale stroomsterkte door de schakeling 20 A is.

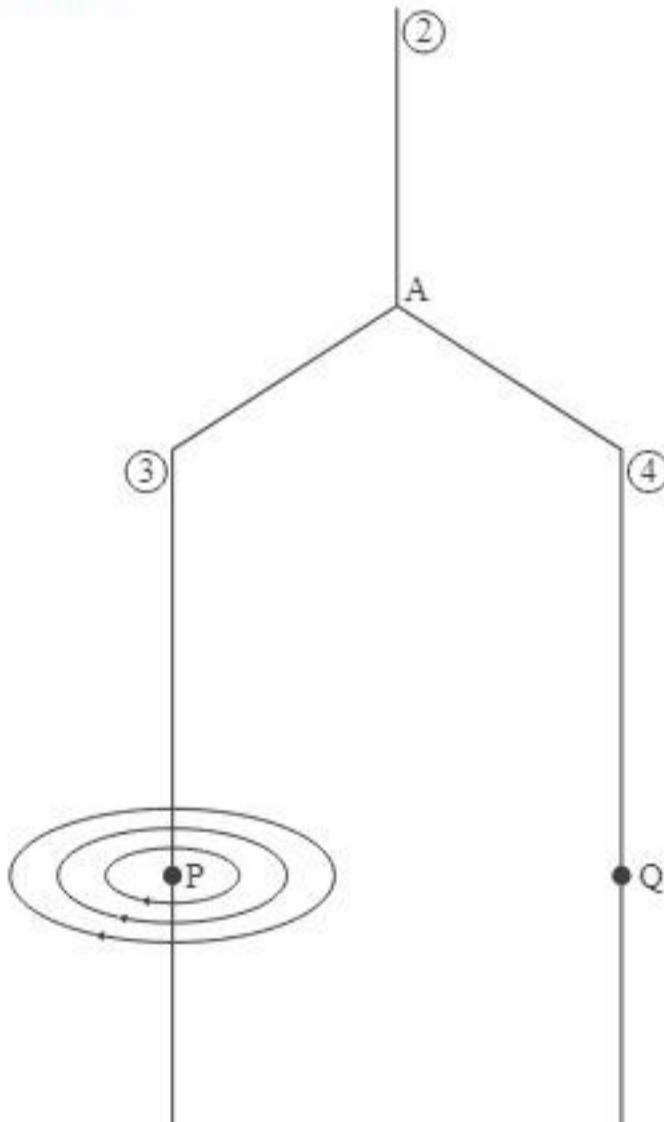
- 4p 10 Bereken de spanning die de voeding dan moet leveren.

figuur 2



In figuur 3 is een deel van figuur 2 vergroot weergegeven. Op de draden 3 en 4 zijn de punten P en Q aangegeven. Rondom beide stroomdraden afzonderlijk ontstaat een magnetisch veld. Dit veld is gedeeltelijk getekend rondom draad 3.

figuur 3

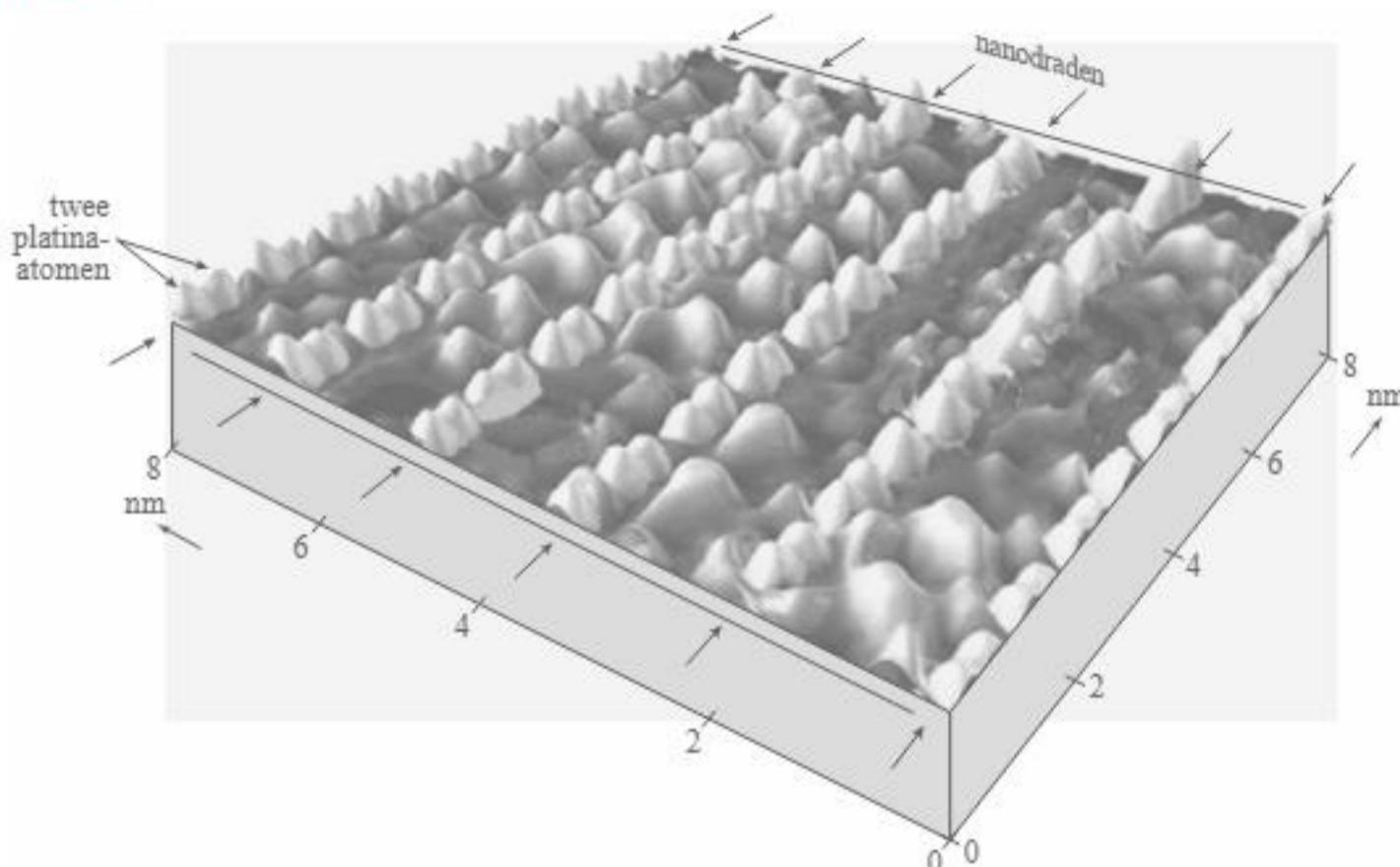


- 4p 11 Voer de volgende opdrachten uit:
- Teken de richting van de stroomsterkte in punt Q.
 - Teken de richting van het magnetisch veld in punt Q.
 - Teken de richting van de lorentzkracht in punt Q.
 - Teken de richting van de lorentzkracht in punt P.
- Geef indien van toepassing duidelijk aan of de richting 'het papier in' of 'het papier uit' is.

Elektronen tussen nanodraden

In 2005 zijn onderzoekers van de Universiteit Twente erin geslaagd nanodraden van platina te laten groeien op een oppervlak van germanium. In figuur 11 is een beeld van het resultaat te zien. Dit beeld is met behulp van een zogenaamde scanning tunneling microscoop (STM) gemaakt.

figuur 1



In figuur 1 is te zien dat de nanodraden slechts één atoom dik zijn. De platina-atomen van een nanodraad zijn paarsgewijs achter elkaar gerangschikt. De hobeltjes tussen de nanodraden geven plaatsen met hoge elektronendichtheid aan. Het germaniumoppervlak van figuur 1 bevat gemiddeld 0,75 vrije elektronen per nm^2 . Neem aan dat deze allemaal afkomstig zijn van de platina-atomen.

- 3p 12 Bepaal met behulp van figuur 1 hoeveel vrije elektronen elk platina-atoom gemiddeld aan het germaniumoppervlak levert.

De onderzoekers hebben bij zeer lage temperatuur het energiespectrum van de elektronen op het germaniumoppervlak gemeten. Zie figuur 2. De metingen zijn gedaan bij twee waarden van de afstand L tussen de nanodraden. Horizontaal is de energie uitgezet en verticaal de kans dat een bepaald energieniveau door een elektron is bezet.

Bij $L = 2,4 \text{ nm}$ kan een elektron door absorptie van een foton de overstep maken van de 0,040 eV-piek naar de 0,160 eV-piek.

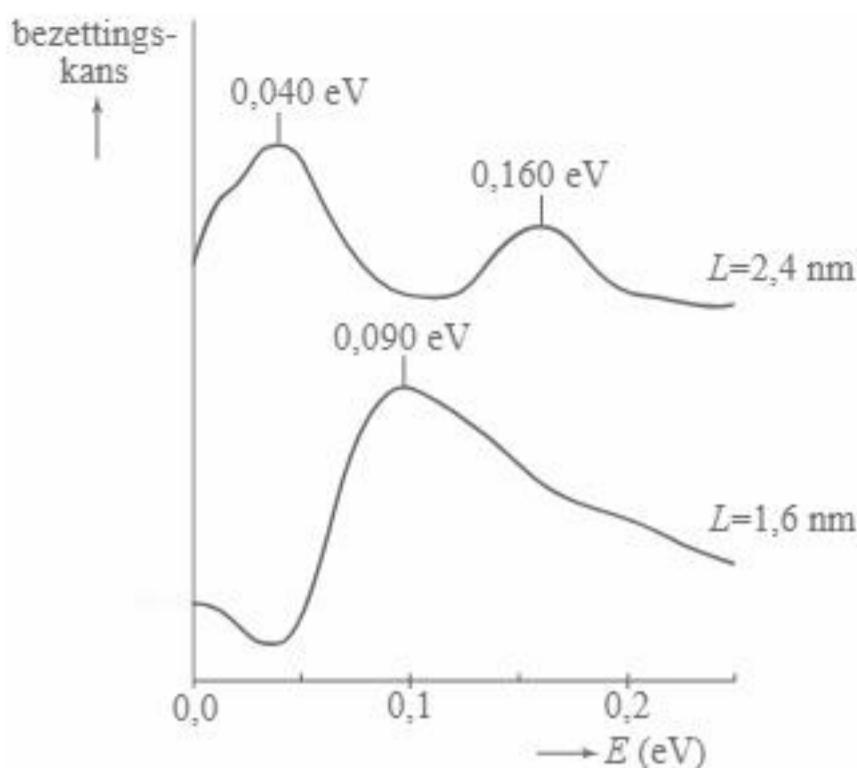
- 3p 13 Bereken de golflengte die dit foton daartoe moet hebben.

In figuur 2 is bij drie pieken de waarde van de energie aangegeven. De onderzoekers schrijven de drie pieken toe aan opluiting van de elektronen tussen de nanodraden. Ze verwachten dat de beweging van de elektronen loodrecht op de draden goed wordt beschreven door het ééndimensionale doosjesmodel.

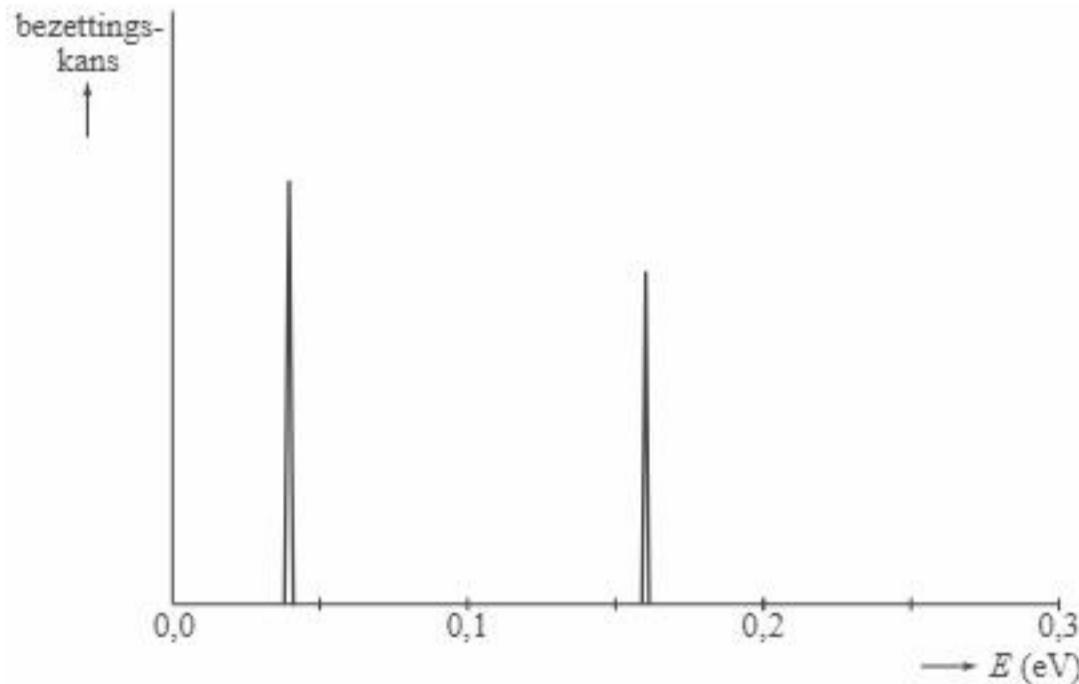
- 4p 14 Laat zien dat de onderlinge verhoudingen van de energieën van de drie pieken inderdaad kloppen met wat het ééndimensionale doosjesmodel voorspelt.

Als het ééndimensionale doosjesmodel een perfecte beschrijving van de elektronen tussen de nanodraden zou geven, dan zou de bezettingskans als functie van de energie er voor $L = 2,4 \text{ nm}$ uitzien als in figuur 3.

figuur 2



figuur 3



- 3p 15 Verklaar met het ééndimensionale doosjesmodel:
- Waarom binnen het energiebereik in figuur 3 slechts twee pieken passen.
 - Waarom voor alle overige energieën in figuur 3 de bezettingskans nul is.

 Wil je weten hoe je de toets hebt gemaakt? De antwoorden staan op mijnexamenbundel.nl. Vul je punten in en bekijk je score per onderwerp. Je scores worden bewaard.



Deel 1

Oefenen op onderwerp

Examenopgaven per onderwerp met hints om je op weg te helpen en uitleg bij de antwoorden.



1 Vaardigheden (domein A)

Ontspannen lopen

Daniël en Lotte willen met een eenvoudig model de loopsnelheid bepalen die energetisch het voordeligst is.

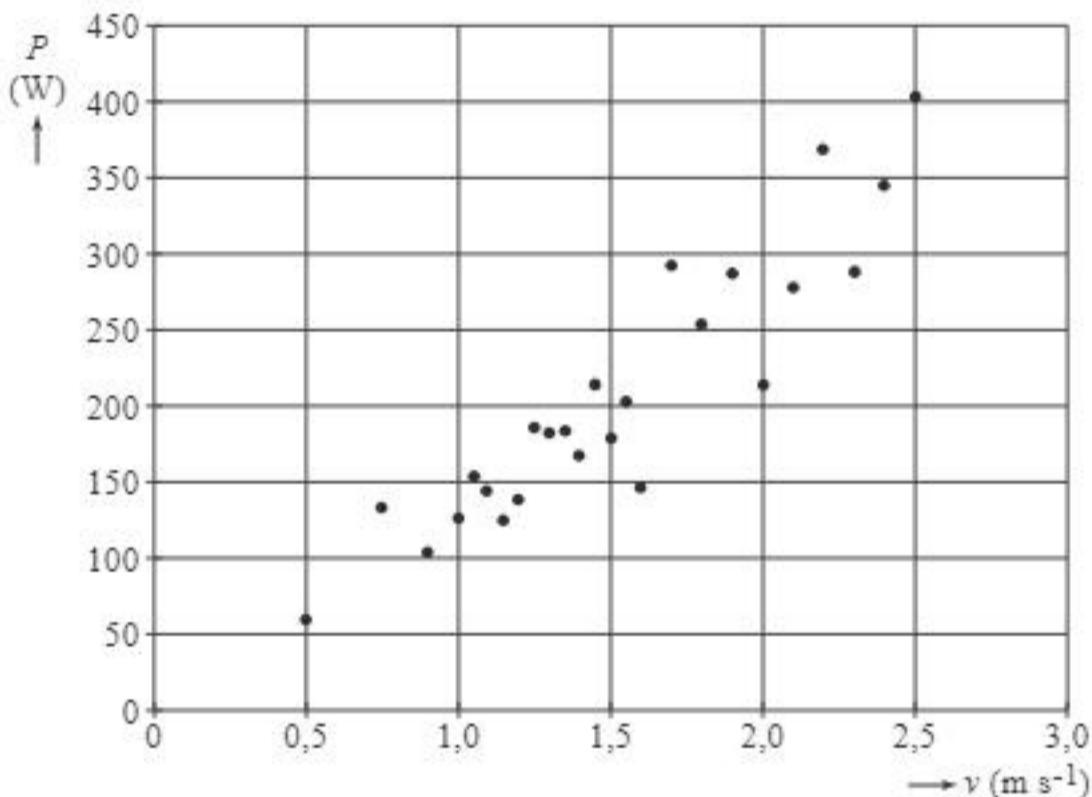
Daartoe laten ze 25 proefpersonen met elk een verschillende snelheid op een loopband lopen. Zie figuur 1.

Van elke proefpersoon wordt de massa bepaald en het vermogen dat hij levert tijdens het lopen.

figuur 1



figuur 2



De proefpersonen hebben allemaal een verschillende massa m , en dat heeft een storende invloed op de resultaten. Zie figuur 2. Om het effect van de massa te elimineren en daardoor de meetresultaten onderling beter te kunnen vergelijken, rekenen Lotte en Daniël alle vermogens om naar een genormaliseerd vermogen:

$$\tilde{P} = \frac{P}{M}.$$

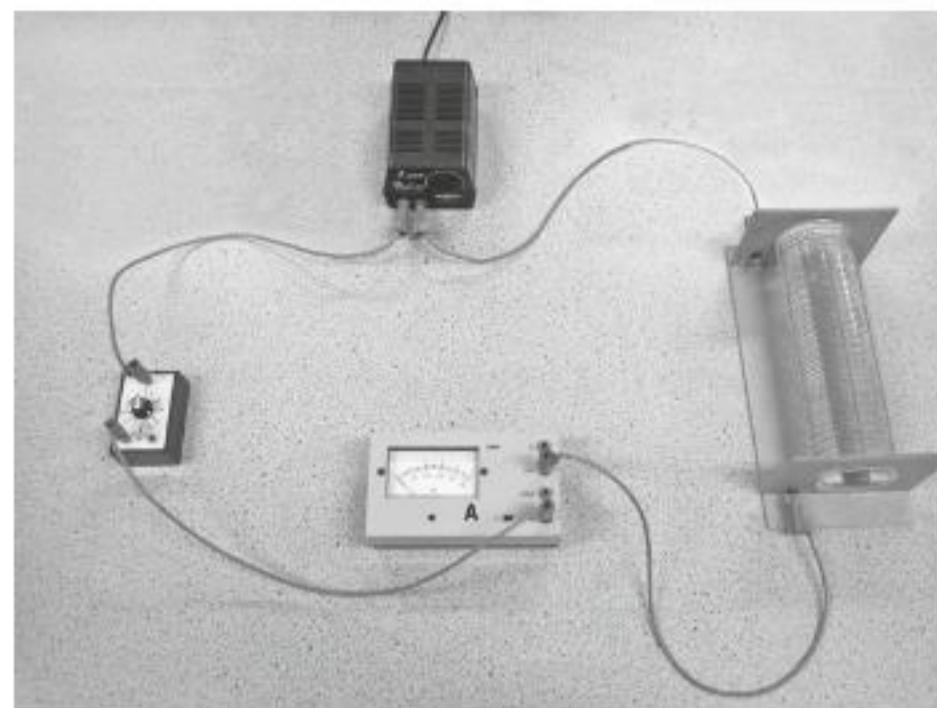
Ze veronderstellen dat \tilde{P} alleen afhangt van de snelheid.

- 1 Leg uit of het verband tussen P en m dan recht evenredig of omgekeerd evenredig is.

Spoel

Jeroen en Baukje voeren een onderzoek uit aan een spoel. Ze maken hiervoor een opstelling met een serieschakeling van een voeding, een regelbare weerstand, een stroommeter en een spoel van koperdraad. Zie figuur 1. Een aantal gegevens staat hieronder weergegeven.

figuur 1



voedingsspanning	9,0 V
aantal windingen van de spoel	60
diameter van de spoel	7,2 cm
dikte van de koperdraad van de spoel	0,14 mm
lengte van de spoel	24 cm
maximaal vermogen in de spoel	0,18 W
weerstand van de spoel	15 Ω

- 2 Toon met een berekening aan dat de grootte van de weerstand van de spoel overeenkomt met de andere gegevens uit de tabel.

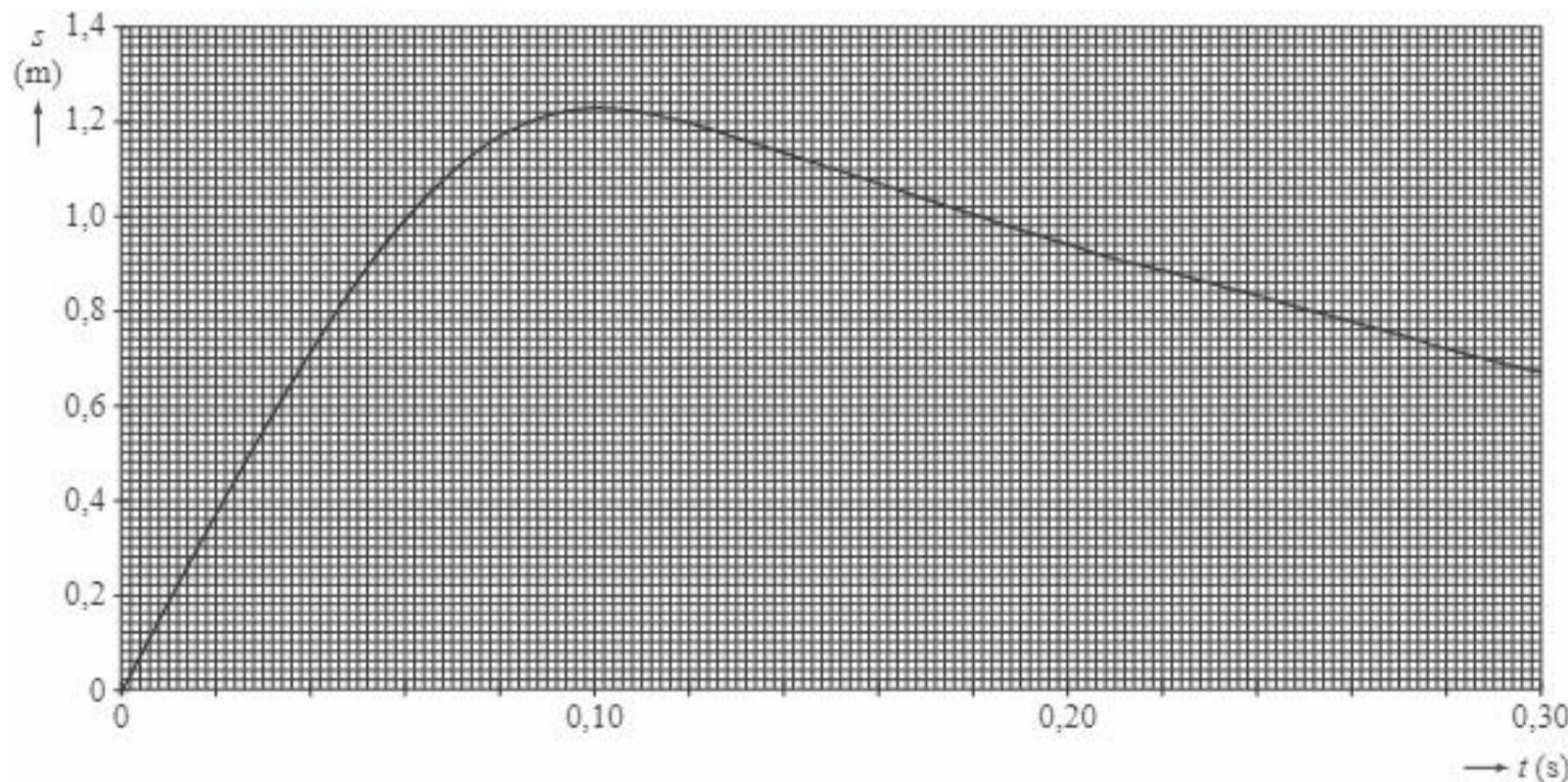
Botsproef

In een botsproef wordt de veiligheid van een auto getest door deze auto op een muur te laten botsen. De auto wordt daarbij van diverse kanten gefilmd. Met behulp van videometen kan dan een (s,t) -diagram gemaakt worden van een gemarkerd punt  op de auto. Op de uitwerkbijlage is het (s,t) -diagram gegeven van een bepaalde botsproef.



- 3 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de maximale snelheid van de auto tijdens deze botsproef.

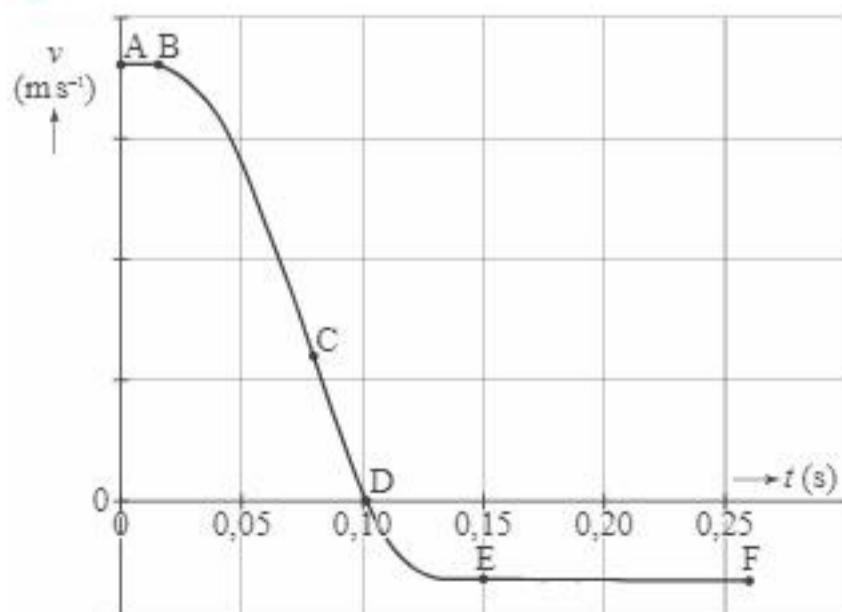
uitwerkbijlage bij vraag 3



In figuur 1 is een schets van het (v,t) -diagram van de botsende auto gegeven. In dit diagram zijn zes punten, A tot en met F, met een stip aangegeven.

- 4 Leg uit op welk punt (A, B, C, D, E of F)
- de auto in aanraking komt met de muur,
 - de auto de maximale vertraging ondergaat,
 - de auto stopt met indeuken.

figuur 1



Op de uitwerkbijlage staan drie stellingen die gaan over een botsproef.

- 5 Geef per stelling aan of deze stelling waar is of niet waar.

uitwerkbijlage bij vraag 5

		waar	niet waar
1	De vertraging van de auto en de inzittenden moet zo groot mogelijk zijn zodat de resulterende kracht op de inzittenden zo klein mogelijk wordt.		
2	Een auto moet tijdens een botsing vervormen; een langere botsafstand zorgt namelijk voor een kleinere kracht op de inzittenden.		
3	Bij een twee keer zo grote snelheid moet er twee keer zo veel arbeid verricht worden om tot stilstand te komen.		

Een autofabrikant heeft ooit een promotiefilmpje gemaakt om de veiligheid van een bepaald model auto aan te tonen. Daarbij viel de auto 15 m verticaal recht omlaag. De foto's in figuur 2 tonen drie screenshots uit het filmpje.

figuur 2



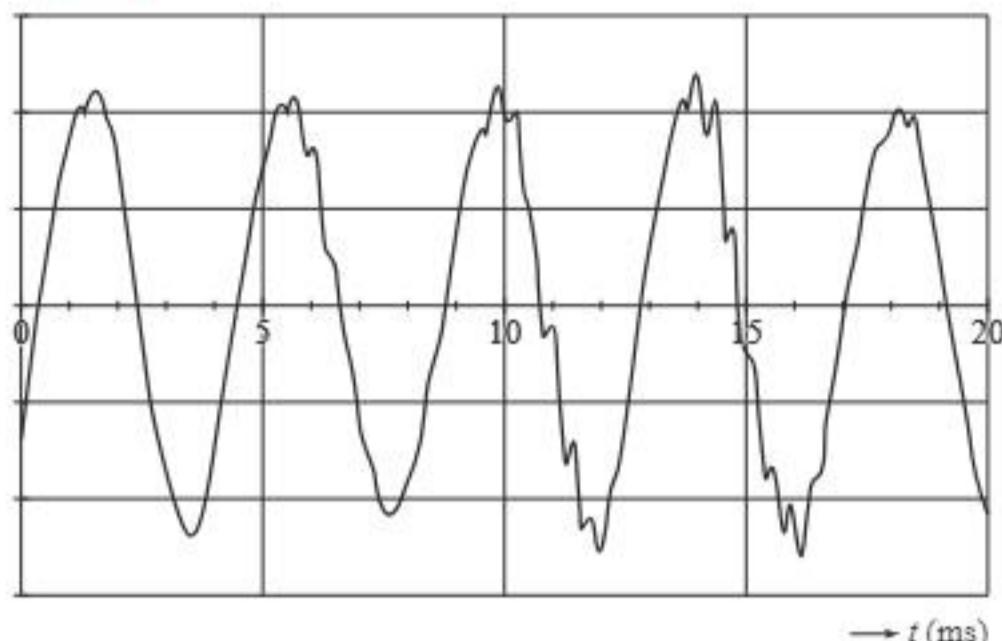
In de middelste foto van figuur 2 werken de normaalkracht F_N en de zwaartekracht F_z op de auto.

- 6 Is in de middelste foto $F_N < F_z$, $F_N = F_z$, of is $F_N > F_z$? Licht je antwoord toe.

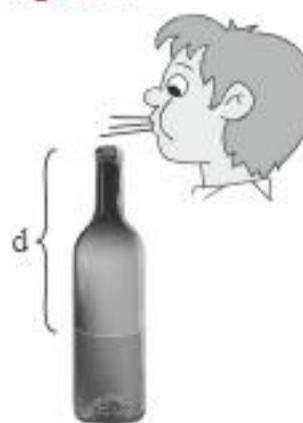
Onderzoek naar geluid uit een fles

Chiara en Michel doen onderzoek aan geluid uit een fles. Zij blazen lucht over de hals van een fles en horen geluid. De fles is gevuld met water tot een afstand d onder de flesopening. Zie figuur 1. Bij kamertemperatuur meten zij het geluid met een geluidssensor. Bij een afstand $d = 13,0 \text{ cm}$ vinden zij de grafiek van figuur 2.

figuur 2



figuur 1



Uit figuur 2 volgt dat de grondfrequentie van het geluid $2,4 \cdot 10^2 \text{ Hz}$ is.

Michel denkt dat dit geluid ontstaat doordat er in de fles een staande golf ontstaat met een knoop bij het wateroppervlak en een buik bij de flesopening. Met deze gegevens berekent Michel de geluidssnelheid en vindt een uitkomst die niet overeenkomt met de waarde in Binas.

Chiara en Michel gaan op zoek naar een andere verklaring. Bij een excursie in het Teylers Museum zien zij een set helmholtz-resonatoren uit de 19e eeuw. Deze werden gebruikt om te analyseren welke toonhoogtes in een stem voorkwamen. Zie figuur 3. Eenmaal thuisgekomen vinden ze op internet een site over helmholtz-resonatoren en vinden de formule:

$$f = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V\ell}}$$

Hierin is:

- v de geluidssnelheid in m s^{-1} ;
- A het oppervlak van de resonatoropening in m^2 ;
- V het volume van de lucht in de resonator in m^3 ;
- ℓ de lengte van de hals van de resonator in m .

figuur 3



- 7 Beschrijf een methode om het volume van de lucht in de fles te meten.

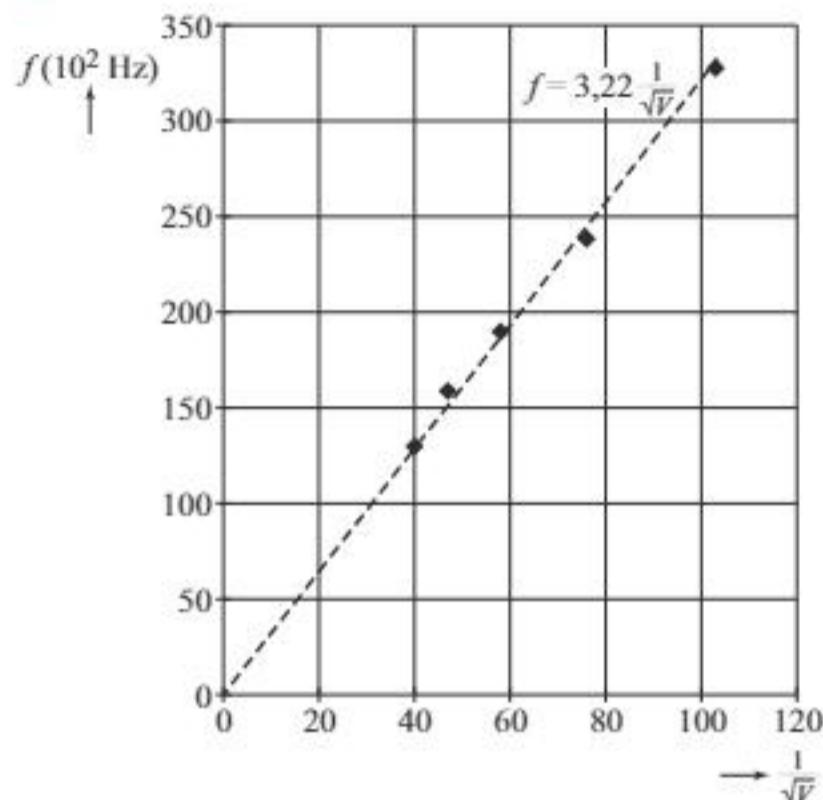
Chiara en Michel gaan deze formule op de fles toepassen.
Voor hun fles meten ze: $A = 2,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ en $\ell = 0,070 \text{ m}$.
Verder meten ze de frequentie als functie van het volume. Zie tabel 1.

tabel 1

$V (10^{-6} \text{ m}^3)$	$f (10^2 \text{ Hz})$
94	3,3
172	2,4
298	1,9
448	1,6
630	1,3

Ze laten een rekenprogramma op de computer een coördinatentransformatie toepassen. Daarna laten ze het programma een lijn (trendlijn) door de punten tekenen en de functie van die lijn bepalen. Zie figuur 4. De eenheid langs de horizontale as staat niet vermeld.

figuur 4



- 8 Leg uit wat de eenheid langs de horizontale as moet zijn.
- 9 Voer de volgende opdrachten uit:
 - Geef de reden dat de lijn door de oorsprong moet gaan.
 - Bereken de geluidssnelheid met behulp van de gegeven functie.
 - Leg uit of Chiara en Michel mogen concluderen dat hun proef beschreven mag worden met de formule van Helmholtz.

Je ziet dat de frequentie-metingen zijn gegeven in 2 significante cijfers, maar dat de helling van de getekende lijn gegeven is in 3 significante cijfers.

- 10 Geef de reden dat hierbij het aantal significante cijfers toeneemt.

Parachutespringer

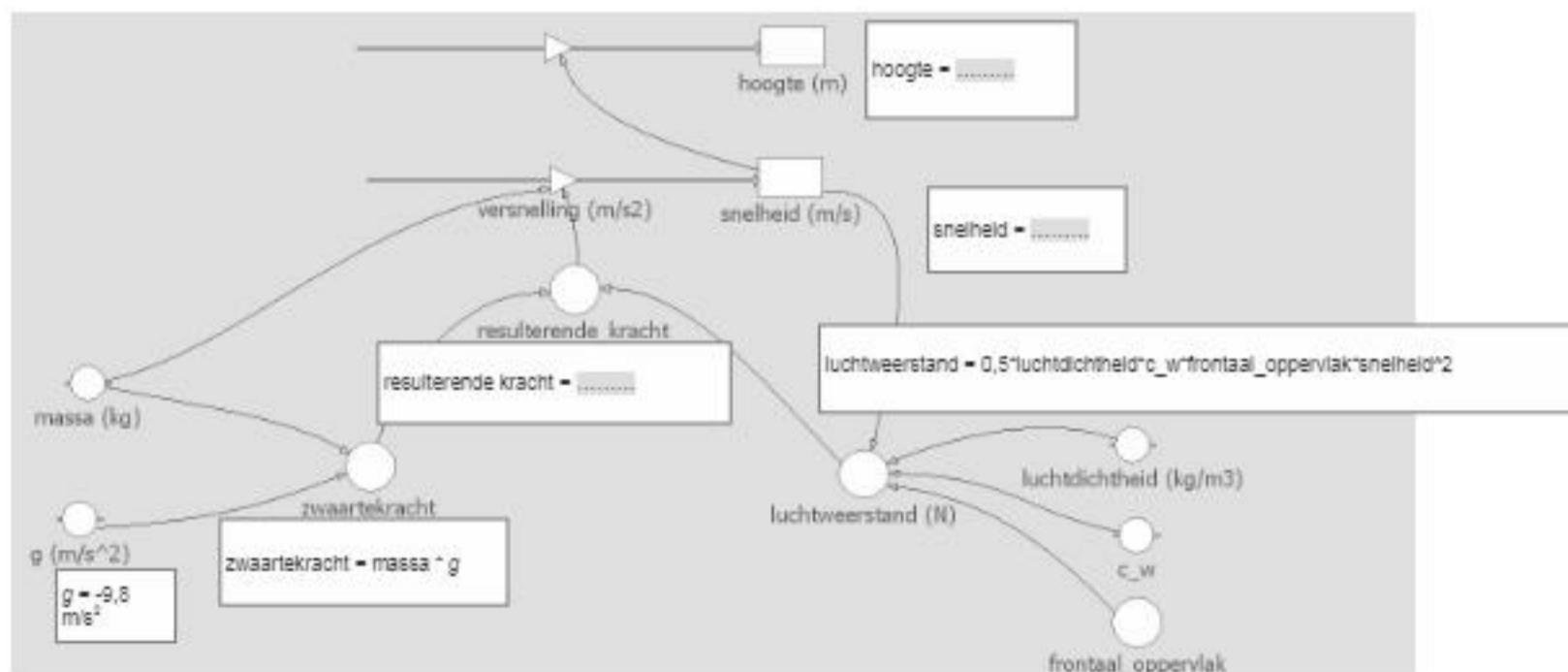
Een parachutist springt op 3800 meter hoogte uit het vliegtuig. Tijdens het eerste deel van de sprong blijft de parachute gesloten ('vrije val'). Zie figuur 1.

Met behulp van een computermodel wordt deze beweging onderzocht. Hierna staan twee varianten van zo'n model, een grafisch model en een tekstmodel. Voor de vragen 15 en 16 maak je gebruik van één van beide. Geef duidelijk aan welk model je gebruikt.

figuur 1



grafisch model



Bij sommige grootheden is de inhoud in een kader weergegeven. Dit zijn de gegevens die moeten worden ingevuld om het model te laten werken.

tekstmodel

MODEL	STARTWAARDEN
$luchtweerstand = 0,5 \cdot C_w \cdot oppervlakte \cdot luchtdichtheid \cdot snelheid^2$	hoogte =
$zwaartekracht := massa \cdot g$	snelheid =
resulterende kracht :=	massa := 96 kg
versnelling := resulterende kracht / massa	$g := -9,81 \text{ m/s}^2$
hoogte := hoogte + snelheid * dt	$C_w := 1$
snelheid := snelheid + versnelling * dt	$luchtdichtheid := 1,3 \text{ kg/m}^3$
$t := t + dt$	

In het model ontbreken enkele gegevens.

- 11 Geef aan wat er moet worden ingevuld achter de grootheden hoogte, snelheid en resulterende kracht.

Op een hoogte van 1000 m wordt de parachute (oppervlakte 58 m²) geopend.
Het openen van de parachute is nog niet in dit model verwerkt.

- 12 Leg uit welke grootheid in dit model hiervoor moet worden aangepast.
Formuleer daarvoor een modelregel.

Hints bij hoofdstuk 1

- 1 Is \tilde{P} afhankelijk van de massa m ?
- 2 Wat is het verband tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 3 Hoe vind je de snelheid v uit een (s,t) -diagram?
- 4 Waarmee komt de helling van de grafiek overeen?
- 5 Gebruik de tweede wet van Newton.
- 6 Staat in de middelste foto de auto stil of wordt hij vertraagd?
- 7 Vul de fles met water.
- 8 Wat is de eenheid van volume?
- 9
 - Wat betekent het voor de grafiek, als twee grootheden recht evenredig met elkaar zijn?
 - Combineer de gegeven functie met de formule uit de opgave.
 - Zie Binas 15A.
- 10 Wat is de zin van het tekenen van de rechte lijn in figuur 4?
- 11 Welke krachten werken er tijdens de val op de parachutespringer?
- 12 Hoe groot is het frontale oppervlak als de parachute zich geopend heeft?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 1

Ontspannen lopen

- 1 Voor het genormaliseerde vermogen \tilde{P} geldt: $\tilde{P} = \frac{P}{M}$.
 \tilde{P} is dus het geleverde vermogen P per kg.
 \tilde{P} hangt dus niet af van de massa m van de persoon.
 $P = \tilde{P} \cdot m \Rightarrow$ het geleverde vermogen P is recht evenredig met de massa m .

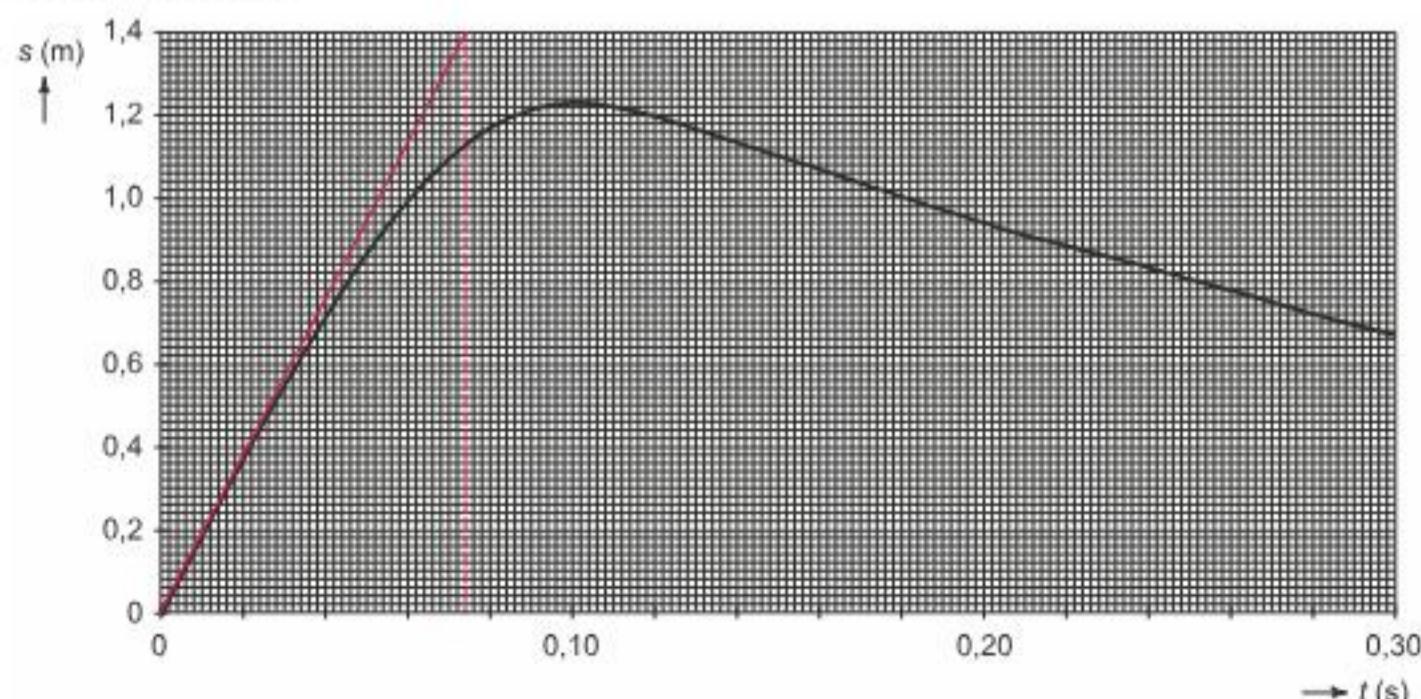
Spoel

- 2 De weerstand R van de spoel volgt uit: $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}$, waarin:
 ρ = soortelijke weerstand van koper = $17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$ (Binas 8)
 ℓ = lengte van de koperdraad = $N \cdot O = N \cdot \pi \cdot d_{sp}$ (Binas 36B), met:
 N = aantal windingen van de spoel = 60 (zie de tabel)
 O = omtrek van de spoel = $\pi \cdot d_{sp}$
 d_{sp} = diameter van de spoel = 7,2 cm = $7,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ (zie de tabel)
zodat: $\ell = 60 \cdot \pi \cdot 7,2 \cdot 10^{-2} = 13,6 \text{ m}$
 A = doorsnede van de koperdraad = $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d_{dr}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d_{dr}^2$ (Binas 36B), met:
 r = straal van de doorsnede van de draad
 d_{dr} = dikte van de draad = 0,14 mm (zie de tabel) = $0,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
zodat: $A = \frac{1}{4} \pi \cdot (0,14 \cdot 10^{-3})^2 = 1,54 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$
Invullen: $R = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 13,6}{1,54 \cdot 10^{-8}} = 15 \Omega$

Deze waarde van R staat ook in de tabel opgegeven.

Botsproef

- 3 Zie de tekening.



De snelheid van de auto op een bepaald tijdstip is de grootte van de helling van de raaklijn aan de grafiek in het (s,t) -diagram op dat tijdstip.

Op $t = 0$ is de helling van de raaklijn aan de grafiek zo steil mogelijk. De maximale snelheid v van de auto is dus:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1,4}{0,074} = 19 \text{ m s}^{-1}$$

- 4**
- De auto komt in aanraking met de muur in het punt B, want daar begint de snelheid van de auto af te nemen.
 - De auto ondergaat de maximale vertraging in het punt C, want daar loopt de raaklijn aan de grafiek in het (v,t) -diagram het steilst.
De versnelling op een bepaald tijdspunt is de grootte van de helling van de raaklijn aan de grafiek in het (v,t) -diagram op dat tijdspunt.
 - De auto stopt met indeuken in het punt D, want daar is de snelheid 0.

- 5** Zie de tabel.

		waar	niet waar
1	De vertraging van de auto en de inzittenden moet zo groot mogelijk zijn zodat de resulterende kracht op de inzittenden zo klein mogelijk wordt.		X
2	Een auto moet tijdens een botsing vervormen: een langere botsafstand zorgt namelijk voor een kleinere kracht op de inzittenden.	X	
3	Bij een twee keer zo grote snelheid moet er twee keer zo veel arbeid verricht worden om tot stilstand te komen.		X

stelling 1 is niet waar: De vertraging van de auto en de inzittenden moet juist zo klein mogelijk zijn.

stelling 2 is waar: Bij een langer botstraject duurt het langer voor de auto tot stilstand komt en zal de vertraging a kleiner zijn. Dan is ook de kracht $F = m \cdot a$ op de inzittenden kleiner.

stelling 3 is niet waar: Er geldt: $W = \Delta E_k = \Delta \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right)$ (Binas 35A4).

Als v 2x zo groot is, is $\Delta \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right)$ 4x zo groot, dus er moet meer dan 2x zoveel arbeid worden verricht om tot stilstand te komen.

- 6** In de middelste foto werken er twee krachten op de auto: de zwaartekracht F_z omlaag en de normaalkracht F_N omhoog. De auto wordt vertraagd (op de derde foto is de auto nog iets verder ingedeukt), dus de resulterende kracht op de auto werkt omhoog. Dus: $F_N > F_z$

Onderzoek naar geluid uit een fles

- 7 methode 1**

We bepalen het volume van de lucht in de fles door eerst met behulp van een weegschaal de massa van de lege fles te meten. Vervolgens wordt de fles gevuld en wordt de massa opnieuw bepaald. Bereken het verschil Δm van deze twee massa's. Het volume van de lucht V is even groot als het volume V van het water, dus: $\rho = \frac{\Delta m}{V}$ (Binas 35C1) $\Rightarrow V = \frac{\Delta m}{\rho}$, met ρ = dichtheid van water.

methode 2

Vul de fles met water en bepaal het volume V van dit water (= volume V van de lucht), door het water in een maatbeker te gieten. Lees het volume van het water in de maatbeker af.

- 8** Langs de horizontale as is de grootheid $\frac{1}{\sqrt{V}}$ uitgezet.

De eenheid van volume is m^3 , dus de eenheid van $\frac{1}{\sqrt{V}}$ is:

$$\frac{1}{\sqrt{m^3}} = \frac{1}{m^{\frac{3}{2}}} = m^{-\frac{3}{2}}$$

- 9** – Uit de formule $f = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell}} = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V}}$ blijkt dat $f \sim \frac{1}{\sqrt{V}}$.

Het verband tussen f en $\frac{1}{\sqrt{V}}$ wordt dus in het diagram weergegeven door een rechte lijn door de oorsprong.

- We vinden de geluidssnelheid v met: $f = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell}} = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V}}$

Voor de functie van de lijn in figuur 4 geldt: $f = 3,22 \cdot \sqrt{\frac{1}{V}}$

Dus: $3,22 \cdot \sqrt{\frac{1}{V}} = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V}} \Rightarrow v = 3,22 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{A}}$, waarin:

V = volume van de lucht in de resonator

A = oppervlakte van de resonatoropening = $2,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

ℓ = lengte van de hals van de resonator = 0,070 m

Invullen: $v = 3,22 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,070}{2,54 \cdot 10^{-4}}} = 336 \text{ m s}^{-1} = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$

- De geluidssnelheid v in lucht bij kamertemperatuur is 343 m s^{-1} (Binas 15A). De vijf meetpunten in figuur 4 liggen redelijk goed op een rechte lijn en de helling van deze lijn levert de waarde $v = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$. Deze waarde komt overeen met de waarde in Binas. Chiara en Michel mogen dus concluderen dat hun proef beschreven mag worden met de formule van Helmholtz.

- 10** Elke meting heeft een zekere meetfout. De rechte lijn gaat zo goed mogelijk 'door' de meetpunten, waardoor de meetfouten min of meer worden gemiddeld. De punten op de rechte lijn zijn dus nauwkeuriger dan de afzonderlijke meetpunten. Door gebruik te maken van de rechte lijn, wordt het aantal significante cijfers dus groter.

Parachutespringer

- 11** De startwaarden van de sprong, de waarden op het moment dat de parachutespringer uit het vliegtuig springt, zijn:

hoogte = 3800 (m) en (verticale) snelheid = 0 (m s^{-1})

Tijdens de val ondervindt de parachutespringer de zwaartekracht omlaag en de luchtweerstand omhoog, zodat in beide modellen moet worden ingevuld: resulterende kracht = zwaartekracht – luchtweerstand

- 12** Gedurende de vrije val tot een hoogte van 1000 m, was het frontale oppervlak slechts dat van de springer zelf. De waarde daarvan is in beide modellen niet ingevuld.

De parachute opent op een hoogte van 1000 m.

In het grafisch model moet bij frontaal_oppervlak dus worden ingevuld:

Als hoogte < 1000 dan frontaal_oppervlak = 58

Idem in het tekstmodel: als hoogte < 1000 dan oppervlakte = 58

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



2 Informatie-overdracht (domein B1)

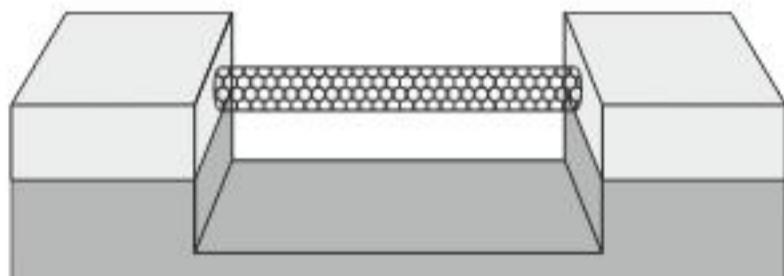
Protonenweegschaal?

Onderzoekers beweren dat ze een 'weegschaal' hebben ontwikkeld, die een enkel proton kan wegen. De weegschaal bestaat uit een nanobuisje dat aan twee zijden is vastgeklemd en trilt als een staande golf.

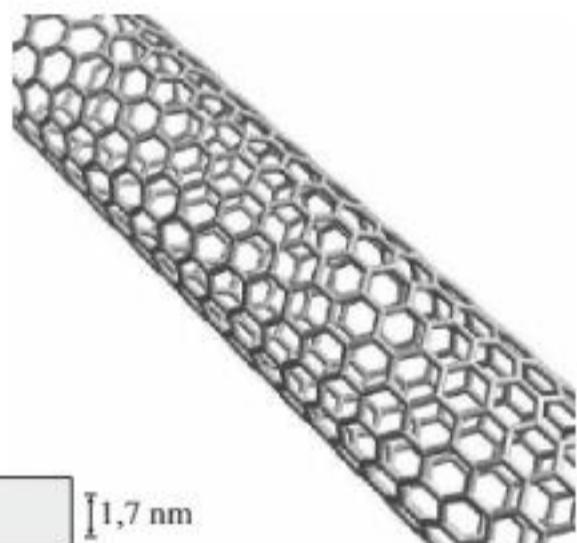
Zie figuur 1. Deze figuur is niet op schaal. Als een deeltje aan het buisje vasthecht, verandert de trillingstijd. Hieruit is de massa van dat deeltje te bepalen.

Het nanobuisje is opgebouwd uit koolstofatomen die in een honingraatstructuur zijn geordend. Zie figuur 2. De massa van het vastgeklemd nanobuisje bedraagt $6,2 \cdot 10^{-22}$ kg.

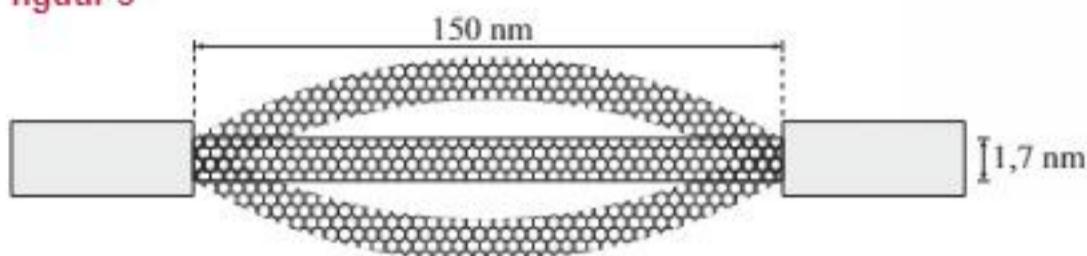
figuur 1



figuur 2



figuur 3



In figuur 3 staat de 'weegschaal' schematisch getekend met de bijbehorende afmetingen in de evenwichtsstand en de uiterste standen van de staande golf. Het buisje trilt met de grondfrequentie van 1,86 GHz.

- 1 Bepaal de golfsnelheid in het nanobuisje.

Als één of meer deeltjes aan het nanobuisje vasthechten, verandert de resonantiefrequentie van het buisje. Voor de frequentieverandering stellen de onderzoekers de volgende formule op:

$$\Delta f = \frac{-\Delta m}{2m_{\text{nano}}} \cdot f_0$$

Hierin is:

- f_0 grondfrequentie van het nanobuisje vóór vasthechten (in Hz);
- Δf de frequentieverandering ten opzichte van f_0 (in Hz);
- Δm de massa van de aangehechte deeltjes (in kg);
- m_{nano} de massa van het nanobuisje (in kg).

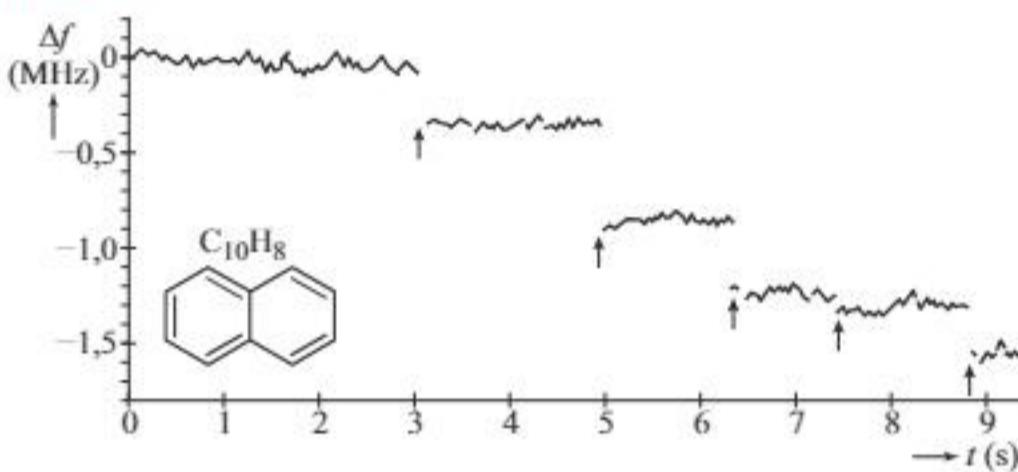
Uit de formule is op te maken dat de resonantiefrequentie afneemt als er één of meer deeltjes aan het nanobuisje vasthechten.

- 2 Voer de volgende opdrachten uit:

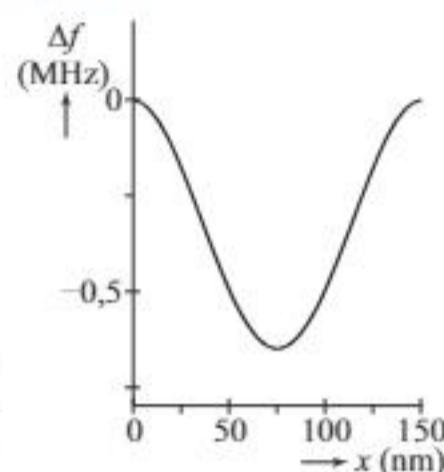
- Geef aan hoe uit de gegeven formule volgt dat de resonantiefrequentie afneemt.
- Leg uit of de golfsnelheid groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft als een deeltje vasthecht aan het nanobuisje.

Om de weegschaal te 'ijken' laat men eerst één molecuul en daarna meer moleculen naftaleen ($C_{10}H_8$) aan het buisje vasthechten. De massa van een molecuul naftaleen bedraagt 128 u. Gedurende een meetijd van ongeveer 10 seconden bepalen de onderzoekers een aantal keer per seconde Δf . De resultaten gaven zij weer in figuur 4. Met vijf pijlen zijn vijf momenten aangegeven waarop een extra naftaleenmolecuul vasthecht.

figuur 4



figuur 5



Op tijdstip $t = 8,8$ s zijn er in totaal 5 naftaleenmoleculen vastgehecht.

- 3 Laat zien of op dit tijdstip de gemeten Δf overeenkomt met de Δf die uit de formule volgt.

In figuur 4 is te zien dat niet alle stapjes in Δf even groot zijn.

In figuur 5 staat de frequentieverandering Δf uitgezet tegen de positie x van één naftaleenmolecuul op het nanobuisje.

- 4 Leg met behulp van figuur 5 uit waarom de stapjes van Δf in figuur 4 niet even groot zijn.

In figuur 4 is te zien dat de metingen van deze weegschaal 'ruis' hebben.

Ruis is een continue (kleine) variatie in de waarden door meetonnauwkeurigheden.

Zo is tot $t = 3$ s de waarde van Δf niet constant. Met deze 'weegschaal' willen de wetenschappers de massa bepalen van één enkel proton.

- 5 Laat zien of de massa van één enkel proton met deze opstelling gemeten kan worden. Tip: bepaal hiertoe de nauwkeurigheid waarmee er gemeten moet worden om de massa van één enkel proton te kunnen bepalen.

Ukelele-I

Een ukelele is een klein formaat gitaar met vier snaren. Zie figuur 1.

Daarin is aangegeven tussen welke twee punten de snaren trillen. Een ukelele kan op verschillende manieren gestemd worden.

Een van deze stemmingen is zoals weergegeven in tabel 1.

figuur 1



tabel 1

snaar	grondtoon	f (Hz)
1	G	392
2	C	262
3	E	330
4	A	440

Hieruit blijkt dat de golfsnelheid in de snaren van de ukelele niet gelijk is.

- 6 Leg dat uit.

Als snaar 3 en 4 tegelijk worden aangetoekeld, is er een klank te horen die als prettig ervaren wordt. We zeggen ook wel dat deze twee snaren 'stemmen'. Een verklaring hiervoor is dat deze snaren een of meer gemeenschappelijke boventonen hebben.

- 7 Bepaal de frequentie van de laagste gemeenschappelijke boventoon van de snaren 3 en 4.

In de literatuur ontdekt Camiel dat het verband tussen de spandracht en de golfsnelheid in een snaar kan worden weergegeven met behulp van:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ met } \mu = \frac{m}{\ell} \quad (1)$$

Hierin is:

- v de golfsnelheid (in m s^{-1}),
- F de spandracht (in N),
- μ de massa per lengte-eenheid (in kg m^{-1}),
- m de massa (in kg),
- ℓ de lengte van de snaar (in m).

Camiel beseft dat de frequenties van de snaren bekend zijn. Hij kan de spandracht in een snaar dan berekenen met behulp van:

$$F = \frac{\lambda^2 f^2 \pi d^2 \rho}{4} \quad (2)$$

Hierin is:

- λ de golflengte (in m),
- f de frequentie (in Hz),
- d de dikte van de snaar (in m),
- ρ de dichtheid van het materiaal van de snaar (in kg m^{-3}).

- 8 Leid formule (2) af uit formule (1) en formules in BINAS.

De dikte van snaar 1 bedraagt 0,65 mm. De ukelele is gestemd op de manier zoals weergegeven in tabel 1.

- 9 Bepaal de spankracht in snaar 1 zoals die uit formule (2) volgt.

Snaar 3 (de 'E'-snaar) van de ukelele brengt dezelfde toon voort als de hoogste snaar van een klassieke gitaar. Zo'n snaar is ook gemaakt van nylon en even dik als de snaar van de ukelele, maar heeft een lengte van 64,5 cm. De spankracht in de twee snaren is niet gelijk.

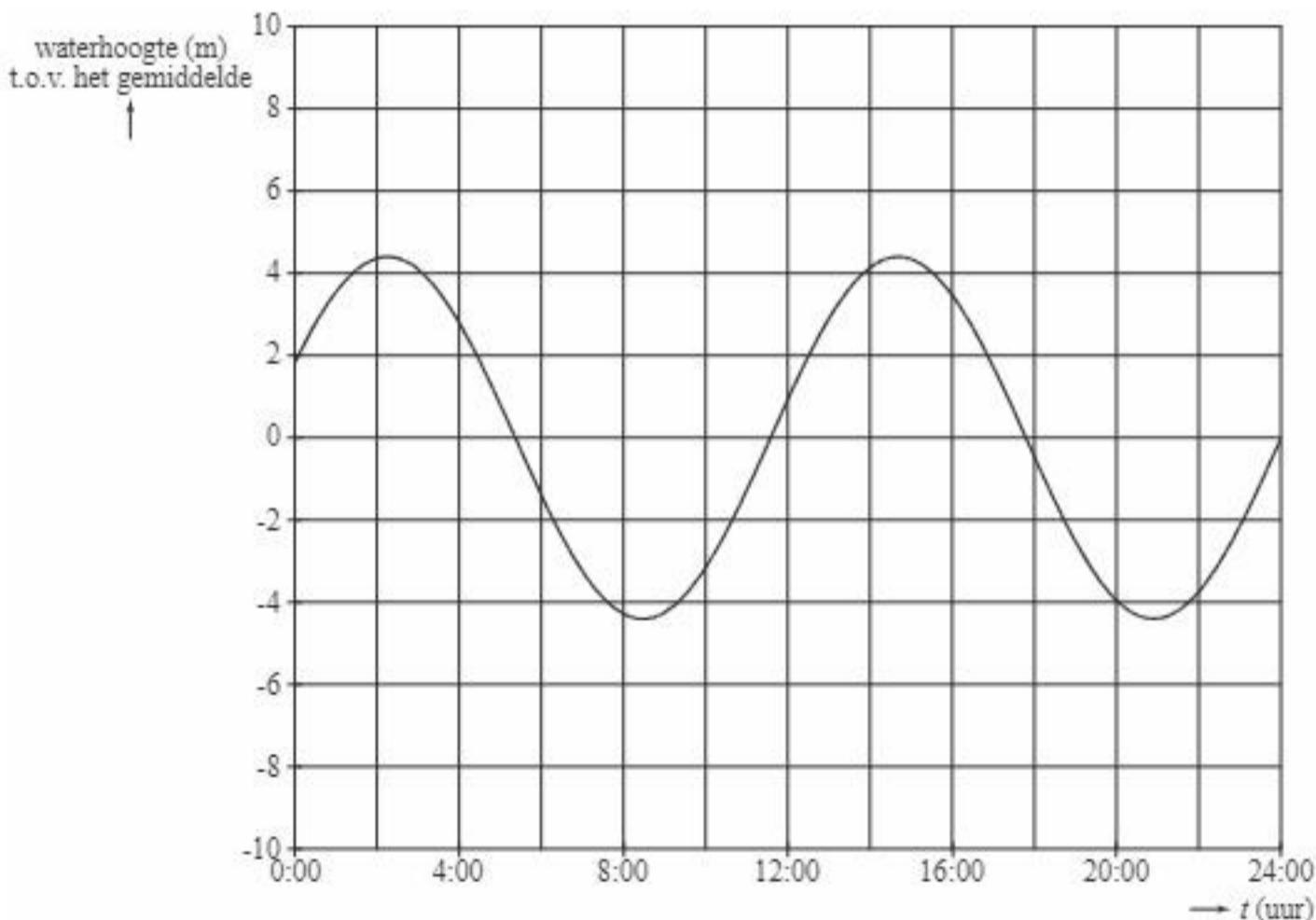
- 10 Bepaal de verhouding van de spankrachten: $\frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}}$

Getijdenresonantie

Op sommige plekken op aarde is het verschil tussen eb en vloed zeer groot. De plaats Saint John aan de Fundybaai in Canada is zo'n plaats. De waterhoogte in Saint John is gedurende één etmaal gemeten. Op de uitwerkbijlage staat een grafiek van deze metingen.

- 11 Bepaal met behulp van de figuur hierna de maximale stijgsnelheid van het water in Saint John in centimeter per minuut.

uitwerkbijlage bij vraag 11



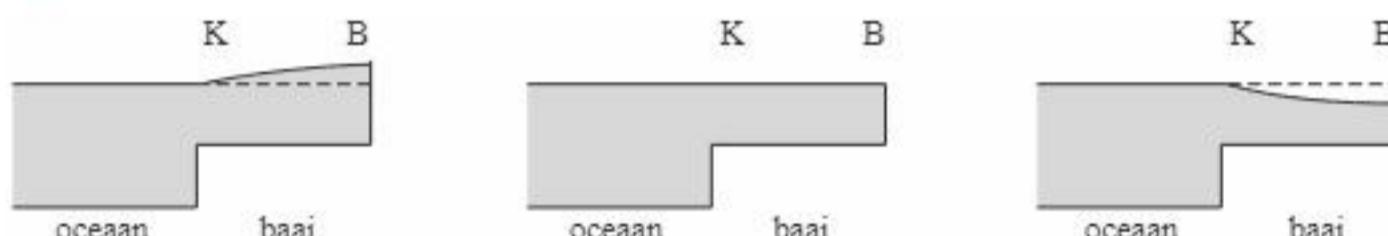
De 325 km lange Fundybaai waaraan Saint John ligt, is weergegeven in figuur 1.

figuur 1



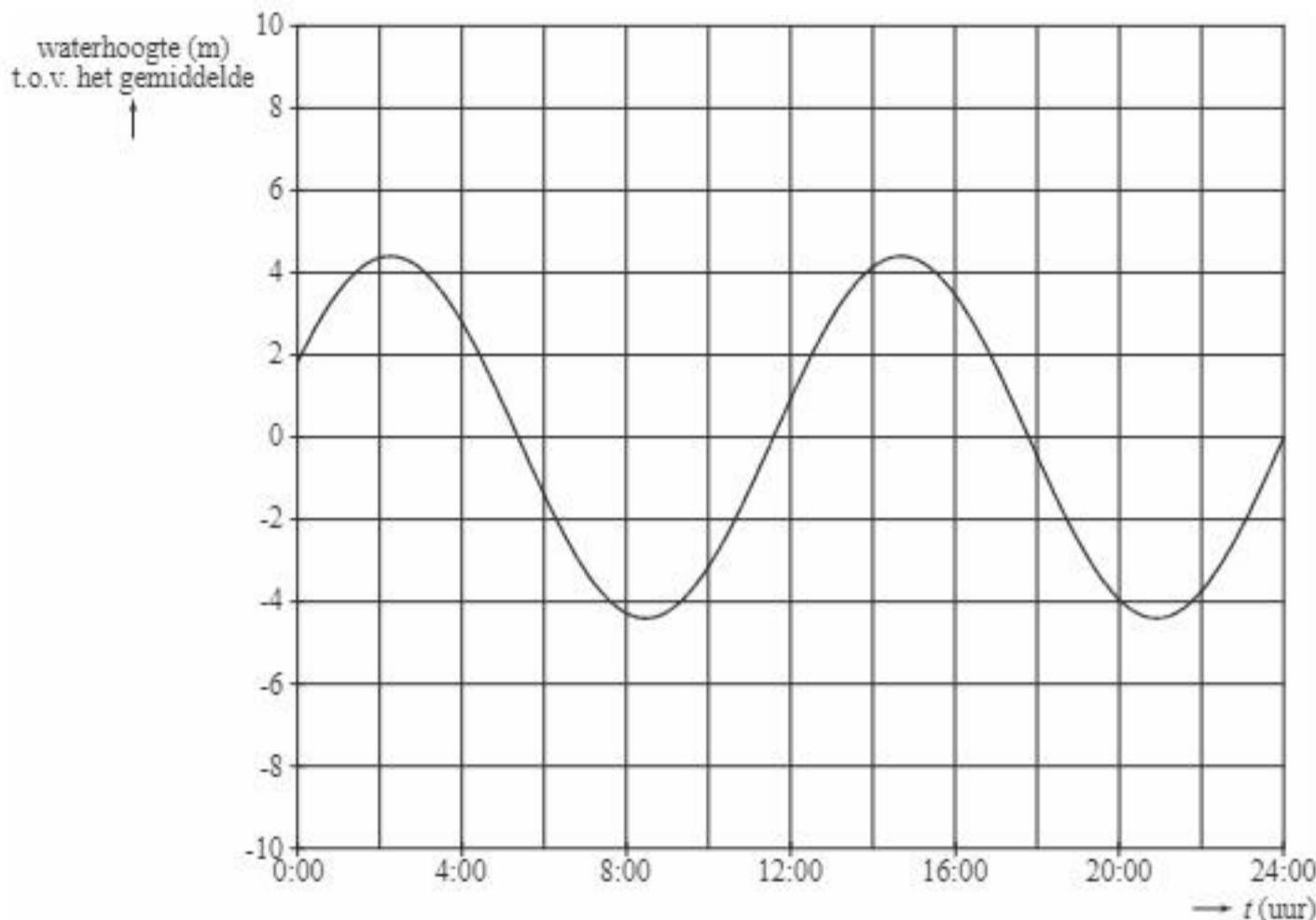
Door zijn vorm en afmetingen ontstaat in de Fundybaai een staande golf. Deze is in figuur 2 in zijaanzicht op drie momenten schematisch weergegeven. Figuur 2 laat ook zien dat de baai minder diep is dan de oceaan.

figuur 2



- 12 Schets in de figuur hierna de waterhoogte bij Cumberland County, aan het einde van de baai, als functie van de tijd.

uitwerkbijlage bij vraag 12



De golflengte van de staande golf is gelijk aan 4 maal de baailengte.

- 13 Leg uit hoe dit blijkt uit figuur 2.

Het verschijnsel dat optreedt in de Fundybaai heet 'getijdenresonantie'.

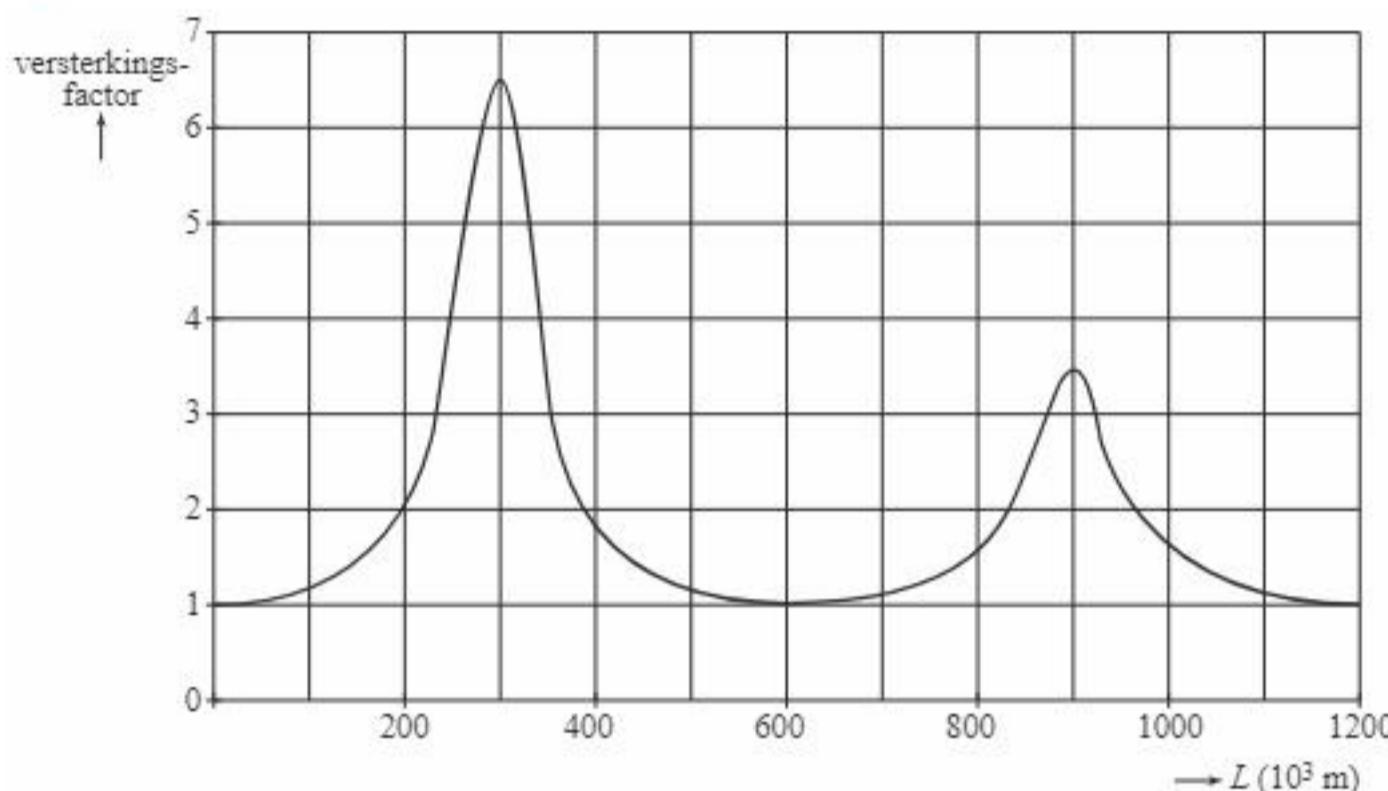
Dit verschijnsel treedt op meerdere plaatsen op aarde op. In een waterloopkundig laboratorium bestuderen wetenschappers met behulp van een computermodel de voorwaarden waaronder getijdenresonantie plaats kan vinden. Bij getijdenresonantie is er sprake van een grote versterkingsfactor.

De versterkingsfactor definieert men als:

$$\text{versterkingsfactor} = \frac{\text{maximale hoogteverschil in de baai}}{\text{hoogteverschil buiten de baai}}$$

De golfsnelheid in de baai hangt af van de diepte van de baai. Een van de modellen levert voor een baai met een diepte gelijk aan de diepte van de Fundybaai de volgende grafiek van de versterkingsfactor als functie van de baailengte L . Zie figuur 3.

figuur 3



Je ziet dat hier maximale getijdenresonantie optreedt bij een baailengte van 300 km.

- 14 Bepaal welke waarde voor de golfsnelheid gebruikt is in dit model.

Figuur 3 laat zien dat bij een baailengte van 900 km de versterkingsfactor ook hoog is.

- 15 Verklaar dit.

De werkelijke lengte van de Fundybaai bedraagt 325 km.

Door klimaatverandering kan de zeespiegel gaan stijgen.

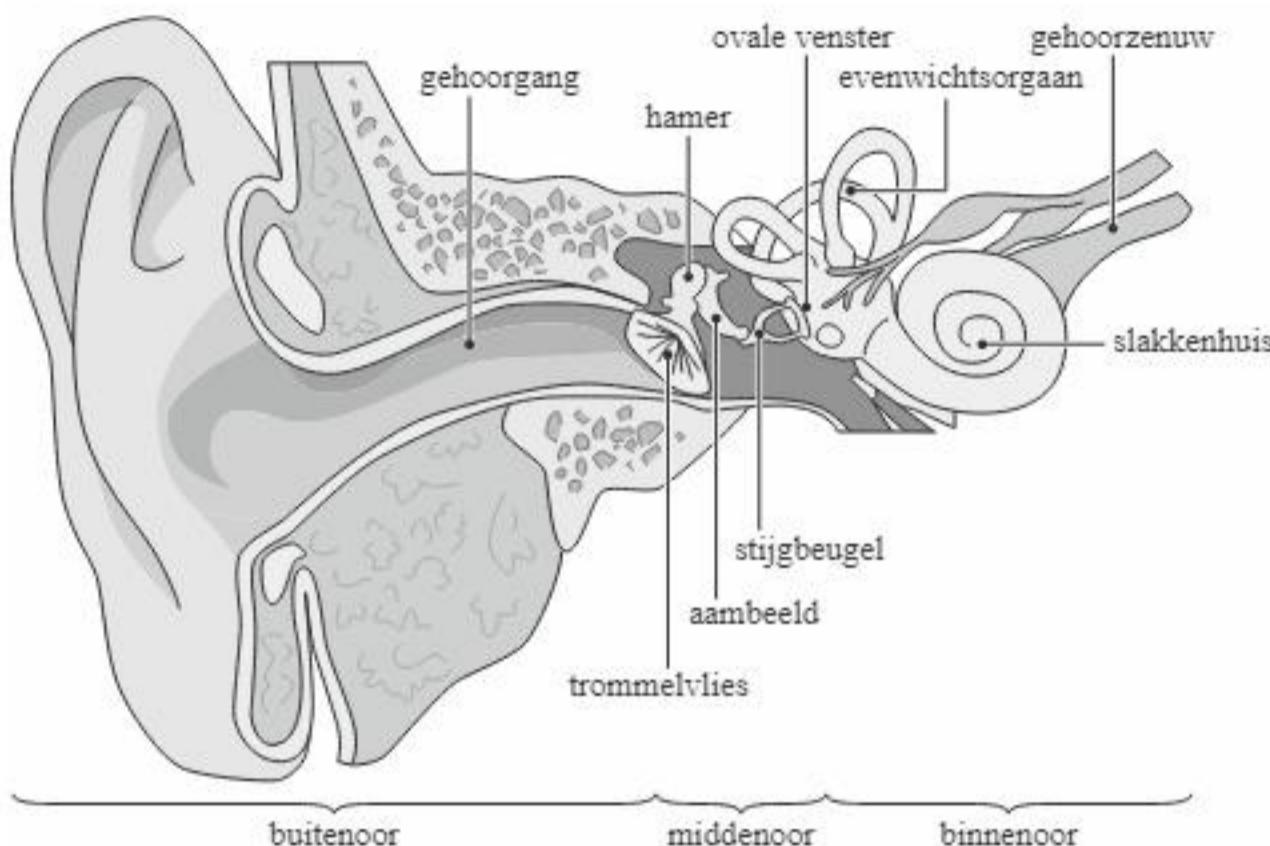
Hierdoor wordt de voortplantingssnelheid in de baai groter, waardoor de maxima in figuur 3 verschuiven. Bewoners aan de Fundybaai maken zich ongerust dat ze hierdoor te maken krijgen met een nog groter getijdenverschil.

- 16 Leg uit of de bewoners aan de baai zich terecht ongerust maken.

Oor

Het oor bestaat uit drie gedeeltes. Zie figuur 1.

figuur 1



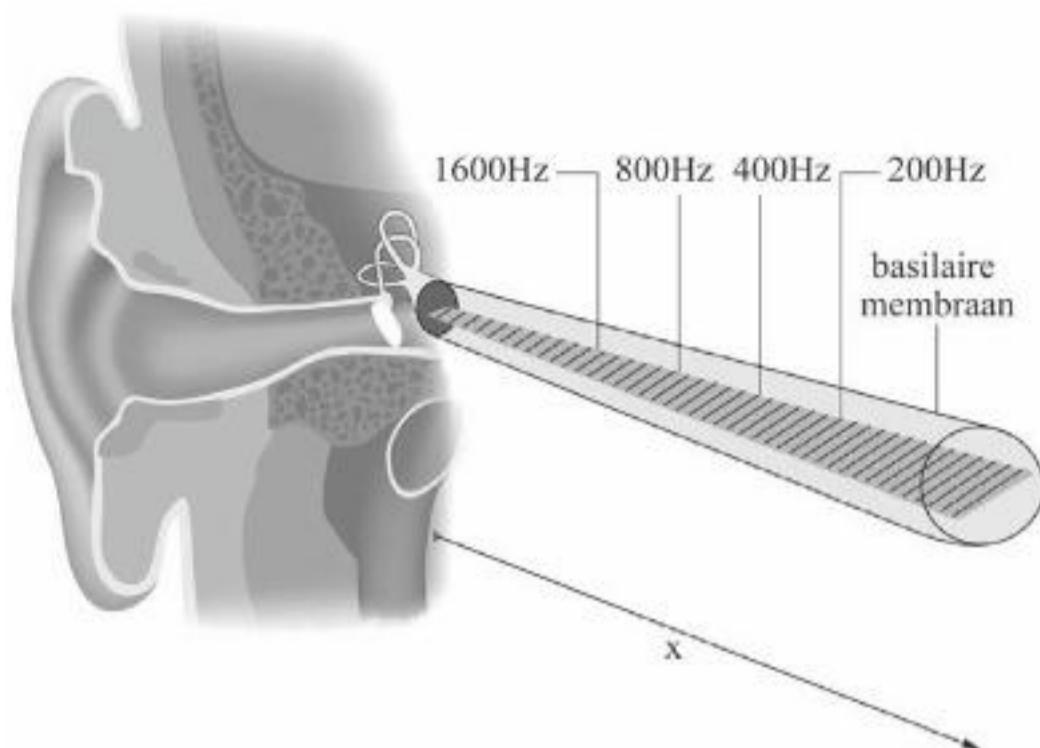
- Het **buitenoor** dat aan één kant wordt afgesloten door het trommelflies doet dienst als resonantieholte.
- Het **middenoor** brengt geluidstrillingen over van het trommelflies naar het ovale venster.
- Het **binnenoor** zet trillingen in het slakkenhuis om in zenuwpulsen die naar de hersenen worden gestuurd

Het **buitenoor** is op te vatten als een buis die aan één kant gesloten is door het trommelflies. De gehoorgang is bij een volwassen persoon 28 mm lang. Door resonantie wordt geluid met een frequentie van 3 kHz in het buitenoor versterkt.

- 17 Toon dat aan met behulp van een berekening.
- 18 Leg uit of de frequentie waarbij versterking optreedt bij een baby groter of kleiner is dan bij een volwassen persoon.

In het **binnenoor** zit het slakkenhuis. In figuur 2 is een tekening gemaakt van het slakkenhuis in uitgerolde toestand. Het is te beschouwen als een met vloeistof gevulde buis met het basilaire (basale) membraan als scheidingswand. Op het basilaire membraan zitten kleine massa's, die allemaal een andere eigenfrequentie hebben.

figuur 2

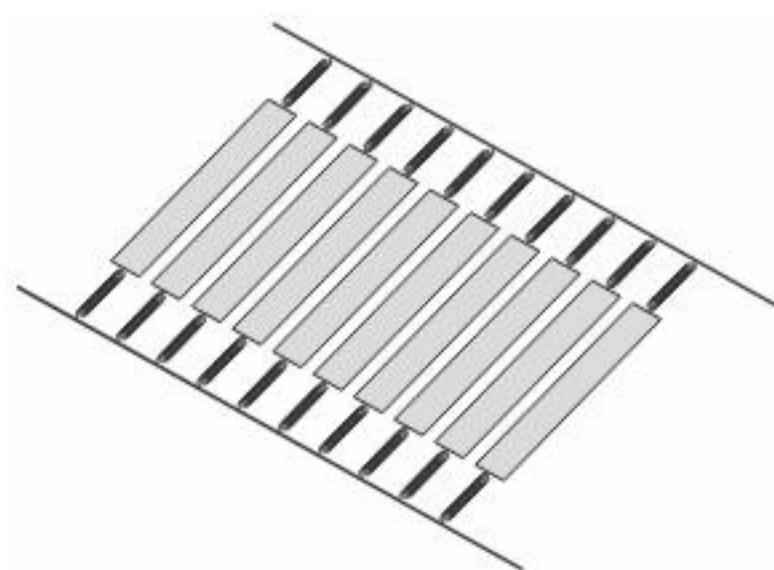


Als het ovale venster in trilling gebracht wordt, ontstaat in de vloeistof rondom het basilaire membraan een druktrilling. Als de eigenfrequentie van een kleine massa gelijk is aan de frequentie van de druktrilling, gaat die kleine massa meetrillen. In figuur 2 zijn de eigenfrequenties op verschillende plaatsen van het basilaire membraan aangegeven.

De werking van het basilaire membraan is te beschrijven met behulp van een model. In dit model bestaat het basilaire membraan uit een groot aantal kleine massa's aan veertjes.

In figuur 3 is dit schematisch weergegeven.

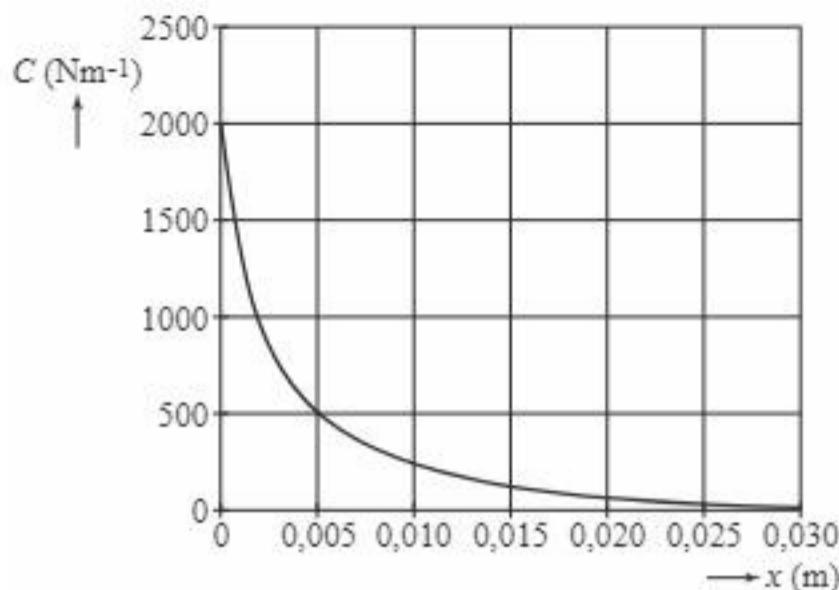
figuur 3



De stijfheid van het basilaire membraan is vergelijkbaar met de veerconstante C van een massa-veersysteem.

De stijfheid van het basilaire membraan verandert met de afstand x tot het ovale venster. Zie figuur 4.

figuur 4



Op een afstand van 5,0 mm van het ovale venster bedraagt de eigenfrequentie 3,0 kHz.

- 19 Bepaal de massa in het gebruikte model op die plaats van het basilaire membraan.
- 20 Laat met behulp een schatting zien of in dit model de massa's toenemen of afnemen als de afstand x groter wordt.

Hints bij hoofdstuk 2

- 1 Wat is de golflengte van de staande golf in het buisje?
- 2 Is Δf positief of negatief?
- 3 Bepaal eerst Δm .
- 4 Wat betekent de x -as van de grafiek?
- 5 Hoe groot is Δf voor één proton?
- 6 Wat is het verband tussen v , λ en f ?
- 7 Hoe verhouden de frequenties van de grondtoon en de boventonen zich?
- 8 $m = \rho \cdot V$.
- 9 Hoeveel maal past de golflengte van de grondtoon op de lengte van de snaar?
- 10 Alleen de golflengten van de snaren van de ukelele en de gitaar verschillen.
- 11 Hoe vind je uit een (s,t) -diagram de snelheid v ?
- 12 Hoe kan er een staande golf in de baai ontstaan?
- 13 Hoe groot is een knoop-buik afstand uitgedrukt in λ ?
- 14 De golflengte van de staande golf is gelijk aan 4 maal de baailengte.
- 15 Wanneer treedt er voor een aan één kant gesloten systeem de tweede resonantie op?
- 16 Wat gebeurt er met de golflengte λ van de staande golf?
- 17 Wat is het verband tussen f , v en λ ?
- 18 Wat weet je in het geval van een baby van de golflengte waarbij resonantie optreedt?
- 19 Wat is het verband tussen T , m en C ?
- 20 Gebruik figuur 2 en figuur 4.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 2

Protonenweegschaal?

- We berekenen de golfsnelheid v met: $v = f \cdot \lambda$ (Binas 35B2), waarin:
 - f = grondfrequentie van het buisje = $1,86 \text{ GHz} = 1,86 \cdot 10^9 \text{ Hz}$
 - λ = golflengte van de staande golf. Omdat het buisje zich gedraagt als een snaar met twee vaste uiteinden, geldt hiervoor:
$$\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda \quad (\text{Binas 35B2}) \Rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot \ell}{n}, \text{ met:}$$
 - $n = 1$ voor de grondtoon
 - ℓ = lengte van het buisje = $150 \text{ nm} = 150 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
 - zodat: $\lambda = \frac{2 \cdot 150 \cdot 10^{-9}}{1} = 3,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Invullen: $v = 1,86 \cdot 10^9 \cdot 3,00 \cdot 10^{-7} = 558 \text{ m s}^{-1}$
- Als er een deeltje aan het buisje vasthecht, is er een positieve Δm . Aan het minteken in de formule is te zien dat Δf dan negatief wordt.
De resonantiefrequentie neemt daarom af.
- $v = f \cdot \lambda$ (Binas 35B2). Als f afneemt (en λ gelijk blijft), dan wordt v kleiner. De golfsnelheid wordt dus kleiner als er een deeltje vasthecht aan het buisje.
- We berekenen Δf met: $\Delta f = \frac{-\Delta m}{2 \cdot m_{\text{nano}}} \cdot f_0$, waarin:
 - Δm = massa van vijf naftaleenmoleculen = $5 \cdot 128 \text{ u} = 640 \text{ u} = 640 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B) = $1,06 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$
 - m_{nano} = massa van het nanobuisje = $6,2 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$
 - f_0 = grondfrequentie van het nanobuisje vóór het vasthechten = $1,86 \text{ GHz} = 1,86 \cdot 10^9 \text{ Hz}$

Invullen: $\Delta f = \frac{-1,06 \cdot 10^{-24}}{2 \cdot 6,2 \cdot 10^{-22}} \cdot 1,86 \cdot 10^9 = -1,6 \cdot 10^6 \text{ Hz}$

Dat komt overeen met de waarde van $-1,6 \text{ MHz}$ die je bij 8,8 s uit de grafiek kunt aflezen.
- In figuur 5 is te zien dat Δf afhangt van de plaats waar het naftaleenmolecuul aanhecht. Een molecuul dat in het midden aanhecht, heeft een grotere invloed op de resonantiefrequentie dan een molecuul dat aan een van de zijkanten aanhecht. Omdat niet te controleren is waar een molecuul precies aanhecht, zal de invloed per molecuul verschillen.
- Eén proton heeft een massa van $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B). Als we dit invullen voor Δm , vinden we een frequentieverandering van:

$$\Delta f = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{2 \cdot 6,2 \cdot 10^{-22}} \cdot 1,86 \cdot 10^9 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}. \text{ Dat is gelijk aan } 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ MHz.}$$

De ruis in de grafiek is van de orde van grootte van één schaaldeel, dus $0,1 \text{ MHz}$. Dat is veel groter dan de frequentieverandering die door één proton wordt veroorzaakt. De nauwkeurigheid is dus niet groot genoeg om de massa van één proton te meten.

Ukelele-I

- 6** Voor de golfsnelheid v van een snaar geldt: $v = \lambda \cdot f$ (Binas 35B2), waarin λ = golflengte van de trilling en f = frequentie van de trilling.
 In figuur 1 zien we dat de vier snaren even lang zijn, dus de golflengten van de vier snaren zijn gelijk (voor de grondtonen geldt: lengte snaar = $\frac{1}{2} \cdot \lambda_0$).
 In tabel 1 lezen we af dat de frequenties van de vier tonen verschillend zijn, dus kunnen volgens $v = \lambda \cdot f$ de golfsnelheden in de vier snaren niet gelijk aan elkaar zijn.
- 7** De snaren hebben vaste uiteinden. De uiteinden zijn voor de golven dus knopen. Voor de verhouding van de frequenties van de boventonen ten opzichte van de grondtoon geldt dan:
 $f_0 : f_1 : f_2 : f_3 : \dots = 1 : 2 : 3 : 4 : \dots$
 Voor snaar 3 geldt: $f_0 : f_1 : f_2 : f_3 : \dots = 330 : 660 : 990 : 1320 : \dots$
 Voor snaar 4 geldt: $f_0 : f_1 : f_2 : f_3 : \dots = 440 : 880 : 1320 : 1760 : \dots$
 De laagste gemeenschappelijke boventoon van snaar 3 en snaar 4 heeft dus een frequentie van 1320 Hz.
- 8** Er geldt: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v^2 = \frac{F}{\mu} \Rightarrow F = v^2 \cdot \mu = v^2 \cdot \frac{m}{\ell}$, waarin:
 v = golfsnelheid = $\lambda \cdot f$ (Binas 35B2)
 F = spanskraft
 μ = massa per lengte-eenheid
 m = massa = $\rho \cdot V$ (Binas 35C1), met:
 ρ = dichtheid
 V = volume = $A \cdot \ell = \pi \cdot r^2 \cdot \ell$ (Binas 36B) = $\pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 \cdot \ell = \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot d^2 \cdot \ell$, met:
 A = doorsnede van de snaar
 r = straal van de doorsnede
 ℓ = lengte van de snaar
 d = diameter van de doorsnede
 ℓ = lengte van de snaar
- Invullen:
 $F = v^2 \cdot \frac{m}{\ell} = \frac{v^2 \cdot \rho \cdot V}{\ell} = \frac{(\lambda \cdot f)^2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot d^2 \cdot \ell}{\ell} = \frac{\lambda^2 \cdot f^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho}{4}$
- 9** Voor de spanskraft F geldt: $F = \frac{\lambda^2 \cdot f^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho}{4}$, waarin:
 λ = golflengte van de grondtoon = $2 \cdot \ell$, met:
 ℓ = lengte van snaar = 35,0 cm = 0,350 m
 zodat: $\lambda = 2 \cdot 0,350 = 0,700$ m
 f = frequentie van de grondtoon van snaar 1 = 392 Hz (afgelezen in tabel 1)
 d = dikte van de snaar = 0,65 mm = $0,65 \cdot 10^{-3}$ m
 ρ = dichtheid van nylon = $1,14 \cdot 10^3$ kg m⁻³ (Binas 10A)
 Invullen: $F = \frac{0,700^2 \cdot 392^2 \cdot \pi \cdot (0,65 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,14 \cdot 10^3}{4} = 28$ N

- 10** In de formule van de spankrachten $F = \frac{\lambda^2 \cdot f^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho}{4}$ voor de E-snaar van de gitaar en de ukelele is er alleen een verschil in de golflengte λ . De andere grootheden zijn allemaal even groot \Rightarrow

$$\frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}} = \frac{\text{constante} \cdot \lambda_{\text{gitaar}}^2}{\text{constante} \cdot \lambda_{\text{ukelele}}^2} = \frac{\lambda_{\text{gitaar}}^2}{\lambda_{\text{ukelele}}^2} = \frac{(2 \cdot \ell_{\text{gitaar}})^2}{(2 \cdot \ell_{\text{ukelele}})^2} = \frac{(\ell_{\text{gitaar}})^2}{(\ell_{\text{ukelele}})^2}, \text{ waarin:}$$

ℓ_{gitaar} = lengte van de gitaarsnaar = 64,5 cm

ℓ_{ukelele} = lengte van de ukelelesnaar = 35,0 cm

$$\text{Invullen: } \frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}} = \frac{64,5^2}{35,0^2} = 3,40$$

Getijdenresonantie

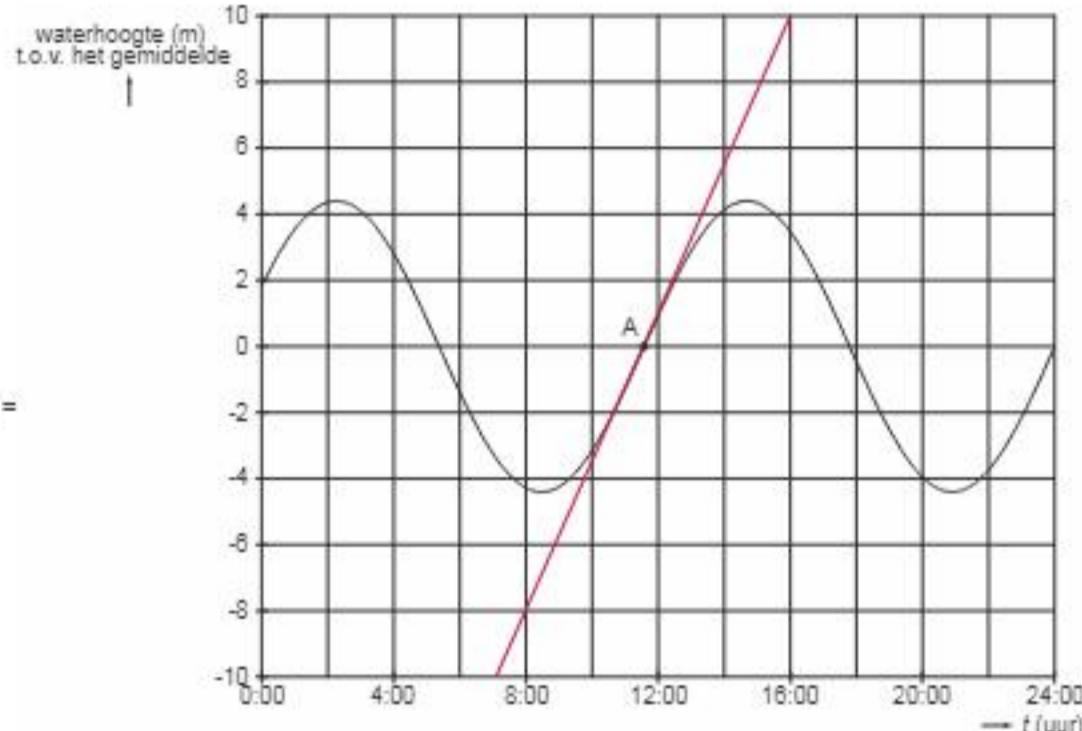
- 11** Zie tekening 1.

methode 1

We bepalen de maximale stijgsnelheid v_{\max} van het water door een raaklijn te tekenen aan het steilste deel van de grafiek tijdens het stijgen van het water. (zie punt A in tekening 1).

Dan geldt:

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \text{helling van de raaklijn} = \\ &= \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{10,0 - (-10,0)}{16,0 - 7,0} = \\ &= \frac{20,0}{9,0} = 2,22 \text{ m h}^{-1} = \\ &= \frac{2,22 \cdot 10^2 \text{ cm}}{60 \text{ min}} = \\ &= 3,7 \text{ cm min}^{-1} \end{aligned}$$



tekening 1

methode 2

De maximale stijgsnelheid v_{\max} vinden we ook uit:

$$v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T} \quad (\text{Binas 35B1}), \text{ waarin:}$$

A = amplitude van de getijdenbeweging = 4,4 m (afgelezen in tekening 1)

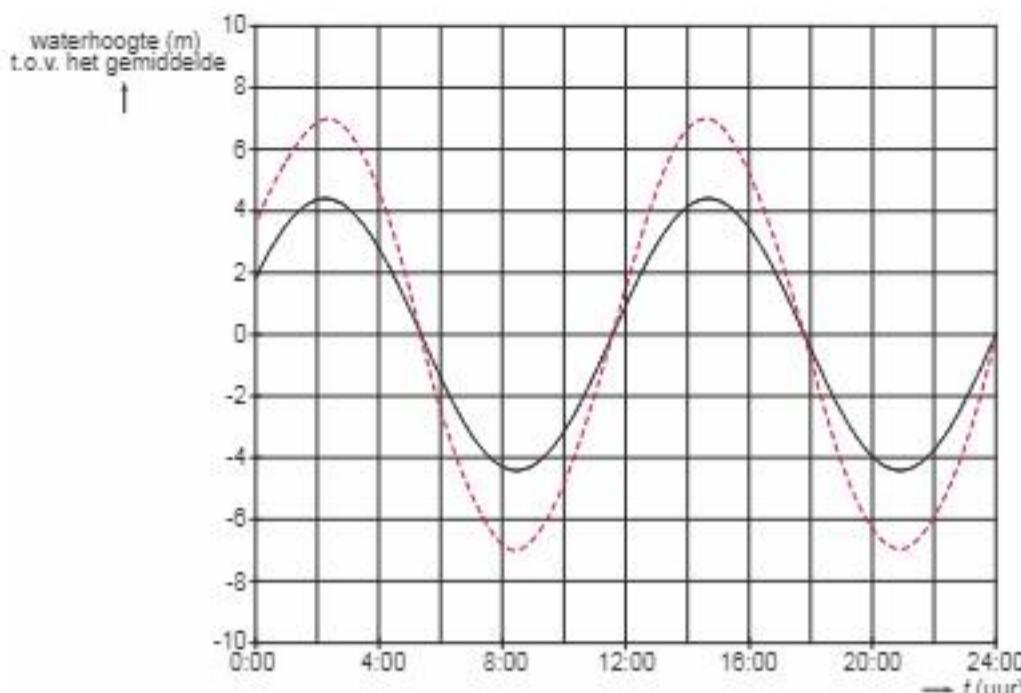
T = trillingstijd van de getijdenbeweging = $(24,0 - 11,6)$ uur = 12,4 uur (afgelezen in tekening 1)

$$\text{Invullen: } v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 4,4}{12,4} \text{ m h}^{-1} = 2,23 \text{ m h}^{-1} = \frac{2,23 \cdot 10^2 \text{ cm}}{60 \text{ min}} = 3,7 \text{ cm min}^{-1}$$

- 12** Zie tekening 2.

Door interferentie van heen en weer gaande golven ontstaat er in de baai een staande golf, met een buik B bij Cumberland County.

De grafiek van de waterhoogte bij Cumberland County als functie van de tijd gaat op dezelfde tijden door nul als de gegeven grafiek, heeft de toppen op dezelfde tijdstippen als de gegeven grafiek en heeft een grotere amplitude dan de gegeven grafiek.



tekening 2

- 13** De staande golf in de baai heeft een knoop K aan het begin van de baai en een buik B aan het eind van de baai bij Cumberland County. De lengte van de baai is dus gelijk aan een knoop-buik afstand van de staande golf; deze lengte komt overeen met een kwart golflengte.

De golflengte van de staande golf is dus gelijk aan 4 maal de baailengte.

- 14** We berekenen de waarde van de gebruikte golfsnelheid v met:

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \quad (\text{Binas 35B2}), \text{ waarin:}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \text{golflengte van de baai in het computermodel} = 4 \cdot \text{lengte van de baai} = \\ &= 4 \cdot 300 \text{ km} = 1,20 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{afgelezen in figuur 3})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T &= \text{trillingstijd van de staande golf in de baai} = (24,0 - 11,6) \text{ uur} = 12,4 \text{ uur} = \\ &= 12,4 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 4,46 \cdot 10^4 \text{ s} \quad (\text{afgelezen in de uitwerkbijlage})\end{aligned}$$

$$\text{Invullen: } v = \frac{1,20 \cdot 10^6}{4,46 \cdot 10^4} = 26,9 \text{ ms}^{-1}$$

- 15** Er doet zich versterking (resonantie) voor bij een baailengte $L = 300 \text{ km}$.

De knoop-buikafstand is dan dus $300 \text{ km} : \frac{1}{4} \cdot \lambda = 300 \text{ km}$.

Voor een systeem dat aan één kant gesloten is doet zich een tweede resonantie (KBKB) voor bij een lengte $L = \frac{3}{4} \cdot \lambda = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda = 3 \cdot 300 \text{ km} = 900 \text{ km}$.

- 16** Voor de resonantielengte L geldt: $L = \frac{1}{4} \cdot \lambda = \frac{1}{4} \cdot v \cdot T$ (Binas 35B2).

Als de zeespiegel zou stijgen, wordt de voortplantingssnelheid v in de baai groter, terwijl de trillingstijd T niet verandert. Dan wordt L dus groter, waardoor het eerste maximum in figuur 3 naar rechts verschuift en dus dichter in de buurt zal komen van de werkelijke lengte van 325 km van de baai. De versterkingsfactor in de baai zal daardoor toenemen, waardoor het verschil in getijden groter wordt. De bewoners maken zich dus terecht ongerust.

Oor

- 17** Zie de tekening.

Als er resonantie optreedt, is de lengte ℓ van de gehoorgang gelijk aan een kwart golflengte van het geluid, met een buik B bij de opening en een knoop K bij het trommelvlies $\Rightarrow \ell = \frac{1}{4}\lambda \Rightarrow \lambda = 4 \cdot \ell$

Dan geldt voor de resonantiefrequentie f_{res} van het geluid:

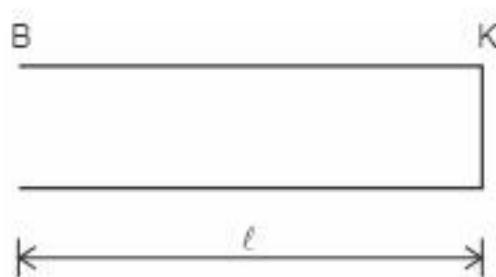
$$v = f_{\text{res}} \cdot \lambda \quad (\text{Binas 35B2}) \Rightarrow f_{\text{res}} = \frac{v}{\lambda}, \text{ waarin:}$$

v = snelheid van het geluid $= 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 15A, bij $T = 293 \text{ K}$)

λ = golflengte van het geluid $= 4 \cdot \ell$, met: $\ell = 28 \text{ mm} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ m}$,
zodat: $\lambda = 4 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,112 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } f_{\text{res}} = \frac{0,343 \cdot 10^3}{0,112} = 3,1 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 3,1 \text{ kHz}$$

Het klopt dus.



- 18** Bij een baby is de gehoorgang korter $\Rightarrow \ell$ is kleiner.

Daardoor is de golflengte λ waarbij resonantie optreedt kleiner ($\ell = \frac{1}{4} \cdot \lambda$).

Volgens $f = \frac{v}{\lambda}$ (Binas 35B2) zal de resonantiefrequentie dan hoger zijn.

- 19** We bepalen de massa m op die plaats van het basilaire membraan met:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}} \quad (\text{Binas 35B1}), \text{ waarin:}$$

T = trillingstijd van de eigenfrequentie f op deze plaats $= \frac{1}{f}$ (Binas 35B1), met:
 $f = 3,0 \text{ kHz} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

$$\text{zodat: } T = \frac{1}{3,0 \cdot 10^3} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

C = stijfheid ('veerconstante') $= 500 \text{ N m}^{-1}$, afgelezen in figuur 4 bij
 $x = 5,0 \text{ mm} = 0,0050 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } 3,33 \cdot 10^{-4} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{500}} \Rightarrow m = 500 \cdot \frac{(3,33 \cdot 10^{-4})^2}{4 \cdot \pi^2} = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

- 20** Er geldt: $T = \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ (Binas 35B1) $\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$

Als de afstand x 2x zo groot wordt, wordt volgens figuur 4 de stijfheid C ongeveer 2x zo klein. In figuur 2 lezen we af, dat als de afstand x 2x zo groot wordt, de frequentie f ongeveer 4x zo klein wordt.

Als f 4x zo klein wordt, zal $\sqrt{\frac{C}{m}}$ ook 4x zo klein worden $\Rightarrow \frac{C}{m}$ wordt $4^2 = 16x$ zo klein.

De stijfheid C wordt ongeveer 2x zo klein, dus de massa m wordt groter.

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{C}{m}} \quad (\text{zie boven}) \Rightarrow f^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot \frac{C}{m} \Rightarrow m = \frac{C}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2}$$

Bij een 2x zo grote afstand x geldt voor de massa m' :

$$m' = \frac{\frac{1}{2} \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot f\right)^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2} = 8 \cdot m$$

De massa is dus 8x zo groot op die plaats.



Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



3 Medische beeldvorming (domein B2)

SPECT-scan bij parkinson

Bij de SPECT-scan (Single Photon Emission Computer Tomography) worden tracers gebruikt die zich ophopen in de cellen die bestudeerd worden.

Met een SPECT-scanner (zie figuur 1) kan parkinson aangetoond worden. Dit is een hersenaandoening waarbij bewegingsklachten optreden.

Als tracer wordt vaak een verbinding met jood-123 gebruikt, dat vervalt onder uitzending van een γ -foton.

figuur 1



Om jood-123 te maken wordt telluur-123 beschoten met protonen.

- 1 Geef hiervan de reactievergelijking.

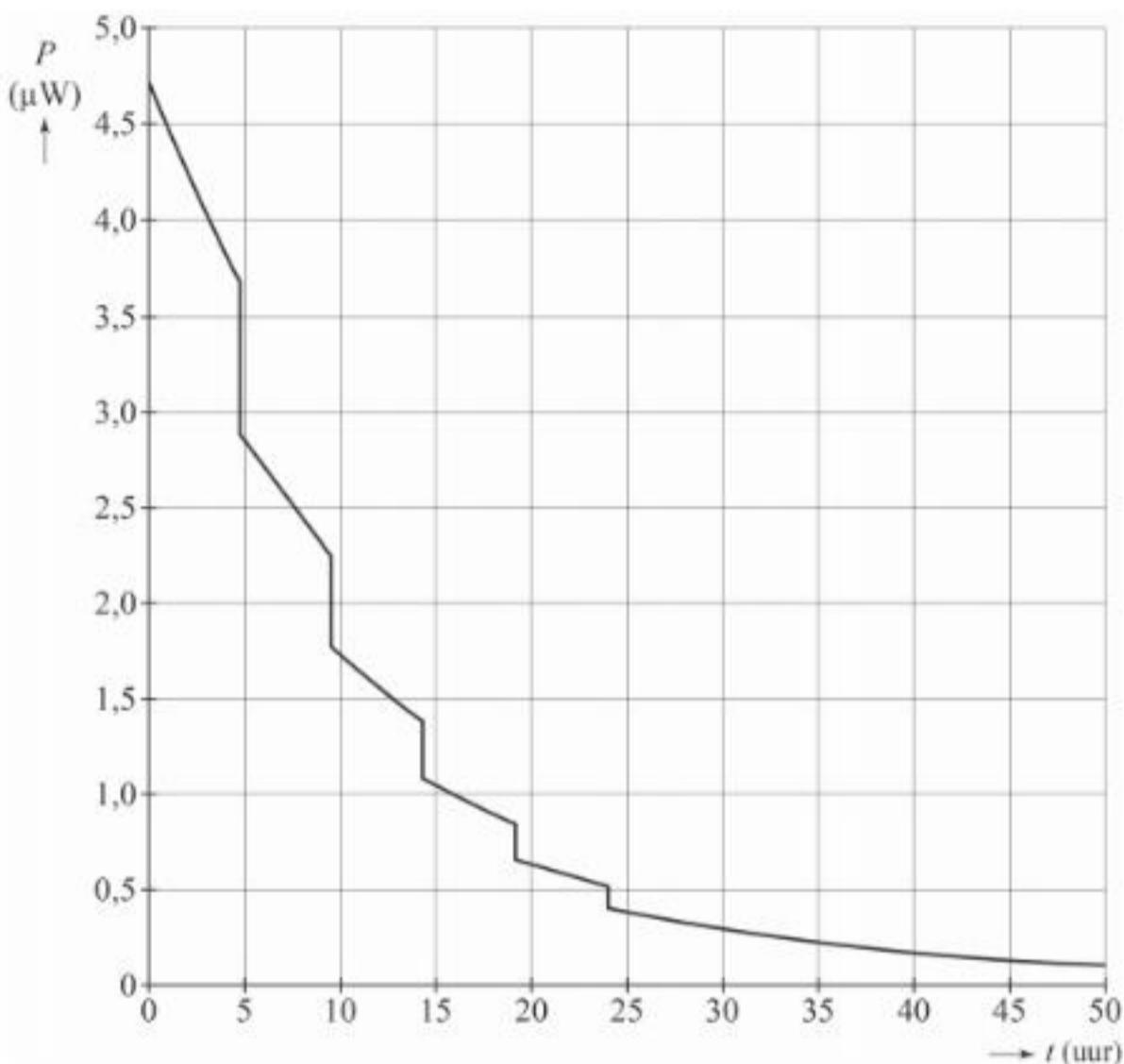
Een jood-123-kern vervalt met een halveringstijd van 13,2 h.

Het jood-123 wordt 24 uur vóór gebruik geproduceerd.

- 2 Bereken welk percentage van het geproduceerde jood-123 na 24 uur vervallen is.

Om de stralingsbelasting te verkleinen, moet de patiënt de blaas minstens vijf keer in 24 uur legen. In een vereenvoudigd model wordt aangenomen dat de patiënt (massa 70 kg) elke 4,8 uur het toilet bezoekt en elke keer hetzelfde percentage van de aanwezige jood-123-kernen uitscheidt. Dit noemen we het verliespercentage. Het verloop van het totale door de patiënt geabsorbeerde stralingsvermogen P tegen de tijd is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



Uit deze grafiek is het verliespercentage af te leiden dat gehanteerd is in dit model.

- 3 Bepaal dit verliespercentage met behulp van figuur 2.

Radondochters

Radon is een radioactief edelgas dat uit de bodem en uit bouwmateriaal kan ontsnappen en terecht kan komen in kelders en kruipruimtes die slecht geventileerd worden.

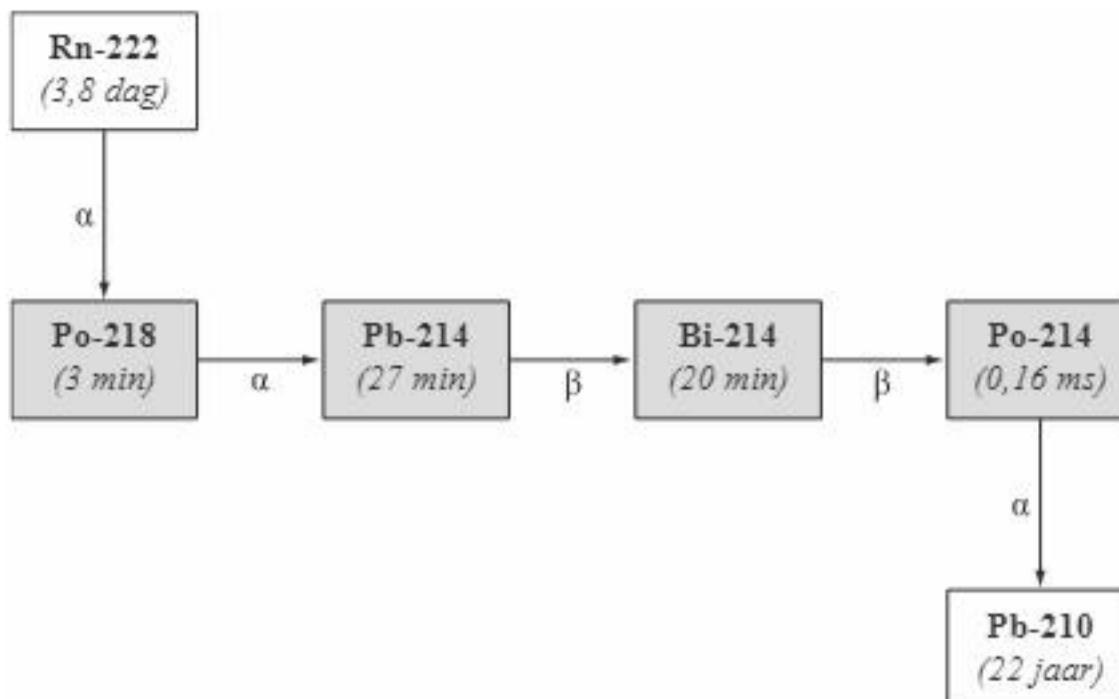
De meest voorkomende isotoop van radon is radon-222. Radioactieve isotopen met atoomnummers tussen 82 en 90 komen in de natuur voor omdat ze voortdurend aangemaakt worden. Er bestaan in de natuur twee zogenoemde 'radioactieve reeksen'. De ene reeks begint bij thorium-232, de andere bij uraan-238.

- 4 Beredeneer of radon-222 ontstaat uit thorium-232 of uit uraan-238.
Beschouw daartoe het aantal nucleonen van de kernen.
Hint: het is niet nodig om de vervalvergelijkingen op te schrijven.

In figuur 1 zijn het verval van radon-222 en de daarop volgende vervalstappen weergegeven. Bij elke isotoop is de halfwaardetijd gegeven.

NB: uit de gegevens in Binas zou ook een alternatieve vervalroute kunnen worden afgeleid. Deze komt echter zo weinig voor, dat we hem in deze opgave verwaarlozen.

figuur 1



De vier grijze isotopen worden ‘radondochters’ genoemd. Zij hebben een betrekkelijk kleine halveringstijd: als een radon-222 kern vervalt, vervallen vrij snel daarna ook de radondochters. De radondochters hechten zich aan microscopische stofdeeltjes en blijven in de lucht zweven. De lucht in een gesloten kelderruimte bevat dus radon en radondochters.

Ook als er per seconde steeds dezelfde hoeveelheid radon ontsnapt, gaat het ophopen van radon in een gesloten kelderruimte niet eindeloos door. Als er niet geventileerd wordt, bereikt de activiteit (in Becquerel) van het radon een bepaalde constante waarde.

5 Leg uit:

- waarom in dat geval de activiteit van radon-222 uiteindelijk constant wordt;
- dat elk van de radondochters dan dezelfde activiteit heeft als radon-222.

Een persoon die een tijdje in zo’n kelderruimte verblijft, ademt lucht in met de daarin aanwezige isotopen. Stel dat een persoon tijdens zijn verblijf in de kelderruimte 1 m^3 lucht inademt. De persoon ademt het radon weer uit omdat het een edelgas is.

De microscopische stofdeeltjes met de radondochters blijven achter in de longen. Bij het verval hiervan worden de longen (totale massa van 2,5 kg) bestraald.

In tabel 1 staat het aantal kernen in 1 m^3 lucht van elk van de radondochters in de kelderruimte.

Voor de stralingsdosis D geldt:

$$D = \frac{E_{\text{str}}}{m}$$

Hierin is:

- E_{str} de stralingsenergie, die geabsorbeerd wordt;
- m de massa van het bestraalde orgaan.

6 Bereken de stralingsdosis die de longen ontvangen ten gevolge van alfa-straling.

tabel 1

Aantal kernen (in 1 m^3 lucht) in de kelderruimte	
Po-218	$2,6 \cdot 10^4$
Pb-214	$2,3 \cdot 10^5$
Bi-214	$1,7 \cdot 10^5$
Po-214	≈ 0

Radiumverf

Radium werd in 1898 door de Poolse scheikundige Marie Curie ontdekt. Dit element zendt licht uit en werd in het begin van de twintigste eeuw gebruikt om oplichtende verf voor wijzers van horloges te maken.

In deze verf zit radium-226 dat α -straling uitzendt.

- 7 Geef de vervalreactie van radium-226.

De radiumbevattende verf werd door jonge meisjes met een penseel op de wijzers van een horloge gebracht. Met de mond werden de haartjes van het penseel tot een puntje gezogen. Daarbij kwam iedere keer een hele kleine hoeveelheid radiumverf via het speeksel in de maag terecht.

Neem aan dat daardoor in een bepaalde periode gemiddeld 1,0 μg radium-226 de maag met een massa van 2,5 kg bestraalde.

De activiteit van één gram radium is $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

De toegestane equivalente dosis voor de maag bedraagt 0,2 mSv per jaar.

Voor de equivalente dosis (dosisequivalent) H geldt:

$$H = Q \frac{E}{m}$$

Hierin is:

- Q de (stralings)weegfactor (kwaliteitsfactor) die voor α -straling gelijk is aan 20;
- E de geabsorbeerde stralingsenergie in J;
- m de bestraalde massa in kg.

- 8 Doe een beredeneerde uitspraak over het gevaar van de α -straling van radium-226 in deze verf voor de gezondheid van de jonge meisjes.

Bereken daartoe eerst de equivalente dosis die de maag door de α -straling van 1,0 μg radium-226 in 1,0 uur ontvangt.

Radium-226 en zijn vervalproducten zenden α -, β -, en γ -straling uit.

De horloges, voorzien van wijzers met lichtgevende radiumverf, werden door hun bezitters soms jarenlang gedragen.

- 9 Leg voor elke soort straling uit of die van invloed is op de gezondheid van de bezitter van zo'n horloge.

Onderzoek van bot met calcium-47

In deze opgave bekijken we een patiënt waarbij de botten in de benen worden onderzocht. Hierbij gebruikt men calcium omdat dit gemakkelijk door het lichaam opgenomen en getransporteerd wordt naar de botten.

De patiënt krijgt een hoeveelheid van de instabiele isotoop calcium-47 toegediend, die bij verval een bèta-min-deeltje en gammastraling uitzendt: $^{47}\text{Ca} \rightarrow ^{47}\text{Sc} + \beta^- + \gamma$.

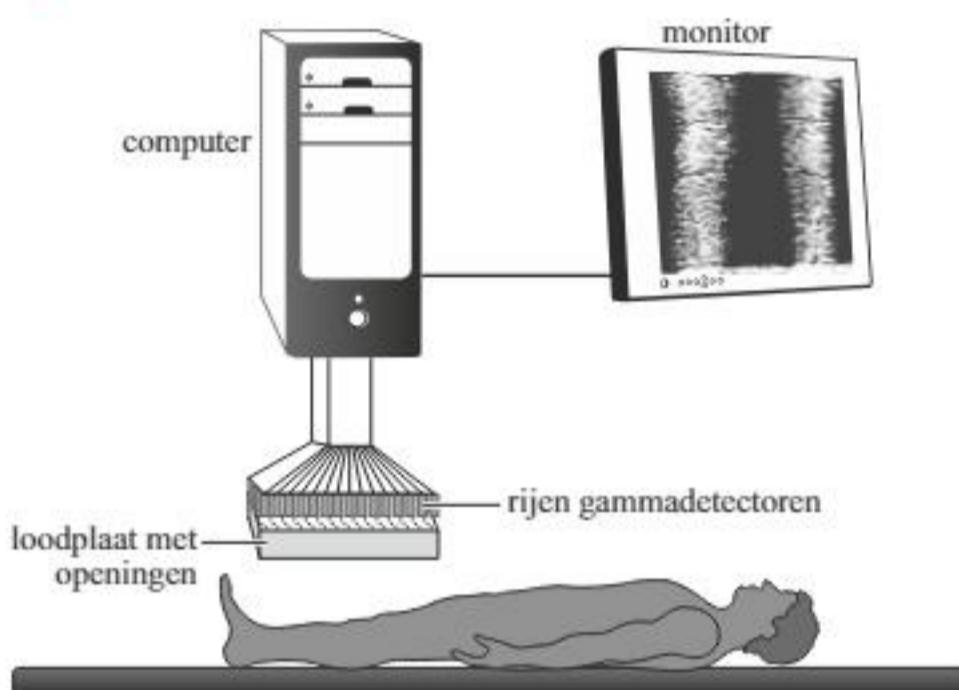
De gammastraling kan buiten het lichaam gedetecteerd worden. De arts kan zo zien of er met de botten iets bijzonders aan de hand is.

Bij het begin van het onderzoek krijgt de patiënt een hoeveelheid calcium-47 toegediend met een activiteit van 2,5 MBq.

- 10 Bereken de massa in kg van het calcium-47.

De benen van de patiënt worden onder een apparaat gelegd dat gammastraling meet. Zie figuur 1.

figuur 1



In het apparaat zijn honderden gammadetectoren in rijen naast elkaar geplaatst.

Onder de gammadetectoren bevindt zich een dikke loden plaat.

Onder elke gammadetector zit in de plaat een smal gat.

Elke gammadetector registreert alleen de straling die uit het deel van het been **recht onder** de detector komt.

- 11 Waarom is het gewenst dat die alleen van recht onder komt?

Voor het maken van het beeld van het bot worden de gegevens door de computer verwerkt.

Voor verschillende delen van de benen verschilt de absorptie van gammastraling in het spierweefsel en in de lucht tussen de detector en het been.

Om de metingen van het been te kunnen vergelijken, moet voor die absorptie gecorrigeerd worden. Daarvoor vermenigvuldigt de computer de meetwaarde van elke detector met een correctiefactor.

Als er geen absorptie optreedt, levert dat een correctiefactor 1.

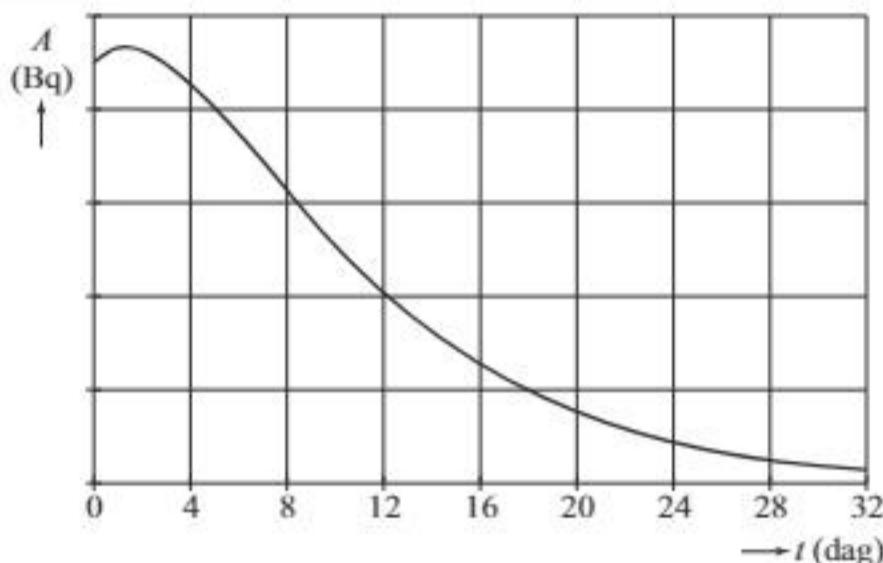
Neem aan dat zich tussen een gammadetector en het bot 10 cm lucht en 4,5 cm spierweefsel bevindt. De absorptie in spierweefsel is gelijk aan die in water.

Ga uit van een gamma-foton met een energie van 1,0 MeV.

- 12 Bereken de grootte van de correctiefactor voor die detector.

Een nadeel van deze onderzoeks methode is de stralingsbelasting van het bot. Deze ontstaat voornamelijk door absorptie van bèta-min-deeltjes. Deze zijn niet alleen afkomstig van calcium-47 maar ook van scandium-47 (dat ontstaat bij het verval van calcium-47). Figuur 2 toont het verloop van de gezamenlijke activiteit van beide isotopen in het bot van het bovenbeen.

figuur 2



- 13 Beredeneer aan de hand van het verloop van figuur 2 of de halveringstijd van scandium-47 groter of kleiner is dan de halveringstijd van calcium-47.

De nucleaire diagnostiek zoals die hierboven beschreven is, laat plaatsen van het bot zien waar iets bijzonders aan de hand is. Die informatie kan niet worden verkregen met behulp van **echoscopie** of een **MRI-scan**.

- 14 Beargumenteer dit voor deze beide technieken.

PET-scan

Bij onderzoek naar de ziekte van Alzheimer wordt de PET-scan gebruikt. Daarbij spuit men bij de patiënt een speciale stof in die het C-11-isotoop bevat. Deze stof bindt het C-11-isotoop aan plaatsen in de hersenen waar de oorzaak van de ziekte van Alzheimer zit. Figuur 1 toont een voorbeeld van zo'n PET-scan.

Het C-11-isotoop verkrijgt men door versnelde protonen op N-14 te schieten.

- 15** Geef de kernreactievergelijking van de productie van het C-11-isotoop uit N-14.

Het C-11-isotoop vervalt onder uitzending van een positron. Het positron dat ontstaat remt in het hersenweefsel af tot (bijna) stilstand, en annihielt dan met een elektron.

Daarbij worden twee gamma-fotonen met dezelfde frequentie in tegengestelde richting uitgezonden.

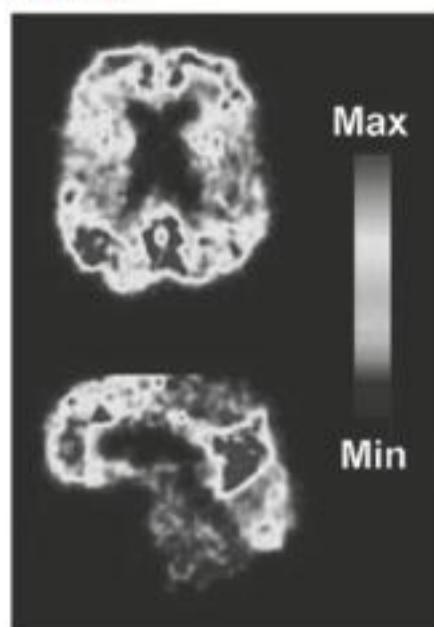
Zie figuur 2.

Als twee gamma-fotonen binnen een tijdsduur Δt de ringvormige detector bereiken, neemt men aan dat ze afkomstig zijn van dezelfde annihilatie. Een computer verwerkt de gegevens tot een plaatje zoals in figuur 1.

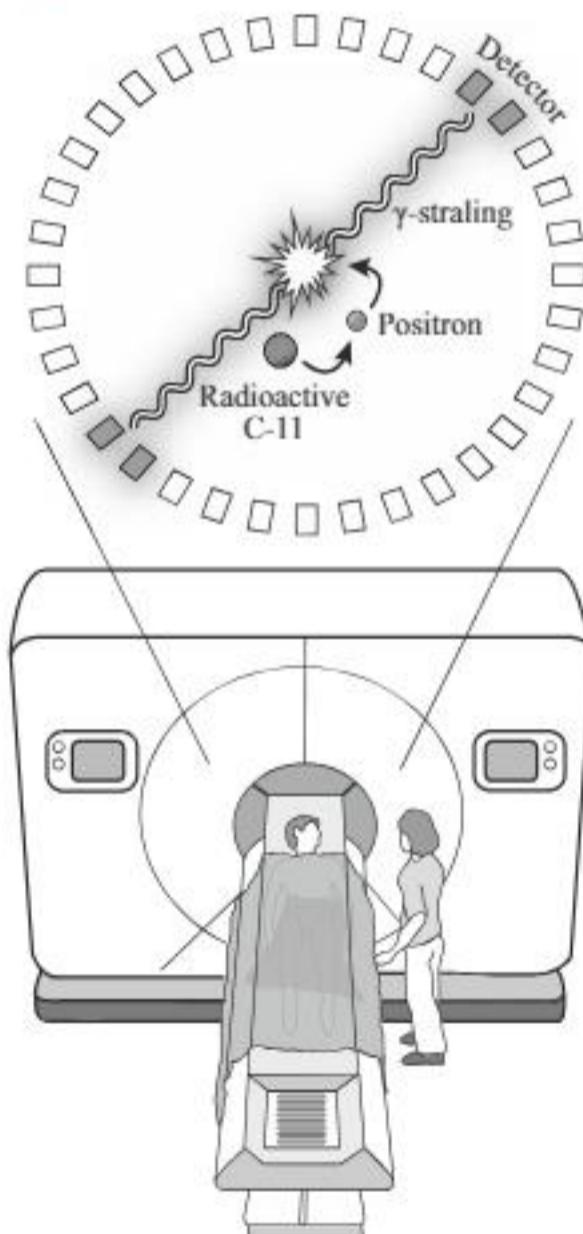
- 16** Bereken de orde van grootte van de tijdsduur Δt . Maak daarbij gebruik van een schatting en neem aan dat de fotonen overal bewegen met de lichtsnelheid in vacuüm.

De stralingsbelasting bij een PET-scan voor de patiënt is het gevolg van het afremmen van de positronen. De stralingsbelasting ten gevolge van de gammastraling is te verwaarlozen. In figuur 3 staat de grootte van de activiteit van de ingespoten stof in de hersenen uit tegen de tijd.

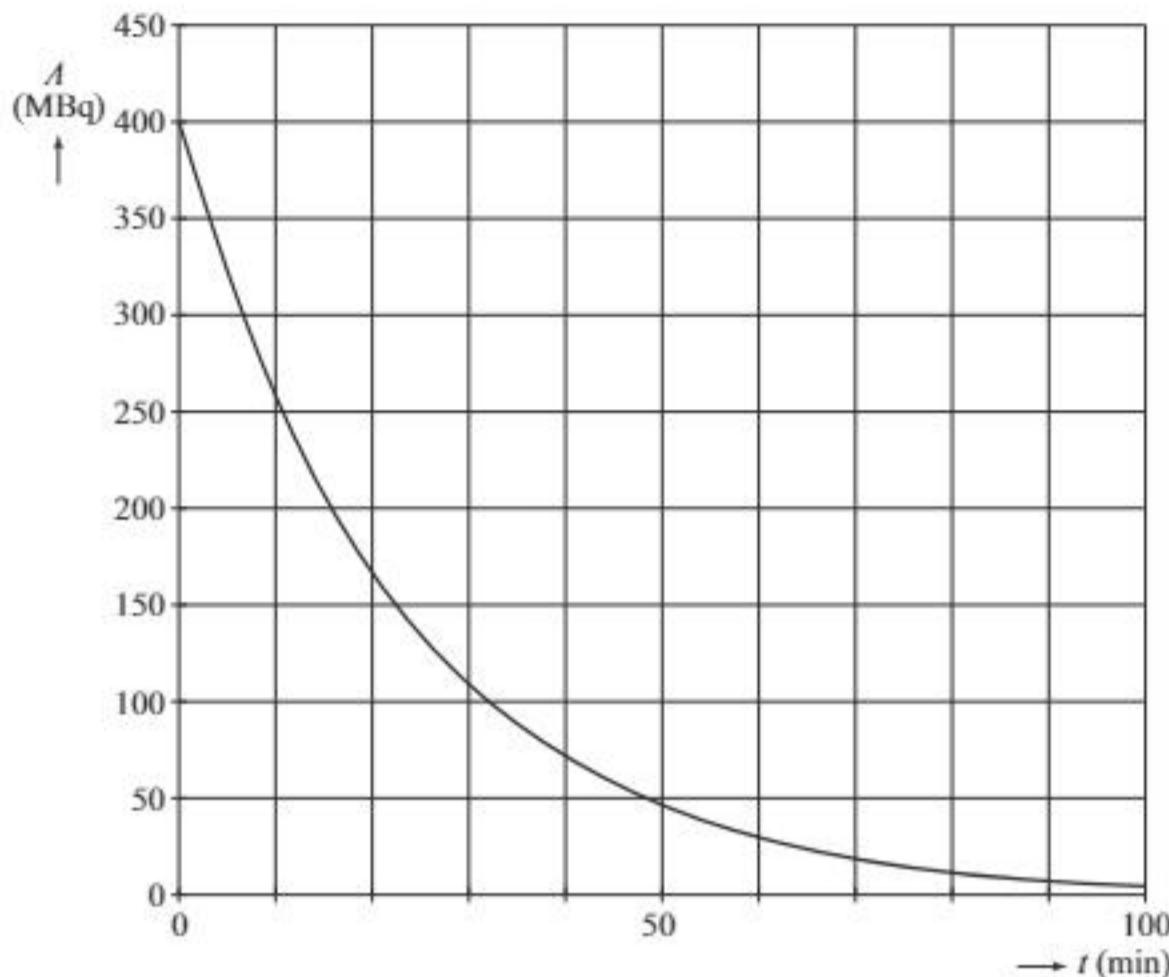
figuur 1



figuur 2



figuur 3



De massa van de hersenen is 1,5 kg. De gemiddelde energie die een positron door het afremmen aan het hersenweefsel afgeeft, bedraagt 0,4 MeV.

- 17 Bepaal de stralingsdosis die de hersenen ontvangen.

Voor het vaststellen van de ziekte van Alzheimer zijn een röntgenfoto of echografie niet geschikt.

- 18 Geef hiervoor, voor beide genoemde technieken, een reden. Gebruik de informatie in Binas 29.

Hints bij hoofdstuk 3

- 1 Het telluur-123 reageert met een proton tot jood-123 en een ander deeltje.
- 2 Bereken welk percentage van de isotopen na 24 uur nog over is.
- 3 Maak gebruik van een van de verticale delen van de grafiek in figuur 2.
- 4 Wat gebeurt er met het aantal nucleonen bij α -verval en wat bij β -verval?
- 5 De activiteit hangt af van de hoeveelheid radioactieve kernen.
- 6 Uiteindelijk wordt alles polonium-214.
- 7 Wat moet links en rechts van \rightarrow gelijk zijn?
- 8 Hoeveel bedraagt de energie van een uitgezonden α -deeltje?
- 9 Welke straling wordt door het horloge tegengehouden?
- 10 Zie Binas 35E3 voor het verband tussen de activiteit A en het aantal atomen N .
- 11 Waarom wil men alleen verticaal gerichte straling meten?
- 12 Zie Binas 35E3 voor de hoeveelheid doorgelaten straling in relatie tot de dikte.
- 13 Let op het merkwaardige begin van de vervalcurve.
- 14 Wat voor soort weefsel is geschikt voor echoscopie en voor de MRI-scan?
- 15 Staat het proton vóór of na de pijl?
- 16 Maak een schatting van de diameter van een mensenoofd.
- 17 Waar is de oppervlakte onder de grafiek van figuur 3 aan gelijk?
- 18 Wat zijn de registratieprincipes bij röntgenfoto's en echografie?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 3

SPECT-scan bij parkinson

- 1**
$${}_{52}^{123}\text{Te} + {}_1^1\text{p} \rightarrow {}_{53}^{123}\text{I} + {}_0^1\text{n}$$
- Telluur heeft atoomnummer 52 en symbool Te, dus: ${}_{52}^{123}\text{Te}$ (Binas 25A, 40A of 99).
 - Telluur wordt beschoten met een proton, dus ${}_1^1\text{p}$ links van de pijl.
 - Jood heeft atoomnummer 53 en symbool I, dus: ${}_{53}^{123}\text{I}$ (Binas 25A, 40A of 99).
 - Links en rechts van de \rightarrow moet de som van de atoomnummers gelijk zijn. Het deeltje dat bij deze reactie ontstaat, heeft dus atoomnummer $53 - 52 = 1$.
 - Links en rechts van de \rightarrow moet de som van de massagetallen gelijk zijn. Het massagetal van het deeltje is dus $(123 + 1) - 123 = 1$.
 - Het deeltje dat bij deze reactie ontstaat, is dus een neutron: ${}_0^1\text{n}$
- 2** Bereken het percentage vervallen jood $N_{\text{vervallen}}$ met:
 $N_{\text{vervallen}} = N_0 - N_{\text{over}}$, waarin:
- N_0 = hoeveelheid isotopen bij productie
 N_{over} = deel van de isotopen dat niet is vervallen = $N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_1}}$ (Binas 35E3), met:
 N_0 = hoeveelheid isotopen bij productie
 t = verstreken tijd na productie = 24 h
 t_1 = halveringstijd van jood-123 = 13,2 h
zodat: $N_{\text{over}} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{24}{13,2}} = 0,28 \cdot N_0$
Invullen: $N_{\text{vervallen}} = N_0 - 0,28 \cdot N_0 = 0,72 \cdot N_0$
Het percentage vervallen jood is dus $0,72 \cdot 100\% = 72\%$.
- 3** Bepaal het verliespercentage dat in het model gehanteerd is met behulp van figuur 2. De grafiek in figuur 2 kent elke 4,8 h een verticaal deel, waaruit het verlies aan stralingsvermogen bij een toiletbezoek te bepalen is. Lees af dat het stralingsvermogen P bij $t = 4,8$ h afneemt van $P_{\text{begin}} = 3,7 \mu\text{W}$ naar $P_{\text{eind}} = 2,9 \mu\text{W}$. Het verliespercentage is dan gelijk aan:

$$\frac{P_{\text{begin}} - P_{\text{eind}}}{P_{\text{begin}}} \cdot 100\% = \frac{3,7 - 2,9}{3,7} \cdot 100\% = 22\%$$

Radondochters

- 4** Twee kernen die tot dezelfde reeks behoren moeten een geheel aantal α -deeltjes verschillen. Bij een α -verval verdwijnen er uit de kern 2 protonen en 2 neutronen, dus in totaal 4 nucleonen. Het verschil moet dus altijd een veelvoud van 4 zijn.
Dat geldt voor uraan-238 en radon-222: het verschil is 16 nucleonen.
Dat geldt niet voor thorium-232 en radon-222: het verschil is 10 nucleonen.
Bij een β -verval blijft het aantal nucleonen gelijk.
- 5** Omdat er een constante aanvoer is, zal er na enige tijd evenveel radon-222 vervallen als de hoeveelheid die erbij komt. Grottere concentratie betekent ook meer activiteit en dus ontstaat er een evenwicht. Voor een constante hoeveelheid radon-222 die per seconde vervalt zal er op identieke wijze ook voor elk van de dochters een evenwicht in de concentratie ontstaan. Per tijdseenheid zullen er dus na enige tijd evenveel radondochters vervallen als dat er gevormd worden.
Dus dan hebben de radondochters dezelfde activiteit als radon-222.

- 6 We berekenen de stralingsdosis D die de longen ontvangen uit: $D = \frac{E_{\text{str}}}{m}$, waarin:
- E_{str} = stralingsenergie die geabsorbeerd wordt
 E_{str} is de energie die het verval van de twee isotopen met α -verval leveren, dus:
 $E_{\text{str}} = n_{\text{Po-218}} \cdot E_{\text{Po-218}} + n_{\text{Po-214}} \cdot E_{\text{Po-214}}$, waarin:
 $n_{\text{Po-218}}$ = aantal polonium-218 kernen per m^3 lucht = $2,6 \cdot 10^4$
 $E_{\text{Po-218}}$ = vervalenergie van polonium-218 = 5,998 MeV (Binas 25A)
 $n_{\text{Po-214}}$ = uiteindelijk aantal polonium-214 kernen per m^3 lucht.
Alle radondochters vervallen uiteindelijk tot polonium-214,
zodat: $n_{\text{Po-214}} = 2,6 \cdot 10^4 + 2,3 \cdot 10^5 + 1,7 \cdot 10^5 = 4,26 \cdot 10^5$
 $E_{\text{Po-214}}$ = vervalenergie van polonium-214 = 7,68 MeV (Binas 25A)
zodat: $E_{\text{str}} = 2,6 \cdot 10^4 \cdot 5,998 + 4,26 \cdot 10^5 \cdot 7,68 \text{ MeV} = 3,43 \cdot 10^6 \text{ MeV}$
 $= 3,43 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5,49 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ (Binas 5)
- m = massa van de longen = 2,5 kg
Invullen: $D = \frac{5,49 \cdot 10^{-7}}{2,5} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ J kg}^{-1}$ (Gy)

Radiumverf

- 7 $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + {}_2^4\text{He} (+\gamma)$
- Het atoomnummer van radium (Ra) is 88 (Binas 40A, 25A of 99).
 - Een α -deeltje is een heliumkern, aangegeven met ${}_2^4\text{He}$ (Binas 25A)
 - de som van de atoomnummers moet links en rechts van de pijl gelijk zijn \Rightarrow het atoomnummer van het element dat ontstaat is $88 - 2 = 86$; dit is het element radon (Rn) (Binas 40A, 25A of 99)
 - de som van de massagetallen moet links en rechts van de pijl gelijk zijn \Rightarrow het massagetall van de radonkern is $226 - 4 = 222$

- 8 Voor de ontvangen dosis H die de maag in 1,0 uur ontvangt, geldt:

$$H = Q \cdot \frac{E}{m}, \text{ waarin:}$$

Q = stralingsweegfactor = 20

E = stralingsenergie die de maag in 1,0 uur absorbeert

Er geldt: $E = A \cdot t \cdot m_{\text{Ra}} \cdot E_{\alpha}$, met:

A = activiteit van één gram radium = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

t = 1,0 uur = 3600 s

m_{Ra} = gemiddelde hoeveelheid radium die de maag bestraalt = 1,0 μg = $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ g}$

E_{α} = energie van het uitgezonden α -deeltje = 4,79 MeV (Binas 25A) = $4,79 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5)

zodat: $E = 3,7 \cdot 10^{10} \cdot 3600 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 4,79 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,02 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

m = massa van de maag = 2,5 kg

$$\text{Invullen: } H = 20 \cdot \frac{1,02 \cdot 10^{-4}}{2,5} = 8,2 \cdot 10^{-4} \text{ Sv} = 0,82 \text{ mSv}$$

De toegestane equivalente dosis voor de maag bedraagt 0,2 mSv per jaar, dus de jonge meisjes ontvingen al binnen een uur de maximale dosis die ze per jaar zouden mogen ontvangen. De gezondheid van de meisjes werd dus ernstig in gevaar gebracht.

- 9** • α -straling (heliumkernen) is niet nadelig voor de gezondheid van de bezitter van zo'n horloge. Deze straling wordt geheel tegengehouden door de horlogekast en het horlogeglas.
- β -straling (elektronen) heeft ook geen nadelige gevolgen. Deze straling wordt (vrijwel) geheel tegengehouden door het horloge. β -straling die toch wordt doorgelaten door het horloge wordt tegengehouden door de huid van de bezitter van zo'n horloge.
- γ -straling zal wel door het horloge en door de huid het lichaam binnendringen en kan een nadelige invloed hebben op de gezondheid van de bezitter van zo'n horloge.

Onderzoek van bot met calcium-47

- 10** De massa m van het toegediende calcium-47 volgt uit: $m = N \cdot m_{\text{Ca}}$, waarin:
- N = toegediende aantal calcium-47 atomen
- Er geldt: $A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N$ (Binas 35E3) $\Rightarrow N = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \cdot A$, met:
- $t_{\frac{1}{2}} = \text{halveringstijd van calcium-47} = 4,54 \text{ d}$ (Binas 25A) =
 $= 4,54 \cdot 86400 \text{ s}$ (Binas 5) = $3,923 \cdot 10^5 \text{ s}$
- $A = \text{activiteit van het calcium-47 tijdens het toedienen} = 2,5 \text{ MBq} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Bq}$
- zodat: $N = \frac{3,923 \cdot 10^5}{\ln 2} \cdot 2,5 \cdot 10^6 = 1,415 \cdot 10^{12}$
- m_{Ca} = massa van één calcium-47 atoom =
 $= 46,955 \cdot u$ (Binas 25A; u = atomaire massa-eenheid) =
 $= 46,955 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B) = $7,797 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$
- Invullen: $m = 1,415 \cdot 10^{12} \cdot 7,797 \cdot 10^{-26} = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$
- 11** Men wil niet dat scheef invallende straling het beeld dat de detectoren maken stoort. Door deze opstelling meet men alleen de gammastraling die verticaal uit de loodgaatjes komt. Dan correspondeert de positie van elke gammadetector met de straling van een klein stukje bot dat er recht onder ligt.
- 12** Het gedeelte van de intensiteit dat wordt doorgelaten $\frac{I}{I_0}$ volgt uit:
- $I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_1}}$ (Binas 35E3) $\Rightarrow \frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_1}}$, waarin:
- I = intensiteit na het passeren van de tussenstof
- I_0 = intensiteit aan het begin van de tussenstof
- d = dikte van de tussenstof
 $= 4,5 \text{ cm voor het spierweefsel}$
 $= 10 \text{ cm voor de lucht}$
- d_1 = halveringsdikte van de tussenstof
 $= 9,8 \text{ cm voor water en dus ook voor spierweefsel}$ (Binas 28F)
 $= 9,1 \cdot 10^3 \text{ cm voor lucht}$ (Binas 28F)

zodat: $\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{spierweefsel}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4,5}{9,8}} = 0,727$ en

$$\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{lucht}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{9,1 \cdot 10^3}} = 0,999$$

De totale $\frac{I}{I_0}$ is dus: $\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{spierweefsel}} \cdot \left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{lucht}} = 0,727 \cdot 0,999 = 0,726$

De correctiefactor is dus: $\frac{1}{0,726} = 1,4$

De halveringsdikte van de lucht ($9,1 \cdot 10^3$ m) is zeer groot, dus je mag hem ook buiten beschouwing laten.

- 13 Na ongeveer 3 dagen is de activiteit van de straling ongeveer even groot als tijdens het toedienen van het calcium-47. Vanaf het begin stijgt de activiteit zelfs een beetje. Dat komt doordat het scandium-47 dat ontstaan is, blijkbaar sneller vervalt dan het calcium-47. De halveringstijd van scandium-47 is dus kleiner dan die van calcium-47.
- 14 – Een echoscopiescan geeft informatie over hoe geluid zich gedraagt in zachte weefsels. De binnenkant van botten kunnen hiermee niet in kaart worden gebracht.
– Ook de MRI-scan geeft geen informatie over botten, maar geeft een beeld van de omgeving van waterstofatomen in zachte weefsels.

PET-scan

- 15 ${}^{14}_7\text{N} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{11}_6\text{C} + {}^4_2\text{He}$
- stikstof (N) heeft atoomnummer 7 $\Rightarrow {}^{14}_7\text{N}$ (Binas 40A, 25A of 99)
 - N-14 vangt een proton in \Rightarrow N-14 en een proton ${}^1_1\text{p}$ staan vóór de pijl
 - koolstof (C) heeft atoomnummer 6 (Binas 40A, 25A of 99)
 - de som van de atoomnummers moet links en rechts van de pijl gelijk zijn \Rightarrow
 \Rightarrow het atoomnummer van het element dat ontstaat is $(7 + 1) - 6 = 2$;
dat is het element helium (He) (Binas 25A of 99)
 - de som van de massagetallen moet links en rechts van de pijl gelijk zijn \Rightarrow
 \Rightarrow het massagetall van de heliumkern is $(14 + 1) - 11 = 4$
- 16 Het grootste tijdsverschil ontstaat als de gebeurtenis optreedt aan de rand van het hoofd. We berekenen de orde van grootte van de tijdsduur Δt met:

$$s = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v} \quad (\text{Binas 35A1}), \text{ waarin:}$$

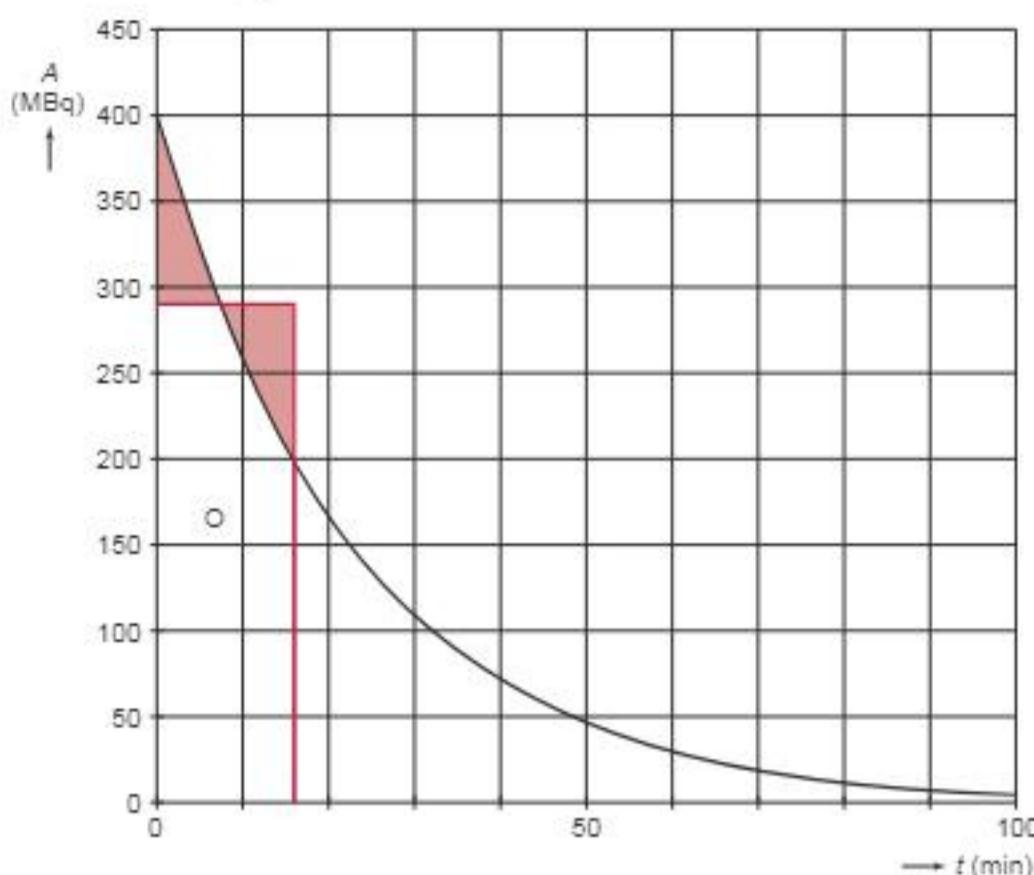
s = diameter van een mensenoofd; we schatten deze op 20 cm = 0,2 m

v = snelheid van de fotonen = lichtsnelheid = $3,0 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } \Delta t = \frac{0,2}{3,0 \cdot 10^8} = 0,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

De orde van grootte van de tijdsduur Δt is dus $1,0 \cdot 10^{-9}$ s

17 Zie de tekening.



We bepalen de stralingsdosis D met: $D = \frac{E}{m}$ (Binas 35E3), waarin:
 E = totaal geabsorbeerde energie

Er geldt: $E = N \cdot E_p$, met:

N = totaal aantal vrijkomende positronen =

= de oppervlakte onder de grafiek van de tekening.

Bij de afname van de activiteit van 400 tot 200 MBq komen evenveel positronen vrij als bij de afname van 200 tot 0 MBq.

De oppervlakte onder de grafiek gedurende de eerste halveringstijd schatten we af met het oppervlakte van de rechthoek O.

Dit geeft $290 \text{ MBq} \cdot (16 \cdot 60) \text{ s} = 290 \cdot 10^6 \cdot 960 = 2,8 \cdot 10^{11}$

De totale oppervlakte onder de grafiek = $2 \cdot 2,8 \cdot 10^{11} = 5,6 \cdot 10^{11} \Rightarrow N = 5,6 \cdot 10^{11}$

E_p = gemiddeld geabsorbeerde energie per positron = $0,4 \text{ MeV} = 0,4 \cdot 10^6 \text{ eV} = 0,4 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5) = $6,4 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

zodat: $E = 5,6 \cdot 10^{11} \cdot 6,4 \cdot 10^{-14} = 3,58 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

m = massa van de hersenen = 1,5 kg

Invullen: $D = \frac{3,58 \cdot 10^{-2}}{1,5} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Gy}$

- 18** – Het maken van een röntgenfoto berust op de eigenschap dat de straling door verschillende soorten weefsel meer of minder ver zal doordringen (Binas 29: registratieprincipe is verwakking van röntgenstraling). Dit levert een beeld waarop weefsels met verschillende dichthesen zijn te onderscheiden.
 Op een röntgenfoto worden geen fijne details zichtbaar, dus deze techniek is niet geschikt voor het vaststellen van de ziekte van Alzheimer.
- Met echografie kan een beeld gemaakt worden van zacht weefsel van een patiënt. Maar met echografie kan men niet door de schedel van een mens heen kijken (Binas 29: registratieprincipe is reflectie van ultrageluid), dus ook deze techniek is niet geschikt voor het vaststellen van de ziekte van Alzheimer.

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



4 Kracht en beweging (domein C1)

Kayak-jumping

Casper doet aan 'kayak-jumping'. Daarbij wordt een speciale baan gebruikt om een 'sprong' te kunnen maken. Deze baan bestaat uit een helling omlaag, daarna een klein horizontaal gedeelte en tenslotte een eindstuk dat schuin omhoog loopt. Zie figuur 1 en 2.

figuur 1



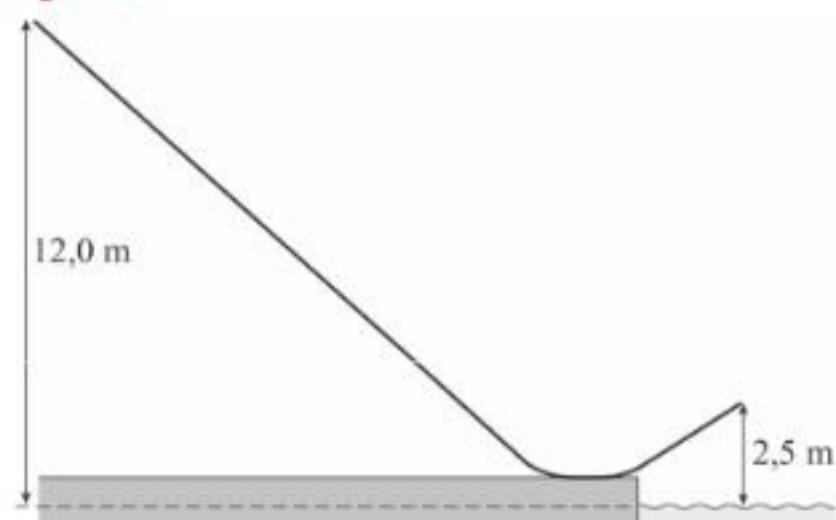
figuur 2



Het beginpunt van de baan ligt 12,0 m boven het wateroppervlak. Het einde van de baan bevindt zich 2,5 m boven het wateroppervlak. Zie figuur 3.

De massa van Casper is 69,0 kg, de massa van de kajak is 14,5 kg. De kajak begint vanuit stilstand.

figuur 3



Tussen de baan en de kajak is een schuifwrijvingskracht F_w . De luchtweerstand mag verwaarloosd worden.

Zowel de helling als het eindstuk maken een hoek van 42° met het horizontale vlak. Uit een video-analyse blijkt dat de kajak na 2,75 s het laagste punt van de helling bereikt met een snelheid van $13,0 \text{ m s}^{-1}$.

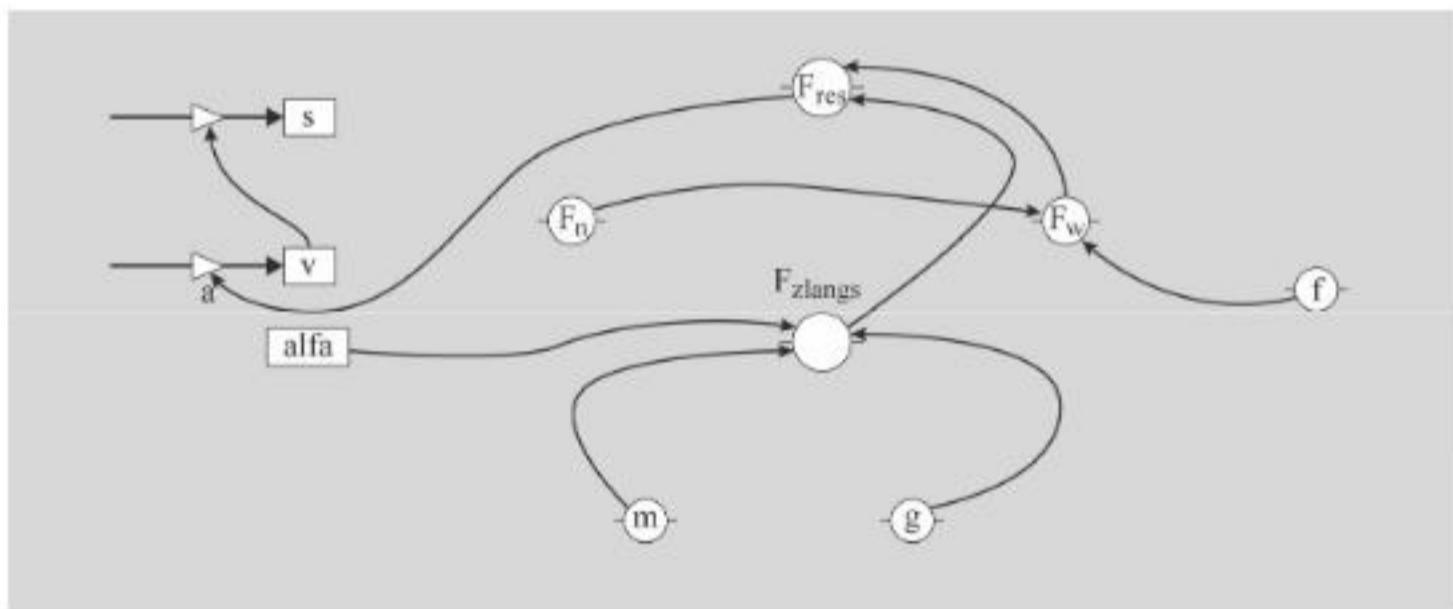
- 1 Bereken de grootte van F_w op de helling naar beneden.

Casper stelt een model op voor de beweging van het zwaartepunt van zijn kayak op de baan. Zijn model stopt aan het eind van de baan, bij een totale baanlengte van 23,8 m. Na 17,9 m wordt de baan horizontaal en na 20,0 m gaat de baan omhoog.

Het computermodel is weergegeven in figuur 4. In het model zijn twee modelformules en een startwaarde niet compleet.

figuur 4

	Modelformules	Startwaarden
1	als $s > 17,9$ dan $\alpha = 0$ eind als	$t = 0$ (s)
2	als $s > 20$ dan $\alpha = -42$ eind als	$dt = 0,001$ (s)
3	$F_{zlangs} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$	$s = 0$ (m)
4	$F_n = \dots$	$v = 0$ ($m \cdot s^{-1}$)
5	$F_w = f \cdot F_n$	$m = 69 + 14,5$ (kg)
6	$F_{res} = F_{zlangs} - F_w$	$\alpha = 42$ ($^\circ$)
7	$a = F_{res} / m$	$g = \dots$ ($m \cdot s^{-2}$)
8	$v = \dots$	$f = 0,25$
9	$s = s + v \cdot dt$	
10	als $s > 23,8$ dan stop eind als	
11	$t = t + dt$	

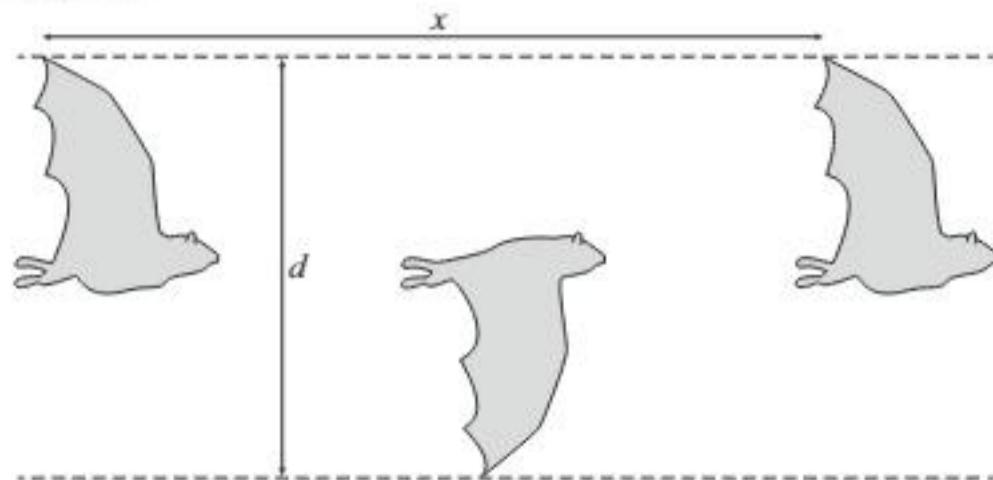


- 2 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef de formule voor F_n die in het model gebruikt moet worden.
 - Geef de formule voor v die in het model gebruikt moet worden.
 - Leg uit of in de startwaarden $g = 9,81$ ($m \cdot s^{-2}$) of $g = -9,81$ ($m \cdot s^{-2}$) moet staan.

Vliegen

Vogels en vleermuizen, maar ook insecten, bewegen zich voort door hun vleugels op en neer te bewegen. De **verticale** afstand tussen de uiterste standen van de vleugeltippen noemen we de slaggrootte d . De afstand die **horizontaal** bij een volledige op- en neergaande beweging wordt afgelegd, noemen we x . In figuur 1 zijn deze grootheden aangegeven.

figuur 1



De verhouding $\frac{d}{x}$ wordt het getal van Strouhal (St) genoemd.

Uit biomechanisch onderzoek blijkt dat voor zeer uiteenlopende vliegende dieren geldt: $St = 0,30$. Het getal van Strouhal is een voorbeeld van een dimensieloze grootheid. Een dimensieloze grootheid heeft geen eenheid.

Het getal van Strouhal kan in de praktijk berekend worden met:

$$St = \frac{f \cdot d}{v} \quad (1)$$

Hierin is:

- St het getal van Strouhal;
- f de slagfrequentie in Hz;
- d de slaggrootte in m;
- v de vliegsnelheid in $m s^{-1}$.

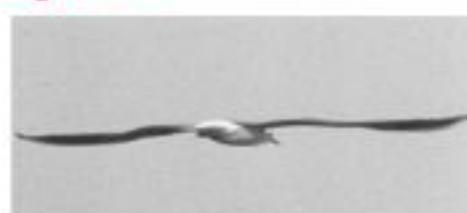
- 3 Laat zien dat uit formule (1) volgt: $St = \frac{d}{x}$.

Het is mogelijk om uit enkele foto's van een vogel in de lucht zijn snelheid te bepalen. Figuren 2a, b en c zijn opnames van een zilvermeeuw met de vleugels in de hoogste stand, de evenwichtsstand en de laagste stand van één slagbeweging. De opnames hebben dezelfde schaal en zijn met een tussentijd van 40 ms gemaakt. De spanwijdte is 1,4 m.

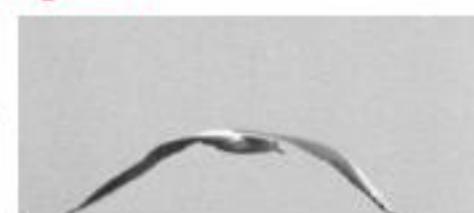
figuur 2a



figuur 2b



figuur 2c



- 4 Bepaal uit figuur 2 de vliegsnelheid van deze zilvermeeuw. Je mag aannemen dat de vogel recht van achteren gefotografeerd is.

De vliegbeweging van twee verschillende vogels wordt vergeleken. Beide vogels hebben bij $x = 0 \text{ m}$ de vleugeltip in de laagste stand.

Op de uitwerkbijlage is de verticale uitwijking van de vleugeltip van vogel 1 als functie van de horizontale afstand x weergegeven. In de figuur is tussen de oorsprong (O) en de hoogste vleugelstand (A) een rechte stippellijn getrokken.

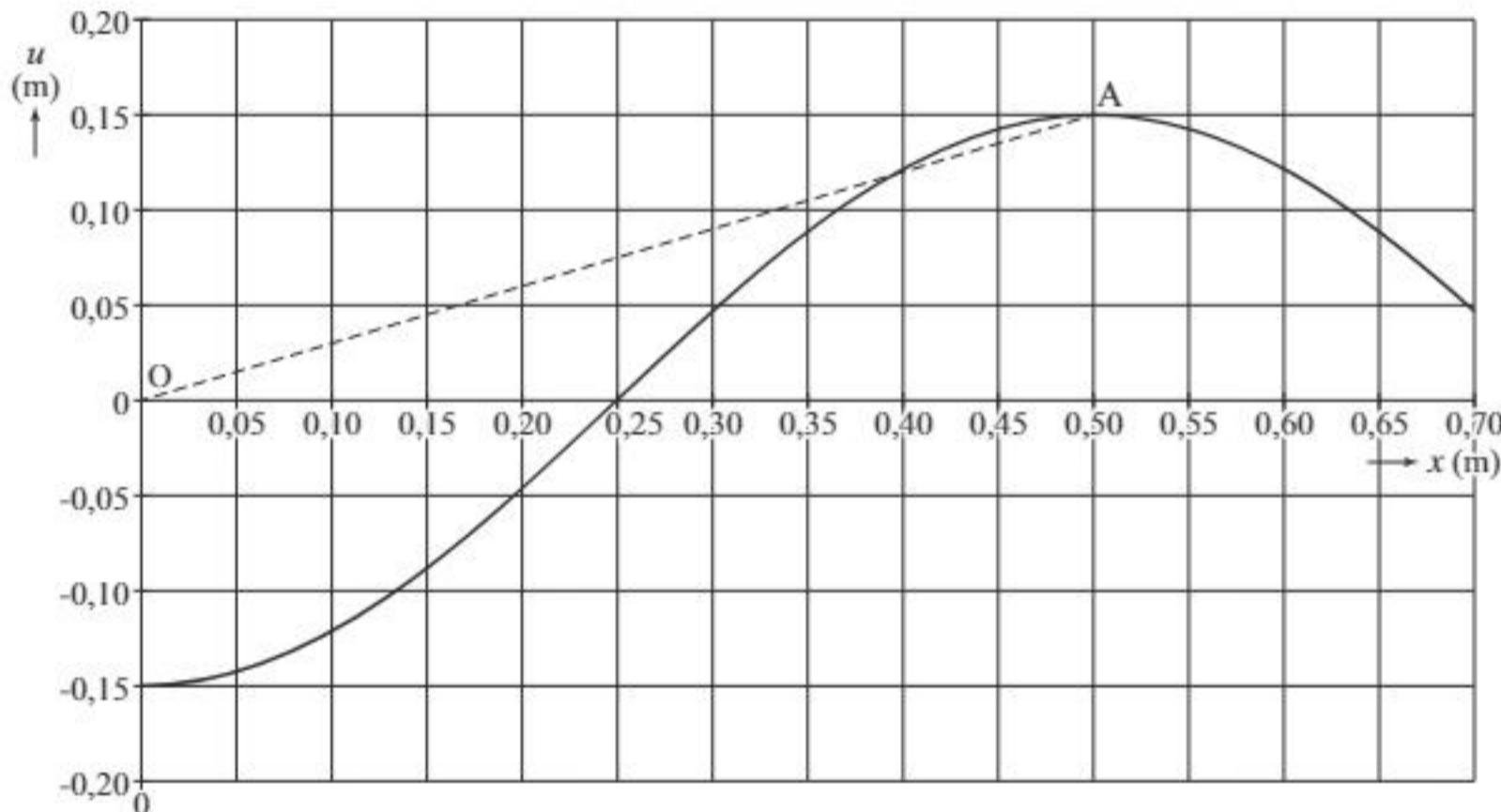
Vogel 1 bereikt zijn uiterste vleugelstand (A) bij $x = 0,50 \text{ m}$.

Vogel 2 is groter en bereikt zijn uiterste stand (B) bij $x = 0,60 \text{ m}$.

5 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit dat de steilheid van OA gelijk is aan het getal van Strouhal St.
- Teken in de figuur op de uitwerkbijlage punt B.
- Bepaal de slaggrootte van vogel 2.

uitwerkbijlage bij vraag 5



'Indoor Skydive'

Lees onderstaand artikel.

Iedereen kan vliegen!
Bij Roosendaal bevindt zich 'Indoor Skydive'. In deze attractie ervaar je het gevoel van een 'vrije val', zonder uit een vliegtuig te springen. Je zweeft in een windtunnel in een verticale luchtstroom die een snelheid van maximaal 240 km h^{-1} kan hebben. Door je armen en benen in een iets andere positie te brengen, kun je je in de tunnel omhoog of omlaag bewegen.



In figuur 1 staat de cilindrische toren van Indoor Skydive schematisch weergegeven. Onder in de toren bevinden zich de turbines. Dit zijn ventilatoren die de lucht omhoog blazen.

In tabel 1 staan een aantal gegevens van Indoor Skydive.

tabel 1

tunnelhoogte	23,5 m
doorsnede vliegkamer	$14,6 \text{ m}^2$
maximale luchtsnelheid	240 km h^{-1}
maximale luchtstroom	$3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$
spanning over elke turbine	400 V
maximaal elektrisch vermogen van één turbine	0,50 MW
aantal turbines	12

figuur 1



De luchtstroom geeft aan hoeveel volume aan lucht er per tijdseenheid een doorsnede van de vliegkamer passeert.

- 6 Toon aan dat de luchtsnelheid 240 km h^{-1} bedraagt als er sprake is van de maximale luchtstroom.

De luchtstroom op de skydiver veroorzaakt een luchtweerstandskracht.

Een skydiver (massa 70 kg) houdt zijn lichaam zoveel mogelijk in de stand zoals schematisch weergegeven in figuur 2.

Hij maakt van zijn lichaam een soort kommetje.

In dat geval geldt: $C_w = 0,50$.

Een technicus van Indoor Skydive stelt de luchtsnelheid zó in dat de skydiver stil hangt.

- 7 Bereken die luchtsnelheid. Maak daarvoor een schatting van de frontale oppervlakte van de skydiver.

Om in de vliegkamer te manoeuvreren kan de skydiver zijn armen en benen in een andere stand brengen.

Op een bepaald moment strekt de skydiver zijn benen uit, zoals weergegeven in figuur 3.

- 8 Leg uit of de skydiver dan omhoog of omlaag zal bewegen.

figuur 2



figuur 3



Ukelele-II

Een ukelele is een klein formaat gitaar met vier snaren. Zie figuur 1.

Daarin is aangegeven tussen welke twee punten de snaren trillen.

De snaren hebben een verschillende dikte, en zijn allemaal gemaakt van nylon. De lengte van een snaar op een ukelele bedraagt 35,0 cm. Zie figuur 1.

Camil vraagt zich af hoe groot de spankracht in een snaar van de ukelele is.

Om hier achter te komen, bevestigt hij een krachtmeter aan het midden van een snaar. Als hij de snaar over een afstand van 1,0 cm omhoogtrekt, geeft de krachtmeter 3,8 N aan. Deze situatie is schematisch weergegeven op de uitwerkbijlage.

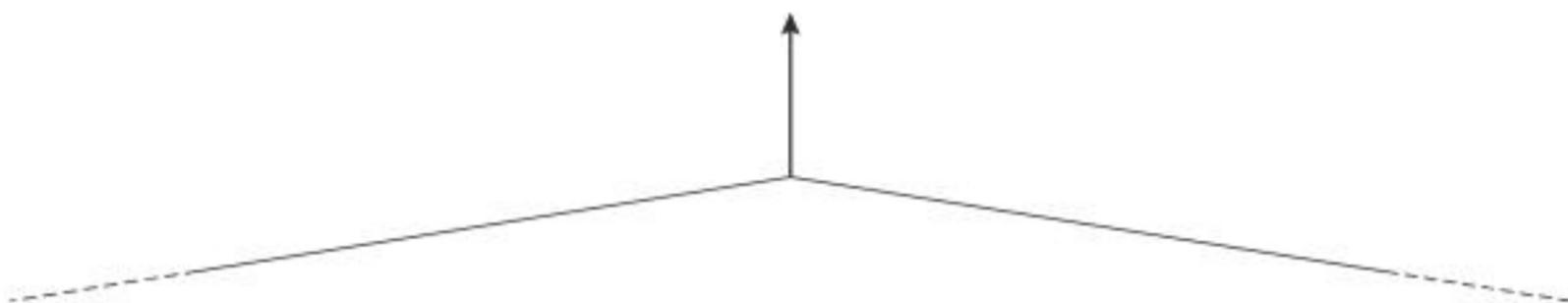
Deze figuur is niet op schaal. Als deze figuur op schaal zou zijn, zou een constructie geen nauwkeurige resultaten opleveren.

figuur 1



9 Voer de volgende opdrachten uit:

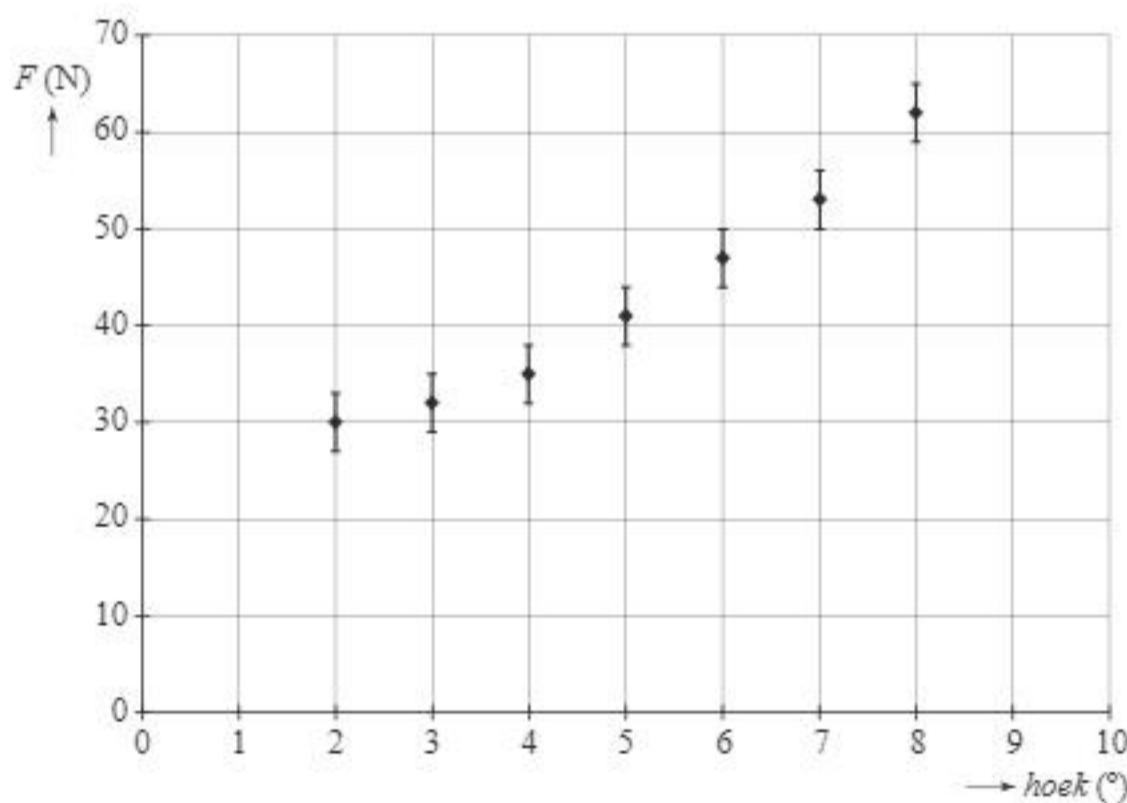
- **Teken** in de figuur op de uitwerkbijlage de vectorpijl(en) van de spankracht in de snaar op het punt waar de krachtmeter aangrijpt.
- **Bereken** vervolgens de spankracht in deze situatie.

uitwerkbijlage bij vraag 9

Camiel herhaalt zijn meting waarbij hij de snaar steeds verder optrekt en berekent iedere keer de spankracht. Van die resultaten maakt hij een grafiek waarin hij de hoek van de snaar met de horizontaal uitzet tegen de spankracht. Deze grafiek staat weergegeven op de uitwerkbijlage.

10 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef de reden dat de grafiek niet door de oorsprong gaat.
- Bepaal de spankracht in de snaar als er niet aan getrokken wordt.

uitwerkbijlage bij vraag 10

Nuna-4

De Nederlandse zonneauto Nuna-4 heeft de World Solar Challenge dwars door Australië gewonnen. Voor de vierde keer won een team van studenten van de TU Delft deze wedstrijd voor auto's op zonnecellen.



Voor de berekeningen in deze opgave gaan we er steeds van uit dat Nuna-4 op een vlakke weg rijdt.

Nuna-4 legde de afstand Darwin-Adelaide, 3021 km, af in 29 uur en 11 minuten.

- 11 Bereken de gemiddelde snelheid van Nuna-4 in km h^{-1} .

Om zo snel mogelijk te kunnen rijden is een aantal kenmerken in het ontwerp van Nuna-4 belangrijk.

- 12 Noem drie van deze kenmerken.

Tijdens de race reed Nuna-4 enige tijd met zijn topsnelheid van 140 km h^{-1} .

De rolwrijving op Nuna-4 is verwaarloosbaar klein.

- 13 Leg uit dat bij het rijden op topsnelheid geldt dat de motorkracht gelijk is aan de luchtweerstandskracht.

Dafne Schippers tegen Ireen Wüst-I

Het zou kunnen dat hardloopster Dafne Schippers schaatsster Ireen Wüst uit zou dagen voor een wedstrijd over 100 meter: Schippers op de atletiekbaan, Wüst op schaatsen op het ijs. Twee totaal verschillende manieren om snelheid te maken met ongeveer dezelfde eindtijd. Zie figuren 1 en 2.

figuur 1



figuur 2

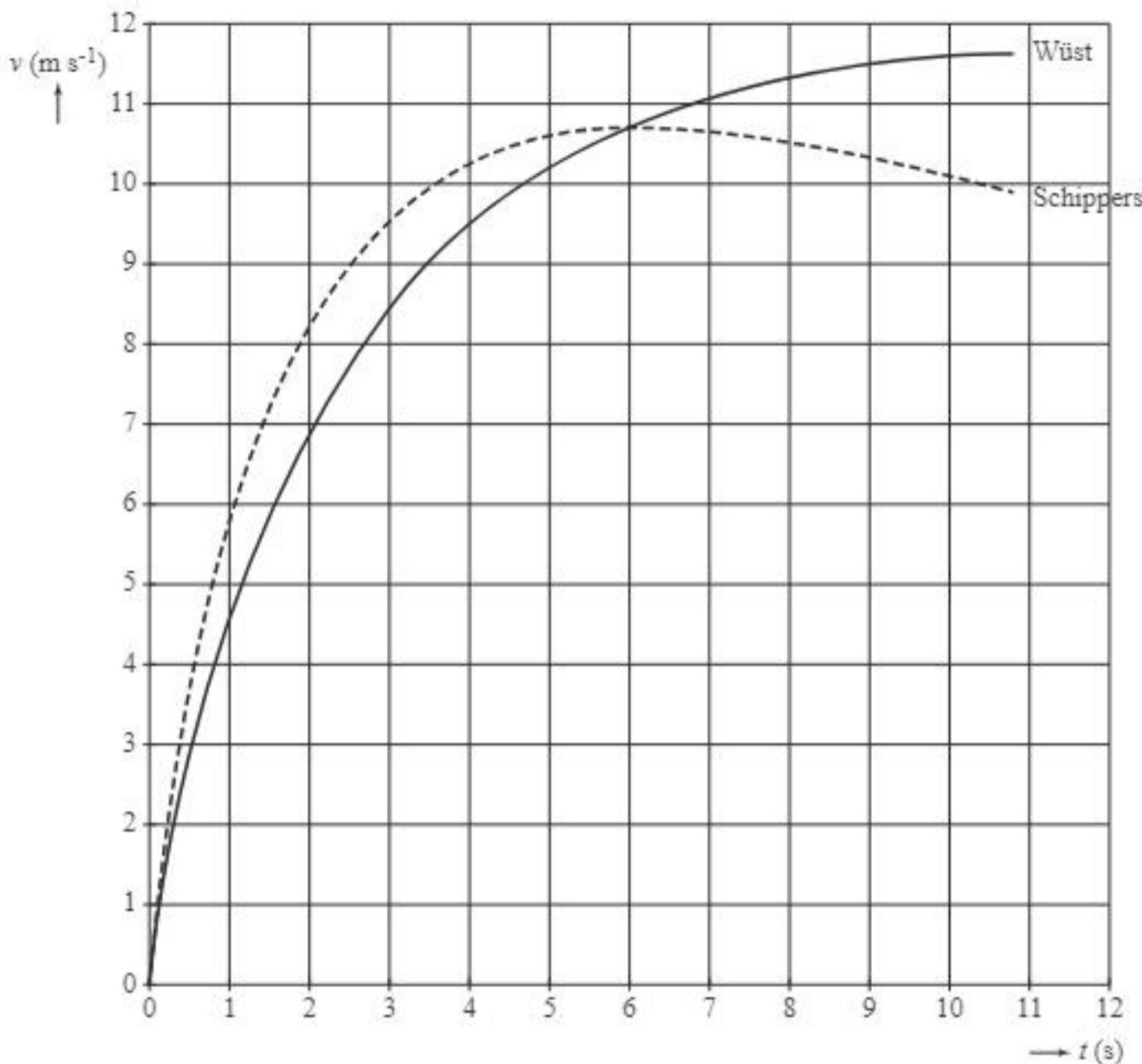


De tijden die ze nodig hebben voor 100 m liggen dicht bij elkaar: het record van Schippers staat op 10,81 s en de snelste tussentijd van Wüst op 100 m is 10,87 s.

- 14 Bereken het verschil in gemiddelde snelheid.

In figuur 3 zie je het verloop van de snelheden van beide atleten over de 100 m.

figuur 3



- 15 Bepaal met behulp van figuur 3 de versnelling bij de start van hardloopster Schippers die uit de figuur volgt.
- 16 Voer de volgende opdrachten uit, gebruikmakend van figuur 3:
 - Geef aan op welk tijdstip de afstand tussen hardloopster Schippers en schaatsster Wüst maximaal is.
 - Geef een toelichting hierbij.
 - Geef aan hoe deze maximale afstand bepaald kan worden.
(De bepaling hoeft niet uitgevoerd te worden.)

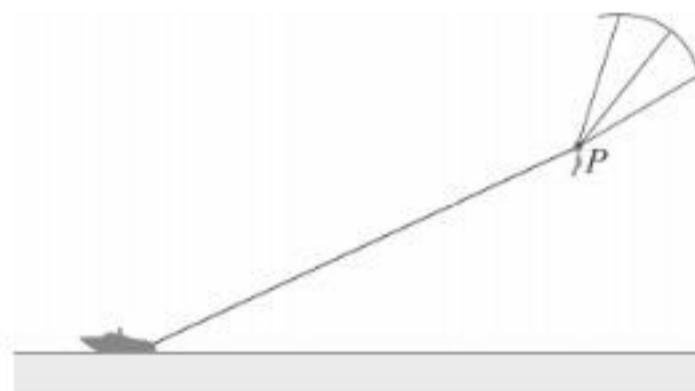
Parasailing

Bij 'parasailing' wordt iemand voortgetrokken door een motorboot terwijl hij of zij aan een parachute hangt. Zie figuur 1. In figuur 2 is de situatie schematisch weergegeven. Deze figuur is op schaal.

figuur 1



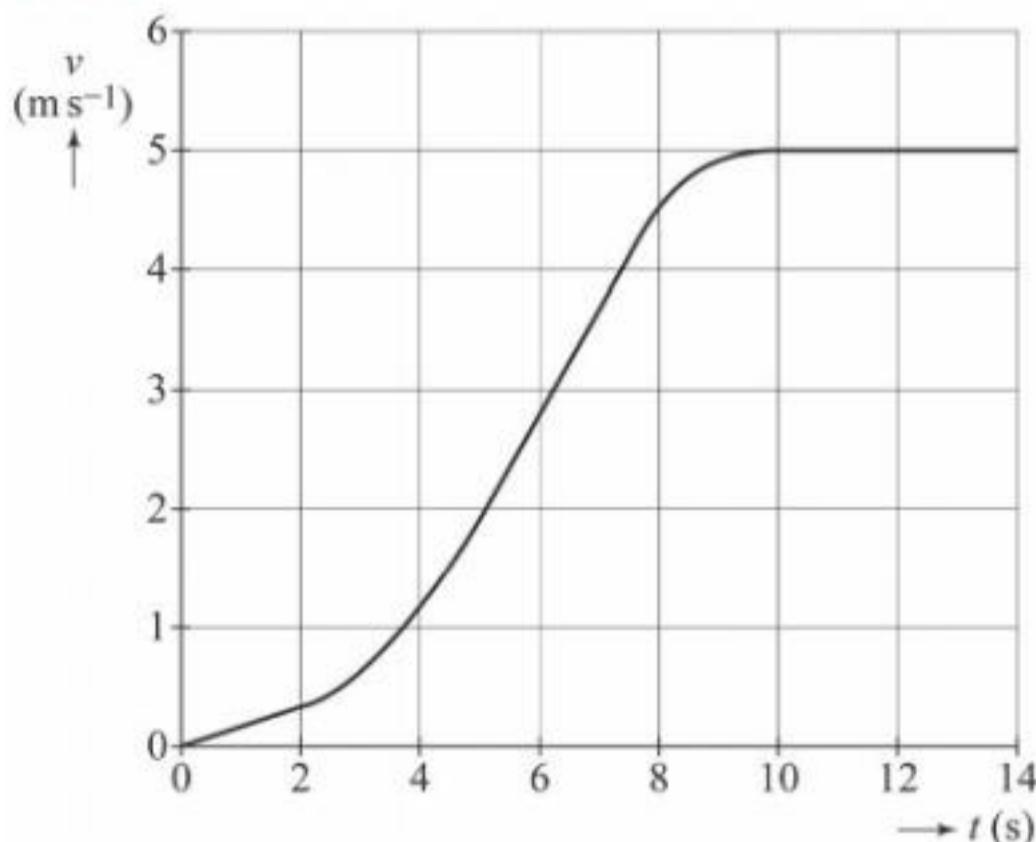
figuur 2



Als de motorboot vertrekt, staat de parachutist op het strand. Als de kabel strak komt te staan, gaat de parachutist omhoog.

In figuur 3 staat het (v, t)-diagram van de beweging van de boot.

figuur 3



- 17 Bepaal met behulp van figuur 3 de afstand die de boot heeft afgelegd op $t = 8,0$ s. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
- 18 Bepaal met behulp van figuur 3 de versnelling van de boot op tijdstip $t = 6,0$ s. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Punt P in figuur 2 is het punt waar de parachutist vastzit aan het koord en aan de parachute.

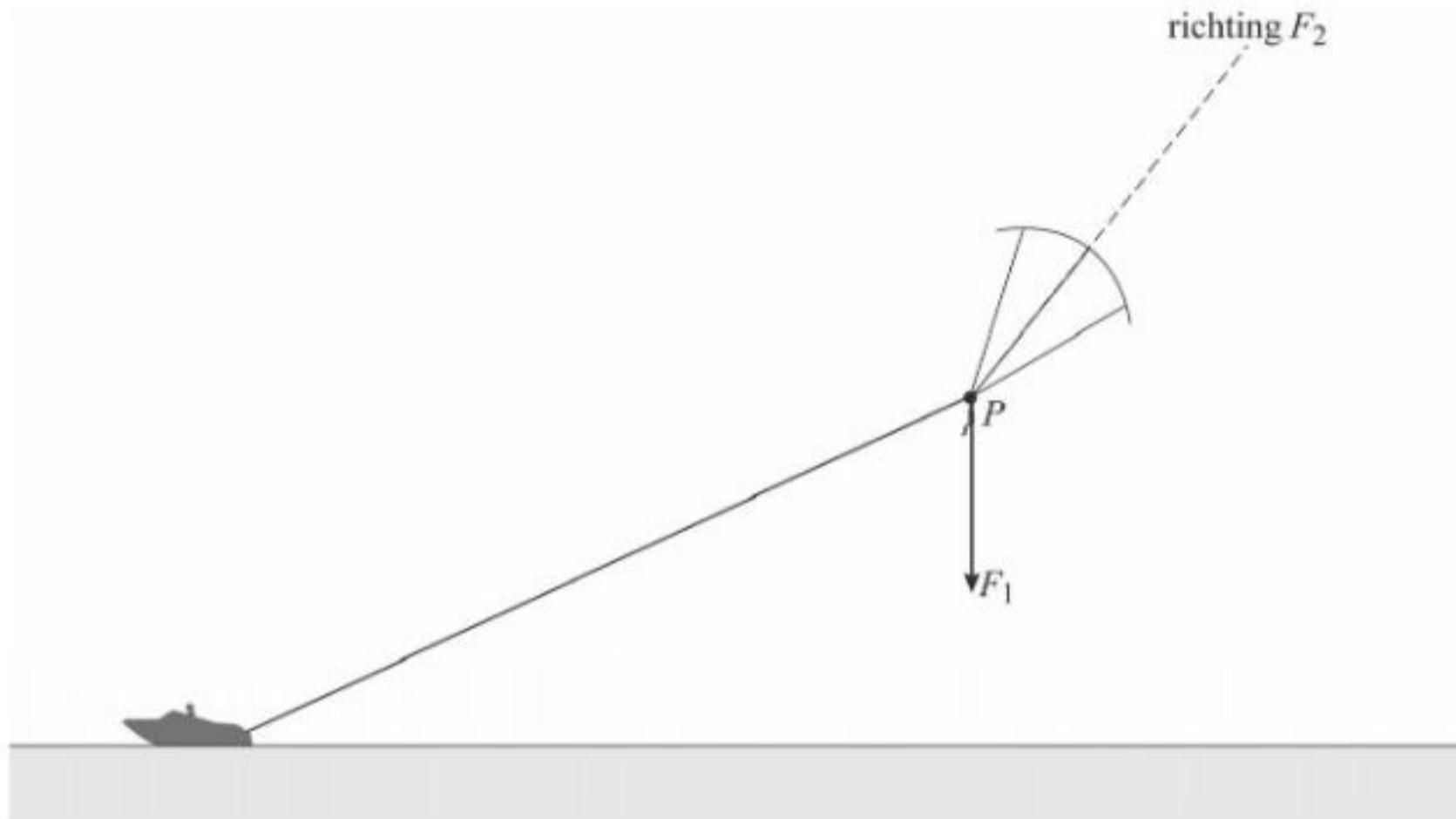
In punt P werken drie krachten:

- F_1 : de zwaartekracht op de parachutist,
- F_2 : de kracht van de parachute,
- F_3 : de spankracht van het koord naar de boot.

De figuur op de uitwerkbijlage geeft de situatie weer, waarbij de snelheid van de parachutist constant is. In deze figuur is de zwaartekracht F_1 op schaal getekend. De massa van de parachutist bedraagt 85 kg. De richting van de kracht van de parachute F_2 is ook aangegeven.

- 19 Bepaal in de figuur op de uitwerkbijlage met behulp van een constructie de grootte van kracht F_2 . Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

uitwerkbijlage bij vraag 19



Hints bij hoofdstuk 4

- 1 Bereken de component van de zwaartekracht parallel aan de beweegrichting.
- 2
 - Hoe verhoudt de normaalkracht F_n zich tot de zwaartekracht F_z ?
 - Gebruik de versnelling a om te bepalen hoe de snelheid v verandert.
 - Moet F_z langs een positieve of een negatieve waarde krijgen?
- 3 Wat is het verband tussen de periode T en de frequentie f ?
- 4 Bereken eerst de tijdsduur van één volledige op- en neergaande vleugelbeweging.
- 5
 - Druk de steilheid van de lijn OA uit in d en x .
 - Gebruik het getal van Strouhal.
 - Hoe vind je uit de uitwerkbijlage de slaggrootte van vogel 1?
- 6 $V = A \cdot \ell$.
- 7 Er is evenwicht, dus de som van de krachten is nul.
- 8 Bij het strekken van de benen neemt de frontale oppervlakte toe.
- 9 Maak gebruik van een parallelogram-constructie.
- 10 Teken een vloeiende lijn door de meetpunten.
- 11 Druk de tijd t uit in uren.
- 12 Denk aan wrijving en aan rendement.
- 13 Welke krachten werken er in de horizontale richting?
- 14 Zie Binas 35A1.
- 15 Maak gebruik van een raaklijn aan de grafiek in figuur 3.
- 16 Hoe bepaal je de afstand in een (v,t) -diagram?
- 17 Bepaal de oppervlakte onder de (v,t) -grafiek.
- 18 Teken een raaklijn aan de (v,t) -grafiek.
- 19 Bij een constante snelheid geldt: $\sum F = 0$.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 4

Kayak-jumping

1 methode 1

Bereken de wrijvingskracht F_w met behulp van de resulterende kracht F_{res} op de kayak. Op de kayak werken twee krachten in de beweegrichting: de component van de zwaartekracht in de beweegrichting $F_{z,||}$ en de wrijvingskracht F_w .

De resulterende kracht in de beweegrichting $F_{res} = F_{z,||} - F_w$ geeft de kayak een versnelling a volgens: $F_{res} = m \cdot a$ (Binas 35A3) $= F_{z,||} - F_w \Rightarrow F_w = F_{z,||} - m \cdot a$, waarin:

$$\begin{aligned} F_{z,||} &= \text{component van de zwaartekracht parallel aan de helling} = F_z \cdot \sin 42^\circ \\ &\quad (\text{zie de tekening}) = \\ &= m \cdot g \cdot \sin 42^\circ \\ &\quad (\text{Binas 35A3}), \text{ met:} \\ m &= \text{massa van de kayak} = \\ &= 69,0 + 14,5 = 83,5 \text{ kg} \\ g &= \text{valversnelling} = \\ &= 9,81 \text{ m s}^{-2} \text{ (Binas 7A)} \\ &\text{zodat: } F_{z,||} = 83,5 \cdot 9,81 \cdot \sin 42^\circ \end{aligned}$$

$$m = \text{massa van de kayak} = 69,0 + 14,5 = 83,5 \text{ kg}$$

$$a = \text{versnelling van de kayak} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (Binas 35A1), met:}$$

$$\Delta v = \text{verschil in snelheid tussen begin en eind van de beweging} = 13,0 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Delta t = \text{tijdsduur van de beweging} = 2,75 \text{ s}$$

$$\text{zodat: } a = \frac{13,0}{2,75} = 4,73 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen: } F_w = (83,5 \cdot 9,81 \cdot \sin 42^\circ) - (83,5 \cdot 4,73) = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N}$$

methode 2

Bereken de wrijvingskracht F_w met behulp van de wet van behoud van energie.

Er wordt zwaarte-energie E_z omgezet in kinetische energie E_k en warmte Q volgens:

$$E_z = E_k + Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + F_w \cdot s \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_w = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{s}, \text{ waarin:}$$

$$m = \text{massa van de kayak} = 69,0 + 14,5 = 83,5 \text{ kg}$$

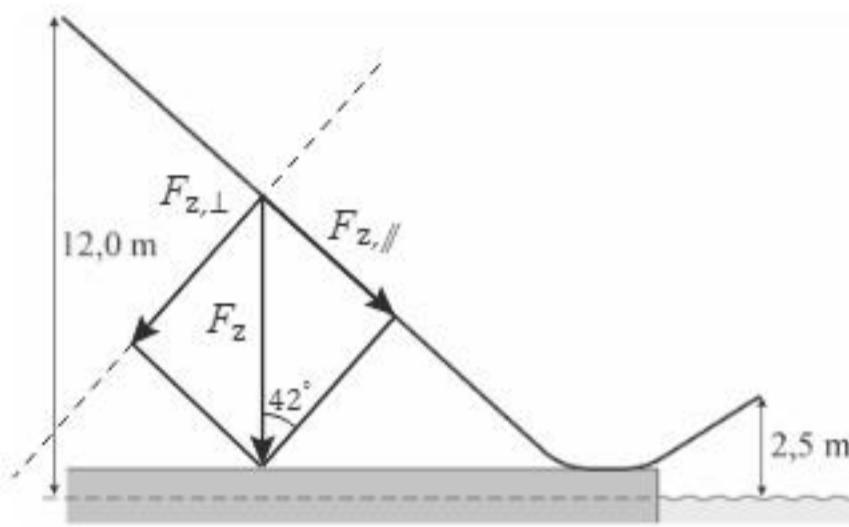
$$g = \text{valversnelling} = 9,81 \text{ m s}^{-2} \text{ (Binas 7A)}$$

$$h = \text{maximaal hoogteverschil tijdens de beweging} = 12,0 \text{ m}$$

$$v = \text{eindsnelheid van de kayak} = 13,0 \text{ m s}^{-1}$$

$$s = \text{afgelegde afstand van de kayak} = \frac{12,0}{\sin 42^\circ} \text{ (ga na)} = 18 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } F_w = \frac{83,5 \cdot 9,81 \cdot 12,0 - \frac{1}{2} \cdot 83,5 \cdot 13,0^2}{18} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N}$$



- 2** – De normaalkracht F_n is gelijk aan de component van de zwaartekracht F_z loodrecht op het oppervlak. Deze is maximaal bij een hellingshoek $\alpha = 0^\circ$.
 De functie $\cos \alpha$ is maximaal bij 0° .
 Er geldt dus: $F_n = F_z \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ (Binas 35A3).
 De gevraagde modelregel is dus: $F_n = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$
- De snelheid v wordt in het model steeds bijgewerkt met de berekende waarde van de versnelling a . Tijdens het interval dt verandert de snelheid met $dv = a \cdot dt$.
 De gevraagde modelregel is dus: $v = v + a \cdot dt$
- In modelregel 6 is te zien dat $F_{\text{res}} = F_{\text{zlangs}} - F_w$. Gedurende het eerste deel van de beweging versnelt de kajak langs de helling naar beneden. Daaruit volgt dat de waarde van F_{zlangs} positief is.
 In modelregel 3 is te zien dat $F_{\text{zlangs}} = m \cdot g \cdot \sin \alpha$. Als α positief is, heeft deze formule een positief getal als uitkomst als g ook een positief getal is.
 Voor de startwaarde van g geldt dus: $g = 9,81 \text{ (m s}^{-2}\text{)}$

Vliegen

- 3** Er geldt: $St = \frac{f \cdot d}{v} = \frac{d}{v \cdot T} = \frac{d}{x}$

x is de afstand die de vogel aflegt in één volledige op- en neergaande beweging van de vleugels. Er geldt dus: $x = v \cdot t = v \cdot T$, waarin T de tijdsduur is van die volledige op- en neergaande beweging, dus $T = \frac{1}{f}$.

- 4** De vliegsnelheid v van de zilvermeeuw volgt uit:

$$St = \frac{d}{x} = \frac{d}{v \cdot T} \Rightarrow v = \frac{d}{St \cdot T}, \text{ waarin:}$$

St = getal van Strouhal = 0,30

d = slaggrootte = hoogteverschil tussen het hoogste punt en het laagste punt van de vleugeltippen. Vergelijking van figuur 2a en 2c laat zien dat d de hoogte van het plaatje is maal de schaalfactor $\Rightarrow d = 1,6 \text{ cm} \cdot \text{schaalfactor}$.

De schaalfactor laat zich makkelijk bepalen uit figuur 2b.

De werkelijke spanwijdte van de zilvermeeuw is 1,40 m = 140 cm.

$$\text{In figuur 2b is dat } 3,9 \text{ cm} \Rightarrow \text{schaalfactor} = \frac{140}{3,9} = 35,90$$

zodat: $d = 1,6 \text{ cm} \cdot 35,90 = 57,4 \text{ cm} = 0,574 \text{ m}$

x = afstand die de vogel aflegt in een tijdsduur T

T = periode van de vleugelslag = tijdsduur van één volledige op- en neergaande beweging = $4 \cdot 40 \text{ ms} = 160 \text{ ms} = 160 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Het verschil in tijd tussen figuur 2a, 2b en 2c is steeds $\frac{1}{4} \cdot T$.

$$\text{Invullen: } v = \frac{d}{St \cdot T} = \frac{0,574}{0,30 \cdot 160 \cdot 10^{-3}} = 12 \text{ m s}^{-1}$$

- 5** – De uiterste vleugelstand in punt A is de helft van de slaggrootte = $\frac{1}{2} \cdot d$

In figuur 3 gaan de vleugeltippen van de laagste naar de hoogste stand, dus de horizontale verplaatsing in A = $\frac{1}{2} \cdot x$

De steilheid van de lijn OA is dus inderdaad $\frac{\frac{1}{2} \cdot d}{\frac{1}{2} \cdot x} = \frac{d}{x} = St (= \frac{0,15}{0,50} = 0,30)$

- Zie de tekening.

Beide vogels hebben dezelfde waarde van het getal van Strouhal (= 0,30).

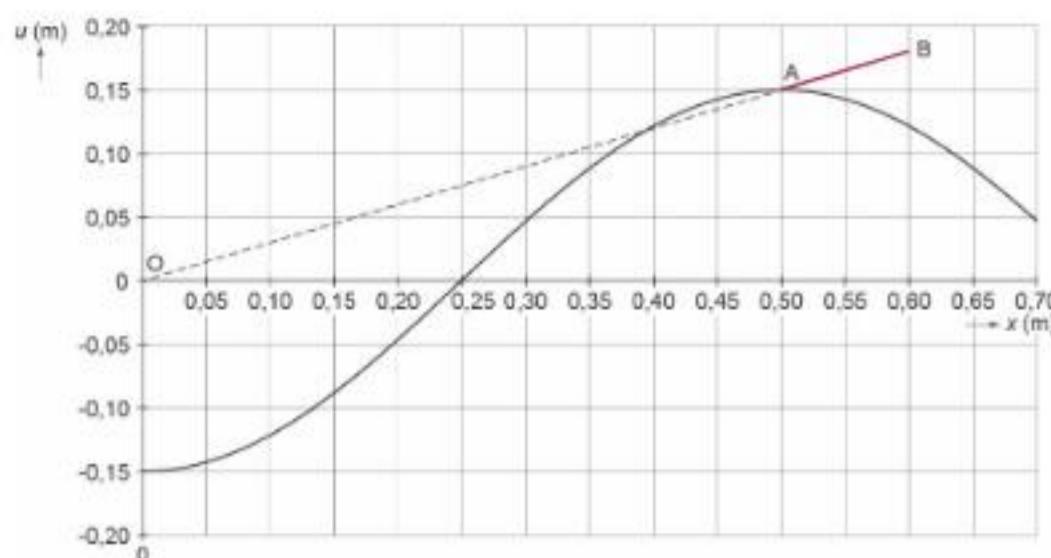
Dus de lijn OB voor de grotere vogel heeft dezelfde steilheid.

Verleng dus de stippellijn OA. B ligt op het verlengde van OA voor $x_B = 0,60 \text{ m}$.

- Voor de uiterste vleugelstand van vogel 2 (punt B) geldt:
 $\frac{1}{2} \cdot d_2 = 0,18 \text{ m}$ (afgelezen in de tekening) \Rightarrow de slaggrootte $d_2 = 2 \cdot 0,18 = 0,36 \text{ m}$

d_2 is natuurlijk ook te berekenen uit:

$$St = \frac{d_B}{X_B} = 0,30$$



'Indoor Skydive'

- 6 Zie de tekening.

De luchtstroom Q is het volume V van de lucht die per tijdseenheid een doorsnede A van de vliegkamer passeert \Rightarrow

$$\Rightarrow Q = \frac{V}{t} = \frac{A \cdot \ell}{t} = A \cdot v \quad (\text{Binas 35A1}) \Rightarrow v = \frac{Q}{A}, \text{ waarin:}$$

$$Q = \text{maximale luchtstroom} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1} \quad (\text{zie tabel 1}) = \\ = \frac{3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} = 9,72 \cdot 10^2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

V = volume van de lucht die per seconde een doorsnede van de vliegkamer passeert

t = tijdsduur = 1,00 s

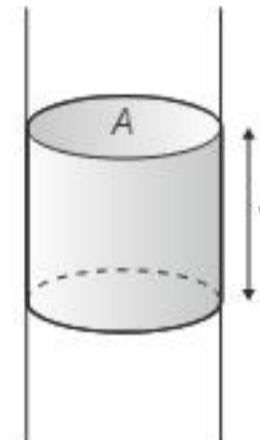
A = doorsnede van de vliegkamer = 14,6 m² (zie tabel 1)

ℓ = maximale lengte van het volume van de lucht die per seconde A passeert

v = maximale luchtsnelheid =

$$= \frac{9,72 \cdot 10^2}{14,6} = 66,6 \text{ m s}^{-1} = 66,6 \cdot 3,6 \text{ km h}^{-1} = 240 \text{ km h}^{-1}$$

Bij de maximale luchtstroom is er dus sprake van een luchtsnelheid van 240 km h⁻¹



- 7 De luchtsnelheid v waarbij de skydiver stil hangt, volgt uit:

$$\left. \begin{array}{l} F_w = F_z = m \cdot g \quad (\text{Binas 35A3}) \\ F_w = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35A3}) \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{C_w \cdot \rho \cdot A},$$

waarin:

F_w = luchtweerstandskracht die de skydiver ondervindt

F_z = zwaartekracht op de skydiver

m = massa van de skydiver = 70 kg

g = valversnelling = 9,81 m s⁻² (Binas 7A)

C_w = luchtweerstandscoëfficiënt = 0,50

ρ = dichtheid van lucht = 1,293 kg m⁻³ (Binas 12)

A = frontale oppervlakte van de skydiver

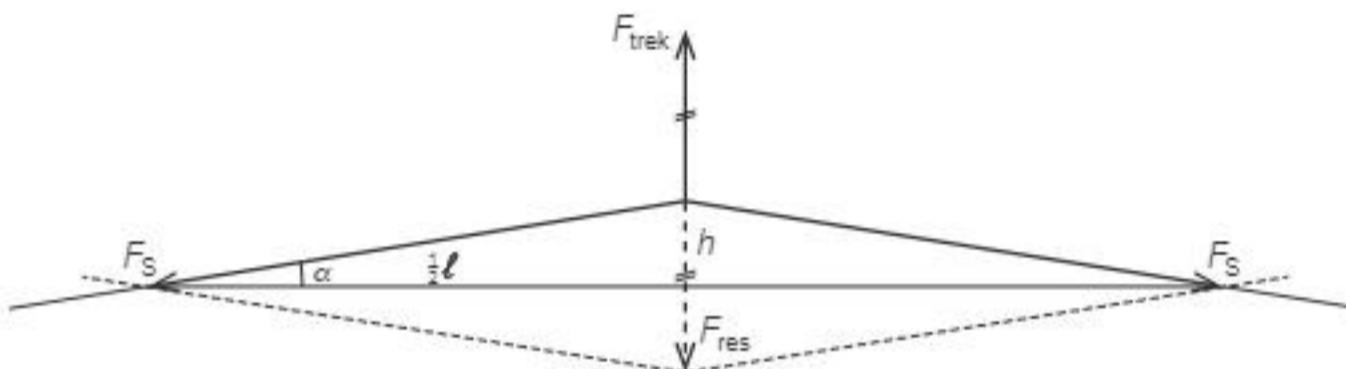
We schatten $A = \ell \cdot b = 1,8 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} = 0,8 \text{ m}^2$

$$\text{Invullen: } v^2 = \frac{2 \cdot 70 \cdot 9,81}{0,50 \cdot 1,293 \cdot 0,8} = 2,655 \cdot 10^3 \Rightarrow v = \sqrt{2,655 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^1 \text{ m s}^{-1}$$

- 8 Door zijn benen te strekken, vergroot de skydiver zijn frontale oppervlakte A . Hierdoor vergroot hij zijn luchtweerstandskracht $F_w = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$ (Binas 35A3). F_w (omhoog gericht) wordt dan dus groter dan F_z (omlaag gericht), waardoor de skydiver omhoog zal bewegen.
Ook de weerstandscoëfficiënt zal wat toenemen omdat het lichaam wat hoekiger van vorm is geworden. Ook hierdoor zal F_w wat toenemen.

Ukelele-II

- 9 Zie tekening 1.



tekening 1

Er is evenwicht, dus de vectorsom F_{res} van de spankrachten is even groot als, maar tegengesteld gericht aan, de trekkracht F_{trek} .

Teken F_{res} beginnend in het aangrijpingspunt van de trekkracht, verticaal omlaag en even groot als F_{trek} . Teken vanuit de pijlpunt van F_{res} twee lijnen evenwijdig aan de snaar (parallellogram constructie) tot ze de snaar snijden. Teken vanuit het aangrijpingspunt van F_{trek} de beide spankrachten F_s in de snaar tot aan deze snijpunten.

We berekenen de grootte van de spankrachten F_s met:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{\text{res}}}{F_s} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{\text{trek}}}{F_s} \Rightarrow F_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{\text{trek}}}{\sin \alpha}, \text{ waarin:}$$

α = hoek van de snaar met de horizontaal

Er geldt: $\tan \alpha = \frac{h}{\frac{1}{2} \cdot \ell}$, met:

h = verticale uitrekking van de snaar = 1,0 cm

ℓ = horizontale lengte van de snaar = 35 cm

zodat: $\tan \alpha = \frac{1,0}{\frac{1}{2} \cdot 35} = 0,0571 \Rightarrow \alpha = 3,27^\circ$

F_{res} = vectorsom van de spankrachten

F_{trek} = trekkracht = 3,8 N

$$\text{Invullen: } F_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3,8}{\sin 3,27} = 33 \text{ N}$$

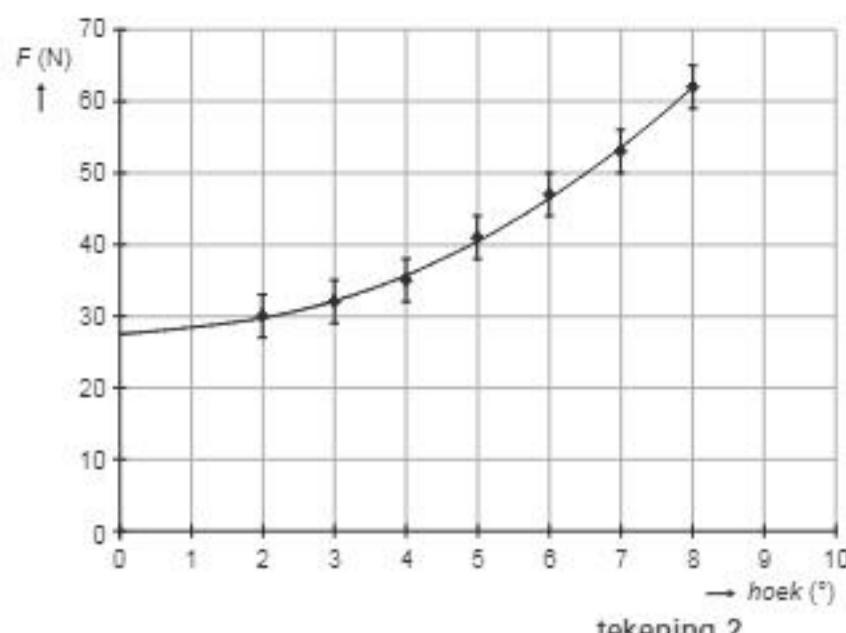
- 10** De snaar van de ukelele is al gespannen en er zal dus al sprake zijn van een spankracht in de snaar zonder verticale uitrekking. De grafiek zal dus niet door het nulpunt gaan.

Zie tekening 2.

Teken in de figuur op de uitwerkbijlage een vloeiende lijn door de meetpunten.

Bij het snijpunt met de verticale as lezen we de spankracht af als er niet aan de snaar wordt getrokken:

$$F = 27 \text{ N.}$$



Nuna-4

- 11** De gemiddelde snelheid v_{gem} van Nuna-4 volgt uit: $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (Binas 35A1), waarin:

Δs = afgelegde afstand = 3021 km

Δt = tijd, nodig om deze afstand af te leggen = 29 uur en 11 minuten =

$$\left(29 + \frac{11}{60}\right) \text{ uur} = 29,18 \text{ h}$$

$$\text{Invullen: } v_{\text{gem}} = \frac{3021}{29,18} = 103,5 \text{ km h}^{-1}$$

- 12** Voorbeelden van kenmerken:

- weinig wrijving met de grond (kleine rolwrijvingskracht)
- weinig wrijving met de lucht (kleine luchtweerstands kracht)
- groot oppervlak van de zonnepanelen
- hoog rendement van de zonnepanelen
- hoog rendement van de motor

- 13** Als de Nuna-4 op zijn topsnelheid rijdt, is zijn snelheid constant. Dan is de som van de krachten op de auto nul: $F_{\text{res}} = 0$

Doordat de rolwrijvingskracht op de auto verwaarloosbaar klein is, werken er in horizontale richting twee krachten: de motorkracht en de luchtweerstands kracht. Deze krachten heffen elkaar op, dus zijn in grootte aan elkaar gelijk.

Dafne Schippers tegen Ireen Wüst-I

- 14** Voor het verschil in gemiddelde snelheid Δv_{gem} geldt:

$$\Delta v_{\text{gem}} = v_{\text{gem},S} - v_{\text{gem},W}, \text{ waarin:}$$

$$v_{\text{gem},S} = \text{gemiddelde snelheid van Schippers} = \frac{\Delta x_S}{\Delta t_S} \text{ (Binas 35A1), met:}$$

Δx_S = afgelegde afstand van Schippers = 100 m

Δt_S = tijd die Schippers nodig heeft om die afstand af te leggen = 10,81 s

$$\text{zodat: } v_{\text{gem},S} = \frac{100}{10,81} = 9,25 \text{ m s}^{-1}$$

$v_{\text{gem},W}$ = gemiddelde snelheid van Wüst =

$$= \frac{\Delta x_W}{\Delta t_W} \text{ (Binas 35A1), met:}$$

Δx_W = afgelegde afstand van Wüst = 100 m

Δt_W = tijd die Wüst nodig heeft om die afstand af te leggen = 10,87 s

$$\text{zodat: } v_{\text{gem},W} = \frac{100}{10,87} = 9,20 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen: } \Delta v_{\text{gem}} = 9,25 - 9,20 = 0,05 \text{ m s}^{-1}$$

- 15** We berekenen de versnelling a van Schippers bij de start uit het (v,t) -diagram in figuur 3 door een raaklijn te tekenen op $t = 0$ s.

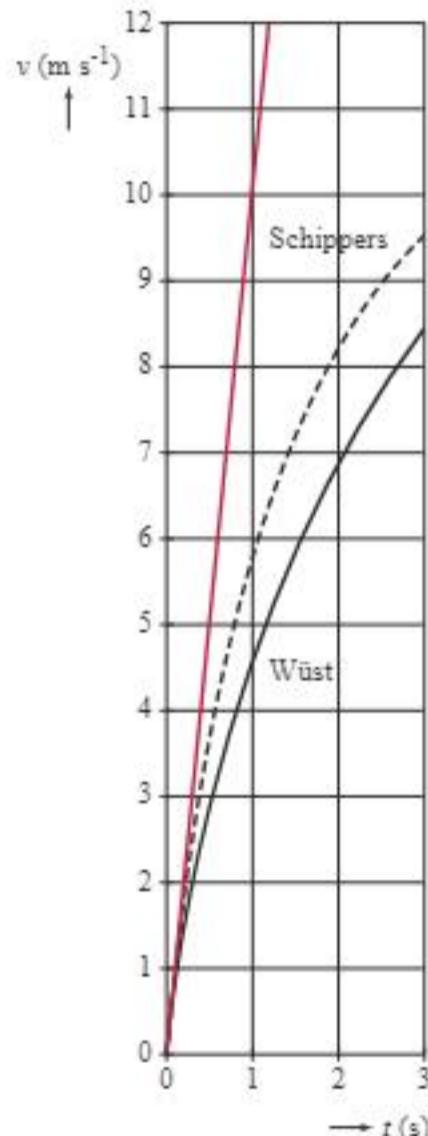
Zie de tekening (de ingevulde figuur 3).

$$\text{Er geldt: } a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \text{ (Binas 35A1)} = \frac{12 - 0}{1,2 - 0} = \\ = 10 \text{ m s}^{-2}$$

Uitkomsten tussen 8,0 m s⁻² en 15 m s⁻² vallen binnen de marge.

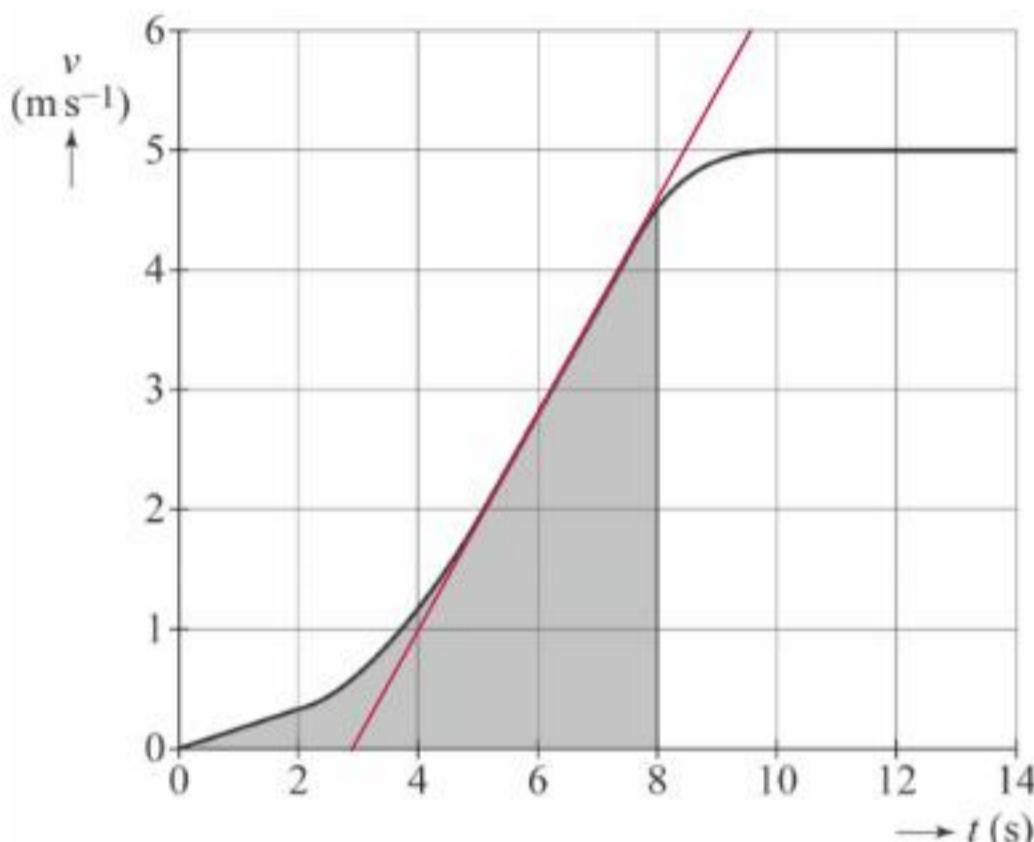
- 16** – Op $t = 6,0$ s.

- De afstand tussen Schippers en Wüst neemt toe zolang de snelheid van Schippers groter is dan die van Wüst. In figuur 3 is te zien dat vanaf $t = 6,0$ s de snelheid van Wüst groter is dan die van Schippers. De afstand tussen de twee atleten zal vanaf dat tijdstip dus gaan afnemen.
- De maximale afstand kan bepaald worden door voor beide atleten in figuur 3 de oppervlakte onder hun grafiek tussen $t = 0$ s en $t = 6,0$ s te bepalen. Het verschil tussen de oppervlakten geeft de maximale afstand.



Parasailing

- 17** Bepaal de verplaatsing s door de oppervlakte onder het (v,t) -diagram in figuur 3 te bepalen tussen $t = 0$ en $t = 8,0$ s. Zie het gearceerde gebied in de tekening. Dit gebied bestaat uit 6,5 hokje. Ieder hokje komt overeen met een afstand van $1 \text{ ms}^{-1} \cdot 2 \text{ s} = 2 \text{ m}$. Hieruit volgt: $s = 6,5 \cdot 2 = 13 \text{ m}$

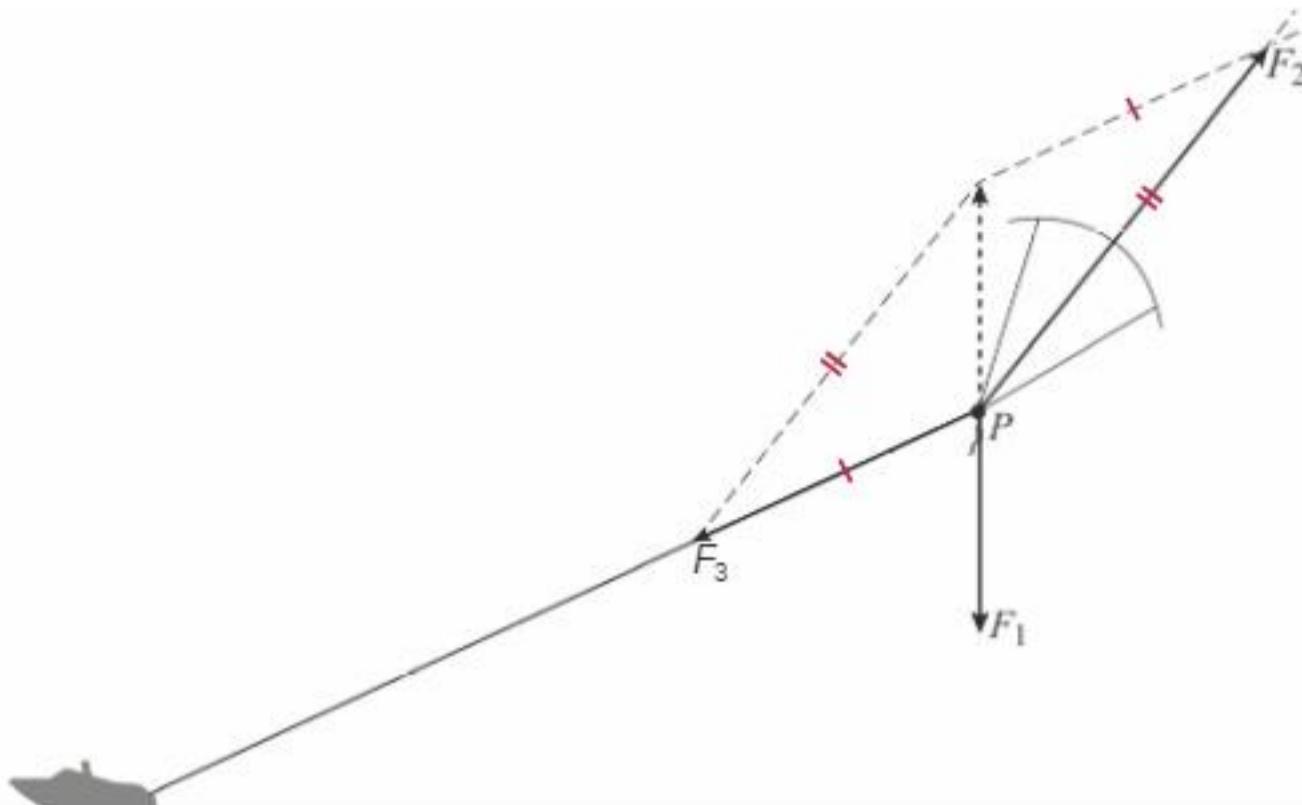


tekening bij vraag 17 en 18

- 18** Bepaal de versnelling a op $t = 6,0$ s door de helling van de raaklijn aan het (v,t) -diagram op $t = 6,0$ s te bepalen. Zie de raaklijn in de tekening.

De versnelling a is gelijk aan $\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$ (Binas 35A1) $= \frac{6,0 - 0,0}{9,6 - 2,8} = 0,88 \text{ ms}^{-2}$.

19 Zie de tekening.



De snelheid van de parachutist is constant. Volgens de eerste wet van Newton geldt dan: $\sum F = 0$. De krachten F_2 en F_3 moeten dus samen de zwaartekracht F_1 opheffen. Spiegel daarom de kracht F_1 in punt P (aangegeven met gestippelde pijl in de tekening) en construeer een parallellogram met de richtingen van F_2 en F_3 (de richting van het touw). Dit geeft de lengte van de vector F_2 .

Om de grootte van de kracht van de parachute te bepalen, maak je gebruik van de schaalfactor in de tekening. De lengte van de vector van F_1 is 19 mm. Dit komt overeen met een waarde van $F_z = m \cdot g$ (Binas 35A3), waarin m = massa van de parachutist = 85 kg en g = valversnelling = $9,81 \text{ ms}^{-2}$ (Binas 7A), zodat:

$$F_z = 85 \cdot 9,81 = 834 \text{ N}$$

De lengte van de vector F_2 is 39 mm.

$$\text{De grootte van deze kracht is dan: } F_2 = \frac{834}{19 \text{ mm}} \cdot 39 \text{ mm} = 1,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



5 Energie en wisselwerking (domein C2)

Looping-I

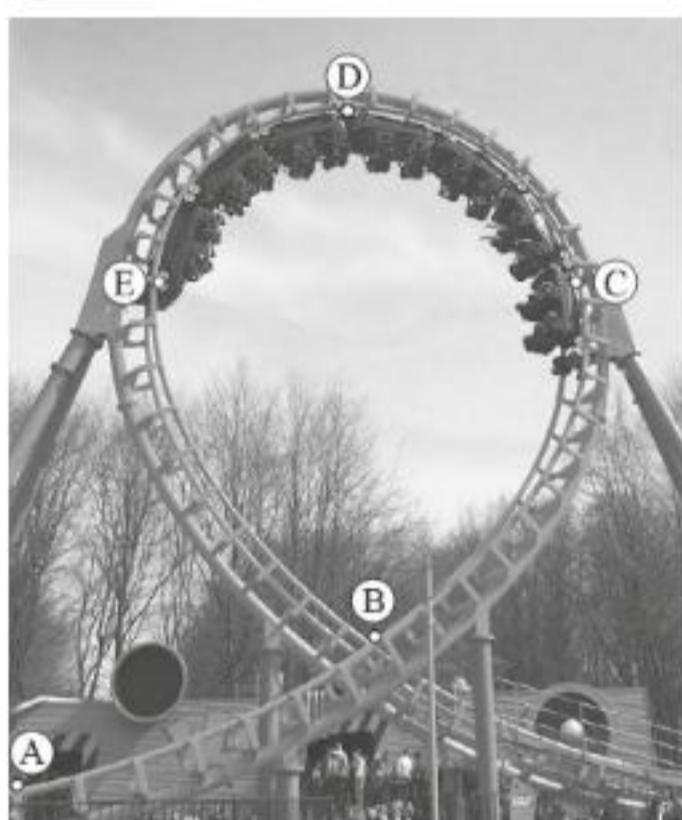
Een spectaculair onderdeel van veel achtbanen is de looping. Als het treintje van de achtbaan vanaf punt A door de looping beweegt, gaat de passagier 'over de kop'. Zie figuur 1.

Voordat het treintje bij punt A komt, rijdt het vanuit stilstand vanaf een bepaalde hoogte h boven punt A langs een helling naar beneden. (Dit is niet te zien in figuur 1.)

Het treintje heeft in punt A een snelheid van $27,8 \text{ m s}^{-1}$.

- 1 Bereken hoe groot deze hoogte h boven punt A minimaal moet zijn.

figuur 1



Terug uit de ruimte

Lees onderstaand artikel.

Een bemande ruimtecapsule moet na terugkeer uit de ruimte in minder dan een half uur een zachte landing op aarde maken. Hierbij heeft men te maken met de gravitatiekracht en de wrijvingskracht van de atmosfeer. Om de wrijvingswarmte op te kunnen vangen, heeft men een hitteschild ontwikkeld met een grote luchtweerstandscoëfficiënt (de platte kant wijst naar voren), dat afbladdert bij hoge temperaturen.

Door de hoge temperaturen worden de luchtmoleculen rond de capsule geïoniseerd. Hierbij ontstaat een plasma van elektronen en positieve ionen dat EM-straling absorbeert. Tijdens de daling ondervindt de capsule daardoor een radio-black-out: het radiocontact met het grondstation valt een paar minuten weg.



De weg terug

De terugkerende ruimtecapsule met een massa $m = 5,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$, bevindt zich op $t = 0 \text{ s}$ op 500 km hoogte met baansnelheid van $7,5 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$.

Op $t = 0$ s geldt voor de zwaarte-energie: $E_z = 0,927 \cdot mgh$.

2 Voer de volgende opdrachten uit:

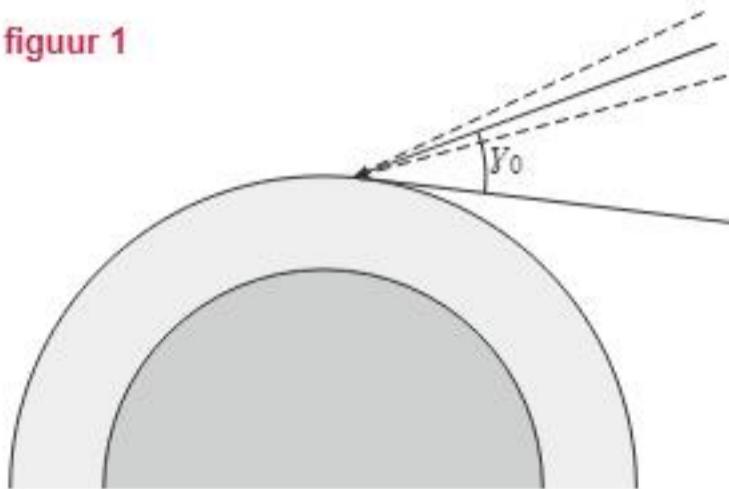
- Geef aan waarom de zwaarte-energie E_z op $t = 0$ s kleiner is dan berekend met de formule $E_z = mgh$.
- Hieronder staan vier ordes van grootte van de hoeveelheid energie die de capsule voor een veilige landing in de atmosfeer moet kwijtraken.

a 10^5 J	b 10^8 J	c 10^{11} J	d 10^{14} J
------------	------------	---------------	---------------

In welke orde van grootte ligt die hoeveelheid energie? Motiveer je keuze met een berekening.

Bij terugkeer in de atmosfeer mag de intreehoek γ maar weinig van de ideale intreehoek $\gamma_0 = 27^\circ$ afwijken. Zie figuur 1.

figuur 1



Bij een onjuiste hoek ($\gamma < \gamma_0$ of $\gamma > \gamma_0$) kunnen de volgende problemen ontstaan:

- I De capsule wordt te heet.
- II De capsule komt met een te grote snelheid op de grond.
- III De capsule ketst af tegen de atmosfeer.
- IV De capsule doet te lang over de daling waardoor de landingsplaats niet nauwkeurig te bepalen is.
- V De remkracht op de capsule en de bemanning is te groot.

3 Geef op de uitwerkbijlage aan welke oorzaak bij welk probleem hoort.

uitwerkbijlage bij vraag 3

	I te heet	II snelheid bij landing te groot	III ketst af tegen atmosfeer	IV daaltijd te groot	V remkracht te groot
$\gamma < \gamma_0$					
$\gamma > \gamma_0$					

Zweefmolen

Jan ziet op de kermis in Deurne de attractie die afgebeeld is in figuur 1: een hoge mast met een zweefmolen.

Nadat de passagiers in de stoeltjes hebben plaatsgenomen, beweegt de zweefmolen eerst zonder te draaien langs de mast omhoog. In 8,0 s gaat de zweefmolen 30 meter omhoog. In de mast bevindt zich een contragewicht met een massa gelijk aan de totale massa van de zweefmolen zonder passagiers. Dit contragewicht is via een katrol boven in de mast verbonden met de zweefmolen en daalt met dezelfde snelheid als de verticale snelheid van de zweefmolen. Zo wordt energie bespaard. Voor de verticale verplaatsing wordt een elektromotor gebruikt met een rendement van 90%. Neem aan dat er 22 passagiers met een gemiddelde massa van 60 kg in de stoeltjes hebben plaatsgenomen.

- 4** Bereken het minimale elektrisch vermogen van deze elektromotor.

Na het omhooggaan begint de zweefmolen te draaien. Hiervoor wordt een tweede elektromotor gebruikt.

Op $t = 0$ s begint de zweefmolen te draaien en na 5 s draait hij met constante snelheid.

Het vermogen van de tweede elektromotor is uitgezet tegen de tijd in figuur 2.

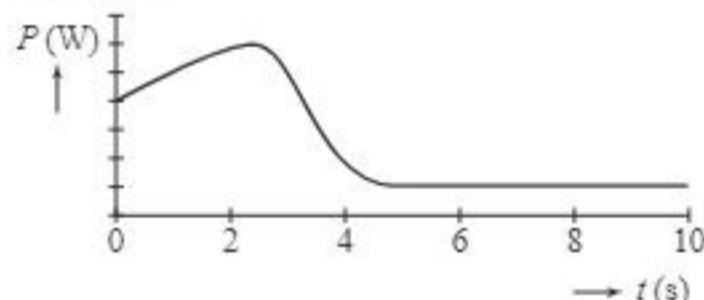
- 5** Beantwoord de volgende vragen.

- Waarom is het vermogen vóór $t = 5$ s groter dan na $t = 5$ s?
- Waarom is het vermogen na $t = 5$ s niet gelijk aan 0 W?

figuur 1



figuur 2



Fontein van Genève

In het Meer van Genève bevindt zich een van de grootste fonteinen ter wereld. Bij de fontein hangt een informatiebordje. De tekst op dit bordje staat, vertaald, weergegeven in figuur 1.

figuur 1



Fontein van Genève

Elke seconde wordt er 450 liter water de lucht
in gestuwd tot een hoogte van 140 m.

Het water wordt met twee pompen door een
sputmond gespoten met een snelheid van
200 km/h. De twee elektrische pompen hebben
elk een vermogen van 500 kW.

Na zonsondergang wordt de straal verlicht
door een aantal lampen met een
gezamenlijk vermogen van 13,5 kW.

Fontein in werking:

maandag tot vrijdag: 10.00 - zonsondergang
vrijdag tot en met zondag: 10.00 – 22.30 uur.

De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW.

Het water wordt met een snelheid van 200 km h^{-1} uit de sputmond gespoten.

- 6 Bereken het rendement van de elektrische pompen. Neem hierbij voor de dichtheid van water $1,00 \text{ kg L}^{-1}$.
- 7 Toon met een berekening aan of het water de maximale hoogte die op het bordje staat kan halen.

Fietskar

Fietskar duwt fiets

Het is de omgekeerde wereld: normaal trekt een fietser zijn bagagekarretje voort, maar de fietskar die hiernaast te zien is, duwt de fiets. Deze is namelijk voorzien van een accu met twee elektromotoren en kan 220 liter bagage bergen. De maximale snelheid zonder te trappen bedraagt 40 km/h. Als de fietser niet trapt, bedraagt de actieradius 50 km bij een constante snelheid van 20 km/h. Een benzinemotor zou hier 10 centiliter benzine voor nodig gehad hebben. De fabrikant overweegt om de fietskar op zonne-energie te laten rijden door middel van zonnecellen op het deksel.

naar: *Technisch Weekblad*, 9 mei 2001

figuur 1



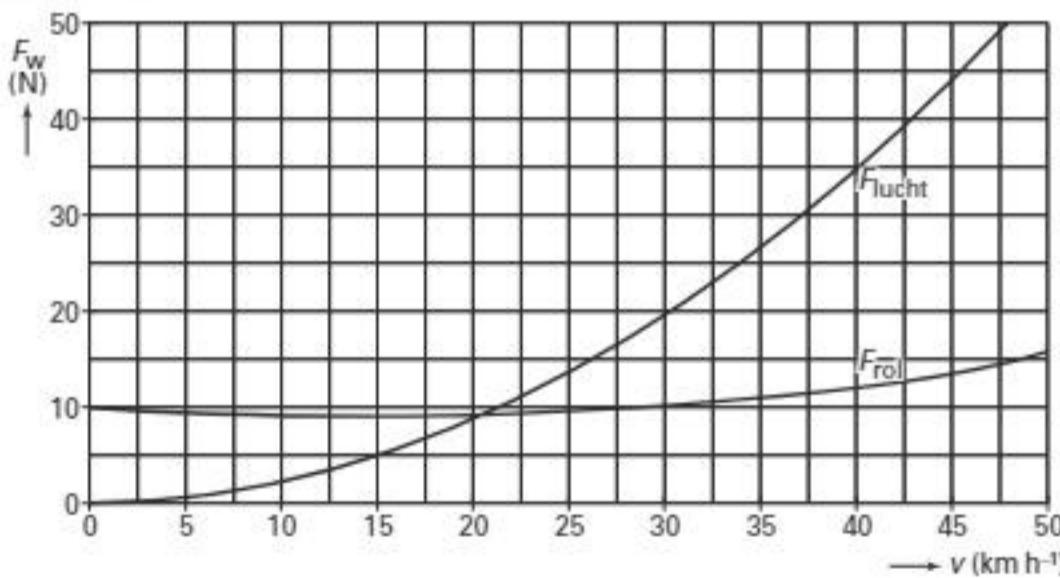
Lees de tekst bij figuur 1.

De massa van de fiets plus berijdster is 72 kg. De massa van de lege fietskar is 9,5 kg. De totale wrijvingskracht op de combinatie van fiets en kar is tijdens het optrekken tot 20 km h^{-1} gemiddeld 13 N. De versnelling tijdens het optrekken bedraagt $0,44 \text{ m s}^{-2}$.

- 8 Bereken hoeveel arbeid de elektromotoren van de fietskar verrichten bij het optrekken van 0 tot 20 km h^{-1} .

Figuur 2 toont de grafieken van de luchtwrijving F_{lucht} en de rolwrijving F_{rol} op de fiets met fietskar als functie van de snelheid.

figuur 2



Voor de luchtwrijving geldt: $F_{\text{lucht}} = kv^2$

Hierin is:

- v de snelheid in m s^{-1} ;
- k een constante in kg m^{-1} .

- 9 Bepaal met behulp van figuur 2 de waarde van de constante k .

De actieradius is de maximale afstand die door het voertuig met een volle accu afgelegd kan worden, als er niet wordt getrapt.

Aangenomen mag worden, dat de totale hoeveelheid energie die een volle accu kan leveren, bij elke snelheid hetzelfde is.

- 10 Bepaal met behulp van figuur 2 en de gegevens uit de tekst van figuur 1 de actieradius bij een constante snelheid van 40 km h^{-1} .

Jan-van-gent

De jan-van-gent is de grootste zeevogel van het Noordzeegebied. Zie figuur 1.

Hij leeft van vis, die hij door middel van een snelle duik vanuit de lucht uit het water haalt. Vanaf een hoogte van 30 m duikt hij daarbij zonder beginsnelheid loodrecht naar beneden en komt met een snelheid van ruim 100 km h^{-1} in het water terecht.

- 11 Toon aan dat deze snelheid in een vrije val over 30 m niet gehaald wordt.

figuur 1



Een jan-van-gent heeft een massa van 2,8 kg. Op het tijdstip $t = 0 \text{ s}$ versnelt hij zonder verticale beginsnelheid door middel van een krachtige vleugelslag loodrecht naar beneden. Behalve de zwaartekracht levert hij dus zelf een kracht. Op $t = 0,82 \text{ s}$ is zijn snelheid 27 m s^{-1} .

- 12 Bereken de gemiddelde kracht die de jan-van-gent tijdens dit gedeelte van zijn duik levert.

Vanaf $t = 0,82 \text{ s}$ werkt alleen de zwaartekracht nog. De jan-van-gent bevindt zich op dat moment nog 28 m boven het water.

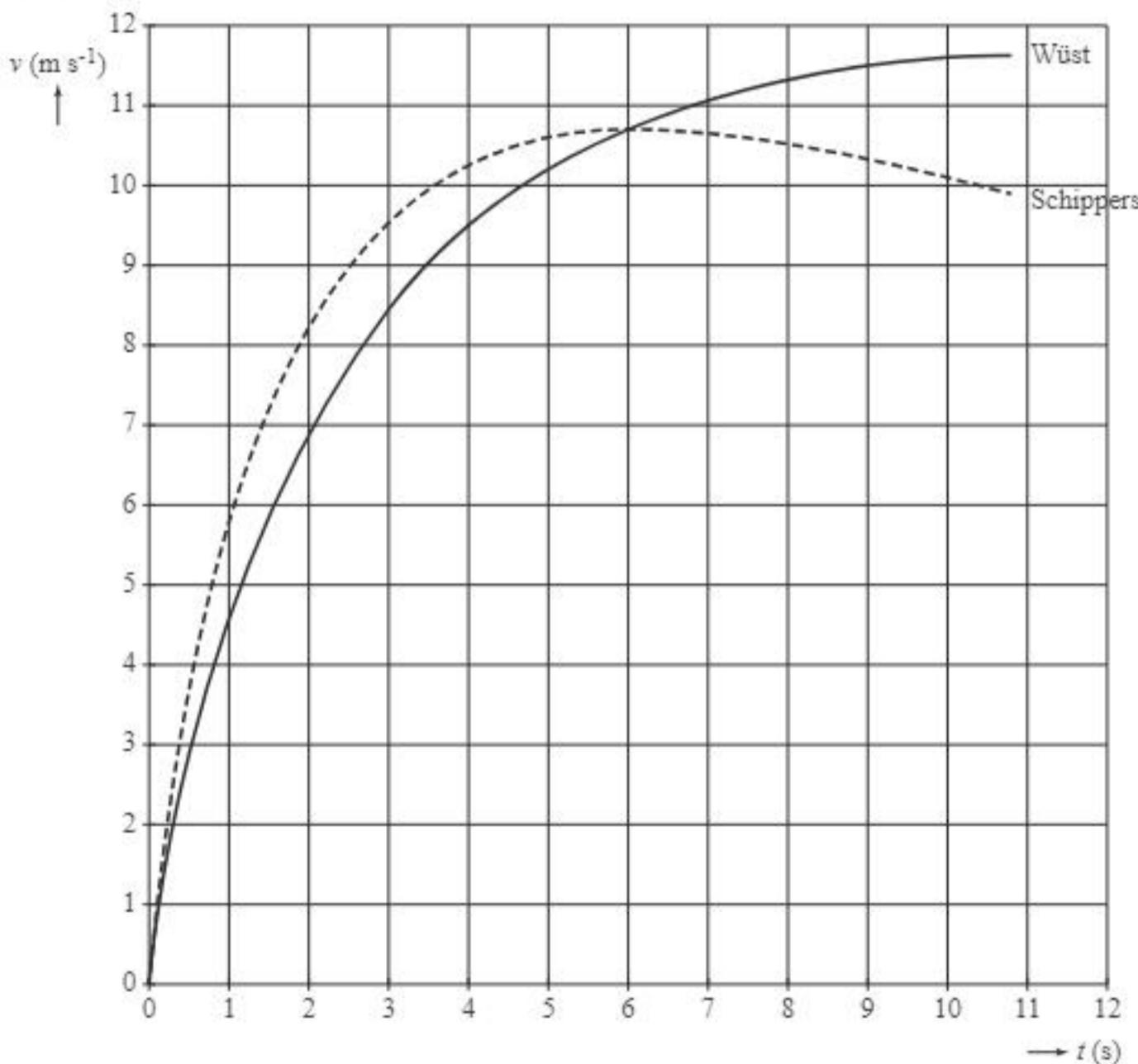
- 13 Bereken met behulp van energiebehoud met welke snelheid hij in het water terecht komt. Verwaarloos daarbij de luchtweerstand.

Dafne Schippers tegen Ireen Wüst-II

Het zou kunnen dat hardloopster Dafne Schippers schaatsster Ireen Wüst uit zou dagen voor een wedstrijd over 100 meter: Schippers op de atletiekbaan, Wüst op schaatsen op het ijs. Twee totaal verschillende manieren om snelheid te maken met ongeveer dezelfde eindtijd.

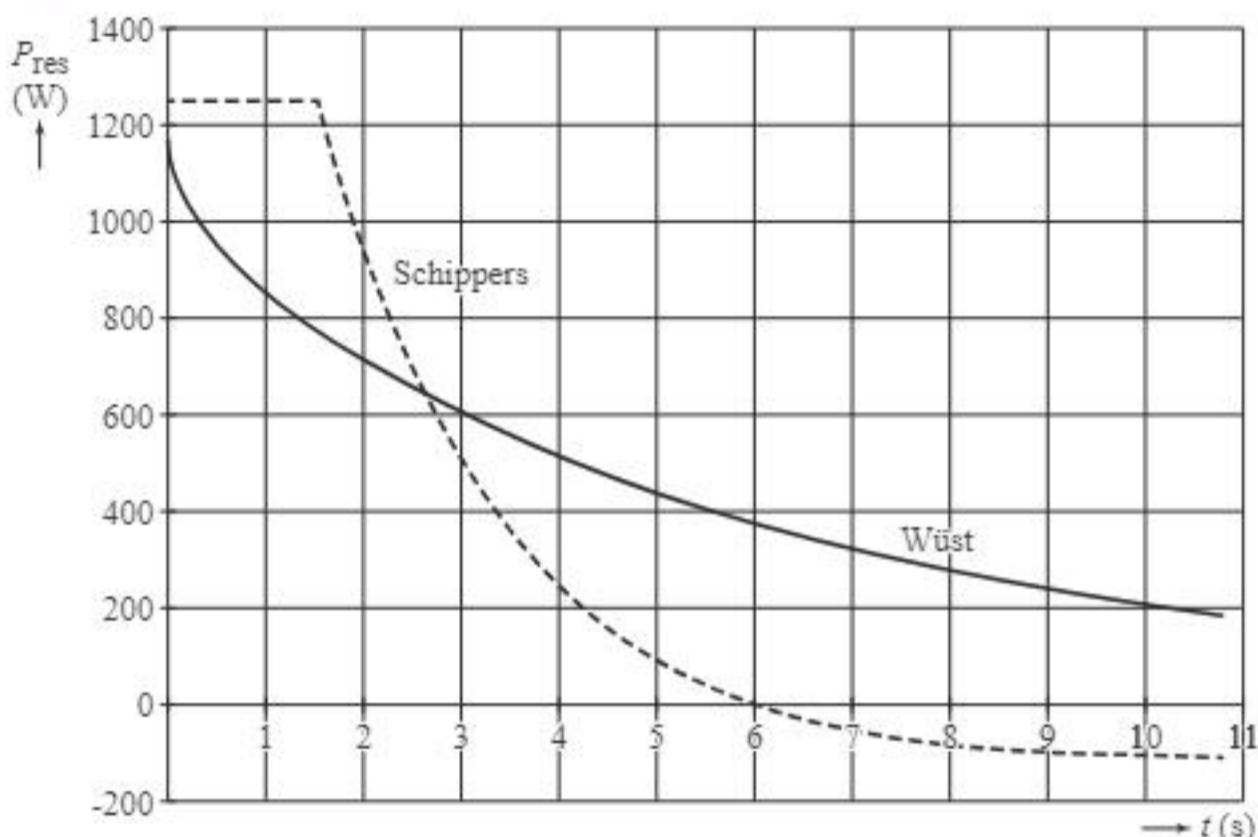
In figuur 1 zie je het verloop van de snelheden van beide atleten over de 100 m.

figuur 1



Van de sprint van beide atleten is een vereenvoudigd model gemaakt. Daarbij wordt ervan uitgegaan dat de massa's van beide atleten gelijk zijn. Volgens het model ligt het verschil tussen Wüst en Schippers met name in het resulterend vermogen (netto vermogen) P_{res} . In figuur 2 staat voor beide atleten P_{res} als functie van de tijd weergegeven.

figuur 2



Uit het diagram is af te lezen dat voor Schippers geldt:

$$P_{\text{res}} < 0 \text{ voor } t > 6,0 \text{ s.}$$

- 14 Leg uit dat dit overeenkomt met het diagram in figuur 1.

In het vereenvoudigd model wordt aangenomen, dat op $t = 6,0 \text{ s}$ de beide atleten een gelijk voortstuwend vermogen leveren.

Toch is P_{res} op dat moment bij hardlopen kleiner dan bij schaatsen.

- 15 Leg uit welke conclusie je hieruit kunt trekken over de wrijvingskrachten bij schaatsen en hardlopen.
- 16 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg **met behulp van figuur 2** uit in welke race de grootste resulterende arbeid wordt geleverd.
 - Leg **met behulp van figuur 1** en de relatie tussen arbeid en kinetische energie uit in welke race de grootste resulterende arbeid wordt geleverd.

Hints bij hoofdstuk 5

- 1 Er wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie.
- 2 Wat gebeurt er met de zwaartekracht op grotere afstand van de aarde?
Welke energieën moeten omgezet worden in warmte?
- 3 Wat gebeurt er met de snelheid van de capsule bij een te grote of een te kleine invalshoek γ ?
- 4 Bereken eerst het nuttig vermogen dat nodig is voor het omhoog brengen van de passagiers.
- 5 Welke energieomzettingen vinden er plaats vóór en na $t = 5$ s?
- 6 Bereken de kinetische energie van het water dat per seconde door de sputmond gaat.
- 7 Maak gebruik van de wet van behoud van energie.
- 8 Voor het berekenen van de arbeid: zie Binas tabel 35A4.
- 9 Lees voor een zelfgekozen waarde van F_{lucht} de snelheid af.
- 10 Bereken eerst de totale energie die een volle accu kan leveren bij $v = 20 \text{ km h}^{-1}$.
- 11 Zie Binas tabel 35A4.
- 12 Gebruik de tweede wet van Newton.
- 13 Welke twee soorten energie heeft de jan-van-gent op $t = 0,82$ s?
- 14 Wat is het verband tussen P , E en t ?
- 15 Waaruit is het resulterend vermogen P_{res} opgebouwd?
- 16 – Wat betekent de oppervlakte onder een (P,t) -grafiek?
– Vergelijk de snelheden van de atleten aan het einde van de race.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 5

Looping-I

- 1 Bereken de minimale hoogte h boven punt A waarop het treintje is losgelaten met de wet van behoud van energie (Binas 35A4):

$$E_z = E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}, \text{ waarin:}$$

E_z = zwaarte-energie van het treintje in het hoogste punt

E_k = kinetische energie van het treintje in het laagste punt

m = massa van het treintje

v = snelheid van het treintje in het laagste punt = $27,8 \text{ m s}^{-1}$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } h = \frac{27,8^2}{2 \cdot 9,81} = 39,4 \text{ m}$$

Omdat de minimale hoogte berekend moet worden, kun je de wrijvingskrachten hier buiten beschouwing laten.

Terug uit de ruimte

- 2 – De zwaarte-energie E_z op $t = 0 \text{ s}$ is kleiner dan $m \cdot g \cdot h$ (met $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$), omdat de gravitatieversnelling op grotere hoogte afneemt.
– De ruimtecapsule moet vanaf 500 km hoogte (punt A) zowel kinetische energie $E_{k,A}$ als zwaarte-energie ($E_{z,A}$) omzetten in warmte Q . Op het aardoppervlak (punt B) mag er slechts een klein beetje kinetische energie overblijven, waarmee de capsule landt. Er geldt dus:

$$Q = E_{z,A} + E_{k,A} - E_{k,B} = 0,927 \cdot m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 \text{ (Binas 35A4)}$$

$$= m \cdot (0,927 \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_B^2)) = m \cdot (0,927 \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_A^2), \text{ waarin:}$$

m = massa van de ruimtecapsule = $5,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$

g = valversnelling op het aardoppervlak = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = hoogte die de ruimtecapsule op $t = 0 \text{ s}$ heeft = $500 \text{ km} = 500 \cdot 10^3 \text{ m}$

v_A = snelheid van de ruimtecapsule op 500 km hoogte = $7,5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$

v_B = maximale snelheid waarmee de ruimtecapsule mag landen
(deze snelheid is ten opzichte van v_A verwaarloosbaar)

$$\text{Invullen: } Q = 5,8 \cdot 10^3 \cdot \left(0,927 \cdot 9,81 \cdot 500 \cdot 10^3 + \frac{1}{2} \cdot (7,5 \cdot 10^3)^2 \right) = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

Dat is dus in de orde van grootte van $10^{11} \text{ J} \Rightarrow$ antwoord c

3 Zie de ingevulde uitwerkbijlage.

	I te heet	II snelheid bij landing te groot	III ketst af tegen atmosfeer	IV daaltijd te groot	V remkracht te groot
$\gamma < \gamma_0$			✗	✗	
$\gamma > \gamma_0$	✗	✗			✗

Voor $\gamma < \gamma_0$ komt de ruimtecapsule te weinig omlaag gericht in de dampkring. Dan is er een grotere kans dat hij afketst tegen de atmosfeer of dat de daaltijd te groot is.

Voor $\gamma > \gamma_0$ komt de ruimtecapsule te snel omlaag. Het gevolg daarvan is:

- te veel hitte-ontwikkeling gedurende de daling
- te weinig afremming in de dampkring, waardoor de landingssnelheid te groot is
- te grote remkracht tijdens de daling

Zweefmolen

4 Voor het minimale elektrisch vermogen P_{in} van deze elektromotor geldt:

$$\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}} \Rightarrow P_{\text{in}} = \frac{P_{\text{nuttig}}}{\eta} \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

η = rendement van de elektromotor = 90%

P_{nuttig} = vermogen dat nodig is voor het omhoog brengen

$$\text{Er geldt: } P_{\text{nuttig}} = \frac{E_z}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ met:}$$

E_z = zwaarte-energie van de passagiers

m = massa van de passagiers = $22 \cdot 60 = 1,32 \cdot 10^3$ kg (de massa van de lege zweefmolen wordt gecompenseerd door het contragewicht)

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = afstand waarover de zweefmolen omhoog gaat = 30 m

t = tijd die nodig is om de zweefmolen omhoog te brengen = 8,0 s

$$\text{zodat: } P_{\text{nuttig}} = \frac{1,32 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 30}{8,0} = 4,86 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } P_{\text{in}} = \frac{4,86 \cdot 10^4}{0,90} = 5,4 \cdot 10^4 \text{ W}$$

P_{nuttig} kan ook worden bepaald met: $P_{\text{nuttig}} = F \cdot v = m \cdot g \cdot \frac{h}{t}$ (Binas 35A4 en 35A1)

- 5**
- Vóór $t = 5$ s wordt het vermogen van de elektromotor gebruikt om de passagiers en de zweefmolen de kinetische energie te geven van de ronddraaiende beweging. Na $t = 5$ s is dat niet meer nodig.
 - Na $t = 5$ s blijft de snelheid van de ronddraaiende zweefmolen constant. Na dit tijdstip wordt het vermogen van de elektromotor dus alleen gebruikt om de wrijving te compenseren.

Fontein van Genève

- 6 Voor het rendement η van de elektrische pompen geldt:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{\text{pompen}}} \cdot 100\% \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

E_k = kinetische energie van het water dat per seconde door de sputmond gaat

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35A4}) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35C1}), \text{ met:}$$

m = massa van het water dat per seconde door de sputmond gaat

v = snelheid waarmee het water uit de sputmond sput = 200 km h^{-1} =

$$= \frac{200 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 55,56 \text{ m s}^{-1}$$

ρ = dichtheid van water = $1,00 \text{ kg L}^{-1}$

V = volume van het water dat per seconde door de sputmond gaat = 450 L

$$\text{zodat: } E_k = \frac{1}{2} \cdot 1,00 \cdot 450 \cdot (55,56)^2 = 6,95 \cdot 10^5 \text{ J}$$

E_{pompen} = energie die de twee pompen samen per seconde leveren =

$$= P \cdot t \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ met:}$$

P = vermogen van de twee pompen samen = $2 \cdot 500 = 1000 \text{ kW} = 1000 \cdot 10^3 \text{ W}$

t = tijdsduur = $1,00 \text{ s}$

$$\text{zodat: } E_{\text{pompen}} = 1000 \cdot 10^3 \cdot 1,00 = 1000 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Invullen: } \eta = \frac{6,95 \cdot 10^5}{1000 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 69,5\%$$

- 7 methode 1

Als we geen rekening houden met de wrijving die het water van de lucht ondervindt, geldt voor de maximale hoogte h die het water kan bereiken:

$$E_k = E_z \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}, \text{ waarin:}$$

E_k = kinetische energie van het water met massa m in de sputmond

E_z = zwaarte-energie van het water met massa m in het hoogste punt

v = snelheid waarmee het water uit de sputmond wordt gespoten =

$$= 200 \text{ km h}^{-1} = \frac{200 \cdot 10^3}{3600} \text{ m s}^{-1} = 55,56 \text{ m s}^{-1}$$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } h = \frac{(55,56)^2}{2 \cdot 9,81} = 157 \text{ m}$$

Het water zou de maximale hoogte van 140 m dus kunnen halen.

methode 2

We berekenen de minimale snelheid v waarmee het water de sputmond moet verlaten om de hoogte h van 140 m te bereiken.

Hierbij houden we opnieuw geen rekening met de wrijving. Dan geldt:

$$E_k = E_z \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}, \text{ waarin:}$$

E_k = minimaal benodigde kinetische energie van het water in de sputmond

E_z = zwaarte-energie van het water in het hoogste punt

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = 140 m

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 140} = 52,4 \text{ m s}^{-1} = \frac{52,4 \cdot 3600 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{52,4 \cdot 3,6 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 189 \text{ km h}^{-1}$$

Dit is minder dan 200 km h^{-1} , dus het water zou de maximale hoogte van 140 m kunnen halen.

Fietskar

8 methode 1

De arbeid W_m die de elektromotoren bij het optrekken moeten verrichten, volgt uit:

$$W_m = \Delta E_k + W_w \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$$\Delta E_k = \text{toename van de kinetische energie} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$$m = \text{massa van de fiets plus berijdster plus lege fietskar} = 72 + 9,5 = 81,5 \text{ kg}$$

$$v = \text{snelheid na het optrekken} = 20 \text{ km h}^{-1} = 5,56 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{zodat: } \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 81,5 \cdot (5,56)^2 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$W_w = \text{benodigde arbeid voor de wrijving} = F_w \cdot s \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$$F_w = \text{gemiddelde wrijvingskracht} = 13 \text{ N}$$

$$s = \text{verplaatsing tijdens het optrekken} = 35 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } W_w = 13 \cdot 35 = 455 \text{ J}$$

$$\text{Invullen: } W_m = 1,26 \cdot 10^3 + 455 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

methode 2

De arbeid W_m die de elektromotoren bij het optrekken moeten verrichten, berekenen we met: $W_m = F_m \cdot s$ (Binas 35A4) = $(F_{\text{res}} + F_w) \cdot s$, waarin:

$$F_m = \text{kracht die de elektromotoren tijdens het optrekken moeten leveren}$$

$$F_{\text{res}} = \text{resulterende kracht op de fiets} = m \cdot a \quad (\text{Binas 35A3}), \text{ met:}$$

$$m = \text{massa van de fiets plus berijdster plus lege fietskar} = 72 + 9,5 = 81,5 \text{ kg}$$

$$a = \text{versnelling van de fiets tijdens het optrekken} = 0,44 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{zodat: } F_{\text{res}} = 81,5 \cdot 0,44 = 35,9 \text{ N}$$

$$F_w = \text{gemiddelde wrijvingskracht} = 13 \text{ N}$$

$$s = \text{verplaatsing tijdens het optrekken} = 35 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } W_m = (35,9 + 13) \cdot 35 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

9 De waarde van de constante k volgt uit: $F_{\text{lucht}} = k \cdot v^2 \Rightarrow k = \frac{F_{\text{lucht}}}{v^2}$, waarin:

$$F_{\text{lucht}} = \text{luchtwrijving}$$

$$\text{Kies bijvoorbeeld } F_{\text{lucht}} = 35 \text{ N}$$

$$v = \text{hierbij behorende snelheid van fiets met kar} = 40 \text{ km h}^{-1} =$$

$$= 40 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 11,1 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{afgelezen in figuur 2})$$

$$\text{Invullen: } k = \frac{35}{11,1^2} = 0,28 \text{ kg m}^{-1}$$

10 De totale hoeveelheid energie E die een volle accu kan leveren, berekenen we met:

$$E = F_{w,20} \cdot s_{20} = (F_{l,20} + F_{r,20}) \cdot s_{20} \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$$F_{w,20} = \text{totale wrijvingskracht bij een snelheid van } 20 \text{ km h}^{-1}$$

$$F_{l,20} = \text{luchtwrijving bij een snelheid van } 20 \text{ km h}^{-1} = 8,5 \text{ N} \quad (\text{afgelezen in figuur 2})$$

$$F_{r,20} = \text{rolwrijving bij een snelheid van } 20 \text{ km h}^{-1} = 9,0 \text{ N} \quad (\text{afgelezen in figuur 2})$$

$$s_{20} = \text{actieradius bij een snelheid van } 20 \text{ km h}^{-1} = 50 \text{ km} \quad (\text{zie tekst van figuur 1}) \\ = 50 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } E = (8,5 + 9,0) \cdot 50 \cdot 10^3 = 8,75 \cdot 10^5 \text{ J}$$

De actieradius s_{40} bij een snelheid van 40 km h^{-1} berekenen we nu met:

$$E = F_{w,40} \cdot s_{40} = (F_{l,40} + F_{r,40}) \cdot s_{40} \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow s_{40} = \frac{E}{(F_{l,40} + F_{r,40})}, \text{ met:}$$

$$E = 8,75 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$F_{w,40} = \text{totale wrijvingskracht bij een snelheid van } 40 \text{ km h}^{-1}$$

$$F_{l,40} = \text{luchtwrijving bij een snelheid van } 40 \text{ km h}^{-1} = 35 \text{ N} \quad (\text{afgelezen in figuur 2})$$

$$F_{r,40} = \text{rolwrijving bij een snelheid van } 40 \text{ km h}^{-1} = 12 \text{ N} \quad (\text{afgelezen in figuur 2})$$

$$\text{Invullen: } s_{40} = \frac{8,75 \cdot 10^5}{35 + 12} = 19 \cdot 10^3 \text{ m} = 19 \text{ km}$$

Jan-van-gent

- 11** We berekenen de snelheid v na een vrije val over 30 m met de wet van behoud van energie:

$$E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$E_{z,\text{boven}}$ = zwaarte-energie op een hoogte van 30 m

$E_{k,\text{beneden}}$ = kinetische energie na een vrije val van 30 m

m = massa van de jan-van-gent

g = valversnelling = 9,81 m s⁻² (Binas 7A)

h = valhoogte = 30 m

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 30} = 24,3 \text{ m s}^{-1} = 24,3 \cdot 3,6 \text{ km h}^{-1} = 87 \text{ km h}^{-1}$$

Dit is minder dan de 100 km h⁻¹ die de jan-van-gent haalt.

- 12** Voor de gemiddelde kracht F_{vleugel} die de jan-van-gent zelf levert tijdens de duik in de lucht, geldt:

$$\Sigma F = F_{\text{vleugel}} + F_z = m \cdot a \Rightarrow F_{\text{vleugel}} = m \cdot a - F_z \quad (\text{Binas 35A3}), \text{ waarin:}$$

ΣF = totale kracht op de jan-van-gent

F_z = zwaartekracht op de jan-van-gent = $m \cdot g$ (Binas 35A3), met:

m = massa jan-van-gent = 2,8 kg

g = valversnelling = 9,81 m s⁻² (Binas 7A)

zodat: $F_z = 2,8 \cdot 9,81 = 27,5 \text{ N}$

$$a = \text{versnelling} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\text{Binas 35A1}), \text{ met:}$$

Δv = snelheidstoename = 27 m s⁻¹

Δt = tijdsduur van dit gedeelte van de duik = 0,82 s

$$\text{zodat: } a = \frac{27}{0,82} = 32,9 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen: } F_{\text{vleugel}} = 2,8 \cdot 32,9 - 27,5 = 65 \text{ N}$$

- 13** De snelheid v waarmee de jan-van-gent in het water terecht komt, berekenen we met de wet van behoud van energie:

$$E_{\text{kin,beneden}} = E_{\text{kin,boven}} + E_{z,\text{boven}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{boven}}^2 + m \cdot g \cdot h \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{boven}}^2 + g \cdot h, \text{ waarin:}$$

$E_{\text{kin,beneden}}$ = kinetische energie van de jan-van-gent bij bereiken van het water

$E_{\text{kin,boven}}$ = kinetische energie op $t = 0,82 \text{ s}$ (op $h = 28 \text{ m}$)

$E_{z,\text{boven}}$ = zwaarte-energie op hoogte $h = 28 \text{ m}$

m = massa van de jan-van-gent

v_{boven} = snelheid die de jan-van-gent op $t = 0,82 \text{ s}$ heeft = 27 m s⁻¹

g = valversnelling = 9,81 m s⁻² (Binas 7A)

h = hoogte op $t = 0,82 \text{ s}$ van de jan-van-gent = 28 m

$$\text{Invullen: } \frac{1}{2} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 27^2 + 9,81 \cdot 28 = 639,2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 639,2} = 36 \text{ m s}^{-1}$$

Dafne Schippers tegen Ireen Wüst-II

- 14** Vanaf $t = 6,0 \text{ s}$ heeft Schippers een negatief resulterend vermogen P_{res} . Omdat geldt dat $P_{\text{res}} = \frac{E}{t}$ (Binas 35A4), is er sprake van een afname van energie E per tijdseenheid t in het systeem. De kinetische energie $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Binas 35A4) van de hardloopster neemt af \Rightarrow haar snelheid neemt af. In de grafiek van figuur 1 is dat te zien doordat vanaf $t = 6,0 \text{ s}$ de snelheid v van Schippers kleiner wordt.

- 15** Het resulterend vermogen P_{res} is het verschil tussen het voortstuwend vermogen P_{stuw} dat de atlete levert en het vermogen P_w dat nodig is om de wrijvingskrachten te overwinnen $\Rightarrow P_{\text{res}} = P_{\text{stuw}} - P_w$. Voor beide atleten is P_{stuw} gelijk. Toch is P_{res} voor Schippers kleiner dan voor Wüst $\Rightarrow P_w$ is voor Schippers groter dan voor Wüst \Rightarrow bij hardlopen zijn de wrijvingskrachten groter dan bij schaatsen.
- 16**
- De resulterende arbeid $W_{\text{res}} = P_{\text{res}} \cdot t$ is te bepalen door de oppervlakten onder de grafieken in figuur 2 tussen $t = 0$ s en het einde te bepalen. Ook zonder de bepaling uit te voeren is duidelijk te zien dat het resultaat daarvan voor Wüst groter is dan voor Schippers \Rightarrow in de race van Wüst is de resulterende arbeid groter dan in die van Schippers.
 - Volgens de wet van arbeid en energie geldt voor de resulterende arbeid W_{tot} :
$$W_{\text{tot}} = \Delta E_k$$
 (Binas 35A4), waarin:
$$\Delta E_k = \text{verschil tussen de kinetische energie aan de start en aan het einde} =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{start}}^2$$

De massa m en de beginsnelheid v_{start} van beide atleten is gelijk. In figuur 1 is te zien dat de eindsnelheid v_{eind} van Wüst groter is dan die van Schippers \Rightarrow in de race van Wüst is de resulterende arbeid groter dan in die van Schippers.



Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



6 Gravitatie (domein C3)

GPS-I

Het Amerikaanse ‘Global Positioning System’ (GPS) is een radionavigatiesysteem bestaande uit 24 satellieten die in zes verschillende cirkelbanen op een constante hoogte boven het aardoppervlak draaien.

GPS-satellieten cirkelen op een hoogte van $2,018 \cdot 10^7$ m.

- 1 Bereken de omlooptijd T van een satelliet.

Ruimtelift?

Lees onderstaand artikel.

Ruimtelift?

Wetenschappers van de TU-Delft en ESA (European Space Agency) in Noordwijk hebben modelstudies uitgevoerd naar de haalbaarheid van een zogenaamde Ruimtelift naar geostationaire satellieten.

Geostationaire satellieten bevinden zich namelijk op een vaste plaats boven de evenaar vanaf de aarde gezien. Een kabel tussen de aarde en een geostationaire satelliet kan niet, omdat de satelliet dan door de kabel naar beneden getrokken wordt. Maar zou een langere kabel met een contragewicht wel kunnen?

Hierover gaat de haalbaarheidsstudie naar de ‘ruimtelift’: langs een lange kabel duizenden kilometers omhoog klimmen. Wat je nodig hebt is een strakke kabel en een slimme manier van klimmen.

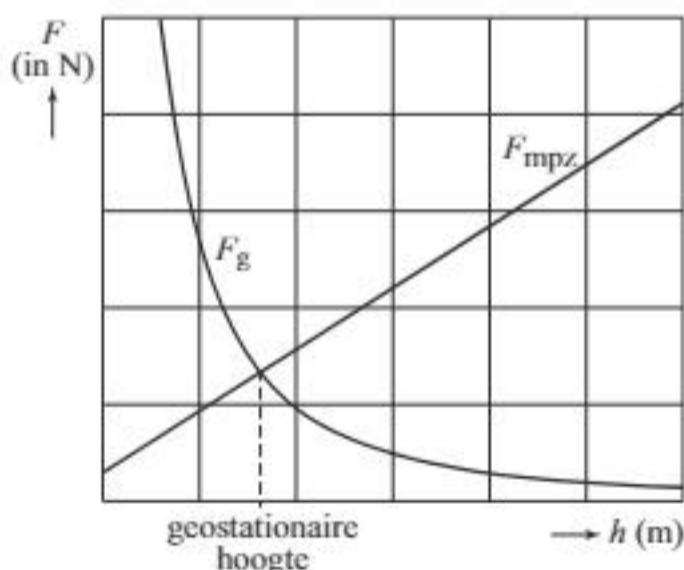


kabel

In figuur 1 is de gravitatiekracht op een voorwerp als functie van de hoogte boven het aardoppervlak weergegeven. Ook is de middelpuntzoekende kracht weergegeven die nodig is voor dat voorwerp als het beweegt met dezelfde omlooptijd als de aarde.

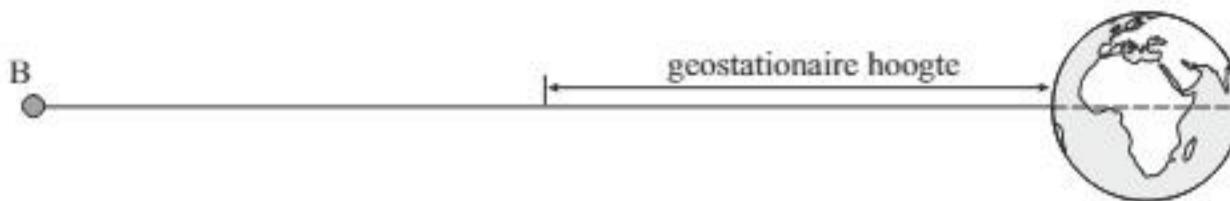
- 2 Bereken de geostationaire hoogte.

figuur 1



De modelstudie gaat uit van een kabel, die veel langer is dan de geostationaire hoogte, met daaraan een grote massa B die met de aarde meedraait. Zie figuur 2.

figuur 2



In dat geval staat de kabel strak gespannen.

- 3 Leg dat uit met behulp van figuur 1 en figuur 2.

WMAP-I

In 2001 werd de satelliet genaamd WMAP gelanceerd die tot taak had nauwkeurige metingen van de kosmische achtergrondstraling te verrichten (WMAP = Wilkinson Microwave Anisotropy Probe).

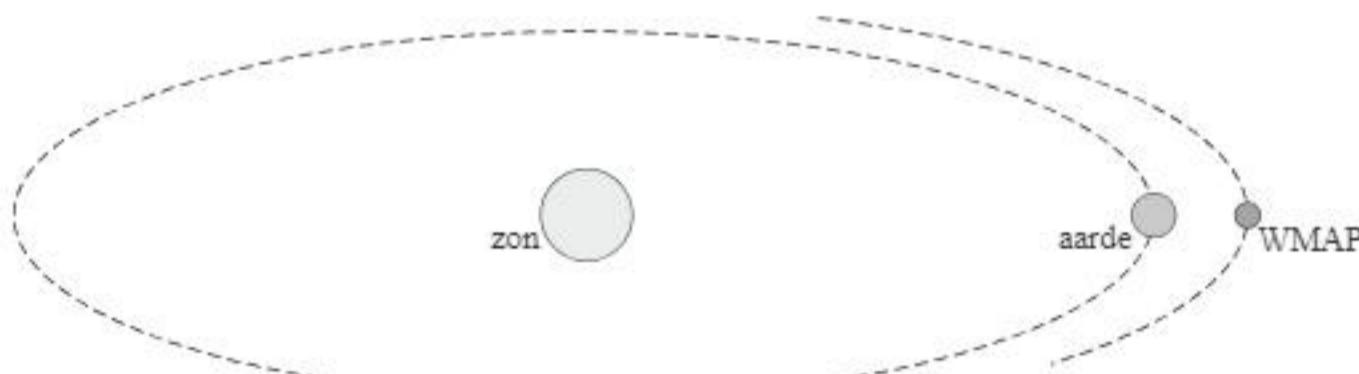
Zie figuur 1.

WMAP is gestationeerd in het zogenoemde Lagrange punt 2; dat punt bevindt zich aan de zijde van de aarde die niet door de zon verlicht wordt op 1,5 miljoen kilometer afstand van de aarde. Zie figuur 2. Deze figuur is niet op schaal.

figuur 1



figuur 2



Een satelliet die zich in het Lagrange punt 2 bevindt, gedraagt zich niet als een 'kunstmaan' die rond de aarde cirkelt, maar draait met de aarde mee om de zon. De zon, de aarde en WMAP bevinden zich steeds op één lijn. Om dit meedraaien te bereiken moet op WMAP (massa 840 kg) een resulterende kracht werken ter grootte van 5,0 N.

- 4 Toon dat aan.

WMAP ondervindt een gravitatiekracht van de aarde en een gravitatiekracht van de zon. Die krachten leveren samen de resulterende kracht van 5,0 N.

- 5 Ga na welke van de twee gravitatiekrachten hieraan de grootste bijdrage levert.

GRACE

Lees het volgende artikel.

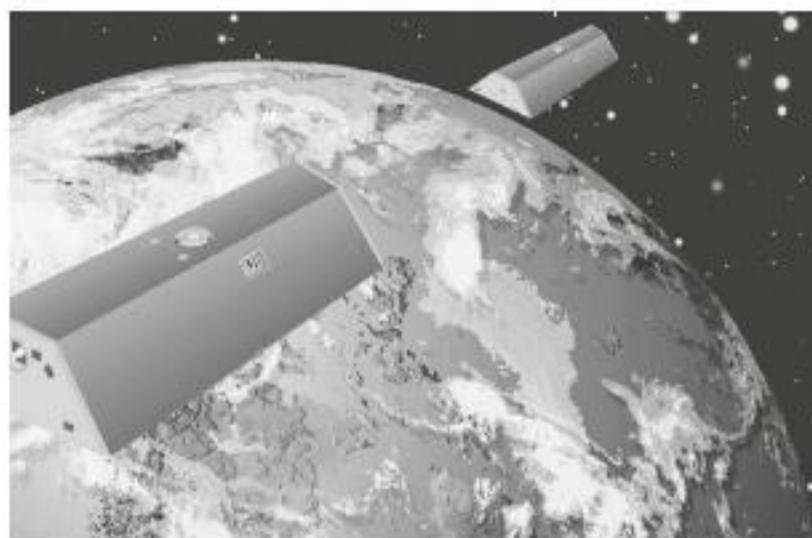
De valversnelling is niet overal gelijk.

De valversnelling is niet overal op aarde precies gelijk. Dit kan een gevolg zijn van de draaiing en de afplatting van de aarde, maar ook van specifieke eigenschappen van de aardkorst. Bergen, zware gesteenten of olievelden veroorzaken **permanente** afwijkingen in de plaatselijke zwaartekracht.

Aardverschuivingen, getijdenwerkingen en het smelten van poolkappen leveren daarentegen **tijdelijke** afwijkingen op.

Om dit alles te kunnen meten, zijn twee identieke satellieten gelanceerd: GRACE A en GRACE B. Zie figuur 1.

figuur 1



De twee satellieten draaien achter elkaar aan om de aarde op een hoogte van 485 km met een onderlinge afstand van 220 km. Kleine afwijkingen in de gravitatiekracht beïnvloeden de onderlinge afstand tussen de satellieten.

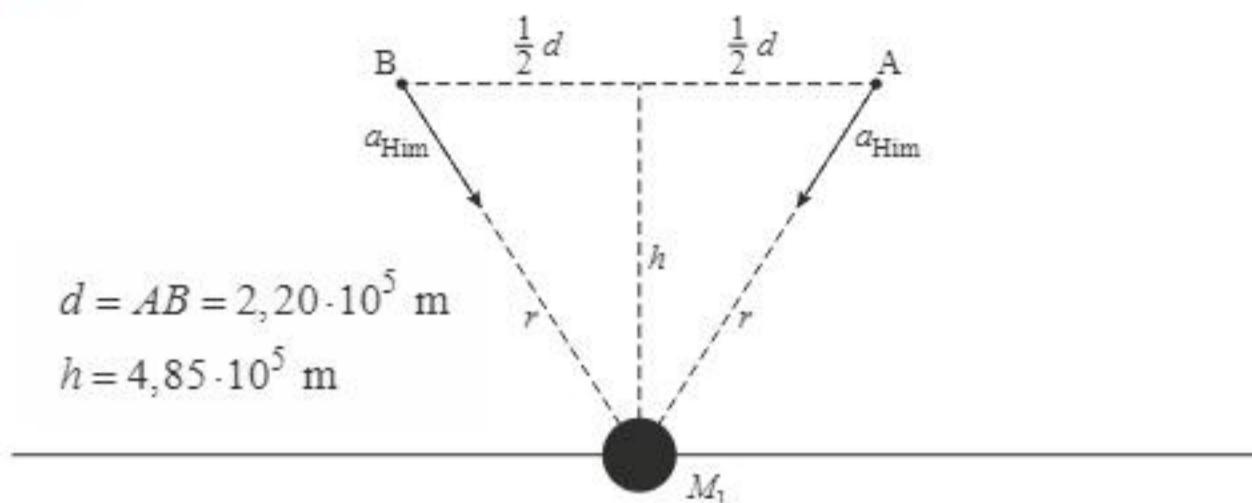
De satellieten leggen per etmaal ongeveer 15 rondjes om de aarde af.

- 6 Toon dit aan.

Hint: Bereken daartoe eerst de omlooptijd van de satellieten.

Op een gegeven moment bewegen de twee GRACE satellieten over de Himalaya. Zie figuur 2. De Himalaya wordt hierin aangegeven als een massa M_1 . In de getekende positie ondervinden beide satellieten elk een (zeer kleine) extra versnelling a_{Him} door de gravitatiekracht van M_1 .

figuur 2

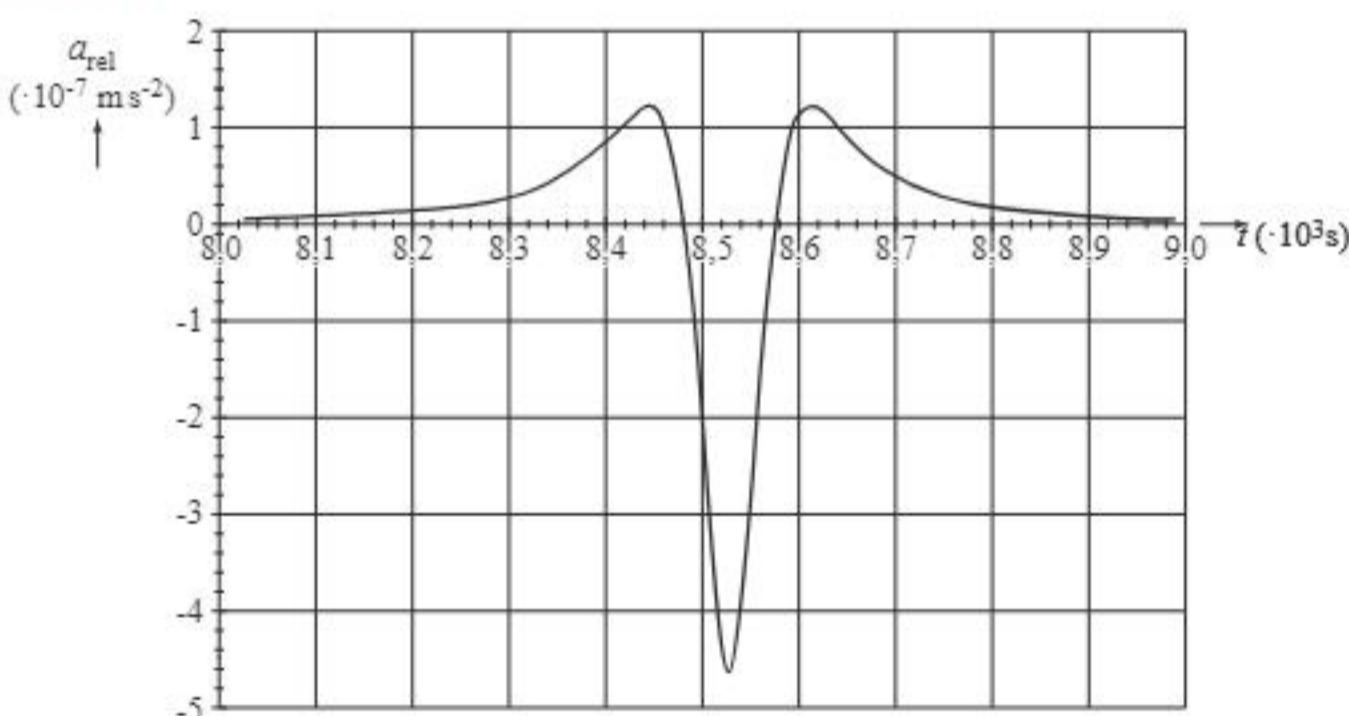


Voor de grootte van de onderlinge versnelling geldt: $a_{\text{rel}} = GM_1 \frac{d}{r^3}$.

- 7 Voer de volgende opdrachten uit voor de gegeven situatie:
- Leg uit dat de onderlinge versnelling alleen door de horizontale componenten van a_{Him} bepaald wordt.
 - Bereken op grond van de vectorrichtingen of de twee satellieten op dit moment naar elkaar toe of van elkaar af versneld worden.
 - Leid af dat geldt: $a_{\text{rel}} = GM_1 \frac{d}{r^3}$.

In figuur 3 is de onderlinge versnelling a_{rel} tijdens de beweging over de Himalaya weergegeven als functie van de tijd.

figuur 3



- 8 Bepaal op grond van figuur 3 de massa M_1 .

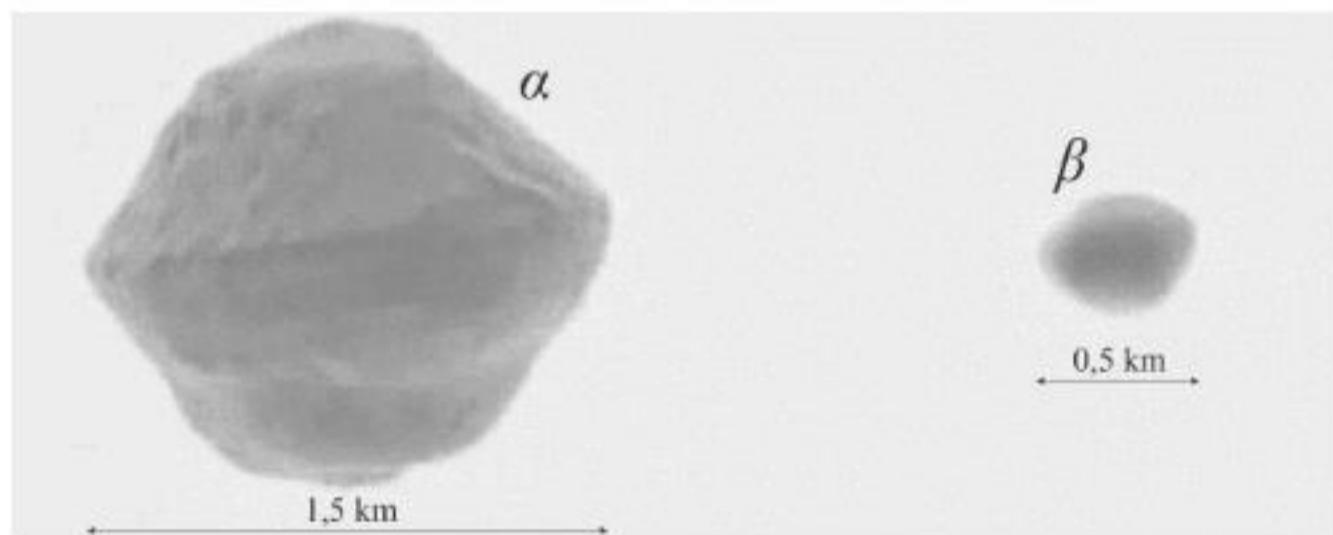
Dubbel-planetoïde 1999 KW4

Planetoïden, soms ook asteroïden genoemd, zijn brokstukken die zich net als planeten in een baan om de zon bewegen. Hun doorsnede varieert van veel minder dan 1 km tot zo'n 1000 km.

De titel van deze opgave verwijst naar de dubbel-planetoïde die, voor zover nu bekend, het dichtste bij de zon komt.

Uit radarbeelden blijkt dat deze dubbel-planetoïde uit twee brokstukken bestaat die om elkaar heen draaien. De grote wordt α genoemd, de kleine β . Zie figuur 1.

figuur 1



In het onderstaande kader zijn een aantal onderzoeksgegevens over 1999 KW4 te vinden.

- De massa van α is $2,6 \cdot 10^{12}$ kg.
- De (maximale) diameter van α is 1,5 km.
- De (maximale) diameter van β is 0,5 km.
- De omlooptijd van β om α is 17,4 uur.
- De gravitatieversnelling op de evenaar van α is $4,3 \cdot 10^{-4}$ m s⁻².
- De rotatietijd van α (de tijd waarin hij om zijn as draait) is 2,5 uur.

Sommige hemellichamen blijken voornamelijk uit ijzer te bestaan.

- 9 Ga met behulp van een schatting na of dat voor α aannemelijk is.

De benodigde middelpuntzoekende kracht om β in zijn baan om α te houden, wordt geleverd door de gravitatiekracht.

Voor de omlooptijd T van β geldt de wet van Kepler: $\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}$

Hierin is:

- M de massa van α ;
- r de afstand tussen α en β ;
- T de omlooptijd.

De massa van α die in het kader staat, is berekend met de wet van Kepler uit de waargenomen afstand tussen α en β .

- 10 Bereken hoe groot de afstand tussen α en β is.

De wetenschapsjournalist Karel Knip schrijft in het NRC-Handelsblad dat α bij deze rotatietijd net niet "uit elkaar spat".

Bij een kleinere rotatietijd zou dat net wel gebeuren. Bij die rotatietijd T_{rot} zouden losliggende stenen op de evenaar niet blijven liggen.

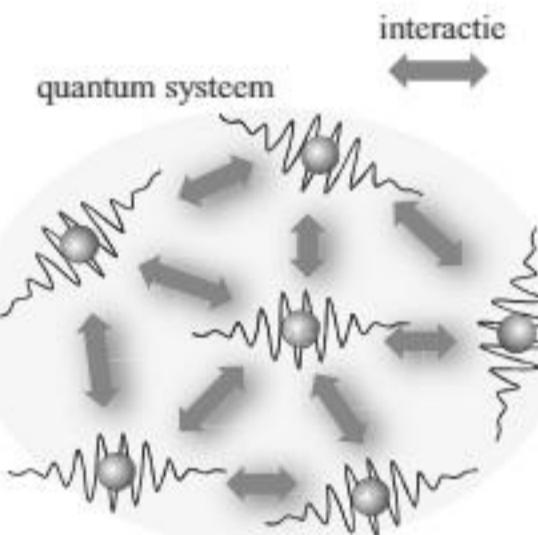
- 11 Bereken rotatietijd T_{rot} .

De kracht van het viriaal-theorema-I

Lees onderstaand artikel.

Het viriaal-theorema

Vrijwel alle systemen in de natuur, of het nu sterrenstelsels of quantumsystemen zijn, bestaan uit veel deeltjes en zijn niet exact te berekenen.



Met behulp van behoudswetten kunnen er toch belangrijke uitspraken over het systeem gedaan worden. Eén van die behoudswetten is het volgende verband tussen de potentiële energie en de kinetische energie:

$$E_p = -2E_k$$

Dit verband wordt het viriaal-theorema genoemd.

In de context van sterrenstelsels en andere systemen waar de gravitatiekracht een rol speelt, wordt de volgende vorm van het viriaal-theorema gebruikt:

$$E_g = -2E_k \quad (1)$$

Hierin is:

- E_g de gravitatie-energie;
- E_k de kinetische energie.

Het internationaal ruimtestation ISS heeft een massa van $4,19 \cdot 10^5$ kg en draait op een hoogte van 409 km boven de aarde.

- 12 Bereken met behulp van het viriaal-theorema (formule (1)) de snelheid van het ISS.
- 13 Leid het viriaal-theorema (formule (1)) af voor een satelliet met een massa m die in een cirkelbaan om een hemellichaam met massa M draait.

Het viriaal-theorema geldt ook voor verzamelingen van sterrenstelsels. Als men de gravitatie-energie van alle deeltjes in een ster, of van alle sterren in één of meerdere sterrenstelsels bij elkaar optelt, is het resultaat:

$$E_g = -\frac{3GM^2}{5R} \quad (2)$$

Hierin is:

- M de totale massa;
- R de straal van het systeem;
- G de gravitatieconstante.

Comacluster

Het Comacluster (zie figuur 1) is een verzameling sterrenstelsels met een straal van $8,4 \cdot 10^{22}$ m en een 'zichtbare massa' van $3,2 \cdot 10^{44}$ kg. (Dat is de massa die tot dan toe waarneembaar was.)

Uit dopplereffectmetingen blijkt dat de gemiddelde snelheid gelijk is aan $1,7 \cdot 10^8$ m s⁻¹.

figuur 1



In 1933 concludeerde de sterrenkundige Zwicky dat de massa die volgt uit het viriaal-theorema veel groter is dan de 'zichtbare massa'.

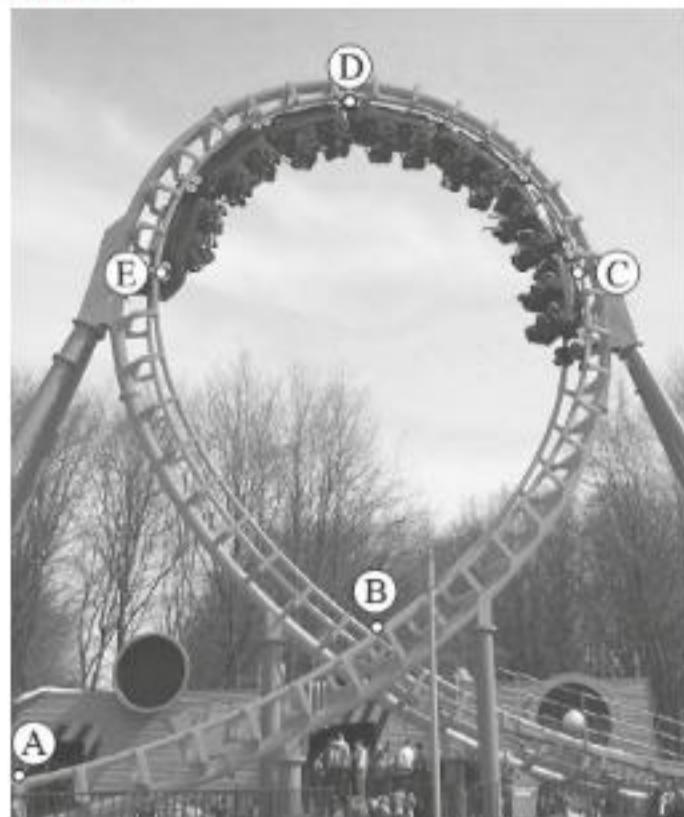
Zwicky was hiermee de eerste die het bestaan aantoonde van 'donkere materie', dit is het niet-zichtbare gedeelte van de totale massa.

- 14** Bereken voor hoeveel procent het Comacluster uit donkere materie bestaat.

Looping-II

Een spectaculair onderdeel van veel achtbanen is de looping. Als het treintje van de achtbaan vanaf punt A door de looping beweegt, gaat de passagier 'over de kop'. Zie figuur 1.

figuur 1



De passagier beweegt in baandeel CDE in een halve cirkel met een diameter van 11,0 m.

Als de passagier zich in het hoogste punt van de looping bevindt (en dus ondersteboven hangt), mag hij niet uit het treintje vallen.

Hiervoor moet het treintje in het hoogste punt van de looping minimaal een bepaalde snelheid hebben.

- 15** Bereken deze snelheid.

Hints bij hoofdstuk 6

- 1 Stel de gravitatiekracht F_G gelijk aan de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} .
- 2 Op de geostationaire hoogte is F_g gelijk aan F_{mpz} .
- 3 Vergelijk met behulp van figuur 2 de waarden voor F_g en F_{mpz} op een hoogte die groter is dan de geostationaire hoogte.
- 4 Denk aan de middelpuntzoekende kracht.
- 5 Bereken één van de gravitatiekrachten.
- 6 Gebruik voor de berekening van v : $F_{mpz} = F_g$.
- 7 Gebruik de formule voor de gravitatiekracht voor de afleiding van a_{rel} .
- 8 Bereken r met behulp van de stelling van Pythagoras.
- 9 Kun je een schatting maken van het volume van α ?
- 10 Voor de gravitatieconstante: zie Binas tabel 7A.
- 11 Welke kracht levert de middelpuntzoekende kracht?
- 12 Zie Binas 35A5 en 35A4.
- 13 Welke krachten werken op de satelliet?
- 14 Gebruik het viriaal-theorema in combinatie met formule (2).
- 15 Welke kracht treedt op als middelpuntzoekende kracht?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 6

GPS-I

- 1** Bereken de omlooptijd T van de satelliet door eerst de baansnelheid v te berekenen. Hiervoor stel je de gravitatiekracht F_G gelijk aan de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} . Vervolgens bereken je T met behulp van v .

De gravitatiekracht F_G treedt hier op als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} . Bereken daarom de baansnelheid v met:

$$F_G = F_{mpz} \Rightarrow \frac{G \cdot m_a \cdot m_{sat}}{r_{sat}^2} \quad (\text{Binas 35A5}) = \frac{m_{sat} \cdot v^2}{r_{sat}} \quad (\text{Binas 35A2}) \Rightarrow \\ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_a}{r_{sat}}} \text{, waarin:}$$

G = gravitatieconstante = $6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

m_a = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31)

m_{sat} = massa van de satelliet

r_{sat} = baanstraal van de satelliet = afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde. Er geldt: $r_{sat} = r_a + h$, waarin:

r_a = straal van de aarde = $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ (Binas 31)

h = hoogte van de satelliet boven de aarde = $2,018 \cdot 10^7 \text{ m}$

zodat: $r_{sat} = 6,371 \cdot 10^6 + 2,018 \cdot 10^7 = 2,655 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{6,6738 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{2,655 \cdot 10^7}} = 3,874 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

Bereken nu de omlooptijd T met: $v = \frac{2\pi \cdot r_{sat}}{T}$ (Binas 35A2) $\Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r_{sat}}{v}$, waarin:

r_{sat} = baanstraal van de satelliet = $2,655 \cdot 10^7 \text{ m}$ (zie hierboven)

v = baansnelheid van de satelliet = $3,874 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ (zie hierboven)

$$\text{Invullen: } T = \frac{2\pi \cdot 2,655 \cdot 10^7}{3,874 \cdot 10^3} = 4,306 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Het is ook toegestaan om deze vraag op te lossen met de formule voor de cirkelbaan van Kepler (Binas 35A5).

Ruimtelift?

- 2** De geostationaire hoogte h volgt uit: $h = r - R$, waarin:

r = baanstraal van een satelliet op geostationaire hoogte

Op de geostationaire hoogte is de gravitatiekracht F_g de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} :

$$F_g = F_{mpz} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{m \cdot \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r} \quad (\text{Binas 35A2 en 35A5}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{G \cdot M}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} = \frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}, \text{ met:}$$

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

m = massa van de satelliet

M = massa van de aarde = $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31)

v = snelheid van de satelliet

T = duur van één omwenteling van de satelliet = 1 dag = 86400 s (Binas 5)

$$\text{zodat: } r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 86400^2}{4 \cdot \pi^2}} = 4,223 \cdot 10^7 \text{ m}$$

R = straal van de aarde aan de evenaar = $6,38 \cdot 10^6$ m (Binas 31)

Invullen: $h = 4,223 \cdot 10^7 - 6,38 \cdot 10^6 = 3,585 \cdot 10^7 = 3,6 \cdot 10^7$ m (= $3,6 \cdot 10^4$ km)

r is ook rechtstreeks te bepalen uit de wet van Kepler:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} \quad (\text{Binas 35A5})$$

Let op, deze formule staat verkeerd in de 1e druk van de zesde editie van Binas informatieboek.

- 3 Op een hoogte die groter is dan de geostationaire hoogte, is de benodigde middelpuntzoekende kracht groter dan de gravitatiekracht op B (zie figuur 1). De kabel oefent dus een kracht uit op massa B, die het verschil is tussen de middelpuntzoekende kracht (F_{mpz}) en de gravitatiekracht (F_g) op B op die hoogte. Volgens de derde wet van Newton (Binas 35A3) oefent de massa B dan een even grote maar tegengestelde reactiekracht uit op de kabel. Als de zwaartekracht op de kabel kleiner is dan deze reactiekracht, treedt er in de kabel een spankracht op, waardoor de kabel strak staat.

WMAP-I

- 4 Voor de resulterende kracht F_{res} geldt: $F_{res} = F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (Binas 35A2), waarin:

F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht

m = massa van de satelliet = 840 kg

v = snelheid van de satelliet = $\frac{2\pi \cdot r}{T}$ (Binas 35A2), met:

r = baanstraal van de satelliet = $r_a + r_{a-wmap}$, met:

r_a = baanstraal van de aarde = $0,1496 \cdot 10^{12}$ m (Binas 31)

r_{a-wmap} = afstand van de satelliet tot de aarde = 1,5 miljoen km = $1,5 \cdot 10^9$ m

zodat: $r = 0,1496 \cdot 10^{12} + 1,5 \cdot 10^9 = 1,511 \cdot 10^{11}$ m

T = omlooptijd van de satelliet = 365 d = $365 \cdot 24 \cdot 3600$ s = $3,154 \cdot 10^7$ s

zodat: $v = \frac{2\pi \cdot 1,511 \cdot 10^{11}}{3,154 \cdot 10^7} = 3,010 \cdot 10^4$ m s⁻¹

r = $1,511 \cdot 10^{11}$ m

$$\text{Invullen: } F_{res} = \frac{840 \cdot (3,010 \cdot 10^4)^2}{1,511 \cdot 10^{11}} = 5,0 \text{ N}$$

- 5 methode 1

We berekenen eerst de gravitatiekracht $F_{g,a}$ van de aarde op WMAP met:

$$F_{g,a} = G \cdot \frac{m \cdot M_a}{(r_{a-wmap})^2} \quad (\text{Binas 35A5}), \text{ waarin:}$$

G = gravitatieconstante = $6,673 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² (Binas 7A)

m = massa van de satelliet = 840 kg

M_a = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24}$ kg (Binas 31)

r_{a-wmap} = afstand van de satelliet tot de aarde = 1,5 miljoen km = $1,5 \cdot 10^9$ m

$$\text{Invullen: } F_{g,a} = 6,673 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{840 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{(1,5 \cdot 10^9)^2} = 0,15 \text{ N}$$

De gravitatiekracht $F_{g,z}$ van de zon op WMAP volgt dan uit:

$$F_{g,z} = F_{res} - F_{g,a} = 5,0 - 0,15 = 4,9 \text{ N}$$

De gravitatiekracht van de zon levert dus de grootste bijdrage aan de resulterende kracht.

We hadden ook eerst de gravitatiekracht van de zon kunnen uitrekenen en daarmee de gravitatiekracht van de aarde kunnen berekenen.

methode 2

Voor de verhouding van de gravitatiekrachten geldt:

$$\frac{F_{g,a}}{F_{g,z}} = \frac{\frac{G \cdot \frac{m \cdot M_a}{(r_{a-wmap})^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M_z}{(r_{z-wmap})^2}} = \frac{M_a \cdot (r_{z-wmap})^2}{M_z \cdot (r_{a-wmap})^2}} \quad (\text{Binas 35A5}), \text{ waarin:}$$

$F_{g,a}$ = gravitatiekracht van de aarde op WMAP

$F_{g,z}$ = gravitatiekracht van de zon op WMAP

G = gravitatieconstante

m = massa van de satelliet

M_a = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24}$ kg (Binas 31)

r_{a-wmap} = afstand van WMAP tot de aarde = 1,5 miljoen km = $1,5 \cdot 10^9$ m

M_z = massa van de zon = $1,9884 \cdot 10^{30}$ kg (Binas 32C)

r_{z-wmap} = baanstraal van WMAP = baanstraal van de aarde + r_{a-wmap} =
 $= 0,1496 \cdot 10^{12} + 1,5 \cdot 10^9$ (Binas 31) = $1,511 \cdot 10^{11}$ m

$$\text{Invullen: } \frac{F_{g,a}}{F_{g,z}} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot (1,511 \cdot 10^{11})^2}{1,9884 \cdot 10^{30} \cdot (1,5 \cdot 10^9)^2} = 0,030$$

De gravitatiekracht van de aarde is dus veel kleiner dan die van de zon, dus de zon levert de grootste bijdrage in de resulterende kracht.

Grace

- 6 Het aantal rondjes n dat de satellieten per etmaal afleggen, volgt uit: $n = \frac{t}{T}$, waarin:

t = één etmaal = 24 h

T = omlooptijd van de satellieten

$$\text{Er geldt: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad (\text{Binas 35A2}) \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v}, \text{ met:}$$

v = baansnelheid van de satellieten

Berekening van v :

De middelpuntzoekende kracht F_{mpz} wordt geleverd door de gravitatiekracht

$$F_g, \text{ dus: } F_{mpz} = F_g \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \quad (\text{Binas 35A2 en 35A5}) \Rightarrow \\ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}, \text{ met:}$$

m = massa van één satelliet

r = afstand van een satelliet tot het middelpunt van de aarde = $R + h$, met:

R = straal van de aarde = $6,371 \cdot 10^6$ m (Binas 31)

h = hoogte van de satelliet boven de aarde = 485 km = $0,485 \cdot 10^6$ m,
 zodat: $r = (6,371 + 0,485) \cdot 10^6 = 6,86 \cdot 10^6$ m

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² (Binas 7A)

M = massa van de aarde = $5,97 \cdot 10^{24}$ kg (Binas 31)

$$\text{zodat: } v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,86 \cdot 10^6}} = 7,62 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{zodat: } T = \frac{2\pi \cdot 6,86 \cdot 10^6}{7,62 \cdot 10^3} = 5,66 \cdot 10^3 \text{ s} = \frac{5,66 \cdot 10^3}{3600} \text{ h} = 1,57 \text{ h}$$

$$\text{Invullen: } n = \frac{24}{1,57} = 15,3 = 15 \text{ rondjes}$$

7 Zie de tekening.

- In de tekening staan langs de lijn BA de horizontale componenten $a_{B,\text{hor}}$ en $a_{A,\text{hor}}$ van de versnellingen op B en A getekend. De onderlinge versnelling is gericht langs de lijn BA, dus deze wordt bepaald door $a_{B,\text{hor}}$ en $a_{A,\text{hor}}$. De verticale componenten van a_{Him} dragen niet bij.
- De horizontale component $a_{B,\text{hor}}$ op B wijst naar rechts (naar A) en de horizontale component $a_{A,\text{hor}}$ op A wijst naar links (naar B), dus de twee satellieten worden naar elkaar toe versneld.
- Voor de grootte van de onderlinge versnelling a_{rel} geldt (zie tekening):
 $a_{\text{rel}} = |a_{B,\text{hor}}| + |a_{A,\text{hor}}|$, waarin: $a_{A,\text{hor}} = -a_{B,\text{hor}}$, zodat:

$$a_{\text{rel}} = 2 \cdot |a_{B,\text{hor}}| = 2 \cdot a_{\text{Him}} \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \frac{F_g}{m} \cdot \cos\alpha \quad (\text{Binas 35A3}) =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{G \cdot m \cdot M_1}{r^2} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot d}{r} \quad (\text{Binas 35A5}) = G \cdot M_1 \cdot \frac{d}{r^3}, \text{ met:}$$

F_g = gravitatiekracht op B, m = massa van B, M_1 = massa van de Himalaya,
 α = hoek die de richtingen van BA en BM₁ met elkaar maken,
 G = gravitatieconstante, r = afstand tussen B en M₁ en d = afstand tussen B en A.

8 We berekenen de massa M₁ met: $a_{\text{rel}} = G \cdot M_1 \cdot \frac{d}{r^3} \Rightarrow M_1 = \frac{a_{\text{rel}} \cdot r^3}{G \cdot d}$, waarin:

a_{rel} = maximale onderlinge versnelling = $4,65 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-2}$ (afgelezen in figuur 3)

r = afstand tussen B en M₁ (zie tekening)

Bereken r met de stelling van Pythagoras

$$r^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 + h^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot 2,20 \cdot 10^5\right)^2 + (4,85 \cdot 10^5)^2} = 4,97 \cdot 10^5 \text{ m}$$

G = gravitatieconstante = $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

d = AB = $2,20 \cdot 10^5 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } M_1 = \frac{4,65 \cdot 10^{-7} \cdot (4,97 \cdot 10^5)^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 2,20 \cdot 10^5} = 3,86 \cdot 10^{15} \text{ kg}$$

Dubbel-planetoïde 1999 KW4

9 We vergelijken de geschatte dichtheid ρ_α van de planetoïde α met die van ijzer ρ_{ijzer} .

Bepaling van de dichtheid ρ_α met: $\rho_\alpha = \frac{m}{V}$ (Binas 35C1), waarin:

m = massa van α = $2,6 \cdot 10^{12} \text{ kg}$

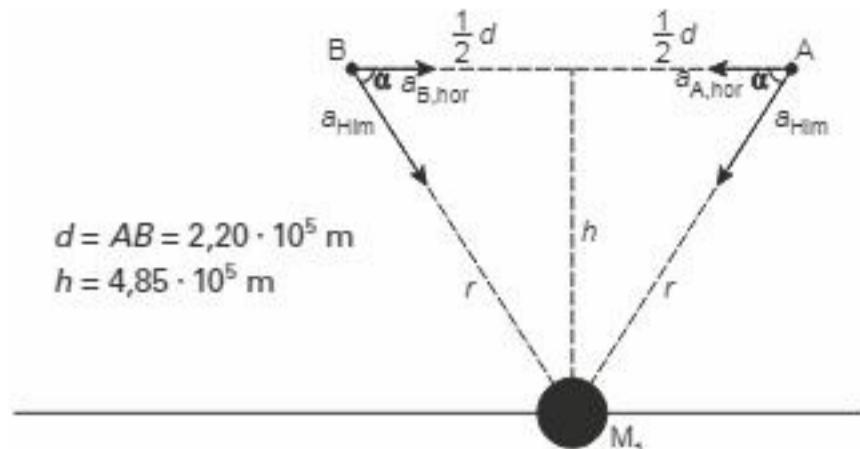
V = volume van α

Dit volume moeten we aan de hand van figuur 1 schatten. De planetoïde heeft met een beetje fantasie iets weg van een bol. Als 1,5 km de grootste diameter is, nemen we een bol met straal $r = 0,65 \text{ km} = 0,65 \cdot 10^3 \text{ m}$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad (\text{Binas 36B}) = \frac{4}{3}\pi \cdot (0,65 \cdot 10^3)^3 = 1,15 \cdot 10^9 \text{ m}^3$$

$$\text{Invullen: } \rho_\alpha = \frac{2,6 \cdot 10^{12}}{1,15 \cdot 10^9} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}, \text{ terwijl } \rho_{\text{ijzer}} = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{Binas 8})$$

De veronderstelling dat α uit ijzer zou bestaan is dus onaannemelijk.



- 10** De afstand r tussen α en β vinden we uit:

$$\frac{G \cdot M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2} \Rightarrow r^3 = \frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}}, \text{ waarin:}$$

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

M = massa van α = $2,6 \cdot 10^{12} \text{ kg}$

T = omlooptijd van β = $17,4 \text{ h} = 17,4 \cdot 3600 \text{ s} = 6,26 \cdot 10^4 \text{ s}$

$$\text{Invullen: } r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,6 \cdot 10^{12} \cdot (6,26 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2}} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ m}$$

- 11** De rotatietijd T_{rot} van α waarbij stenen op de evenaar nog net blijven liggen, volgt uit:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T_{\text{rot}}} \text{ (Binas 35A2)} \Rightarrow T_{\text{rot}} = \frac{2\pi \cdot r}{v}, \text{ waarin:}$$

v = maximale baansnelheid aan de evenaar waarbij een steen nog net blijft liggen

$$\text{Dan is: } F_g = F_{\text{mpz}} \Rightarrow m \cdot g_\alpha = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow v^2 = g_\alpha \cdot r \Rightarrow v = \sqrt{g_\alpha \cdot r}, \text{ met:}$$

$$F_g = \text{gravitatiekracht op een massa } m \text{ aan de evenaar van } \alpha = m \cdot g_\alpha \text{ (Binas 35A3)}$$

$$F_{\text{mpz}} = \text{middelzoekende kracht} = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ (Binas 35A2)}$$

m = massa van een steen op de evenaar van α

g_α = valversnelling op de evenaar van α = $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$

r = straal van α = $0,5 \cdot$ diameter van α = $0,5 \cdot 1,5 \text{ km} = 0,75 \cdot 10^3 \text{ m}$

$$\text{zodat: } v = 4,3 \cdot 10^{-4} \cdot 0,75 \cdot 10^3 = 0,568 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen: } T_{\text{rot}} = \frac{2\pi \cdot 0,75 \cdot 10^3}{0,568} = 8,30 \cdot 10^3 \text{ s} = \frac{8,30 \cdot 10^3}{3600} \text{ h} = 2,3 \text{ h}$$

De werkelijke omlooptijd is 2,5 h, dus als α iets sneller zou draaien, zouden stenen aan de evenaar inderdaad loskomen.

De kracht van het viriaal-theorema-I

- 12** De snelheid v van het ruimtestation ISS volgt uit:

$$E_g = -2 \cdot E_k \Rightarrow -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (Binas 35A5 en 35A4)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}, \text{ met:}$$

E_g = gravitatie-energie

E_k = kinetische energie

G = gravitatieconstante = $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

m = massa van het ruimtestation

M = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31)

r = afstand van het ruimtestation tot het middelpunt van de aarde = $R + h$, met:

R = straal van de aarde = $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ (Binas 31)

h = hoogte van het ruimtestation boven de aarde = $409 \text{ km} = 0,409 \cdot 10^6 \text{ m}$

zodat: $r = (6,371 + 0,409) \cdot 10^6 \text{ m} = 6,780 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,780 \cdot 10^6}} = 7,67 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

- 13 Voor de satelliet geldt: $F_g = F_{mpz}$ (waarin F_g = gravitatiekracht en F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht) \Rightarrow
 $\Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (Binas 35A5 en 35A2; r = straal van de cirkelbaan) \Rightarrow
 $\Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = m \cdot v^2 \Rightarrow -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = -m \cdot v^2 = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow E_g = -2 \cdot E_k$ (Binas 35A5 en 35A4)

- 14 Het percentage van het Comacluster dat uit donkere materie bestaat, volgt uit:
 $percentage = \frac{M - M_{zb}}{M} \cdot 100\%$, waarin:

M = massa van het Comacluster als we uitgaan van het viriaal-theorema

$$\text{Er geldt: } E_g = -\frac{3 \cdot G \cdot M^2}{5 \cdot R}$$

$$\text{Nu is } E_g = -2 \cdot E_k, \text{ zodat: } -\frac{3 \cdot G \cdot M^2}{5 \cdot R} = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = -M \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{5 \cdot v^2 \cdot R}{3 \cdot G}, \text{ met:}$$

E_g = gravitatie-energie van het Comacluster

E_k = kinetische energie van het Comacluster

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

R = straal van het Comacluster = $8,4 \cdot 10^{22} \text{ m}$

v = gemiddelde snelheid van het Comacluster = $1,7 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$

$$\text{zodat: } M = \frac{5 \cdot (1,7 \cdot 10^6)^2 \cdot 8,4 \cdot 10^{22}}{3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 6,1 \cdot 10^{45} \text{ kg}$$

M_{zb} = 'zichtbare massa' van het Comacluster = $3,2 \cdot 10^{44} \text{ kg}$

$$\text{Invullen: } percentage = \frac{6,1 \cdot 10^{45} - 3,2 \cdot 10^{44}}{6,1 \cdot 10^{45}} \cdot 100\% = 95\%$$

Looping-II

- 15 Bereken de minimale snelheid v die het treintje in het hoogste punt van de looping

moet hebben met: $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (Binas 35A2) $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_{mpz} \cdot r}{m}}$, waarin:

F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht op het treintje in het hoogste punt. Als het treintje in het hoogste punt is en nog nét niet naar beneden valt, is de zwaartekracht F_z de enige kracht die op het treintje werkt.

Er geldt dus: $F_{mpz} = F_z = m \cdot g$ (Binas 35A3), met:

m = massa van het treintje

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

m = massa van het treintje

r = straal van de looping = $\frac{1}{2} \cdot \text{diameter van de looping}$ (Binas 36B) =

$$= \frac{1}{2} \cdot 11,0 \text{ m} = 5,50 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{(m \cdot g) \cdot r}{m}} = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9,81 \cdot 5,50} = 7,35 \text{ m s}^{-1}$$

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.

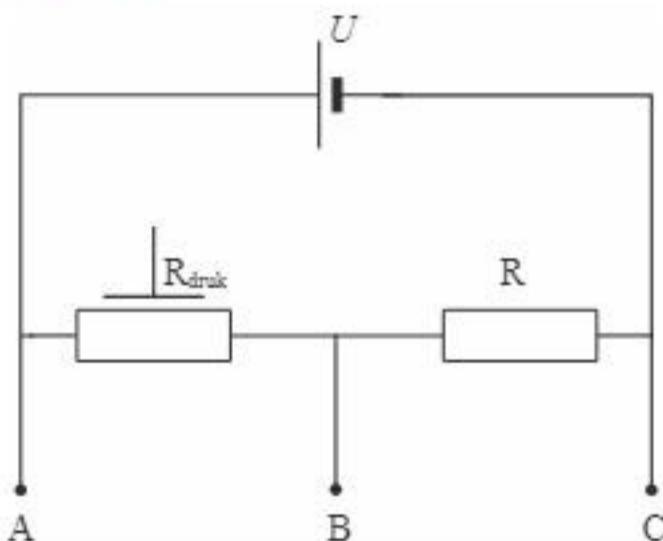


7 Elektrische systemen (domein D1)

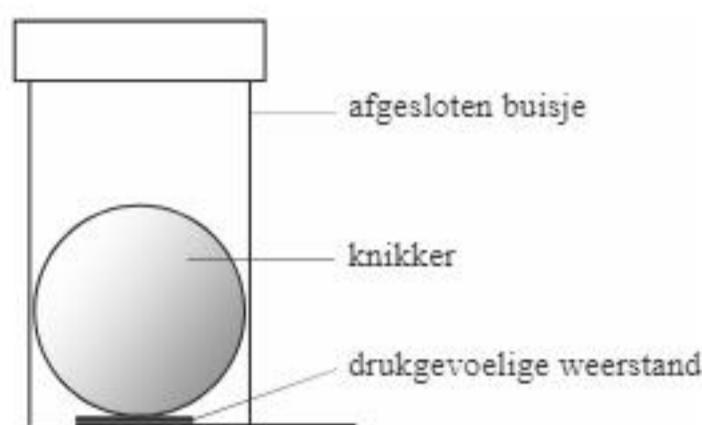
(G-)Krachtmetingen in een attractiepark

Ingrid en Karel voeren een project uit waarbij zij in een attractiepark krachten gaan meten. Ze maken daarvoor zelf een eenvoudige krachtsensor. De elektrische schakeling van de krachtsensor staat weergegeven in figuur 1. De batterij levert een spanning van 9,0 V.

figuur 1



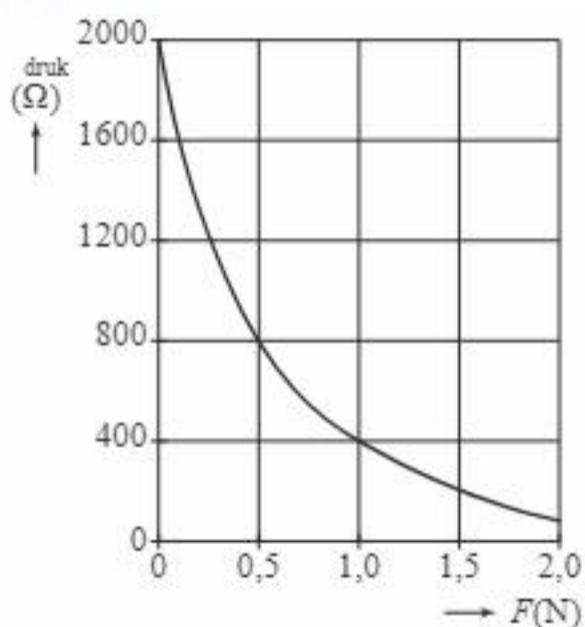
figuur 2



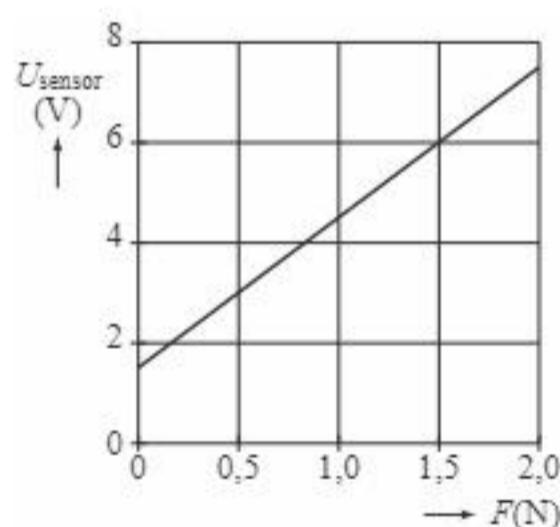
Op de drukgevoelige weerstand R_{druk} leggen ze een knikker met een massa van 50 g. De knikker is in een buisje geplaatst om ervoor te zorgen dat de knikker midden op de drukweerstand blijft liggen. Zie figuur 2.

Figuur 3 geeft het verband tussen de waarde van de drukgevoelige weerstand en de kracht die erop wordt uitgeoefend. Figuur 4 geeft het verband tussen de uitgangsspanning van de sensor en de kracht.

figuur 3



figuur 4

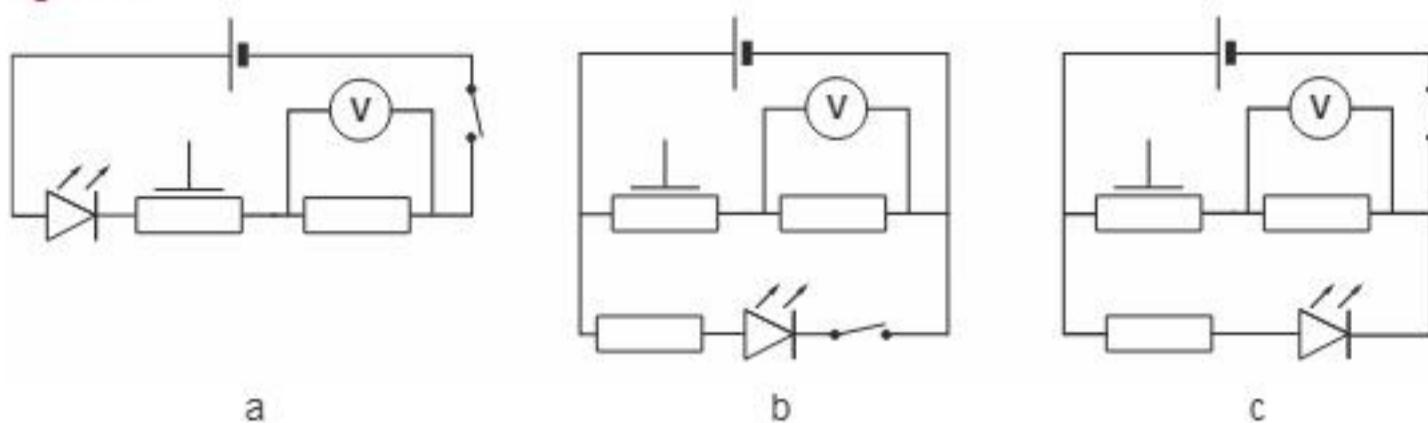


De sensorspanning zoals weergegeven in figuur 4 wordt gemeten tussen de punten B en C in de schakeling.

- 1 Leg dit uit aan de hand van de figuren 3 en 4.
- 2 Bepaal de waarde van de weerstand R in de schakeling.

Om de krachtsensor aan en uit te kunnen zetten, wordt een schakelaar in de schakeling opgenomen. Om te zien of de sensor in- of uitgeschakeld is, wordt ook een LED toegevoegd. De LED mag de sensorspanning niet beïnvloeden. In figuur 5 staan drie schakelingen weergegeven, waarvan er één juist is.

figuur 5

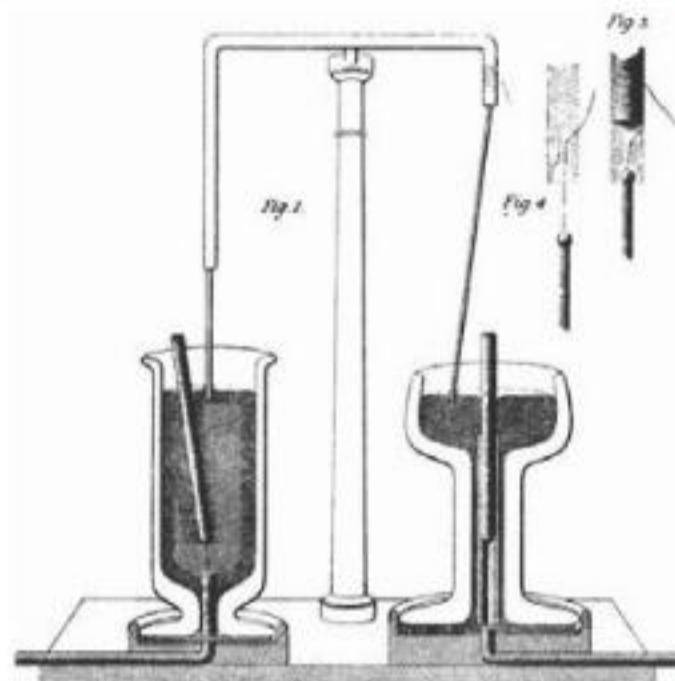


- 3 Geef aan welke schakeling juist is. Verklaar daarvoor van de andere twee schakelingen waarom ze onjuist zijn.

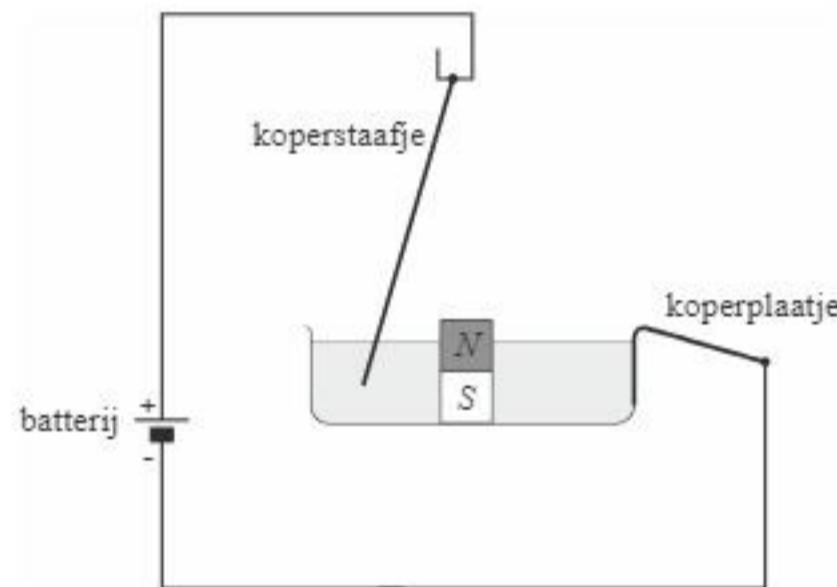
Faradaymotor

Lees onderstaand artikel.

Een van de eerste elektromotoren ooit werd ontwikkeld door Michael Faraday. In 1821 publiceerde hij zijn idee. In deze publicatie stond nevenstaande figuur. De opstelling bestaat uit twee bekers gevuld met kwik. In de rechter beker bevindt zich in het midden een magneet. In het kwik hangt een koperen staaf. Door een elektrische stroom te laten lopen door de opstelling (koperen staaf en kwik) beweegt de koperen staaf rondom de magneet. (In het linker gedeelte beweegt de magneet om de koperen staaf.)



Sanne wil met eenvoudige hulpmiddelen zelf een Faradaymotor maken als in het rechter gedeelte in de afbeelding hierboven. In de figuur hiernaast is schematisch de opstelling weergegeven die Sanne maakt. Midden in een glazen bakje legt ze een magneet. In het bakje giet ze water. Verder verbindt ze een 9,0 V-batterij via twee koperdraden met een koperstaafje en een koperplaatje. De koperdraden hebben elk een diameter van 0,20 mm en een lengte van 30 cm. Het koperstaafje heeft een diameter van 1,0 mm en een lengte van 10 cm.



Sanne berekent dat de weerstand van het koperstaafje $2,2 \text{ m}\Omega$ is en beredeneert dat de weerstand van één koperdraad een factor 75 groter is dan de weerstand van het koperstaafje.

- 4 Voer de berekening uit en geef de redenering van Sanne om te laten zien dat deze waarden juist zijn.

Sanne voegt een hoeveelheid zout toe aan het water. Het zoute water tussen het koperplaatje en het koperstaafje heeft een weerstand van $4,5 \Omega$. Het koperplaatje in de opstelling heeft een verwaarloosbaar kleine weerstand. Ook worden eventuele contactweerstanden verwaarloosd.

- 5 Bereken de stroomsterkte die nu door haar opstelling loopt.

Mechanische doping

Begin 2016 werd in de wielrennerij 'mechanische doping' ontdekt: in het frame van een racefiets zaten een elektromotortje en een accu verborgen. Zie figuur 1.

figuur 1



Het motortje is via tandwielen met de trapas verbonden. Het kan aangezet worden met een schakelaartje aan het stuur.

Het elektromotortje moet minstens een half uur lang een vermogen van 250 W leveren.

Stel dat het rendement van het elektromotortje 80% is.

In figuur 2 staat een tabel met gegevens van de accu.

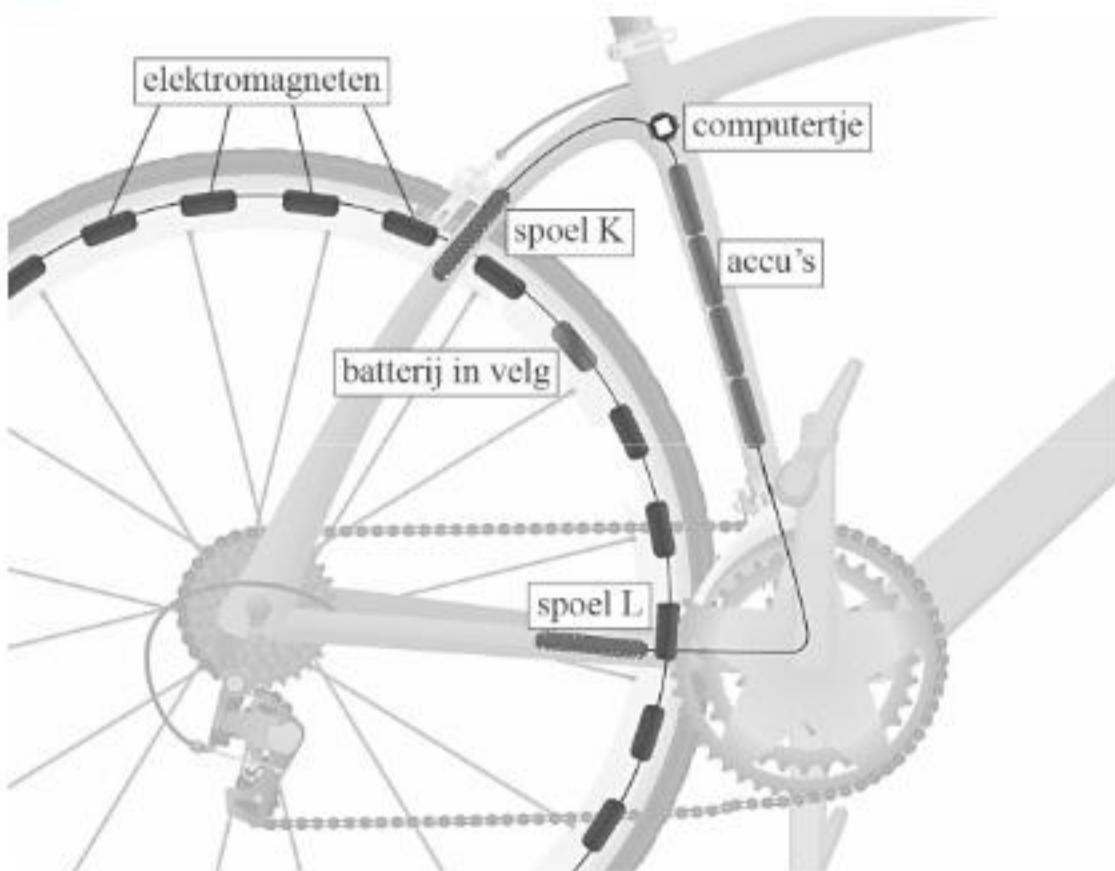
figuur 2

Accu	
Spanning per cel (V)	3,6-3,7
Energiedichtheid (Wh kg^{-1})	190
Dichtheid (10^3 kg m^{-3})	3,0

- 6 Bereken met behulp van gegevens in de tabel het minimale volume van de accu.

Een andere manier om sneller vooruit te komen is met behulp van elektromagneten. In de velg van een kunststof achterwiel zijn 24 elektromagneten weggewerkt. Zie figuur 3.

figuur 3



De elektromagneten staan in serie en zijn aangesloten op de batterij in de velg, die een spanning van 1,5 V levert. De batterij heeft een capaciteit van 2,3 Ah. (Dit houdt in dat de volledig opgeladen batterij gedurende 1,0 uur een stroom van 2,3 A kan leveren, of gedurende 2,0 uur een stroom van 1,15 A, enzovoort.)

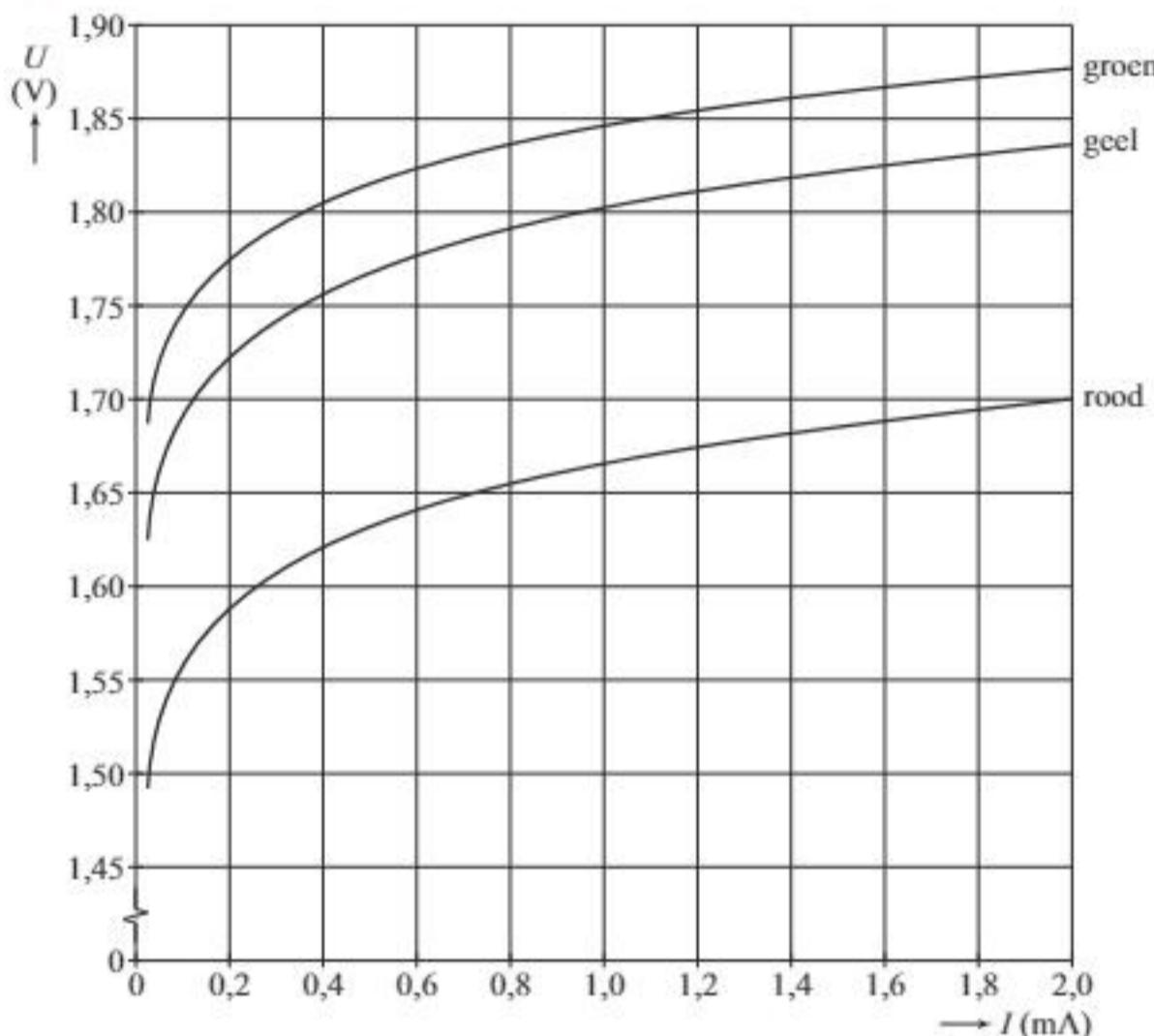
De elektromagneten bestaan uit koperdraad met een diameter van 0,50 mm. In elke elektromagneet is 3,0 m koperdraad gebruikt.

- 7 Bereken hoe lang de elektromagneten werken op de batterij als die in het begin volledig opgeladen is. (Verwaarloos de lengte van de draden tussen de elektromagneten.)

Gekleurde LED's-I

Een LED (Light Emitting Diode) is een diode die licht uitzendt als deze in de doorlaatrichting geschakeld is. In figuur 1 staan de (U, I)-karakteristieken van een aantal LED's met verschillende kleuren.

figuur 1



In figuur 2 is een schakeling getekend waarin een **rode** LED in serie geschakeld is met een weerstand. De spanning $U = 3,00 \text{ V}$. Door de **rode** LED in figuur 2 loopt een stroomsterkte van $0,60 \text{ mA}$.

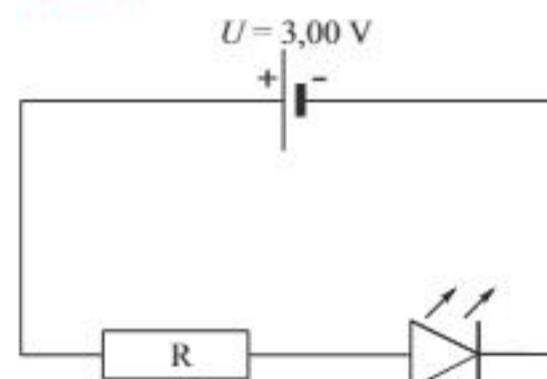
- 8 Bepaal de grootte van de weerstand R .

De **rode** LED in de schakeling wordt vervangen door een **groene** LED.

De stroomsterkte door de groene LED is ook $0,60 \text{ mA}$.

- 9 Bereken of de waarde van de weerstand R dan groter of kleiner gekozen moet worden.

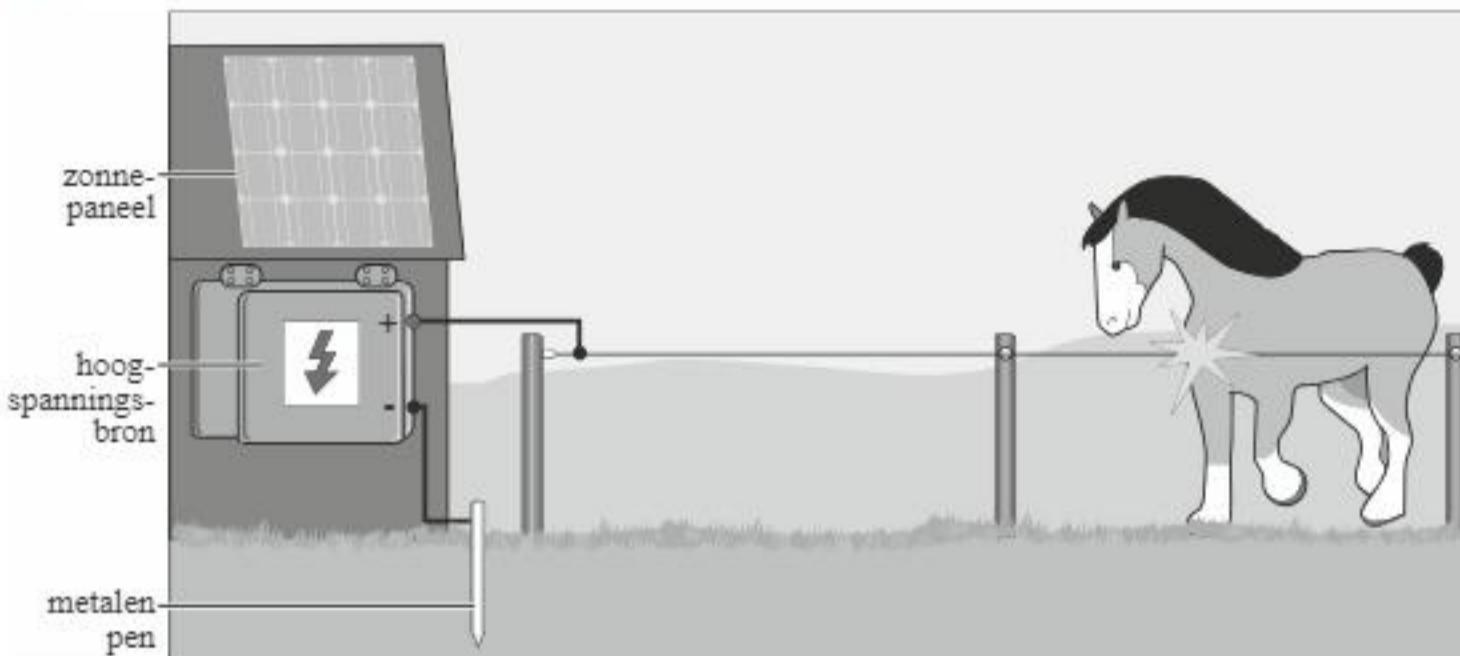
figuur 2



Schrikdraadinstallatie

Om weilanden af te rasteren wordt vaak schrikdraad gebruikt. In figuur 1 staat een schematische tekening van een schrikdraadinstallatie.

figuur 1



De hoogspanningsbron zet de schrikdraden met korte pulsen onder spanning. Als een dier het schrikdraad aanraakt, krijgt het een schok.

- 10** Voer de volgende opdrachten uit:
- Noem de onderdelen van de stroomkring die dan ontstaat.
 - Leg uit of de installatie energie verbruikt als de schrikdraad niet aangeraakt wordt.

Voor een bepaald soort schrikdraad wordt draad van roestvrij staal gebruikt met een lengte van 400 m en een diameter van 3,2 mm.

- 11** Bereken de weerstand van deze draad.

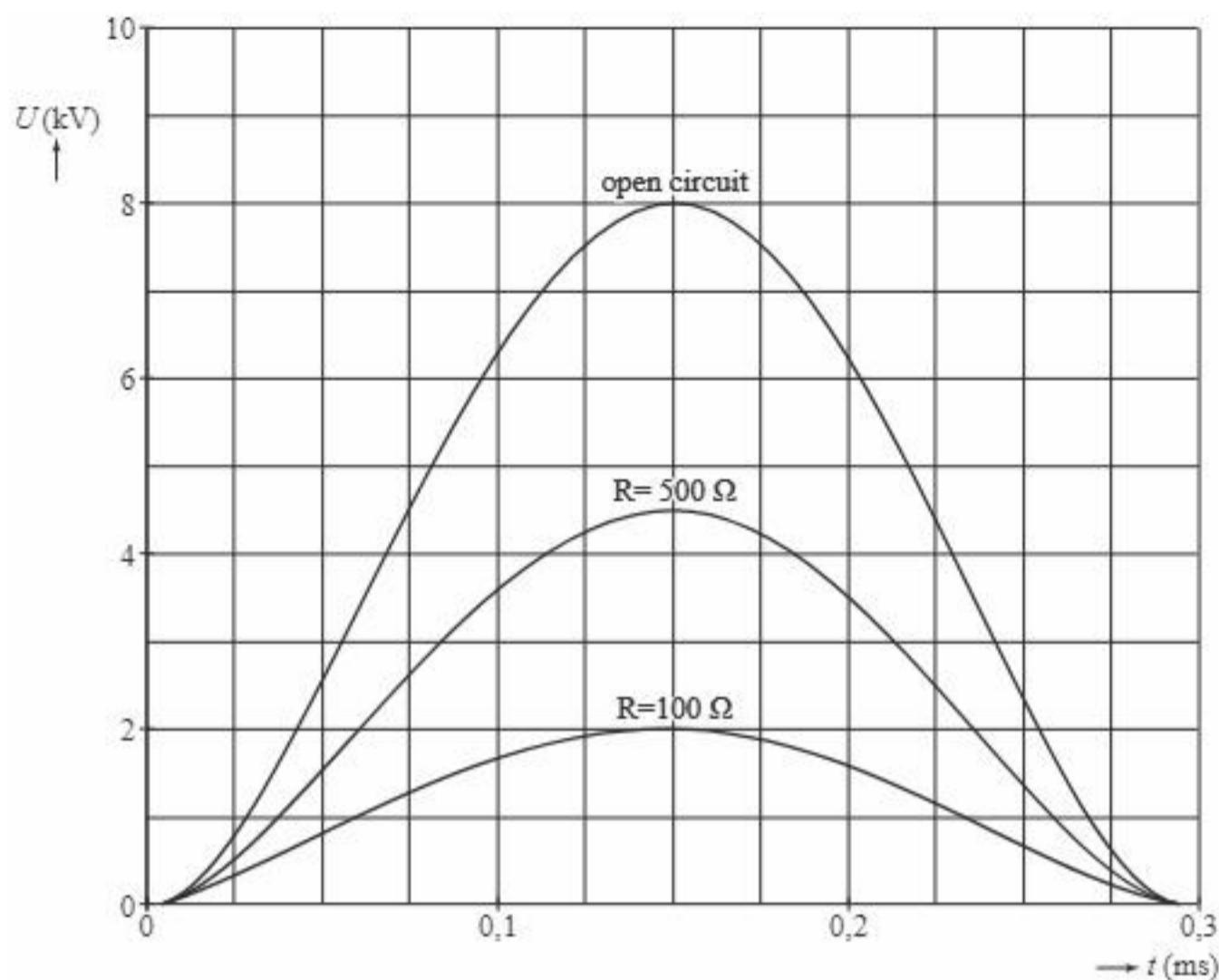
De Europese normen voor elektrische afrasteringen zijn vastgelegd in de zogenoemde EN-normen. De vier belangrijkste EN-normen voor een schrikdraadinstallatie zijn:

-
- 1 De onbelaste uitgangsspanning mag niet hoger zijn dan 10 kV.
 - 2 De duur van één puls mag niet groter zijn dan 10 ms.
 - 3 De maximale stroomsterkte mag niet meer zijn dan 15 A bij een belastingsweerstand van 100Ω en van 500Ω .
 - 4 De energie in één puls mag niet meer bedragen dan 6 J.
-

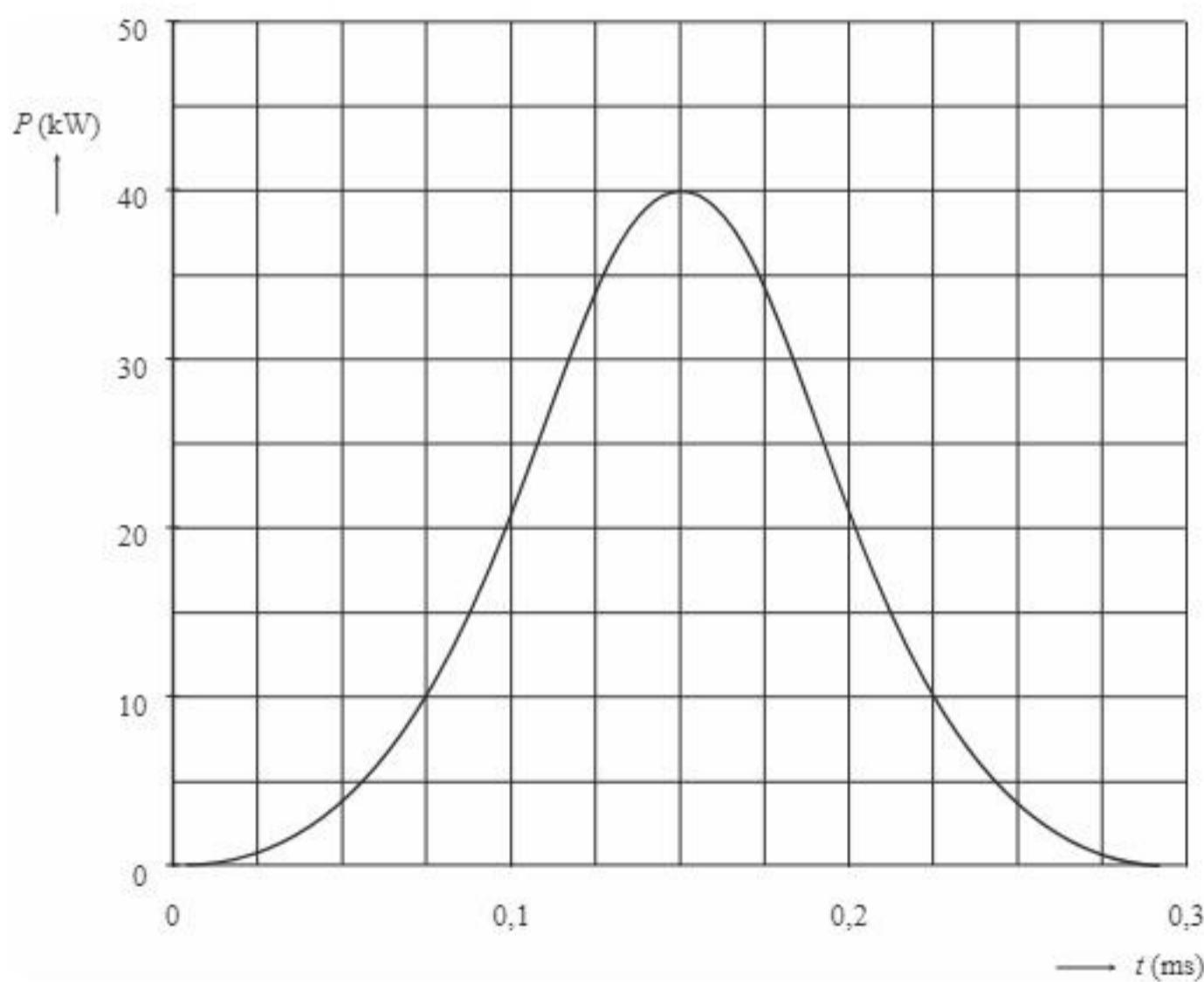
Een Amerikaanse fabrikant wil zijn schrikdraadinstallatie op de Europese markt brengen.

De spanningspulsen bij verschillende belastingsweerstanden van die installatie zijn te zien in figuur 2. Met die gegevens is de (P,t) -grafiek gemaakt die weergegeven is in figuur 3. De (P,t) -grafiek van figuur 3 geldt dus zowel voor de belastingsweerstand van 100Ω als voor de belastingsweerstand van 500Ω .

figuur 2



figuur 3



- 12 Toon aan met behulp van figuur 2 en figuur 3 dat de maximale waarde van de (P,t) -grafiek van figuur 3 juist is voor de belastingsweerstanden van 100Ω en van 500Ω .
- 13 Laat met behulp van figuur 2 en figuur 3 voor elke van de vier EN-normen zien of deze schrikdraadinstallatie eraan voldoet.

Draadbreek

Judith en Fons bestuderen 'samengestelde stroomdraden' die gebruikt worden bij proeven met lage gelijkspanning. Samengestelde draden bestaan uit een bundel niet geïsoleerde dunne koperdraadjes. Zie figuur 1.

Een voordeel is dat zo'n samengestelde draad soepele is dan een draad van massief koper.

Fons noemt als ander voordeel dat de draad bij dezelfde lengte met dezelfde massa koper minder elektrische weerstand heeft dan een massieve draad van dezelfde lengte en dezelfde massa.

- 14 Leg uit of Fons gelijk heeft.

De samenstelling van zo'n soepele draad wordt aangegeven met: $(n \times d)$.

Hierin is:

- n het aantal koperdraadjes;
- d de diameter van één draadje in mm.

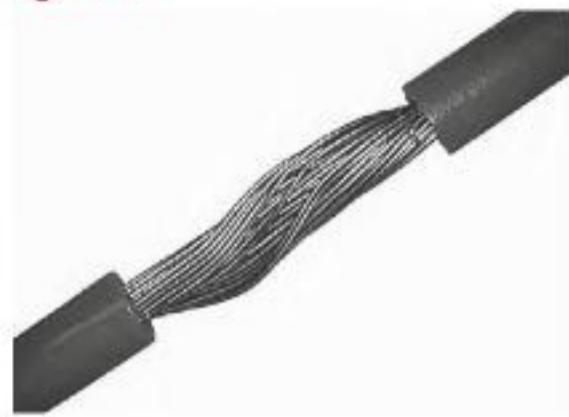
Een nadeel van samengestelde draden is de beperking van de stroomsterkte.

De 'maximale stroomdichtheid' van samengestelde draden ($d < 0,5 \text{ mm}$) is $3,6 \text{ A mm}^{-2}$.

Fons bestudeert de eigenschappen van een samengestelde draad van $1,0 \text{ m}$ met samenstelling: $(30 \times 0,10)$.

- 15 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bereken de weerstand van deze samengestelde draad.
 - Bereken de maximale spanning die over deze samengestelde draad mag staan.

figuur 1



Hints bij hoofdstuk 7

- 1 Hoort bij een grote kracht een lage of een hoge spanning?
- 2 Lees in figuur 3 en in figuur 4 bij dezelfde kracht de weerstand en de spanning af.
- 3 De schakelaar moet alles onderbreken; de LED mag niet in serie met de sensor staan.
- 4 Wat is het verband tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 5 Dit is een serieschakeling.
- 6 Bereken eerst de energie die de accu in een half uur levert.
- 7 Bereken eerst de weerstand van één elektromagneet.
- 8 Bepaal eerst de spanning over de rode LED bij een stroomsterkte van 0,60 mA.
- 9 Is bij 0,60 mA de spanning over de groene LED groter of kleiner dan over de rode?
- 10 Doorloop de hele stroomkring. Niet aanraken betekent: geen gesloten circuit.
- 11 Wat is het verband tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 12 Voor het verband tussen P , U en R : zie Binas 35D1.
- 13 Lees de waarden van de grootheden af bij de top van de puls;
wat stelt de oppervlakte onder de grafiek voor in het (P,t)-diagram?
- 14 Wat is het verband tussen r , R , A en ℓ ?
- 15 – Bereken eerst de weerstand van 1 draadje.
– Bereken eerst de maximale stroomsterkte door de samengestelde draad.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 7

(G-)Krachtmetingen in een attractiepark

- 1** De weerstanden R_{druk} en R vormen een spanningsdeler (zie figuur 1). Uit figuur 3 blijkt dat R_{druk} hoog is als de kracht klein is en laag als de kracht groot is. De spanning U_{AB} over R_{druk} is hoog als R_{druk} hoog is en laag als R_{druk} laag is. $U_{BC} = 9,0 - U_{AB}$. Dus U_{BC} is juist laag als U_{AB} hoog is, dus als de kracht klein is (en U_{BC} is hoog wanneer de kracht groot is). Dat is de spanning die figuur 4 aangeeft. De sensorspanning is dus U_{BC} .

- 2** *methode 1* (wet van Ohm)

De waarde R van de weerstand R volgt uit: $U_{BC} = I \cdot R$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{U_{BC}}{I}$, met:

$$U_{BC} = \text{sensorspanning} = 3,0 \text{ V}$$

(een makkelijk afleesbaar punt in figuur 4; bij deze waarde geldt: $F = 0,5 \text{ N}$ in figuur 3 lezen we bij $F = 0,5 \text{ N}$ af: $R_{\text{druk}} = 800 \Omega$)

I = stroomsterkte in R_{druk} en in R

$$\text{Er geldt: } I = \frac{U_{AB}}{R_{\text{druk}}} = \frac{9,0 - 3,0}{800} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$\text{Invullen: } R = \frac{3,0}{7,5 \cdot 10^{-3}} = 4,0 \cdot 10^2 \Omega$$

Sneller werkt in dit geval: $U_{BC} = 3,0 \text{ V}$ en $U_{AB} = 6,0 \text{ V} \Rightarrow R = 0,5 \cdot R_{\text{druk}} = 0,5 \cdot 800 = 400 \Omega$

methode 2 (spanningsdeler)

Bij $U_{BC} = 4,5 \text{ V}$ lezen we in figuur 4 af: $F = 1,0 \text{ N}$ en vervolgens in figuur 3 dat bij $F = 1,0 \text{ N}$ voor de drukweerstand geldt: $R_{\text{druk}} = 400 \Omega$.

$$U_{AB} = 9,0 - U_{BC} = 9,0 - 4,5 = 4,5 \text{ V} \Rightarrow U_{AB} = U_{BC} = 4,5 \text{ V}$$

Omdat de beide spanningen gelijk zijn, moeten ook de weerstanden gelijk zijn $\Rightarrow R = R_{\text{druk}} = 4,0 \cdot 10^2 \Omega$

- 3** Schakeling c is juist.

Als de schakelaar open is, loopt er geen stroom door de sensor en door de LED.

Als de schakelaar gesloten is, loopt er wel stroom door de sensor en door de LED.

De LED beïnvloedt de sensorspanning niet (is parallel aan de sensor geschakeld).

Schakeling a is onjuist.

Als de schakelaar open is, loopt er geen stroom door de sensor en door de LED.

Als de schakelaar gesloten is, loopt er wel stroom door de sensor en door de LED.

Maar hier beïnvloedt de LED de sensorspanning wel. De LED is in serie geschakeld met de sensor. Over de LED staat dus een deel van de totale spanning van 9,0 V en voor de sensor zelf blijft niet de volledige 9,0 V over.

Schakeling b is onjuist.

Met de schakelaar kun je alleen de LED aan of uit zetten, maar niet de sensor.

Faradaymotor

- 4 De weerstand R van het koperstaafje volgt uit:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}, \text{ waarin:}$$

ρ = soortelijke weerstand van koper = $17 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$ (Binas 8)

A = doorsnede van het staafje = $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2$ (Binas 36B), met:

r = straal van de doorsnede

d = diameter van de doorsnede = 1,0 mm = $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$\text{zodat: } A = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}\right)^2 = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

ℓ = lengte van het staafje = 10 cm = $10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$\text{Invullen: } R = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{7,85 \cdot 10^{-7}} = 2,2 \cdot 10^{-3} \Omega = 2,2 \text{ m}\Omega$$

De koperdraad heeft een lengte van 30 cm \Rightarrow de draad is $\frac{30}{10} = 3$ maal langer dan het staafje. De koperdraad heeft een diameter van 0,20 mm \Rightarrow de diameter van de draad is $\frac{1,0}{0,20} = 5$ maal kleiner dan het staafje \Rightarrow de doorsnede van de koperdraad is $5^2 = 25$ maal kleiner dan de doorsnede van het staafje.

Volgens de formule $R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}$ zal de weerstand van één koperdraad dan $\frac{3}{25}$ maal zo groot zijn als de weerstand van het staafje.

- 5 We berekenen de stroomsterkte I met $U = I \cdot R$ (Binas 35D1) $\Rightarrow I = \frac{U}{R}$, waarin:

U = spanning van de batterij = 9,0 V

R = weerstand van de serieschakeling = $R_{\text{draad}} + R_{\text{staafje}} + R_{\text{water}} + R_{\text{draad}}$ (Binas 35D1) = $= 2 \cdot R_{\text{draad}} + R_{\text{staafje}} + R_{\text{water}}$, met:

$$R_{\text{draad}} = 75 \cdot 2,2 \text{ m}\Omega = 0,165 \Omega$$

$$R_{\text{staafje}} = 2,2 \text{ m}\Omega = 2,2 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$R_{\text{water}} = 4,5 \Omega$$

$$\text{zodat: } R = 2 \cdot 0,165 + 2,2 \cdot 10^{-3} + 4,5 = 4,83 \Omega$$

$$\text{Invullen: } I = \frac{9,0}{4,83} = 1,9 \text{ A}$$

Mechanische doping

- 6 In de tabel is de energiedichtheid gegeven in Wh kg^{-1} . Door eerst de minimale energie van de accu te berekenen en deze te delen door de energiedichtheid, vinden we de minimale massa van de accu.

Het minimale volume V van de accu volgt uit:

$$r = \frac{m}{V} \quad (\text{Binas 35C1}) \Rightarrow V = \frac{m}{r}, \text{ waarin:}$$

$$m = \text{massa van de accu} = \frac{E_{\text{in}}}{E_d}, \text{ met:}$$

E_{in} = energie die de accu in een half uur levert

$$\text{Er geldt: } \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \Rightarrow E_{\text{in}} = \frac{E_{\text{nuttig}}}{\eta} = \frac{P \cdot t}{\eta} \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ met:}$$

η = rendement van het elektromotortje = 0,80 (80%)

E_{nuttig} = energie die het elektromotortje in een half uur levert

P = vermogen van het elektromotortje = 250 W

t = tijdsperiode waarin dit vermogen kan worden geleverd = 0,5 h

$$\text{zodat: } E_{\text{in}} = \frac{250 \cdot 0,5}{0,80} = 156 \text{ Wh}$$

E_d = energiedichtheid van de accu = 190 Wh kg⁻¹ (zie tabel)

$$\text{zodat: } m = \frac{156}{190} = 0,821 \text{ kg}$$

ρ = dichtheid van de accu = 3,0 · 10³ kg m⁻³ (zie tabel)

$$\text{Invullen: } V = \frac{0,821}{3,0 \cdot 10^3} = 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 (= 0,27 \text{ dm}^3)$$

- 7 De tijd t die de elektromagneten werken op de volledig opgeladen batterij volgt uit:

$$C = I \cdot t \Rightarrow t = \frac{C}{I}, \text{ waarin:}$$

C = capaciteit van de batterij = 2,3 Ah

I = stroomsterkte in het circuit

$$\text{Er geldt: } U = I \cdot R \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow I = \frac{U}{R}, \text{ met:}$$

U = spanning van de batterij = 1,5 V

R = totale weerstand in het circuit = 24 · R_{el} (serieschakeling, Binas 35D1), met:

R_{el} = weerstand van één elektromagneet

$$\text{Er geldt: } \rho = \frac{R_{el} \cdot A}{\ell} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R_{el} = \frac{\rho \cdot \ell}{A}, \text{ met:}$$

r = soortelijke weerstand van koper = 17 · 10⁻⁹ Ω m (Binas 8)

ℓ = lengte van de koperdraad in één elektromagneet = 3,0 m

$$A = \text{doorsnede van de koperdraad} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}d\right)^2 \text{ (Binas 36B)} = \\ = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2, \text{ met:}$$

r = straal van de doorsnede van de koperdraad

d = diameter van de koperdraad = 0,50 mm = 0,50 · 10⁻³ m

$$\text{zodat: } A = \frac{1}{4}\pi \cdot (0,50 \cdot 10^{-3})^2 = 1,96 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$\text{zodat: } R_{el} = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 3,0}{1,96 \cdot 10^{-7}} = 0,260 \Omega$$

$$\text{zodat: } R = 24 \cdot 0,260 = 6,24 \Omega$$

$$\text{zodat: } I = \frac{1,5}{6,24} = 0,240 \text{ A}$$

$$\text{Invullen: } t = \frac{2,3}{0,240} = 9,6 \text{ h}$$

Gekleurde LED's-I

- 8 methode 1

De grootte van de weerstand R volgt uit: $U_R = I \cdot R$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{U_R}{I}$, waarin:
 U_R = spanning over R

Er geldt: $U = U_R + U_{LED} \Rightarrow U_R = U - U_{LED}$ (Binas 35D1; serieschakeling), met:

U = totale spanning = 3,00 V

U_{LED} = spanning over de rode LED bij een stroomsterkte van 0,60 mA =
= 1,64 V (afgelezen in figuur 1)

zodat: $U_R = 3,00 - 1,64 = 1,36$ V

I = stroomsterkte in de keten = 0,60 mA = 0,60 · 10⁻³ A

$$\text{Invullen: } R = \frac{1,36}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 2,3 \cdot 10^3 \Omega$$

methode 2

De grootte van de weerstand R volgt uit: $R_{\text{tot}} = R + R_{\text{LED}} \Rightarrow R = R_{\text{tot}} - R_{\text{LED}}$
(Binas 35D1; serieschakeling), waarin:

R_{tot} = totale weerstand van de in serie geschakelde weerstanden

$$\text{Er geldt: } U = I \cdot R_{\text{tot}} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R_{\text{tot}} = \frac{U}{I}, \text{ met:}$$

U = totale spanning = 3,00 V

I = stroomsterkte in de keten = 0,60 mA = $0,60 \cdot 10^{-3}$ A

$$\text{zodat: } R_{\text{tot}} = \frac{3,00}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 5,00 \cdot 10^3 \Omega$$

R_{LED} = weerstand van de rode LED bij een stroomsterkte van 0,60 mA

$$\text{Er geldt: } U_{\text{LED}} = I \cdot R_{\text{LED}} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R_{\text{LED}} = \frac{U_{\text{LED}}}{I}, \text{ met:}$$

U_{LED} = spanning bij $I = 0,60$ mA over de rode LED = 1,64 V (zie figuur 1)

I = stroomsterkte in de keten = 0,60 mA = $0,60 \cdot 10^{-3}$ A

$$\text{zodat: } R_{\text{LED}} = \frac{1,64}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 2,73 \cdot 10^3 \Omega$$

Invullen: $R = 5,00 \cdot 10^3 - 2,73 \cdot 10^3 = 2,3 \cdot 10^3 \Omega$

- 9 Volgens figuur 1 is bij een stroomsterkte van 0,60 mA de spanning over de groene LED hoger dan over de rode LED. Dus is de spanning over de weerstand R lager. Omdat de stroomsterkte gelijk moet blijven, moet men voor R een kleinere weerstandswaarde kiezen.

Schrikdraadinstallatie

- 10 – De stroomkring bestaat uit de onderdelen: hoogspanningsbron, verbindingendraad, schrikdraad, dier, aarde, metalen pin, verbindingendraad, hoogspanningsbron.
– Als de draad niet wordt aangeraakt, is er geen verbinding tussen de schrikdraad en de aarde. Dan loop er geen elektrische stroom en dus wordt er ook geen elektrische energie verbruikt.
- 11 De weerstand R van de schrikdraad volgt uit:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}, \text{ waarin:}$$

ρ = soortelijke weerstand van roestvrij staal = $0,72 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$ (Binas 9)

ℓ = lengte van de schrikdraad = 400 m

$$A = \text{doorsnede van de schrikdraad} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \text{ (Binas 36B), met:}$$

d = diameter van de schrikdraad = 3,2 mm = $3,2 \cdot 10^{-3}$ m

$$\text{zodat: } A = \pi \cdot \left(\frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 = 8,04 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Invullen: } R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} = 0,72 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{400}{8,04 \cdot 10^{-6}} = 36 \Omega$$

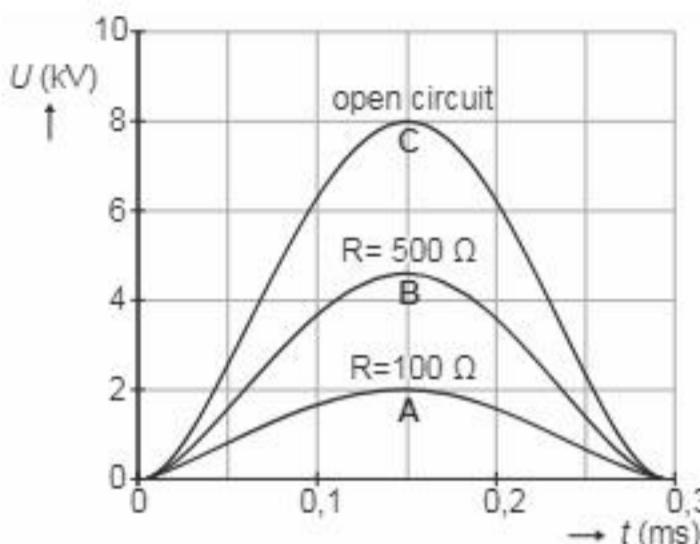
- 12** Zie tekening 1 en 2 (respectievelijk figuur 2 en 3 van de verkleinde uitwerkbijlage). Voor $U_{\max,100}$ (de maximale waarde van de spanning bij $R = 100 \Omega$) lezen we in tekening 1 af: $U_{\max,100} = 2,0 \text{ kV}$ (punt A in tekening 1). Evenzo geldt: $U_{\max,500} = 4,5 \text{ kV}$ (punt B in tekening 1).

Voor het vermogen P , de spanning U , de stroomsterkte I en de weerstand R geldt:

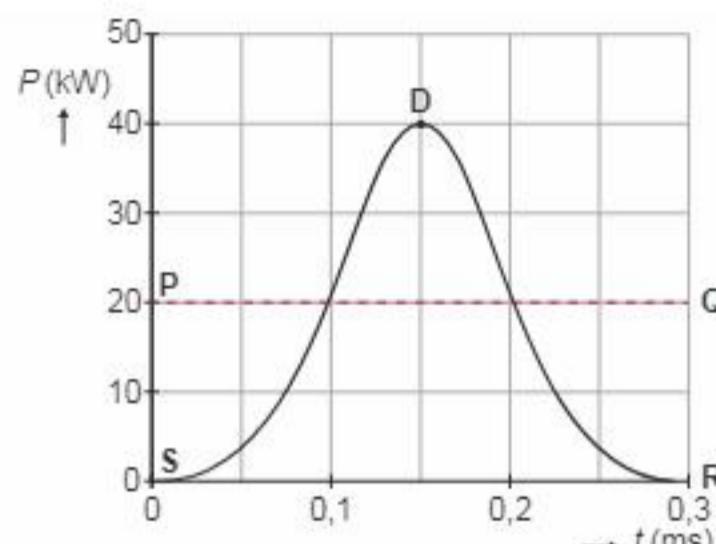
$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ zodat:}$$

$$P_{100} = \frac{(2,0 \cdot 10^3)^2}{100} = 4,0 \cdot 10^4 = 40 \text{ kW} \quad \text{en} \quad P_{500} = \frac{(4,5 \cdot 10^3)^2}{500} = 4,05 \cdot 10^4 = 40 \text{ kW}$$

Beide waarden komen dus overeen met de maximale waarde van de (P,t)-grafiek in tekening 2 (punt D).



tekening 1



tekening 2

- 13** – De onbelaste uitgangsspanning is 8,0 kV (open circuit; punt C in tekening 1).

Deze voldoet aan de norm.

- De duur van één puls is volgens tekening 1 en 2 net iets minder dan 0,3 ms. Ook dit voldoet dus aan de norm.

- De maximale stroomsterkte I_{\max} volgt uit: $I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R}$ (Binas 35D1), zodat:
 $I_{\max,100} = \frac{2,0 \cdot 10^3}{100} = 20 \text{ A}$ (afgelezen in punt A van tekening 1)

Dit voldoet niet aan de norm (de stroom mag maximaal 15 A zijn).

$$I_{\max,500} = \frac{4,5 \cdot 10^3}{500} = 9,0 \text{ A} \quad (\text{afgelezen in punt B van tekening 1})$$

Dit voldoet aan de norm (de stroom mag maximaal 15 A zijn).

- De energie E van één puls wordt in tekening 2 voorgesteld door de oppervlakte onder de grafiek ($E = P \cdot t$). Deze moet minder zijn dan 6 J. Nu wordt in tekening 2 een energie van 6,0 J voorgesteld door de oppervlakte van de rechthoek PQRS, waarvoor geldt: $E = 20 \text{ kW} \cdot 0,30 \text{ ms} = (20 \cdot 10^3 \text{ W}) \cdot (0,30 \cdot 10^{-3} \text{ s}) = 6,0 \text{ J}$. De oppervlakte van deze rechthoek is duidelijk veel groter dan de oppervlakte onder de grafiek. Aan deze voorwaarde is dus voldaan.

Je kunt uiteraard ook hokjes onder de grafiek tellen en vindt dan ongeveer 9 hokjes, zodat de energie van één puls ongeveer gelijk is aan:

$$9 \cdot 10 \text{ kW} \cdot 0,05 \text{ ms} = 9 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4,5 \text{ J}, \text{ maar dat is meer werk.}$$

Draadbreuk

- 14** Fons heeft geen gelijk.

Voor de weerstand R van een massieve draad geldt:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}, \text{ waarin } \rho = \text{soortelijke weerstand van koper},$$

ℓ = lengte van de draad en A = doorsnede van de draad.

Als de samengestelde draad dezelfde lengte ℓ en dezelfde massa m aan koper heeft als de massieve draad, zal de totale doorsnede A van de samengestelde draad even groot zijn als die van de massieve draad. De weerstand R van de samengestelde draad is dus even groot als die van de massieve draad.

- 15** – Voor de weerstand R van deze samengestelde draad geldt:

$$\frac{1}{R} = n \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow R = \frac{R_1}{n} \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ waarin:}$$

n = aantal dunne koperdraden = 30

R_1 = weerstand van één draadje

$$\text{Er geldt: } \rho = \frac{R_1 \cdot A_1}{\ell} \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow R_1 = \frac{\rho \cdot \ell}{A_1}, \text{ met:}$$

$$\rho = \text{soortelijke weerstand van koper} = 17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m} \quad (\text{Binas 8})$$

$$A_1 = \text{doorsnede van één draadje} = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_1^2 \quad (\text{Binas 36B}), \text{ met:}$$

r_1 = straal van de doorsnede van één draadje

$d_1 = 2 \cdot r_1$ = diameter van één draadje = $0,10 \text{ mm} = 0,10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$\text{zodat: } A_1 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (0,10 \cdot 10^{-3})^2 = 7,85 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

ℓ = lengte van de draad = 1,0 m

$$\text{zodat: } R_1 = 17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1,0}{7,85 \cdot 10^{-9}} = 2,17 \Omega$$

$$\text{Invullen: } R = \frac{2,17}{30} = 7,2 \cdot 10^{-2} \Omega$$

- Voor de maximale spanning U_{\max} die over deze samengestelde draad mag staan, geldt: $U_{\max} = I_{\max} \cdot R$ (Binas 35D1), waarin:

I_{\max} = maximale stroomsterkte door de samengestelde draad

De 'maximale stroomdichtheid' van deze samengestelde draad is

$$3,6 \text{ A mm}^{-2}, \text{ zodat } I_{\max} = 3,6 \cdot A_{\text{tot}} = 3,6 \cdot 30 \cdot A_1 = 3,6 \cdot 30 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (d_1)^2 = \\ = 3,6 \cdot 30 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (0,10)^2 = 0,85 \text{ A}$$

(A_{tot} = doorsnede van de samengestelde draad in mm^2 , A_1 = doorsnede van één draadje in mm^2 en d_1 = diameter van één draadje in mm)

R = weerstand van de samengestelde draad = $7,2 \cdot 10^{-2} \Omega$ (zie vorig antwoord)

$$\text{Invullen: } U_{\max} = 0,85 \cdot 7,2 \cdot 10^{-2} = 0,061 \text{ V} (= 61 \text{ mV})$$

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



8 Elektrische en magnetische velden (domein D2)

Aardlekschakelaar

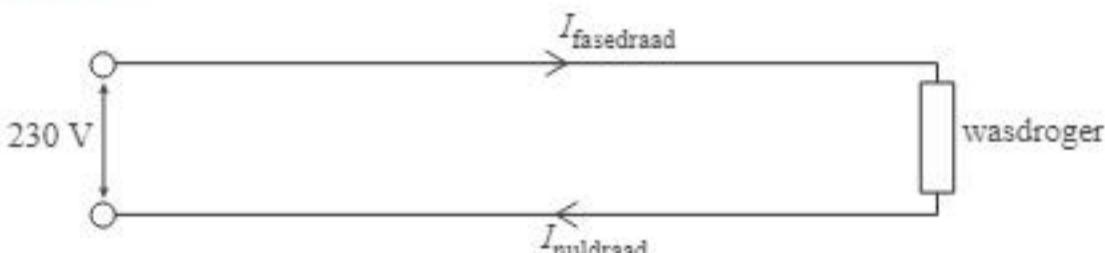
Deze opgave gaat over een aardlekschakelaar. Deze werkt op een wisselspanning. De vragen in deze opgave kunnen echter worden beantwoord door de situatie te beschouwen alsof het gaat om gelijkspanning.

Een aardlekschakelaar (zie figuur 1) is een automatisch werkende schakelaar die een elektrische installatie spanningsloos maakt zodra er een lekstroom van een bepaalde grootte optreedt. De werking van een aardlekschakelaar berust op een verschilmeting in de stroomsterkte tussen twee draden, de fasedraad en de nuldraad. In figuur 2 is de situatie waarbij een wasdroger is aangesloten op het lichtnet schematisch weergegeven.

figuur 1

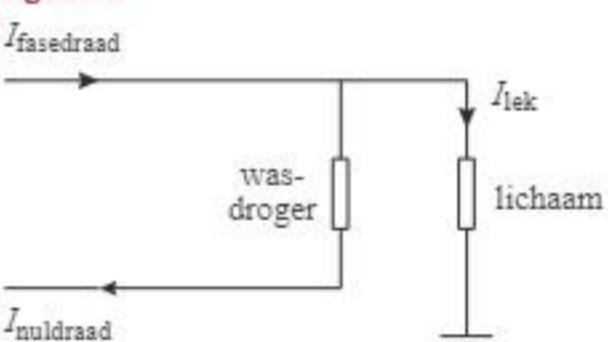


figuur 2



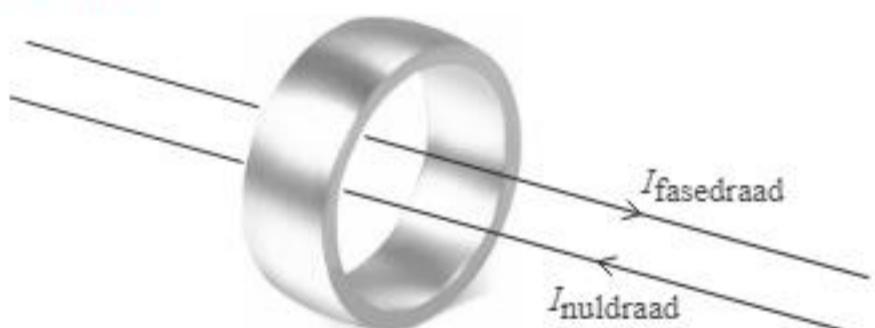
Door een defect in de wasdroger kan de metalen buitenkant onder spanning komen te staan en kan er een lekstroom optreden als een persoon de metalen buitenkant van de wasdroger aanraakt. Zie figuur 3.

figuur 3



In de aardlekschakelaar lopen de fasedraad en de nuldraad door een (week)ijzeren ring. Zie figuur 4. In de figuur op de uitwerkbijlage is een vooraanzicht getekend van de situatie uit figuur 4. We nemen aan dat de fasedraad en de nuldraad allebei in het middelpunt van de ring liggen.

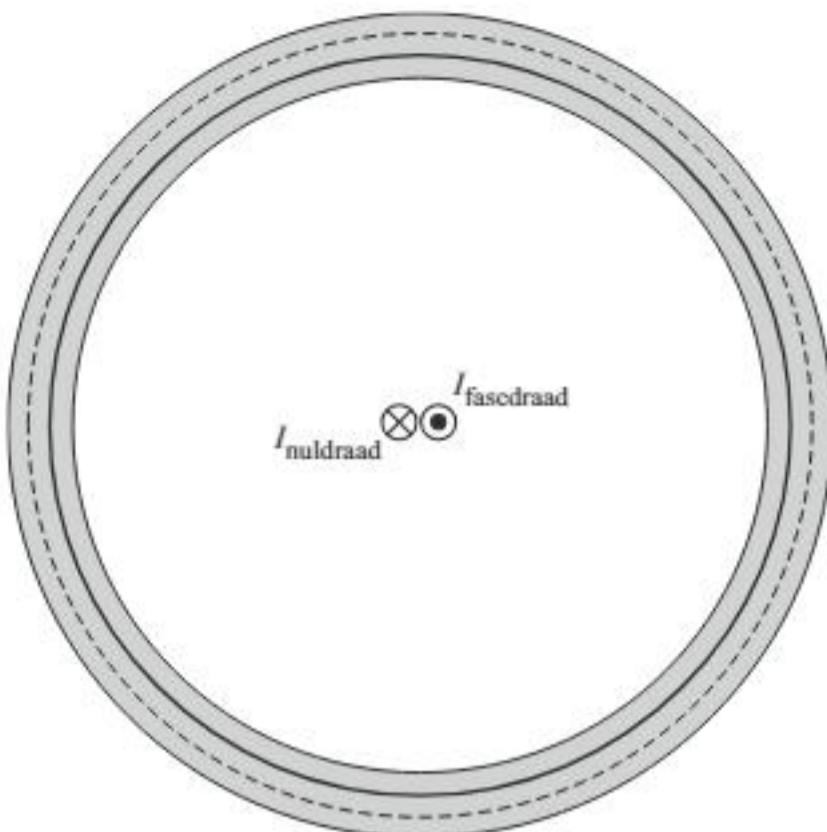
figuur 4



- 1 Voer de volgende opdrachten uit:

- Teken met pijlen in de ring de richting van het magnetisch veld voor de fasedraad en voor de nuldraad in de figuur op de uitwerkbijlage.
- Geef de reden dat er geen netto magnetisch veld in de ring zal ontstaan als de stroomsterkten door de fasedraad en de nuldraad gelijk zijn.
- Geef de reden dat er wel een netto magnetisch veld in de ring ontstaat als er sprake is van een lekstroom.

uitwerkbijlage bij vraag 1

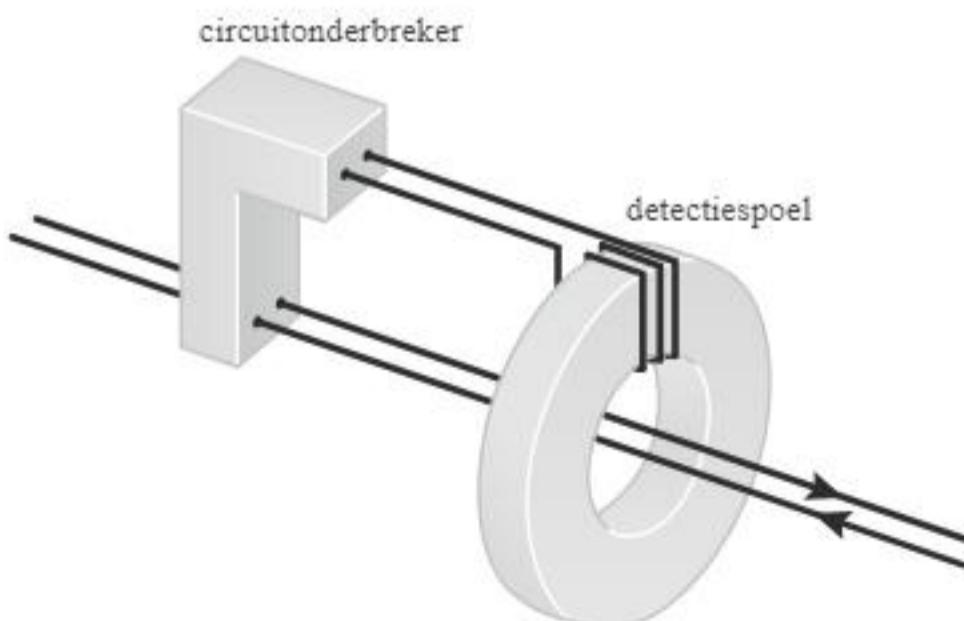


----- Magnetische veldlijn fasedraad

— Magnetische veldlijn nuldraad

Een grotere lekstroom heeft een groter netto magnetisch veld tot gevolg. Rond de ijzeren ring is een spoel gewikkeld, de zogenoemde detectiespoel. Zie figuur 5. Deze detectiespoel is verbonden met een circuitonderbreker. Als er aan de circuitonderbreker een te hoge spanningspiek wordt aangeboden, verbreekt de circuitonderbreker de verbinding in de fasedraad en de nuldraad. Dit gebeurt op het moment dat er een te groot verschil ontstaat tussen de stroomsterkte in de fasedraad en de stroomsterkte in de nuldraad. Een aardlekschakelaar noemen we gevoeliger als hij de stroom uitschakelt bij een kleinere lekstroom.

figuur 5

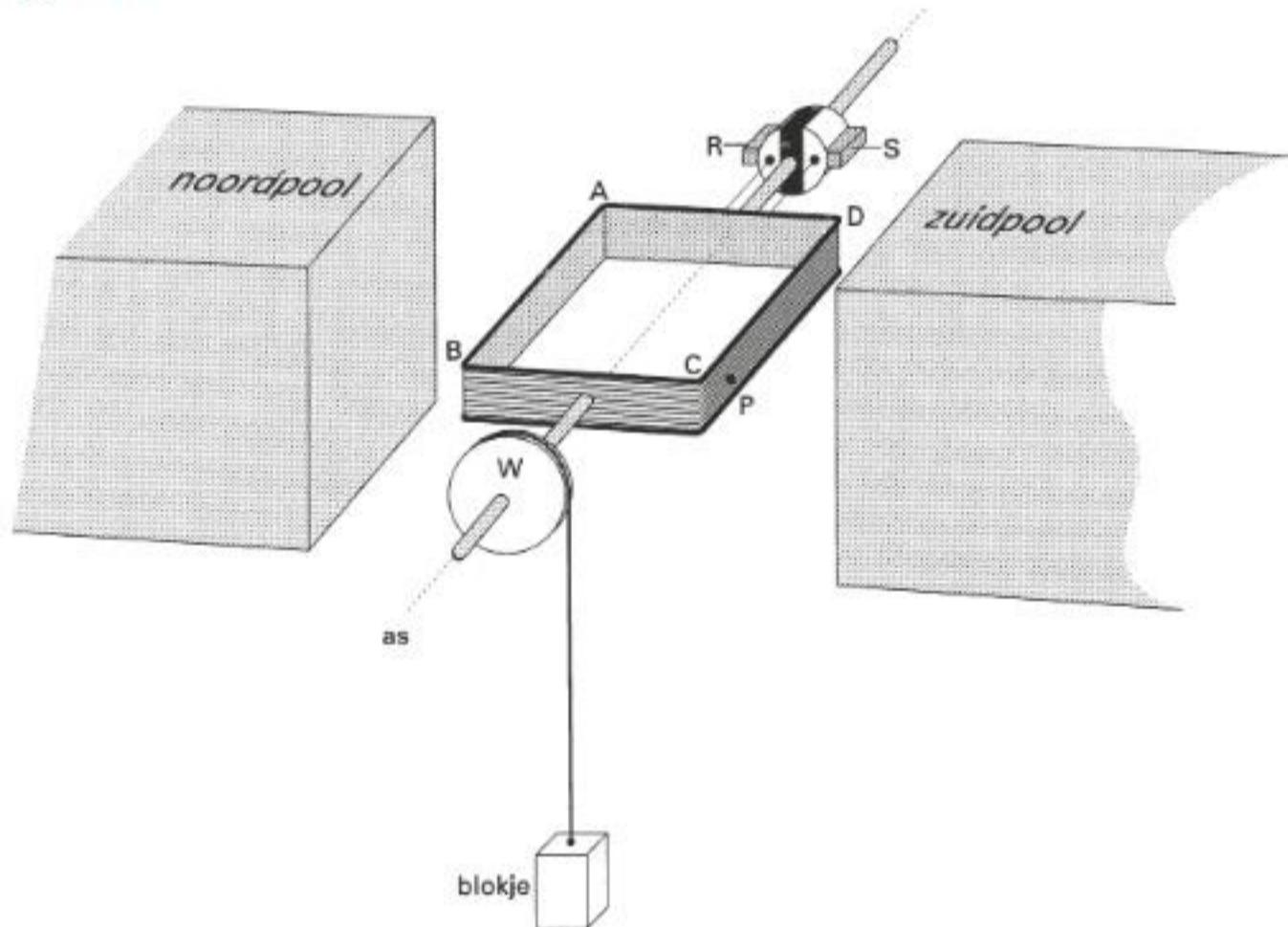


- 2** Voer de volgende opdrachten uit.
- Geef aan door welk natuurkundig principe de spanningspiek ontstaat.
 - Leg uit welke aanpassing men moet doen aan de detectiespoel om de aardlekschakelaar gevoeliger te maken.

Elektromotor

In figuur 1 staat een schematische, sterk vereenvoudigde tekening van een elektromotor. Doordat de elektromotor draait, wordt een blokje omhoog gehesen.

figuur 1



Het wielje W en de spoel ABCD zijn bevestigd aan de as van de elektromotor. Bij het omhoog hinen wordt het koord waaraan het blokje hangt om het wielje gewonden. Zijde CD van de spoel is 3,6 cm lang, zijde BC is 3,0 cm lang. R en S zijn verbonden met een gelijkspanningsbron. Tussen de noordpool en de zuidpool bevindt zich een homogeen magneetveld. Op zijde CD van de spoel is een punt P getekend.

- 3** Teken in punt P de magnetische inductie \vec{B} , de lorentzkracht \vec{F}_L op de spoel en de stroomsterkte I door de spoel tijdens het omhoog hinen van het blokje.

Bij een bepaalde stroomsterkte door de spoel is de lorentzkracht op zijde CD in de getekende situatie 1,6 N.

De spoel heeft 50 windingen. De grootte van de magnetische inductie is 0,25 T.

- 4** Bereken de grootte van de stroomsterkte.

- 5** Laat met behulp van een grafiek zien hoe de lorentzkracht F_L op de zijde CD van de spoel verandert gedurende één omwenteling van de spoel. Zet langs de horizontale as de tijd uit en langs de verticale as de lorentzkracht. Neem de getekende situatie in figuur 1 als beginpositie.

De gelijkspanningsbron wordt nu weggehaald. Men wil vervolgens met dezelfde opstelling een lampje laten branden; de elektromotor wordt nu als dynamo gebruikt. Bij het uitvoeren van de proef zal het lampje heel even branden.

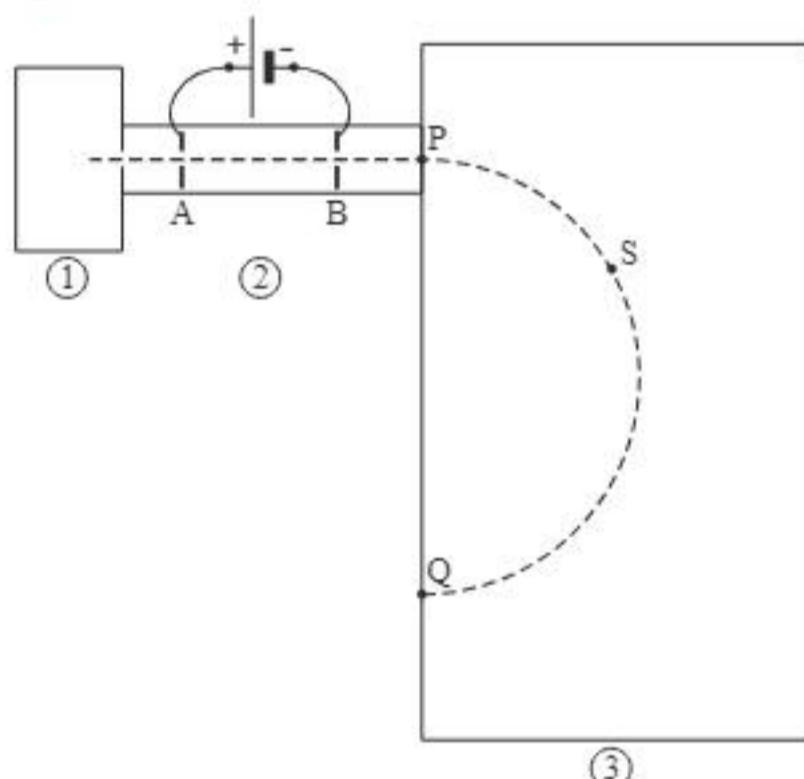
- 6** Beschrijf nauwkeurig hoe deze proef moet worden uitgevoerd en leg uit waarom het lampje gaat branden. Gebruik bij deze uitleg het begrip magnetische flux.

Massaspectrometer

Lood in ertsen uit mijnen bestaat voornamelijk uit de isotopen lood-206, lood-207 en lood-208. De herkomst van lood in loden voorwerpen is daarom vaak te bepalen uit de verhouding waarin deze isotopen voorkomen.

Om na te gaan of een bepaalde isotoop in een stofmengsel aanwezig is, kan een massaspectrometer gebruikt worden. In figuur 1 wordt een massaspectrometer schematisch weergegeven.

figuur 1



Het stofmengsel wordt eerst gasvormig gemaakt en daarna onder lage druk in de ionisatieruimte (1) gebracht. De geïoniseerde moleculen of atomen komen vervolgens in een vacuümruimte (2). Hierin worden ze door een elektrisch veld versneld.

In ruimte (3) worden ze door een magnetisch veld afgebogen en ten slotte in punt Q gedetecteerd.

Een mengsel met éénwaardige positieve ionen van lood-206, lood-207 en lood-208 komt met een te verwaarlozen beginsnelheid in ruimte (2). De ionen worden in het elektrisch veld tussen de platen A en B versneld. Tussen B en P veranderen de snelheden niet meer.

- 7** Bereken welke van de drie isotopen in P de grootste snelheid heeft.

Vervolgens worden de deeltjes afgebogen door het magnetisch veld. De ionen doorlopen een halve cirkelbaan.

- 8** Bepaal in figuur 1 de richting van het magnetisch veld in ruimte (3). Geef daartoe eerst in punt S de richtingen aan van de snelheid en de lorentzkracht.

In punt Q worden de ionen gedetecteerd. Uit de sterkte van het magnetisch veld B en de versnelspanning U_{AB} kan worden afgeleid om welke isotoop het gaat.
De massa van een isotoop kan worden berekend met de volgende formule:

$$m = \frac{B^2 qr^2}{2U_{AB}}$$

Hierin is:

- B de sterkte van het magnetisch veld;
- q de lading van het ion;
- r de straal van de cirkelbaan;
- U_{AB} de versnelspanning.

- 9** Leid deze formule af uit formules die in Binas staan.

De sterkte van het magnetisch veld wordt ingesteld op 0,182 T.

De afstand PQ bedraagt 56,0 cm.

De massa van een lood-207-ion is $3,437 \cdot 10^{-25}$ kg.

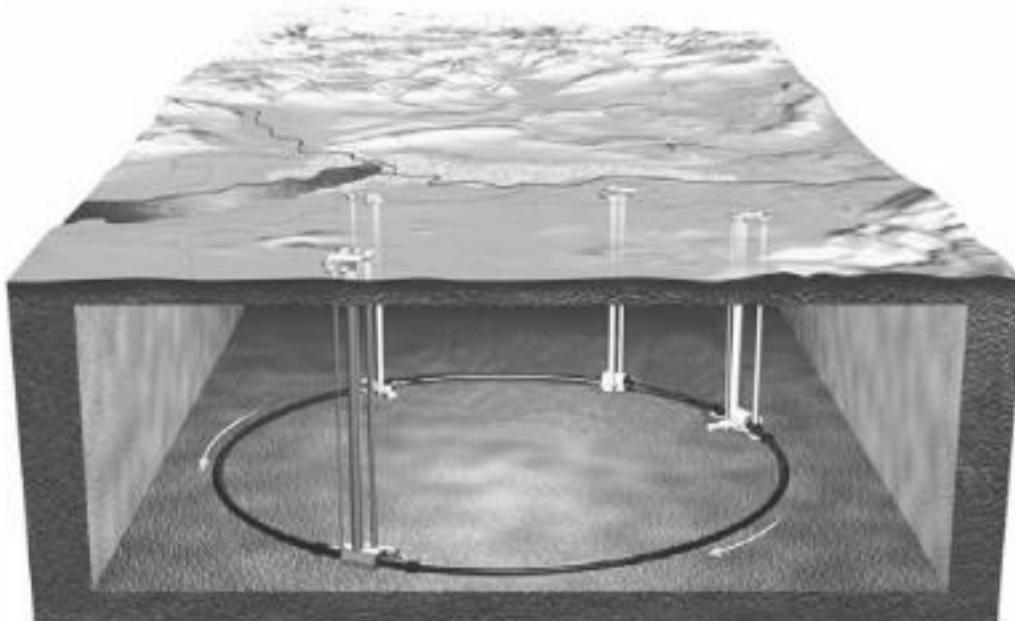
- 10** Bereken de versnelspanning waarbij lood-207-ionen in de detector in punt Q terechtkomen.

LHC

Lees het krantenartikel.

Large Hadron Collider (LHC) geopend

Wetenschappers zijn al jaren op zoek naar het zogenaamde Higgs-deeltje. Om dit te vinden, is in de buurt van Genève in het voorjaar van 2010 de Large Hadron Collider (LHC) in gebruik genomen. Deze ondergrondse deeltjesversneller is met een diameter van maar liefst 8,4858 km de grootste ter wereld.



In de LHC worden protonen versneld tot bijna de lichtsnelheid.

De LHC bestaat uit een ondergrondse ring met daarin twee dicht naast elkaar gelegen cirkelvormige buizen. In de twee buizen gaan twee bundels protonen rond in tegengestelde richting.

Als ze door het versnellen een energie van 7,0 TeV (tera-elektronvolt) hebben gekregen, laten de wetenschappers de protonen in een detector tegen elkaar botsen.

Tijdens de botsing ontstaan allerhande elementaire deeltjes. Hierbij hopen de wetenschappers het Higgs-deeltje te vinden.

Voordat de protonen in de ring van de LHC binnenkomen, worden ze eerst in een lineaire versneller versneld. (Deze versneller is niet te zien in de figuur in het artikel.) Daarbij doorlopen de protonen een groot aantal malen een elektrische spanning van 5,0 KV.

- 11 Bereken hoe vaak de protonen deze spanning moeten doorlopen om een snelheid van $1,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$ te krijgen als ze vanuit stilstand versneld worden.

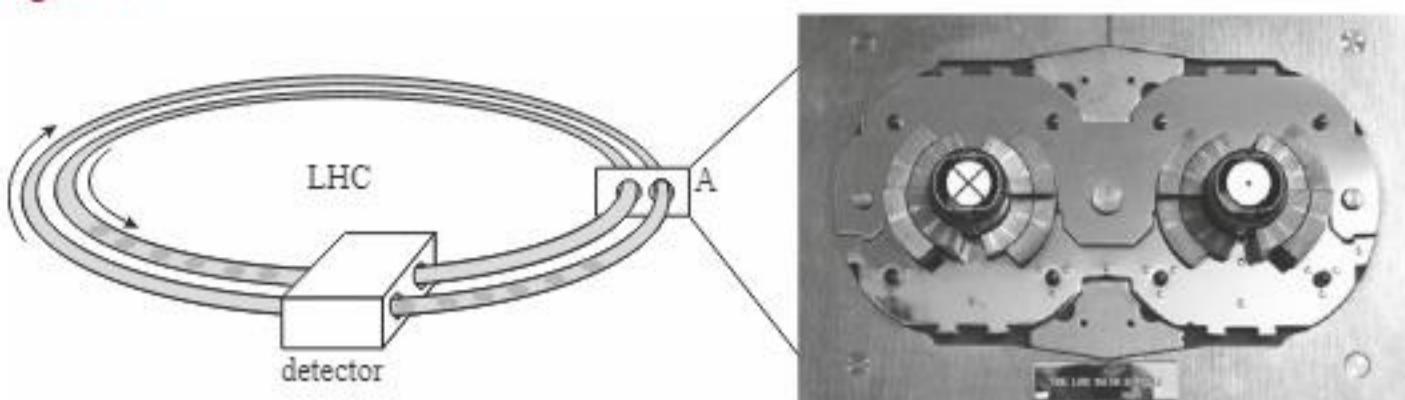
Voordat de protonen in de grote ring komen, worden ze in twee bundels gesplitst. Daarna worden de protonen versneld totdat ze 11245 maal per seconde de ring doorlopen.

- 12 Bereken hoeveel procent de snelheid van de protonen dan verschilt van de lichtsnelheid.

In de ring bevinden zich twee buizen waarin de protonen in tegengestelde richting bewegen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 1.

Rechts in figuur 1 zie je een foto van de dwarsdoorsnede bij punt A.

figuur 1



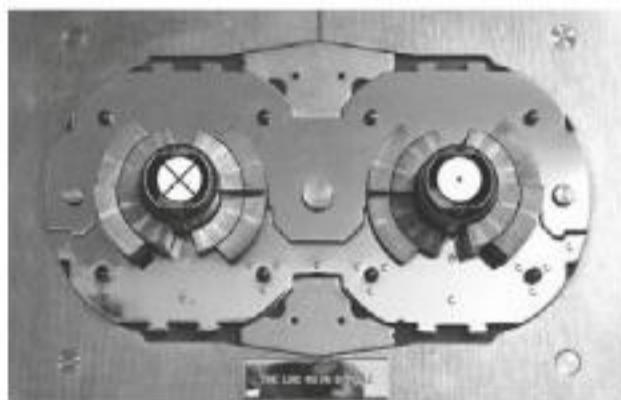
De protonen worden in de buizen in een cirkelbaan gehouden door sterke elektromagneten om de buizen.

In figuur 1 is aangegeven dat de protonen in de rechterbuis naar je toe bewegen (\odot) en in de linkerbuis van je af (\otimes).

Het rechterdeel van figuur 1 staat ook op de uitwerkbijlage.

- 13 Teken in de figuur hierna de richtingen van de magneetvelden in elke buis afzonderlijk.

uitwerkbijlage bij vraag 13



Voor een proton met een energie van 7,0 TeV dat rondgaat in een buis geldt voor de middelpuntzoekende kracht:

$$F_{mpz} = \frac{E}{r}$$

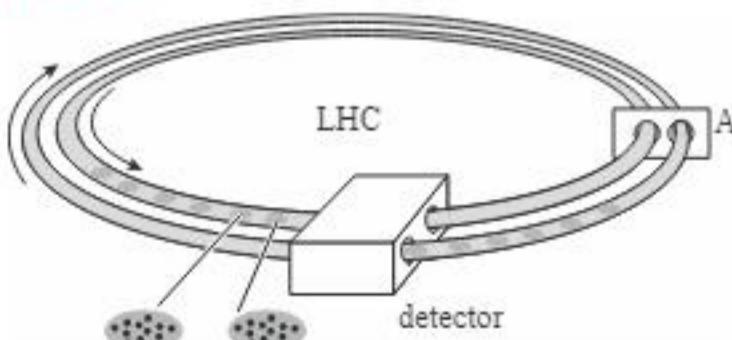
Hierin is:

- E de energie van het proton,
- r de straal van de baan.

- 14 Bereken de sterkte van het magneetveld.

De protonen gaan in groepjes door de buizen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 2.

figuur 2



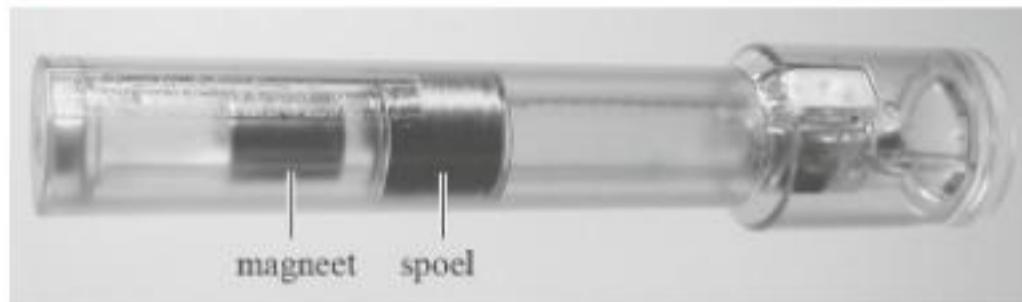
In één buis bewegen 2808 groepjes protonen. Hierdoor is in die buis de stroomsterkte gelijk aan 0,582 A.

- 15 Bereken hoeveel protonen er in één groepje zitten.

Schudlamp

Een schudlamp is een lamp die licht kan geven nadat je hem heen en weer geschud. Zie figuur 1.

figuur 1



In het handvat zit een vaste spoel. Bij het schudden gaat een magneet door deze spoel heen en weer. Hierdoor wordt in de spoel een inductiespanning opgewekt.

- 16** Leg uit dat er zowel een positieve als een negatieve spanning ontstaat als de magneet één keer door de spoel gaat.

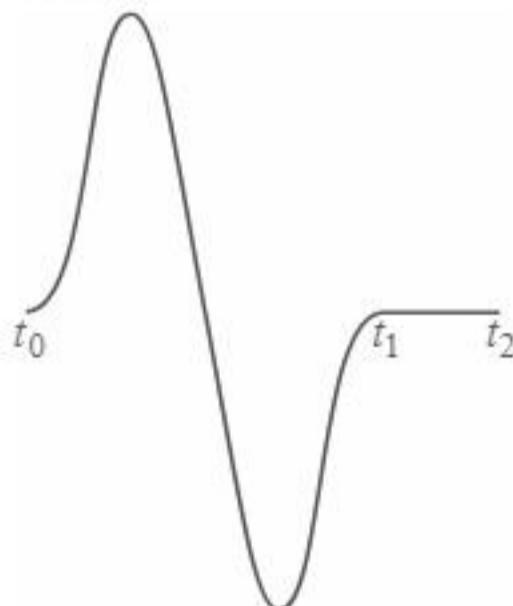
In figuur 2 is het verloop van de inductiespanning getekend tussen de tijdstippen t_0 en t_1 .

Tussen deze tijdstippen bewoog de magneet van links naar rechts door de spoel.

Vanaf het tijdstip t_2 bewoog de magneet twee keer zo langzaam terug van rechts naar links.

- 17** Schets in figuur 2 het verloop van de inductiespanning vanaf het tijdstip t_2 .

figuur 2



Hints bij hoofdstuk 8

- 1 Maak gebruik van een rechterhandregel en vergelijk de grootte en de richting van de magnetische velden.
- 2 Gebruik Binas 35D4.
- 3 Gebruik de linkerhandregel.
- 4 Voor lorentzkracht: zie Binas tabel 35D3.
- 5 De elektrische stroom wisselt van richting en is soms even nul.
- 6 De magnetische flux verandert voortdurend als het spoeltje draait.
- 7 Elektrische energie wordt omgezet in kinetische energie.
- 8 Gebruik de linkerhandregel.
- 9 De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de lorentzkracht.
- 10 Gebruik de formule die je bij vraag 8 moest afleiden.
- 11 Welke energieomzetting vindt er plaats in de lineaire versneller?
- 12 Hoe lang doet een proton over één omwenteling?
- 13 Gebruik de linkerhandregel.
- 14 Zie Binas 35D3.
- 15 $Q = I \cdot t$.
- 16 Wat gebeurt er met het teken van de fluxverandering $\Delta\Phi$?
- 17 De inductiespanning U_{ind} hangt af van de fluxverandering $\Delta\Phi$ en van de tijd Δt .

Uitwerkingen bij hoofdstuk 8

Aardlekschakelaar

- 1** – Zie de tekening (de ingevulde uitwerkbijlage).

Met de rechterhandregel is de richting van de magnetische veldlijnen te bepalen: als de duim met I mee gericht is, geven de vingers de richting van de veldlijnen aan. De veldlijnen van de fasedraad gaan daarom tegen de klok in. De veldlijnen van de nuldraad gaan met de klok mee.

- Als $I_{\text{fasedraad}}$ en I_{nuldraad} even groot zijn, dan zijn de magnetische velden van beide ook even groot. De richtingen van de magnetische velden zijn tegengesteld. De middelpunten van de velden overlappen elkaar. De velden heffen elkaar dus op \Rightarrow het netto magnetisch veld is gelijk aan 0.
- Als er een lekstroom is, dan is $I_{\text{fasedraad}}$ groter dan I_{nuldraad} . Het magnetisch veld van de fasedraad is dan dus groter dan dat van de nuldraad. De velden heffen elkaar dus niet meer op \Rightarrow er ontstaat een netto magnetisch veld.

- 2** – De spanningspiek ontstaat door elektromagnetische inductie.

- Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

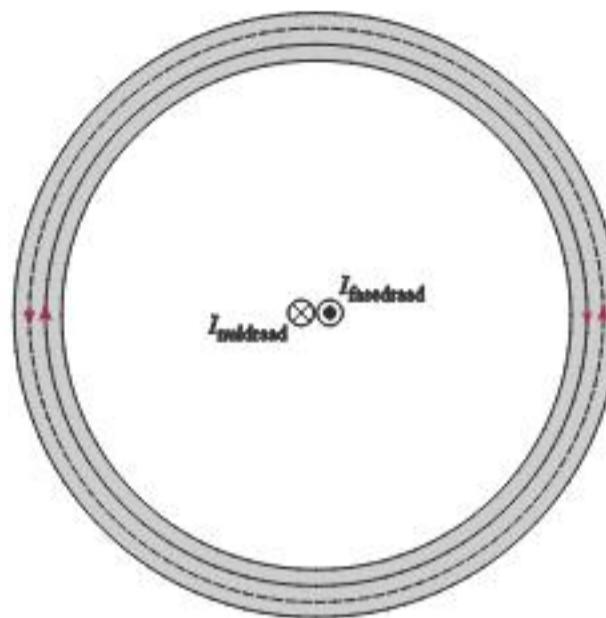
$$U_{\text{ind}} \propto N \quad \text{en} \quad U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{Binas 35D4}), \text{ waarin:}$$

N = aantal windingen van de spoel

$d\Phi$ = fluxverandering in de spoel = $B_{\perp} \cdot A$ (Binas 35D3), met B_{\perp} de component van het magnetisch veld loodrecht op de spoel en A de oppervlakte van de windingen van de spoel

dt = tijdsduur van de fluxverandering

Bij een kleinere lekstroom I ontstaat een kleiner magnetisch veld B_{\perp} , waardoor de fluxverandering $d\Phi$ per tijdseenheid dt afneemt, waardoor inductiespanning U_{ind} afneemt. Om de inductiespanning U_{ind} toch gelijk te laten blijven, moet men het aantal windingen N van de spoel dan groter maken.

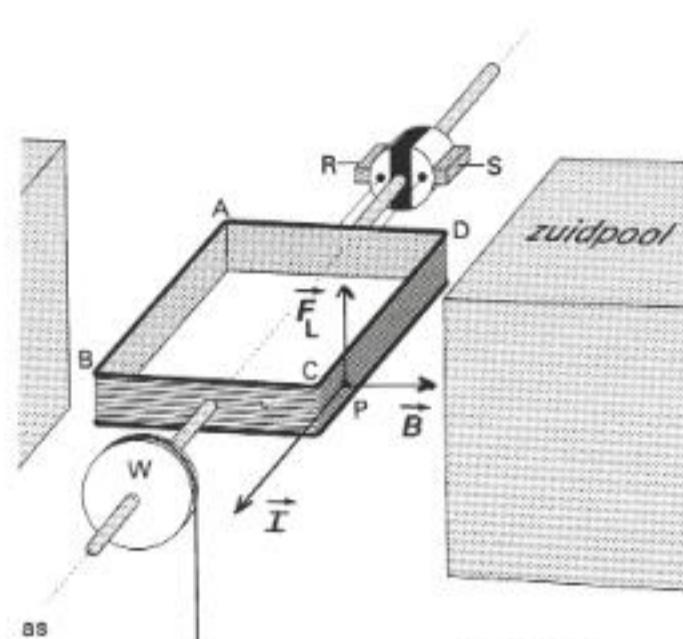


Elektromotor

3 Zie tekening 1.

- De magnetische inductie \vec{B} is gericht van de noordpool naar de zuidpool, dus naar *rechts*.
- Het blokje wordt omhoog gehesen, dus het spoeltje draait linksom \Rightarrow de lorentzkracht \vec{F}_L in P is *omhoog* gericht.
- Volgens de linkerhandregel is de stroomsterkte I in P loodrecht het *papier uit* gericht.

(*De linkerhandregel: vang in de palm van de linkerhand de veldlijnen van het magnetisch veld \vec{B} op, en volg de stroom I met de vingers van die hand. De duim wijst nu de richting van \vec{F}_L aan.*).



tekening 1

4 De grootte van de stroomsterkte I berekenen we met:

$$F_L = N \cdot B \cdot I \cdot \ell \quad (\text{Binas 35D3}) \Rightarrow I = \frac{F_L}{N \cdot B \cdot \ell}, \text{ waarin:}$$

F_L = lorentzkracht op de zijde CD = 1,6 N

N = aantal windingen van de spoel = 50

B = magnetische inductie = 0,25 T

ℓ = CD = 3,6 cm = $3,6 \cdot 10^{-2}$ m

$$\text{Invullen: } I = \frac{1,6}{50 \cdot 0,25 \cdot 3,6 \cdot 10^{-2}} = 3,6 \text{ A}$$

5 Zie tekening 2.

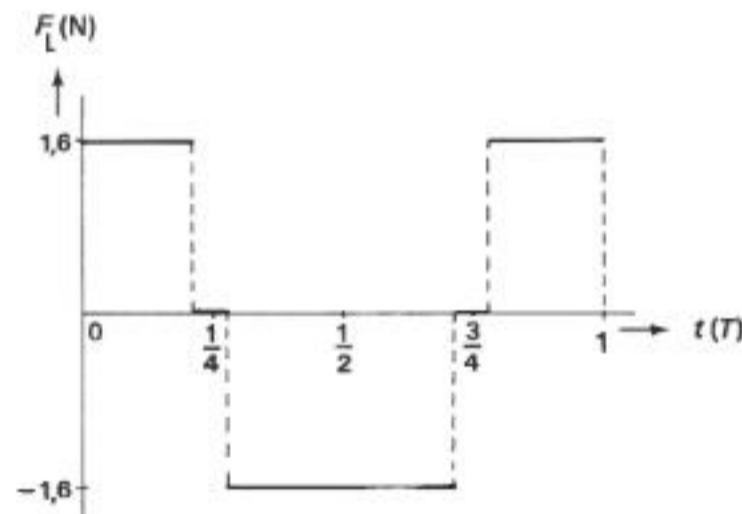
Op $t = 0$ is \vec{F}_L omhoog gericht

(zie tekening 1) $\Rightarrow F_L = +1,6 \text{ N}$.

Vlak voordat de spoel een kwartslag gedraaid is, zijn R en S tijdelijk even niet verbonden met de spoel, maar met het isolerende tussenstuk van de collector (in tekening 1 zwart). De stroom I door de spoel is dan even nul en de lorentzkracht F_L dus ook.

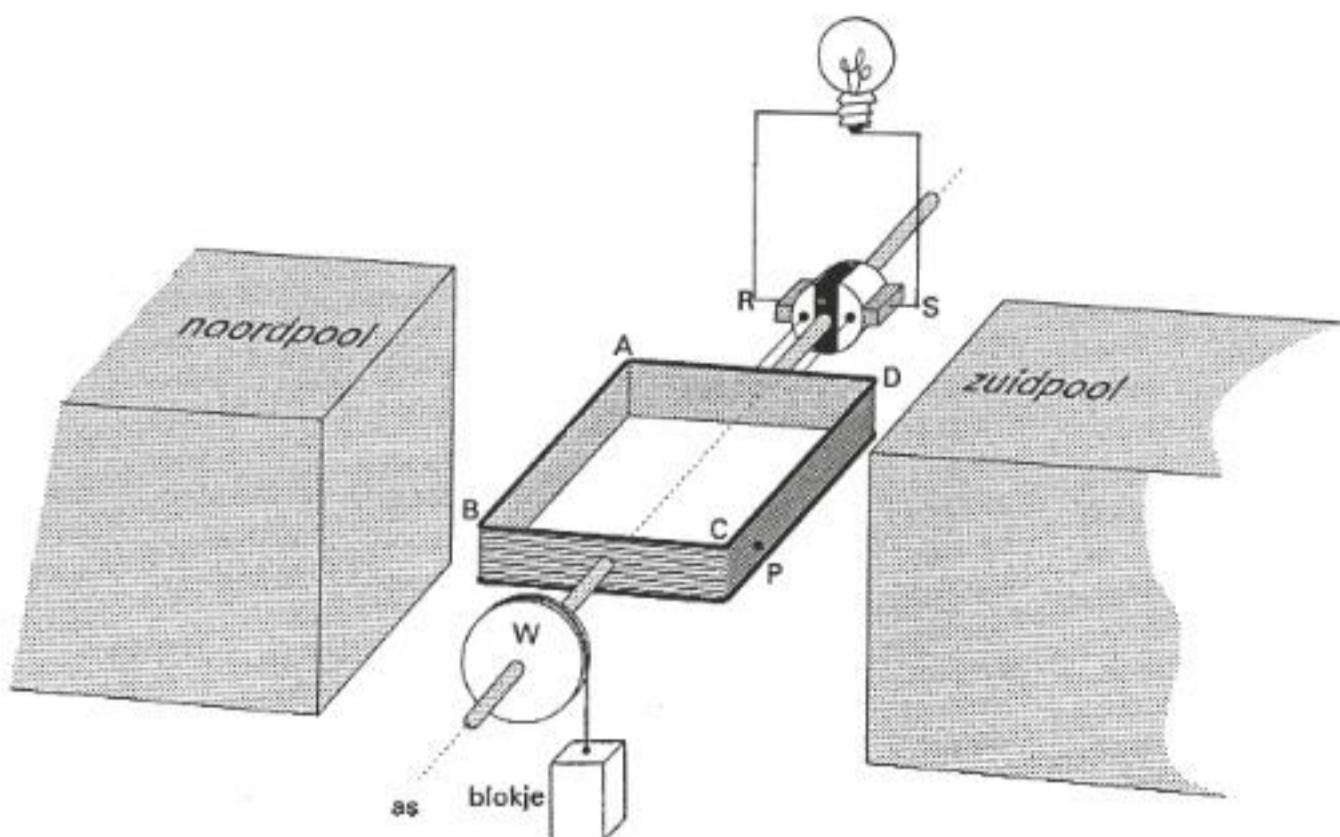
Vervolgens zijn R en S bijna een halve omwenteling (van ongeveer $\frac{1}{4} T$ tot $\frac{3}{4} T$) zo op de collectorpolen aangesloten, dat de stroom in de spoel tegengesteld is aan de stroom op $t = 0$. Dus \vec{F}_L is nu naar beneden gericht ($F_L = -1,6 \text{ N}$). Vervolgens is F_L weer even nul (R en S zijn weer aangesloten op de isolatie) en daarna (vlak na $t = \frac{3}{4} T$) is de situatie weer zoals op $t = 0$.

Gedurende de tijd dat er een stroom I door de spoel loopt is de grootte van de lorentzkracht F_L constant, want de spoel draait in een homogeen magneetveld B ($F_L = B \cdot I \cdot \ell$, Binas 35D3, waarin B , I en ℓ constant zijn).



tekening 2

- 6 Zie tekening 3.



tekening 3

Het lampje sluit je aan tussen R en S. Je hijst het blokje op. Daarna laat je het blokje los. Tijdens het dalen van het blokje draait de spoel rond in het magneetveld. Daardoor verandert de magnetische flux door de spoel voortdurend. Er wordt dus een inductiestroom opgewekt in de spoel, waardoor het lampje gaat branden.

Het branden van het lampje is in overeenstemming met de wet van behoud van energie: zwaarte-energie van het blokje wordt gedeeltelijk omgezet in elektrische energie in het lampje.

Massaspectrometer

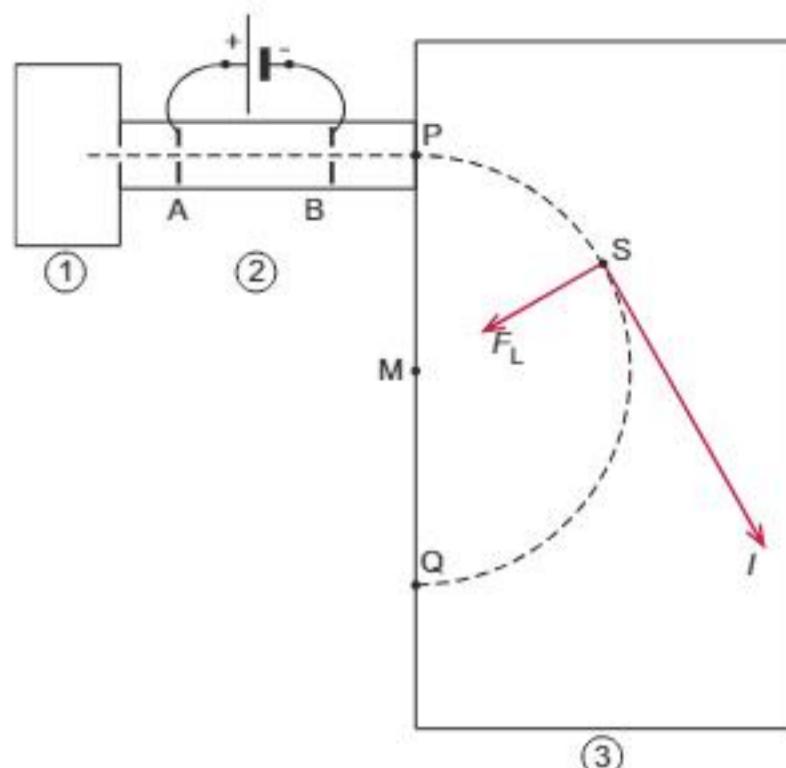
- 7 Als een ion wordt versneld, geldt voor de toename ΔE_k van de bewegingsenergie van het ion: $|\Delta E_{el}| = \Delta E_k \Rightarrow q \cdot U_{AB} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Binas 35D2 en 35A4), waarin:
- ΔE_{el} = toegevoerde elektrische energie
 - q = lading van het ion
 - U_{AB} = versnelspanning
 - m = massa van het ion
 - v = snelheid van het ion nadat het elektrisch veld is doorlopen
- De lading q en de versnelspanning U_{AB} zijn voor alle ionen hetzelfde. Dan zullen dus de ionen met de kleinste massa m de grootste snelheid v krijgen. Dus lood-206 heeft de grootste snelheid.

8 Zie de tekening.

In het punt S is de richting van de snelheid van de (positieve) ionen de richting van de raaklijn aan de baan. Dit is dus tevens de richting van de stroom \vec{I} .

De lorentzkracht \vec{F}_L levert de middelpuntzoekende kracht en is gericht naar het middelpunt M van de cirkelbaan.

Volgens de linkerhandregel is het magnetisch veld \vec{B} dan vanuit het vlak van tekening omhoog gericht.



9 Als het deeltje wordt versneld, wordt elektrische energie ΔE_{el} omgezet in bewegingsenergie ΔE_k :

$$|\Delta E_{el}| = \Delta E_k \Rightarrow q \cdot U_{AB} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35D2 en 35A4}) \dots \dots \dots (1)$$

De middelpuntzoekende kracht F_{mpz} is hier de lorentzkracht F_L :

$$F_{mpz} = F_L \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = B \cdot q \cdot v \quad (\text{Binas 35A2 en 35D3}) \Rightarrow v = \frac{B \cdot q \cdot r}{m}$$

Invullen in (1) geeft:

$$q \cdot U_{AB} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{B^2 \cdot q^2 \cdot r^2}{m^2} \Rightarrow m = \frac{B^2 \cdot q \cdot r^2}{2 \cdot U_{AB}}$$

10 We berekenen de versnelspanning U_{AB} met

$$m = \frac{B^2 \cdot q \cdot r^2}{2 \cdot U_{AB}} \Rightarrow U_{AB} = \frac{B^2 \cdot q \cdot r^2}{2 \cdot m}, \text{ waarin:}$$

B = sterke van het magnetisch veld = 0,182 T

q = lading van het deeltje = $+e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

r = straal van de cirkelbaan = $\frac{1}{2} \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot 56,0$ cm = $28,0 \cdot 10^{-2}$ m

m = massa van een lood-207-ion = $3,437 \cdot 10^{-25}$ kg

$$\text{Invullen: } U_{AB} = \frac{(0,182)^2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot (28,0 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 3,437 \cdot 10^{-25}} = 605 \text{ V}$$

LHC

11 Als n het aantal malen is dat de protonen deze spanning moeten doorlopen om een snelheid te krijgen van $1,2 \cdot 10^7$ m s $^{-1}$, geldt:

$$|n \cdot E_{el}| = \Delta E_k \Rightarrow n \cdot (q \cdot U) = \Delta \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right) \quad (\text{Binas 35D2}), \text{ waarin:}$$

E_{el} = afname van de elektrische energie van een proton als het een spanning van 5,0 kV heeft doorlopen

ΔE_k = toename van de kinetische energie van een proton in de lineaire versneller

q = lading van een proton = $1,602 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

U = elektrische spanning = 5,0 kV = $5,0 \cdot 10^3$ V

m = rustmassa van een proton = $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg (Binas 7A)

v = snelheid van een proton nadat het in de lineaire versneller is versneld = $= 1,2 \cdot 10^7$ m s $^{-1}$

$$\text{Invullen: } n \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 5,0 \cdot 10^3) = \frac{1}{2} \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \cdot (1,2 \cdot 10^7)^2 \Rightarrow n = 1,5 \cdot 10^2$$

- 12** We berekenen de snelheid v van een proton als het 11245 maal per seconde de ring doorloopt met: $v = \frac{s}{T}$ (Binas 35A1), waarin:

s = afstand die een proton aflegt bij één omwenteling = $\pi \cdot d$ (Binas 36.12), met

d = diameter van de ring = $8,4858 \text{ km} = 8,4858 \cdot 10^3 \text{ m}$

zodat: $s = \pi \cdot 8,4858 \cdot 10^3 \text{ m}$

T = tijd die een proton doet over één omwenteling.

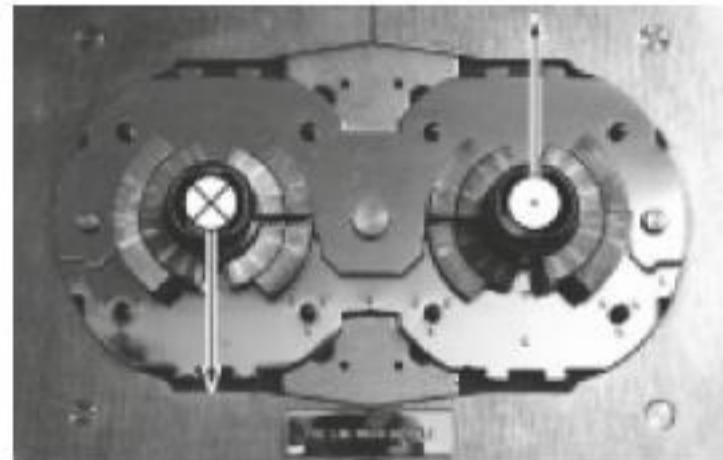
Er geldt: $T = \frac{1}{f}$ (Binas 35B1), met f = aantal malen dat een proton per seconde de ring doorloopt = 11245 s^{-1} , zodat: $T = \frac{1}{11245} \text{ s}$

$$\text{Invullen: } v = \frac{\pi \cdot 8,4858 \cdot 10^3}{\frac{1}{11245}} = 2,99780 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

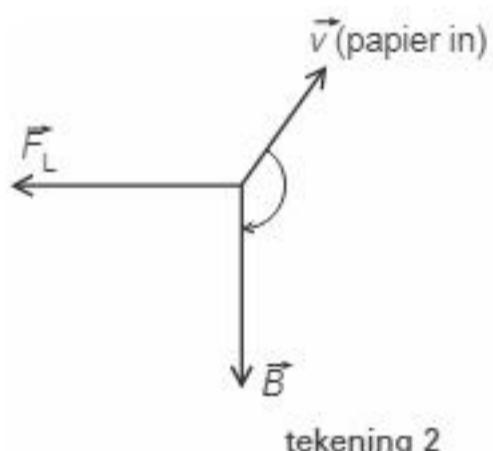
De lichtsnelheid $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A), dus het verschil in snelheid is $(2,99792 - 2,99780) \cdot 10^8 = 0,00012 \cdot 10^8 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$

Dat is $\frac{1,2 \cdot 10^4}{2,99792 \cdot 10^8} \cdot 100\% = 0,004\%$ verschil met de lichtsnelheid.

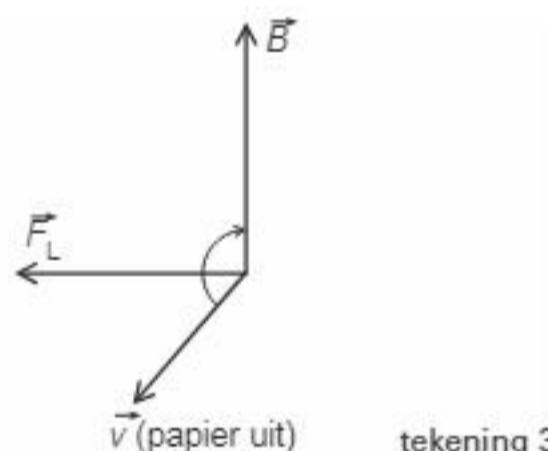
- 13** In de linkerbuis bewegen de protonen van ons af (het papier in, zie tekening 1). Om ze in een cirkelbaan te houden moet er een lorentzkracht \vec{F}_L naar links werken (zie punt A in figuur 2). Volgens de linkerhandregel werkt er dan een magnetisch veld \vec{B} omlaag (zie tekening 2).
- De richting van de stroom \vec{I} komt overeen met de richting van de snelheid \vec{v} van de positieve protonen.*



tekening 1



tekening 2



tekening 3

In de rechterbuis bewegen de protonen naar ons toe (het papier uit, zie tekening 1). Om ze in een cirkelbaan te houden moet er een lorentzkracht \vec{F}_L naar links werken (zie punt A in figuur 2).

Volgens de linkerhandregel werkt er dan een magnetisch veld \vec{B} omhoog (zie tekening 3).

- 14** We berekenen de sterkte B van het magnetisch veld met:

$$F_{\text{mpz}} = \frac{E}{r} = B \cdot q \cdot v \quad (\text{Binas 35D3}) \Rightarrow B = \frac{E}{r \cdot q \cdot v}, \text{ waarin:}$$

F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht

E = energie van de protonen = $7,0 \text{ TeV} = 7,0 \cdot 10^{12} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 2 en 5) = $= 1,12 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

r = straal van de cirkelbaan = $\frac{1}{2} \cdot (\text{diameter van de cirkelbaan}) = \frac{1}{2} \cdot 8,4858 \text{ km} = 4,2429 \cdot 10^3 \text{ m}$

q = lading van een proton = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

v = snelheid van de protonen = $2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (zie antwoord 18)

$$\text{Invullen: } B = \frac{1,12 \cdot 10^{-6}}{4,2429 \cdot 10^3 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 2,998 \cdot 10^8} = 5,5 \text{ T}$$

- 15** We berekenen eerst het totale aantal protonen n dat tijdens één omwenteling een doorsnede van de ring passeert.

$$\text{Er geldt: } n = \frac{Q}{q}, \text{ waarin:}$$

Q = totale lading die tijdens één omwenteling een doorsnede van de ring passeert.

$$\text{Er geldt: } I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t, \text{ met:}$$

I = stroomsterkte in de ring = $0,582 \text{ A}$

t = tijdsduur van één omwenteling van een proton. De protonen doorlopen

$$11245 \text{ maal per seconde de ring, dus } t = \frac{1}{11245} \text{ s}$$

$$\text{zodat: } Q = 0,582 \cdot \frac{1}{11245} = 5,176 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

q = lading van een proton = $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } n = \frac{5,176 \cdot 10^{-5}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 3,231 \cdot 10^{14}$$

Er zijn 2808 groepjes protonen, dus in één groepje zitten

$$\frac{3,231 \cdot 10^{14}}{2808} = 1,15 \cdot 10^{11} \text{ protonen}$$

Schudlamp

- 16** Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{d\phi}{dt}, \text{ waarin:}$$

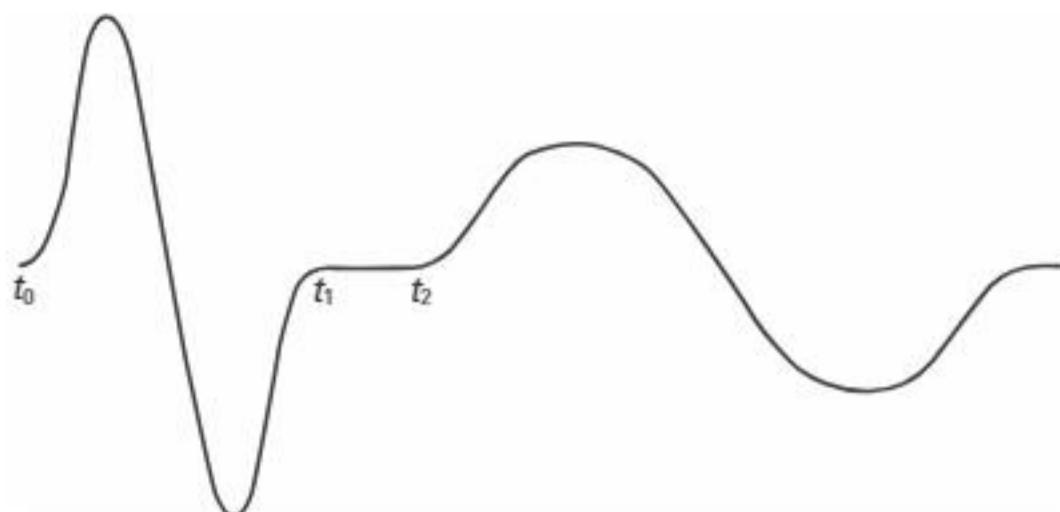
$d\phi$ = fluxverandering in de spoel = $d(B_{\perp} \cdot A)$ (Binas 35D3), met B_{\perp} de component van het magnetische veld loodrecht op de spoel en A de oppervlakte van de windingen van de spoel

dt = tijdsduur van de fluxverandering

Als de magneet de spoel nadert, neemt de magnetische flux toe. De waarde van $d\phi$ is dan positief en U_{ind} dus ook.

Als de magneet de spoel heeft gepasseerd, neemt de magnetische flux af. De waarde van $d\phi$ is dan negatief en U_{ind} dus ook.

17 Zie de tekening.



Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}, \text{ waarin:}$$

$d\Phi = \text{fluxverandering in de spoel} = d(B_{\perp} \cdot A)$ (Binas 35D3), met B_{\perp} de component van het magnetische veld loodrecht op de spoel en A de oppervlakte van de windingen van de spoel

$dt = \text{tijdsduur van de fluxverandering}$

- De magneet beweegt twee keer zo langzaam $\Rightarrow dt$ wordt twee keer zo groot $\Rightarrow U_{\text{ind}}$ wordt twee keer zo klein. De pieken worden dus twee keer zo laag en twee keer zo breed.
- De magneet beweegt eerst naar de spoel toe en dan ervan af $\Rightarrow d\Phi$ is eerst positief en daarna negatief $\Rightarrow U_{\text{ind}}$ wordt eerst positief en daarna negatief.

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



9 Elektromagnetische straling en materie (domein E2)

Gekleurde LED's-II

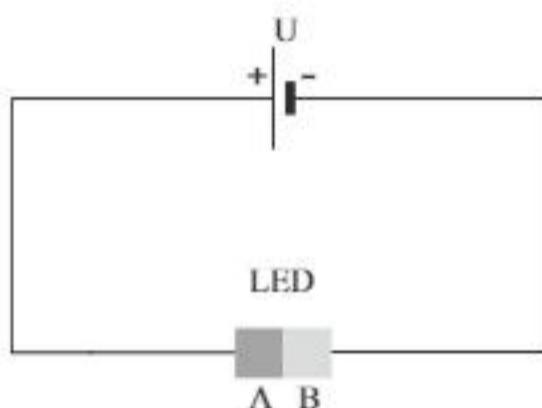
Een LED (Light Emitting Diode) is een diode die licht uitzendt als deze in de doorlaatrichting geschakeld is.

In figuur 1 is de bouw van een LED vereenvoudigd weergegeven.

Een LED is opgebouwd uit twee materialen, A en B.

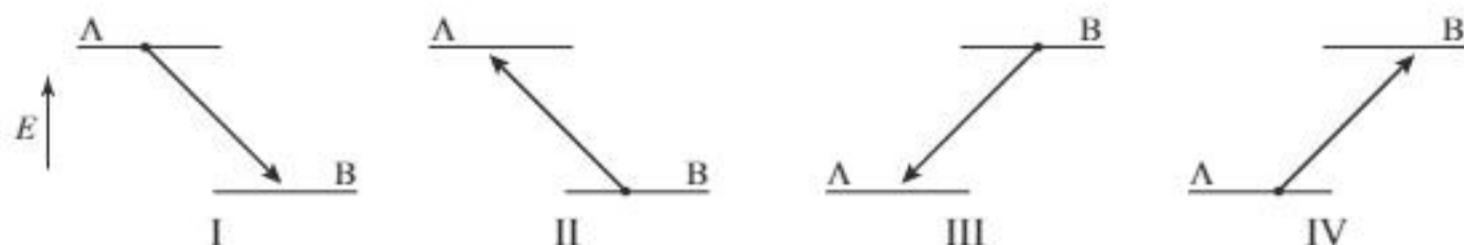
In de materialen A en B hebben de geleidings-elektronen een verschillend energieniveau. De keuze voor de materialen A en B bepaalt de kleur van het licht dat de LED uitzendt.

figuur 1



In figuur 2 staan vier schema's met energieniveaus van de geleidings-elektronen weergegeven.

figuur 2



In één van de schema's is het proces waarbij in een LED licht ontstaat juist weergegeven.

- 1 Leg uit in welk schema dat is.

Een bepaalde, blauwe, LED zendt fotonen uit met een golflengte van 470 nm en zendt een vermogen van 0,075 W aan licht uit. De stroomsterkte door de LED bedraagt 50 mA.

Uit deze gegevens volgt dat niet bij alle geleidings-elektronen die door deze LED gaan, een 'blauw' foton vrijkomt. Dit gebeurt slechts bij een bepaald percentage van de geleidings-elektronen.

- 2 Bereken dat percentage.

WMAP-II

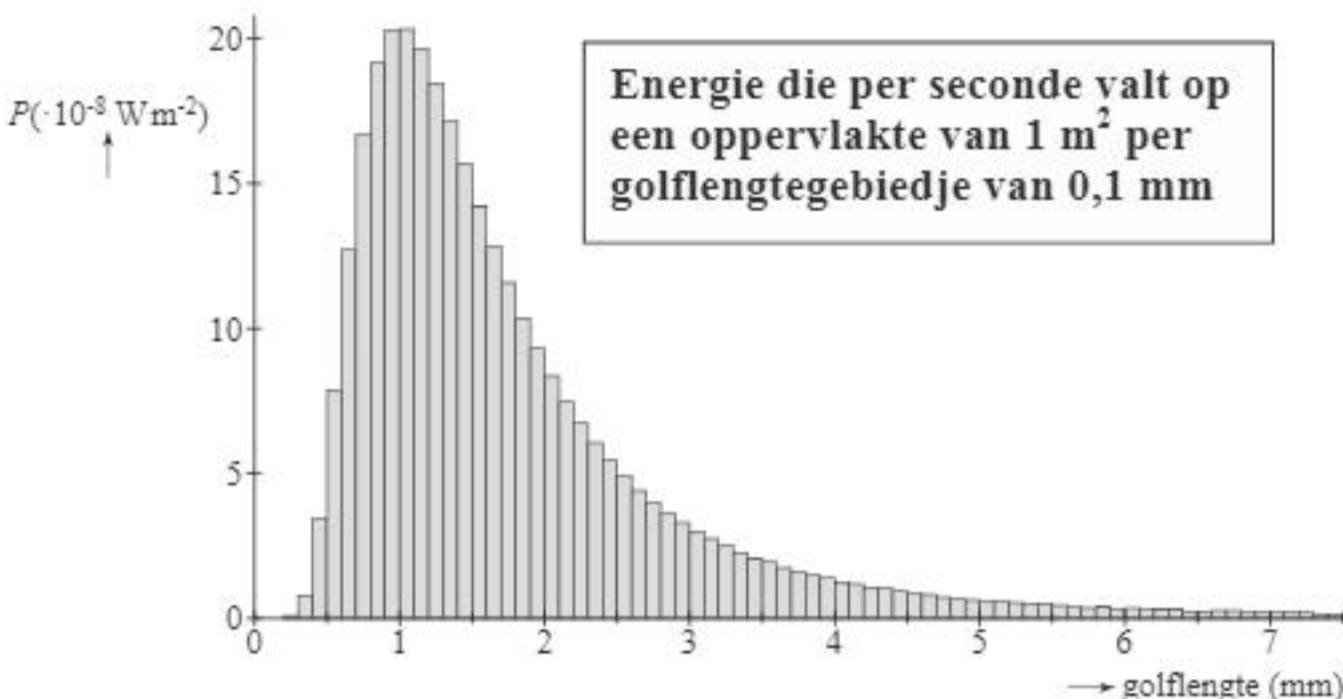
In 2001 werd de satelliet genaamd WMAP gelanceerd die tot taak had nauwkeurige metingen van de kosmische achtergrondstraling te verrichten (WMAP = Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Zie figuur 1.

figuur 1



De metingen van WMAP worden gecorrigeerd voor de invloed van alle storende bronnen, zodat alleen de kosmische achtergrondstraling overblijft. Uit de gecorregeerde metingen is figuur 2 afgeleid.

figuur 2



Hieronder staan vier schattingen van het aantal fotonen met een golflengte tussen 1,0 en 2,0 mm dat per seconde een oppervlakte van 1,0 m² treft.

a $1 \cdot 10^{10}$ b $1 \cdot 10^{13}$ c $1 \cdot 10^{16}$ d $1 \cdot 10^{19}$

- 3 Welke schatting is de beste? Motiveer je keuze met een berekening.

Bij de stralingskromme van figuur 2 hoort een temperatuur van 2,6 K.

- 4 Toon dat aan.

De gemeten achtergrondstraling heeft vanuit alle richtingen van het heelal hetzelfde spectrum en dezelfde intensiteit. Dit duidt erop dat de straling is ontstaan vóórdat de sterren gevormd werden en elektronen werden gebonden in atomen. De straling is dus afkomstig van het vroege heelal, toen het 'doorzichtig' werd bij een temperatuur van zo'n 3000 K.

Vrijwel alle fotonen 'van toen' zijn nu nog steeds onderweg, alleen is hun 'kleur' veranderd in ver infrarood. Er is dus sprake van 'roodverschuiving'.

Hieronder staan twee verklaringen voor deze roodverschuiving.

- Dopplerverschuiving ten gevolge van de radiale snelheid van de bron.
- Kosmologische roodverschuiving vanwege de uitdijing van het heelal.

Dopplerverschuiving kan niet de verklaring zijn omdat daaruit een snelheid volgt die groter is dan de lichtsnelheid.

- 5 Toon dat aan.

Spectraallijnen

Jip en Janneke willen de spectraallijnen onderzoeken van een aantal lichtsoorten. Jip kiest voor een gloeilampje en Janneke voor een natriumlamp.

- 6 Leg uit waarom Jip na een aantal pogingen geen resultaat boekt.

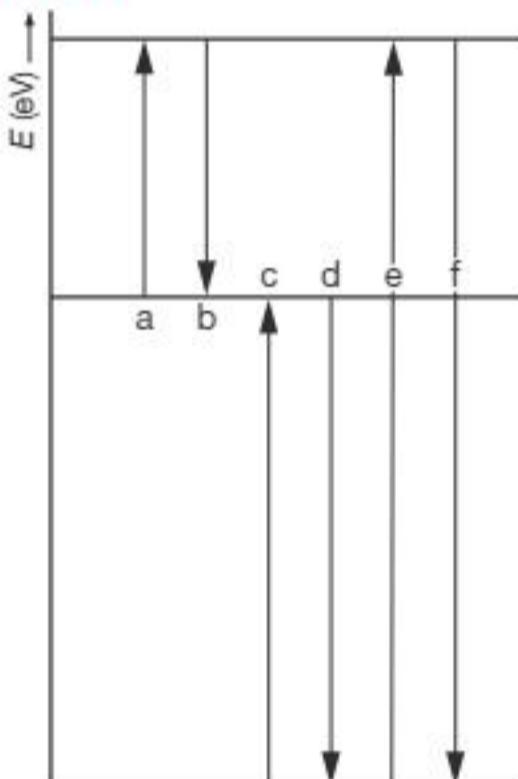
Jip besluit na enige vergeefse pogingen zich aan te sluiten bij Janneke, die met de natriumlamp wel spectraallijnen vindt. Ze gebruiken een spectrocoop. Met behulp van de spectrocoop kunnen ze de golflengten van een aantal spectraallijnen opmeten in het golflengtegebied tussen 250 nm en 1200 nm. Na nauwkeurige meting zoeken ze in het energieschema van natrium (zie figuur 1) voor drie golflengten bij welke overgangen die lijnen horen. Eén van de golflengten hoort bij ultraviolet licht; een andere bij zichtbaar licht en de derde bij infrarood licht.

- 7 Wat moeten Jip en Janneke doen om vast te stellen welke golflengte hoort bij welke overgang in het energieschema?

In figuur 1 zijn zes overgangen tussen de energieniveaus van het natriumatom getekend. Langs de verticale as staat de energie van enkele aangeslagen toestanden van het natriumatom, echter zonder schaalverdeling.

- 8 Leg uit hoe het komt dat atomen in het natriumgas van de lamp in staat zijn specifieke lichtsoorten uit te zenden.
 9 Bereideneer welke van de zes lijnen respectievelijk horen bij het uitgezonden ultraviolet licht, infrarood licht en zichtbaar licht.

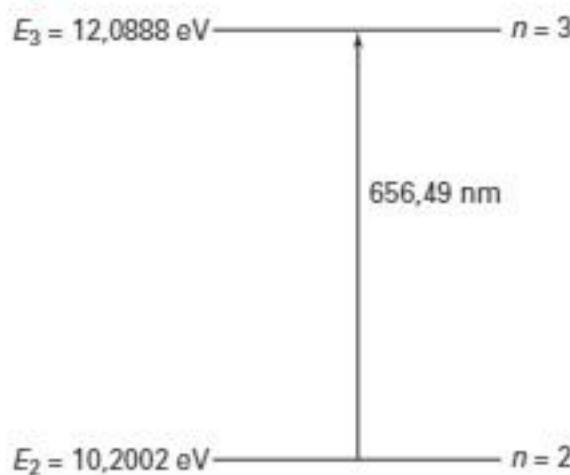
figuur 1



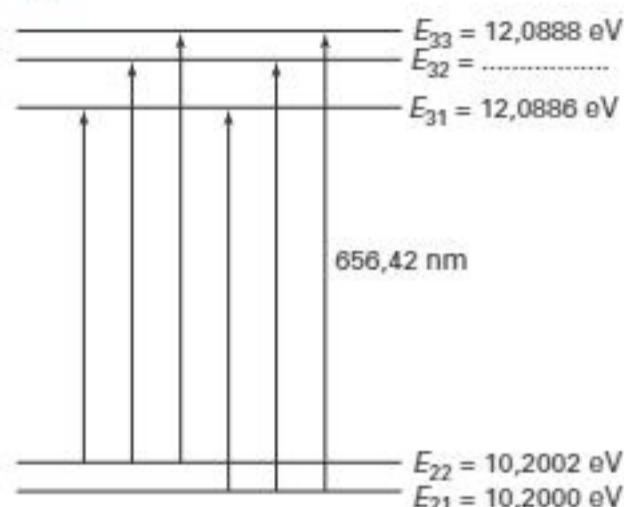
Natuurconstanten

In Binas 21A staat het energieniveauschema van het waterstofatoom volgens het atoommodel van Bohr. In figuur 1 is de situatie voor de energieniveaus voor de hoofdkwantumgetallen $n = 2$ en $n = 3$ weergegeven.

figuur 1



figuur 2



Volgens het model van Bohr zou de geabsorbeerde golflengte tussen deze niveaus $656,49 \text{ nm}$ bedragen.

In werkelijkheid zijn de twee getoonde niveaus opgesplitst in een aantal subniveaus.

Men spreekt van de 'fijnstructuur'. Zie figuur 2. Deze figuur is niet op schaal.

Hierbij speelt de zogeheten fijnstructuurconstante α een rol.

Voor α geldt:

$$\alpha = \frac{1}{2\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{hc} = 0,00729735$$

Hierin is:

- ϵ_0 de diëlektrische constante; $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ C V}^{-1} \text{ m}^{-1}$;
- e het elementair ladingskwantum;
- h de constante van Planck;
- c de lichtsnelheid.

- 10 Laat met een berekening zien dat de gegeven waarde van α zowel wat betreft getalwaarde als wat betreft significantie in overeenstemming is met de benodigde gegevens uit Binas 7A.
- 11 Ga met een eenhedenbeschouwing na of α een eenheid heeft.

In de onderstaande tabel is aangegeven hoe de energiewaarden die bij de subniveaus van figuur 2 horen, afhangen van de fijnstructuurconstante α .

$$E_{21} = E_2 \cdot \left(1 - \frac{5\alpha^2}{16}\right)$$

$$E_{31} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{4}\right)$$

$$E_{22} = E_2 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{16}\right)$$

$$E_{32} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{6}\right)$$

$$E_{33} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{12}\right)$$

- 12 Bereken de waarde van E_{32} .

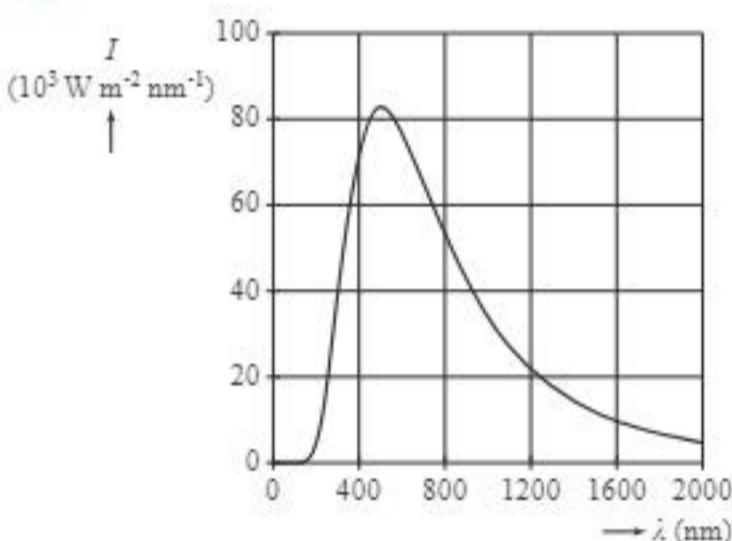
De absorptielijn van 656,49 nm uit figuur 1 heeft een zekere lijnbreedte $\Delta\lambda$. Dit komt omdat de lijn feitelijk bestaat uit de 6 absorptielijnen die uit de energieniveaus van figuur 2 volgen. De lijnbreedte $\Delta\lambda$ is het verschil tussen de grootste golflengte en de kleinste golflengte van deze absorptielijnen. De golflengte die hoort bij de absorptielijn van de grootste energie-overgang is 656,42 nm.

- 13 Bereken de lijnbreedte $\Delta\lambda$.

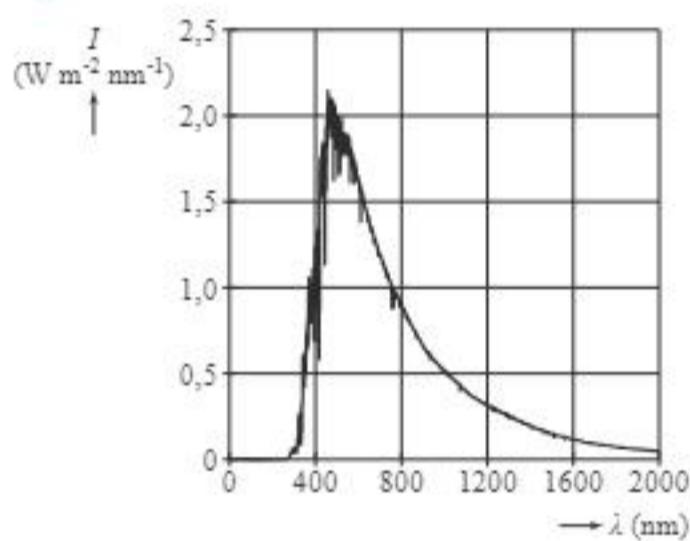
In de zon

De buitenste gebieden van de zon hebben een temperatuur van $5,78 \cdot 10^3$ K. Bij deze temperatuur hoort de planck-kromme van het oppervlak van de zon die is weergegeven in figuur 1. In figuur 2 staat het spectrum van het zonlicht weergegeven, gemeten net buiten de aardatmosfeer.

figuur 1



figuur 2



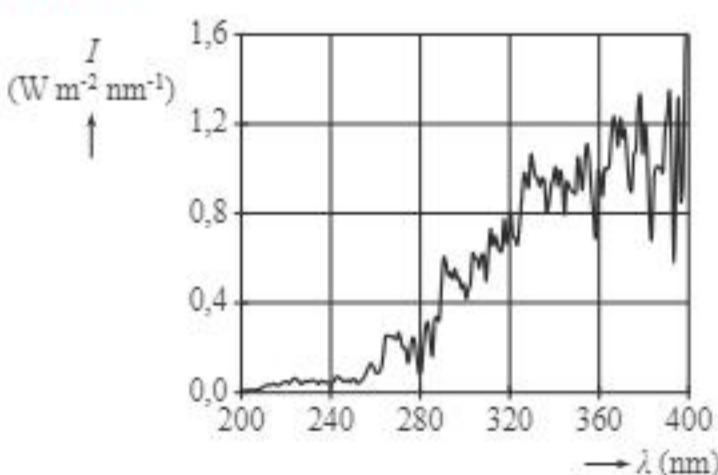
Het grote verschil in de maximale intensiteit van de twee spectra kan ongeveer verklaard worden met behulp van de kwadratenwet.

- 14 Laat dit zien met een bepaling.

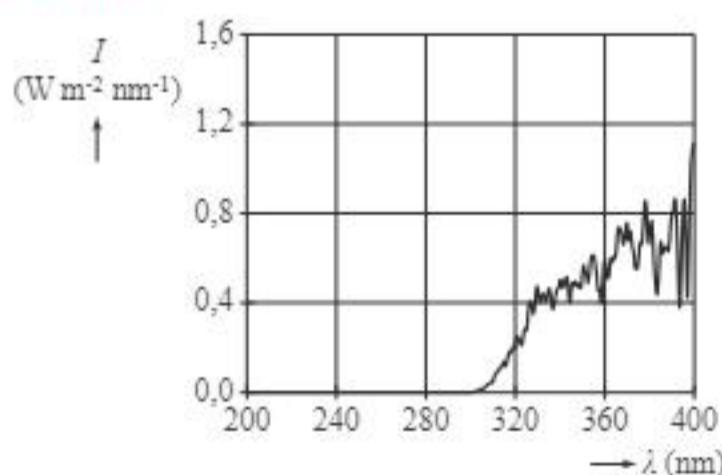
Figuur 3 geeft het uv-spectrum (ultraviolet) buiten de dampkring.

Figuur 4 geeft het uv-spectrum bij het aardoppervlak midden op een heldere dag rond 21 juni.

figuur 3



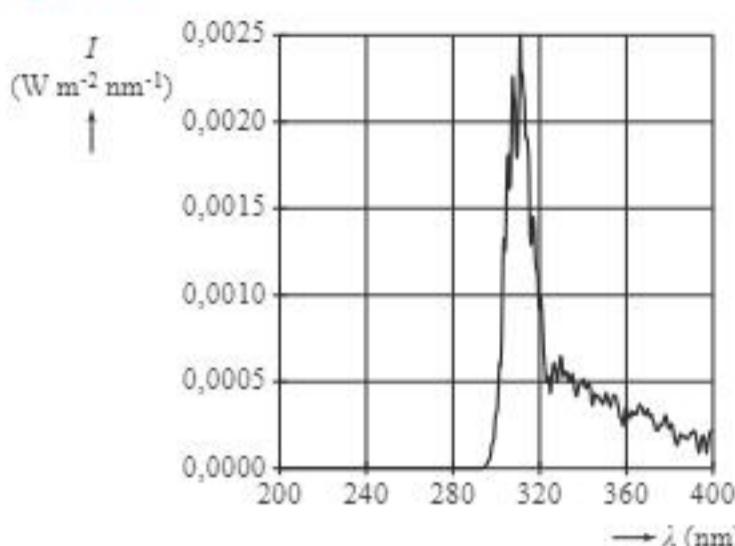
figuur 4



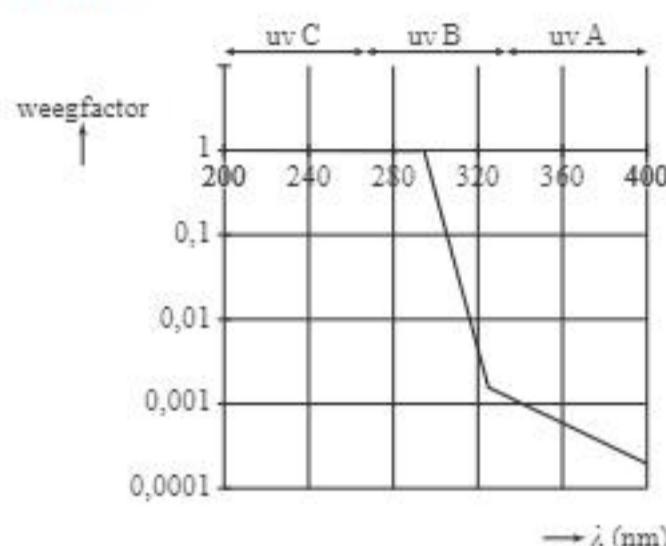
Figuur 5 geeft de intensiteitsverdeling van het 'biologisch effectieve uv-spectrum'. Dat is het uv-spectrum van het zonlicht gewogen met de mate waarin de straling schadelijk is voor de onbeschermde menselijke huid. Figuur 5 geldt voor uv bij het aardoppervlak midden op een heldere dag rond 21 juni.

Uv-straling van de zon kan schadelijk zijn voor de huid. Er bestaan drie typen van uv-straling: uv-C, uv-B en uv-A. De mate waarin de drie typen schadelijk zijn voor de huid wordt weergegeven met een weegfactor. In figuur 6 zijn deze weegfactoren weergegeven.

figuur 5



figuur 6

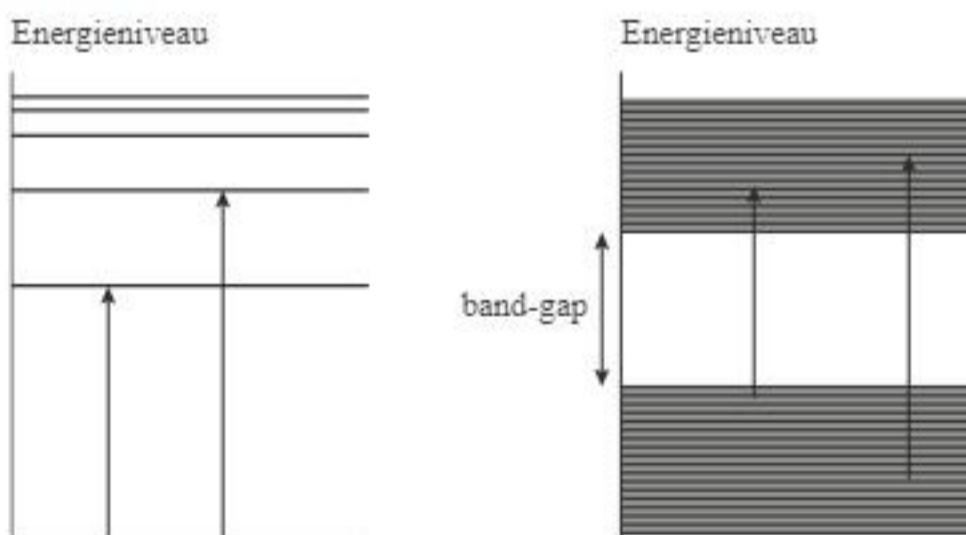


- 15 Geef aan waarom uv-C en uv-A nauwelijks of geen bijdrage leveren in het biologisch effectieve uv-spectrum van figuur 5.

Om veilig gedurende een langere tijd in de zon te kunnen liggen, kan men zonnebrandcrème op de huid smeren. In zonnebrandcrème zit een stof die fotonen met een bepaalde energie kan absorberen. Deze energie moet overeenkomen met een sprong in het energieniveauschema van de stof.

In figuur 7 staan twee typen energieniveauschema's weergegeven. De linker figuur kent discrete niveaus. De rechterfiguur kent twee groepen met zeer veel energieniveaus dicht op elkaar met daartussen een sprong, de zogenaamde 'band-gap'.

figuur 7



Een stof met een band-gap is beter geschikt voor zonnebrandcrème dan een stof met een discreet energieniveauschema.

- 16 Leg uit waarom.

Voor een goede zonnebrandcrème gelden twee specificaties:

- De crème absorbeert het uv-B.
- De crème absorbeert geen zichtbaar licht.

In tabel 1 staan drie stoffen met een band-gap gegeven die in zonnebrandcrème verwerkt kunnen worden. De stoffen worden in de vorm van nanodeeltjes toegevoegd aan de crème.

tabel 1

stof	band-gap-energie (eV)
galliumoxide Ga_2O_3	4,4
titaandioxide TiO_2	3,3
zilveroxide Ag_2O	1,5

Slechts een van de stoffen in tabel 1 is geschikt als werkend bestanddeel in zonnebrandcrème.

17 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit, onder andere met een berekening, welke stof dat is.
- Leg uit waarom de andere twee stoffen niet geschikt zijn.

Hints bij hoofdstuk 9

- 1 In welke richting bewegen de elektronen binnen de LED?
- 2 Bereken eerst hoeveel geleidingselektronen de LED per seconde passeren.
- 3 Reken met een geschatte gemiddelde waarde voor P .
- 4 Gebruik de wet van Wien.
- 5 Welke golflengte hoort bij de temperatuur van 3000 K, vergeleken met die bij 2,6 K?
- 6 Wat voor spectrum wordt uitgezonden door een gloeiend vast lichaam?
- 7 Wat is het verband tussen de energie van een foton en de golflengte ervan?
- 8 Wat betekent het dat een natriumatom zich in een aangeslagen toestand bevindt?
- 9 Moet je letten op de pijlen omhoog of omlaag?
- 10 Let op het aantal significante cijfers van de gegevens in Binas.
- 11 Zie Binas tabel 4.
- 12 Zie ook figuur 1.
- 13 Bereken eerst het kleinste verschil tussen de energieniveaus m.b.v. figuur 2.
- 14 Vergelijk de verhouding tussen de maxima van figuur 1 en figuur 2 met de uitkomsten van de kwadratenwet.
- 15 Gebruik de figuren 4, 5 en 6.
- 16 Welke van de twee stoffen absorbeert fotonen met meer verschillende golflengtes?
- 17 – Fotonen worden geabsorbeerd als hun energie hoger is dan de band-gap-energie.
– Gebruik figuur 6 en Binas 19A.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 9

Gekleurde LED's-II

- 1** De elektrische stroom in de stroomkring gaat van + naar –, dus van A naar B. De elektronen gaan in de LED dus van B naar A. Als een elektron terugvalt naar een lager energieniveau, wordt er een foton uitgezonden. Niveau B ligt dus hoger dan niveau A. Schema III geeft die situatie juist weer.

2 methode 1

Het percentage p van de geleidingselektronen, waarbij een foton vrijkomt, volgt uit:

$$p = \frac{P_{\text{uitgez}}}{P_{\text{max}}} \cdot 100\%, \text{ waarin:}$$

P_{uitgez} = lichtvermogen dat de LED uitzendt = 0,075 W

P_{max} = lichtvermogen dat de LED zou uitzenden als alle geleidingselektronen een foton produceren = $N_{\text{pers}} \cdot E_f$, met:

N_{pers} = aantal geleidingselektronen dat per seconde de LED passeert =

$$= \frac{Q_{\text{pers}}}{e} = \frac{I \cdot t}{e} \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ met:}$$

Q_{pers} = lading die de LED per seconde passeert

e = elementair ladingsquantum = $1,60 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

I = stroomsterkte in de LED = 50 mA = $50 \cdot 10^{-3}$ A

t = 1,00 s

$$\text{zodat: } N_{\text{pers}} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 1,00}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 3,13 \cdot 10^{17}$$

E_f = energie van één foton = $\frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2), met:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ = golflengte van het foton = 470 nm = $470 \cdot 10^{-9}$ m (Binas 2)

$$\text{zodat: } E_f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{470 \cdot 10^{-9}} = 4,23 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$P_{\text{max}} = 3,13 \cdot 10^{17} \cdot 4,23 \cdot 10^{-19} = 0,132 \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } p = \frac{0,075}{0,132} \cdot 100\% = 57\%$$

methode 2

Het percentage p van de geleidingselektronen, waarbij een foton vrijkomt, volgt uit:

$$p = \frac{P_{\text{uitgez}}}{P_{\text{el}}} \cdot 100\%, \text{ waarin:}$$

P_{uitgez} = lichtvermogen dat de LED uitzendt = 0,075 W

P_{el} = elektrisch vermogen dat de LED opneemt = $U \cdot I$ (Binas 35D1), met:

U = spanning = energie per ladingseenheid ($\Delta E_{\text{el}} = q \cdot U$; Binas 35D2) =

$$= \frac{E_f}{e} = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot e} \quad (\text{Binas 35E2}), \text{ met:}$$

E_f = energie van het foton

e = elementair ladingsquantum = $1,60 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ = golflengte van het foton = 470 nm = $470 \cdot 10^{-9}$ m (Binas 2)

$$\text{zodat: } U = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{470 \cdot 10^{-9} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}} = 2,64 \text{ V}$$

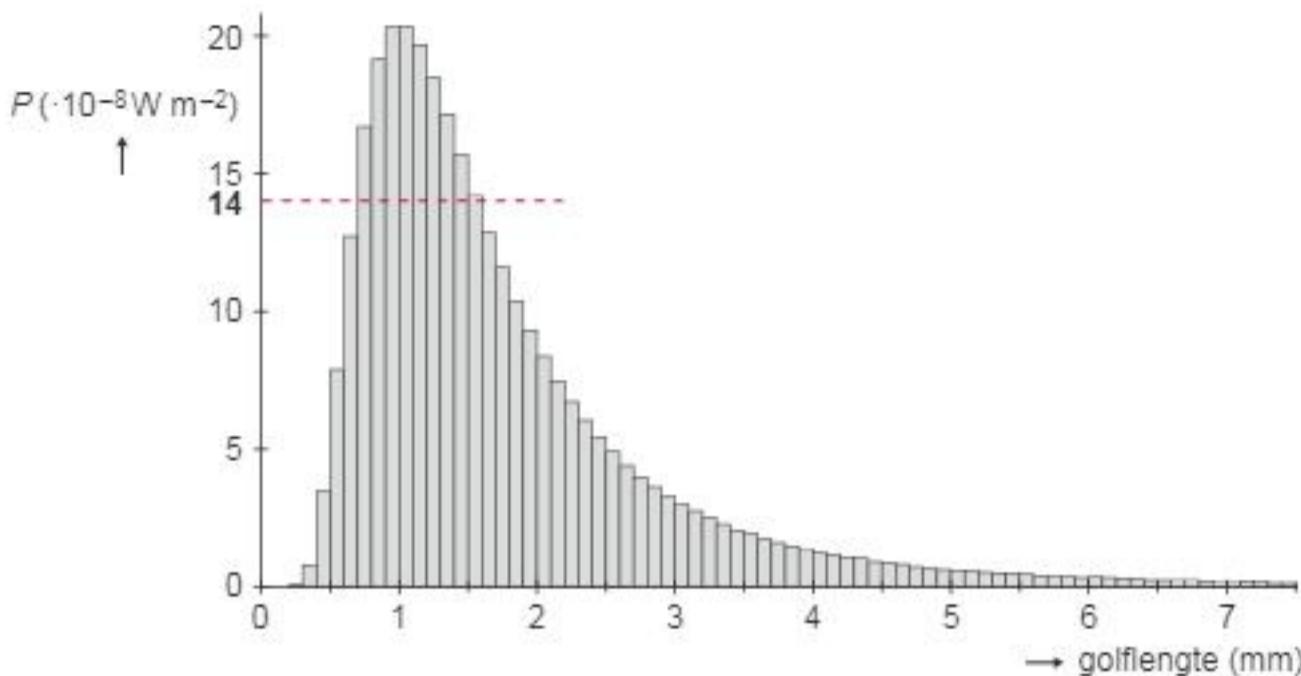
I = stroomsterkte in de LED = 50 mA = $50 \cdot 10^{-3}$ A

$$\text{zodat: } P_{\text{el}} = 2,64 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 0,132 \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } p = \frac{0,075}{0,132} \cdot 100\% = 57\%$$

WMAP-II

- 3** Zie de tekening.



We schatten het aantal fotonen n met een golflengte tussen 1,0 en 2,0 mm dat

per seconde een oppervlakte van $1,0 \text{ m}^2$ treft, met: $n = \frac{E}{E_f}$, waarin:

E = energie die per seconde per m^2 op de oppervlakte valt met golflengten tussen 1,0 en 2,0 mm

In de tekening lezen we af: de 10 golflengtegebiedjes hebben een gemiddelde energie per seconde per m^{-2} van $14 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$

zodat: $E = 10 \cdot 14 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \cdot 1,0 \text{ s} \cdot 1,0 \text{ m}^2 = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

E_f = gemiddelde energie van één foton = $\frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2), met:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

λ = geschatte gemiddelde golflengte van de fotonen = 1,5 mm = $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

zodat: $E_f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 1,33 \cdot 10^{-22} \text{ J}$

$$\text{Invullen: } n = \frac{1,4 \cdot 10^{-6}}{1,33 \cdot 10^{-22}} = 1,1 \cdot 10^{16}$$

Dus schatting c is de beste.

- 4** De temperatuur T die bij de stralingskromme hoort, bepalen we met de

wet van Wien: $\lambda_{\max} \cdot T = k_W \Rightarrow T = \frac{k_W}{\lambda_{\max}}$ (Binas 35E1), waarin:

λ_{\max} = golflengte behorende bij de maximale intensiteit = 1,1 mm (afgelezen in figuur 2) = $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

k_W = constante van Wien = $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } T = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{1,1 \cdot 10^{-3}} = 2,6 \text{ K}$$

- 5 De formule van de dopplerverschuiving luidt: $v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ (Binas 35E1), waarin:
 v = snelheid van de stralingsbron, $\Delta\lambda$ = verschil tussen waargenomen golflengte en de uitgezonden golflengte, λ = golflengte van de stralingsbron en c = lichtsnelheid. Bij een temperatuur van 3000 K (= $1000 \cdot 2,6$ K) horen, gebruikmakend van de wet van Wien, golflengten die ongeveer 1000 keer kleiner zijn dan de waargenomen golflengten, dus ongeveer $1 \cdot 10^{-6}$ m

$$\text{Voor } v \text{ vinden we dan: } v = \frac{1 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} \cdot c = 1 \cdot 10^3 \cdot c$$

De bron zou ongeveer 1000 keer zo snel gaan als de lichtsnelheid, dus de dopplerverschuiving kan niet de verklaring zijn voor de roodverschuiving.

Spectraallijnen

- 6 Een gloeilampje zendt licht uit omdat de gloeidraad, dat is een vast lichaam, een hoge temperatuur heeft. Zulke stralers zenden een *continu* spectrum uit. Jip zal dus geen spectraallijnen kunnen ontdekken.

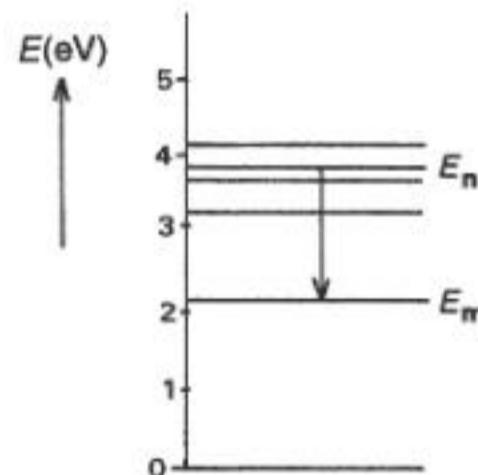
- 7 Zie de tekening.

- 1 Ze moeten de energie E_f van de fotonen van elke spectraallijn berekenen met:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2})$$

De waarden van h en c vinden ze in Binas tabel 7A en λ hebben ze gemeten met de spectrocoop. Ze berekenen dan de waarde van E_f in J.

- 2 Vervolgens berekenen ze voor elke soort fotonen de waarde van E_f in eV (Binas 5)
 3 Daarna kijken ze in het energieschema van natrium bij welke overgangen geldt: $E_f = E_n - E_m$



- 8 De natriumatomen worden *aangeslagen*. Dat betekent dat het elektron in de buitenste schil van het atoom in een hogere energietoestand komt. Vanuit die toestand kan het elektron terugvallen naar een lager energieniveau. Het verschil in energie komt vrij in de vorm van een foton. Die fotonen hebben dus een zeer specifieke energiewaarde en corresponderen met een zeer specifieke kleur volgens $E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2)

- 9 Bij de overgangen van een hoger energieniveau E_n naar een lager energieniveau E_m in het natrium atoom (pijlen *omlaag* in figuur 1) wordt een foton *uitgezonden* met een energie E_f waarvoor geldt: $E_f = E_n - E_m$

De pijlen omlaag horen dus bij de gevraagde emissielijnen.

Omdat Jip en Janneke drie lijnen onderzoeken, waarvan er één in het infrarood, één in het zichtbare spectrum en één in het ultraviolet licht, weet je:

- dat de lijn die behoort bij het grootste energieverlieschil (dus overgang f) de ultraviolette moet zijn (λ_{uv} is klein dus de energie is groot);
- dat de lijn die behoort bij het wat kleinere energieverlieschil (dus overgang d) die in het zichtbare gebied is en
- dat de lijn die behoert bij het kleinste energieverlieschil (dus overgang b) die in het infrarood is (λ_{ir} is groot dus de energie is klein).

De overgangen e, c en a horen respectievelijk bij de overeenkomstige absorptielijnen.

Natuurconstanten

- 10** We berekenen α met $\alpha = \frac{1}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{h \cdot c}$, waarin:

e = elementair ladingskwantum = $1,6021766 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

ϵ_0 = diëlektrische constante = $8,85419 \cdot 10^{-12}$ CV $^{-1}$ m $^{-1}$

h = constante van Planck = $6,62607 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,99792458 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } \alpha = \frac{1}{2 \cdot 8,85419 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{(1,6021766 \cdot 10^{-19})^2}{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8} = \\ = 7,29735 \cdot 10^{-3} = 0,00729735$$

De gegeven waarde van α is dus in overeenstemming met de benodigde gegevens uit Binas 7A.

Er moet op 6 significante cijfers worden afgerond, vanwege het feit dat zowel ϵ_0 als h in Binas 7A gegeven staan in 6 significante cijfers.

- 11** We gaan na of α een eenheid heeft met de volgende eenhedenbeschouwing:

$$[\alpha] = \frac{1}{[\epsilon_0]} \cdot \frac{[e]^2}{[h] \cdot [c]} = \frac{1}{C \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}} \cdot \frac{C^2}{J \cdot s \cdot m \cdot s^{-1}} \quad (\text{zie gegevens antwoord 12}) = \\ = \frac{C}{V^{-1} \cdot J} = C \cdot V \cdot J^{-1} = C \cdot (J \cdot C^{-1}) \cdot J^{-1} \quad (\text{Binas 4}) = 1$$

α heeft dus geen eenheid.

- 12** We berekenen de waarde van E_{32} met $E_{32} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{6}\right)$, waarin:

$E_3 = 12,0888$ eV (afgelezen in figuur 1)

$\alpha = 0,00729735$

$$\text{Invullen: } E_{32} = 12,0888 \cdot \left(1 - \frac{0,00729735^2}{6}\right) = 12,0887 \text{ eV}$$

- 13** De lijnbreedte $\Delta\lambda$ van de absorptielijn volgt uit $\Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$, waarin:

λ_{\max} = grootste golflengte van deze absorptielijnen. Er geldt dat:

$$\Delta E_{\min} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\max}} \quad (\text{Binas 35E2}) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{\Delta E_{\min}}, \text{ met:}$$

h = constante van Planck = $6,62607 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,99792458 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binas 7A)

ΔE_{\min} = kleinste verschil tussen de energieniveaus =

= $E_{31} - E_{22} = 12,0886 - 10,2002$ (afgelezen in figuur 2) =

= $1,8884$ eV = $1,8884 \cdot 1,6021765 \cdot 10^{-19}$ J (Binas 7A) =

= $3,02555 \cdot 10^{-19}$ J

$$\text{zodat: } \lambda_{\max} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8}{3,02555 \cdot 10^{-19}} = 656,557 \cdot 10^{-9} \text{ m} \\ = 656,557 \text{ nm}$$

λ_{\min} = kleinste golflengte van deze absorptielijnen = 656,42 nm

Invullen: $\Delta\lambda = 656,557 - 656,42 = 0,14$ nm

In de zon

- 14** Om de verhouding tussen de maximale intensiteiten $\frac{I_{\max,zon}}{I_{\max,aarde}}$ te bepalen, vergelijken we de intensiteit I_{zon} van het zonlicht op het oppervlak van de zon met de intensiteit I_{aarde} van het zonlicht op aarde met:

$$\frac{I_{zon}}{I_{aarde}} = \frac{\frac{P_{zon}}{4 \cdot \pi \cdot r_{zon}^2}}{\frac{P_{zon}}{4 \cdot \pi \cdot r_{zon-aarde}^2}} = \frac{\frac{1}{r_{zon}^2}}{\frac{1}{r_{zon-aarde}^2}} = \frac{r_{zon-aarde}^2}{r_{zon}^2} \quad (\text{kwadratenwet, Binas 35B2}), \text{ waarin:}$$

I_{zon} = intensiteit van het zonlicht op het oppervlak van de zon

I_{aarde} = intensiteit van het zonlicht op aarde

P_{zon} = uitgestraald vermogen van de zon

r_{zon} = straal van de zon = $6,963 \cdot 10^8$ m (Binas 32C)

$r_{zon-aarde}$ = afstand tussen de zon en de aarde = $1,496 \cdot 10^{11}$ m (Binas 31 of 32C)

$$\text{Invullen: } \frac{I_{zon}}{I_{aarde}} = \frac{(1,496 \cdot 10^{11})^2}{(6,963 \cdot 10^8)^2} = 4,616 \cdot 10^4 \Rightarrow$$

⇒ volgens de kwadratenwet is I_{zon} dus $4,616 \cdot 10^4$ keer zo groot als I_{aarde} .

Dit vergelijken we met de verhouding tussen de intensiteit van pieken $I_{\max,zon}$ in figuur 1 en $I_{\max,aarde}$ in figuur 2:

$$\frac{I_{\max,zon}}{I_{\max,aarde}} = \frac{83 \cdot 10^3}{2,1} = 4,0 \cdot 10^4 \text{ keer zo groot}$$

Die twee verhoudingen zijn van dezelfde orde van grootte.

Het grote verschil in de maximale intensiteit van de twee spectra kan dus ongeveer verklaard worden met behulp van de kwadratenwet.

- 15** Uv-C heeft golflengtes tussen de 200 nm en 270 nm. In figuur 4 is te zien dat die golflengtes nauwelijks voorkomen in het uv-spectrum bij het aardoppervlak. Uv-C draagt dus nauwelijks bij aan het biologisch effectieve uv-spectrum.
Uv-A heeft golflengtes tussen de 330 nm en 400 nm. In figuur 6 is te zien dat de weegfactor van deze golflengtes erg laag is (< 0,001). Uv-A draagt dus nauwelijks bij aan het biologisch effectieve uv-spectrum.
- 16** De werkzame stof in zonnebrandcrème absorbeert fotonen waarvan de foton-energie overeenkomt met een van de sprongen in het energieniveauschema. Een discreet energieniveauschema heeft maar een klein aantal mogelijke sprongen en zal dus licht van slechts een beperkt aantal golflengtes absorberen. Een stof met een band-gap heeft heel veel energieniveaus en daardoor heel veel mogelijke sprongen. Zo'n stof kan dus fotonen van veel verschillende golflengtes absorberen en absorbeert dus een groter deel van de schadelijke uv-straling.

- 17 – Om geschikt te zijn als werkend bestanddeel van zonnebrandcrème moet een stof voldoen aan twee specificaties:

- 1 De stof moet fotonen uit het gehele uv-B-spectrum absorberen.

Dat betekent dat de band-gap-energie kleiner moet zijn dan de laagste energie in het uv-B-spectrum. In figuur 6 is te zien dat het uv-B golflengtes tussen de 270 nm en 330 nm bevat. We berekenen de laagste foton-energie $E_{f,uv\text{-}B}$ in het uv-B met:

$$E_{f,uv\text{-}B} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binus 35E1}), \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binus 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binus 7A)

λ = golflengte van het uv-B-foton met de laagste energie = 330 nm = $330 \cdot 10^{-9}$ m

$$\text{Invullen: } E_{f,uv\text{-}B} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{330 \cdot 10^{-9}} = \frac{6,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} \quad (\text{Binus 5}) = 3,76 \text{ eV}$$

- 2 De stof mag geen zichtbaar licht absorberen. Dat betekent dat de band-gap-energie groter moet zijn dan de hoogste fotonenergie in het zichtbare spectrum. In Binus 19A is te zien dat zichtbaar licht golflengtes tussen de 380 nm en 770 nm bevat. Volgens Binus 19A hoort bij een golflengte van 380 nm een foton-energie van 3,26 eV. Dat is de hoogste foton-energie in het zichtbare spectrum. Alleen titaandioxide heeft een band-gap-energie die wel uv-B, maar geen zichtbaar licht kan absorberen. Titaandioxide is dus geschikt als werkzame stof in zonnebrandcrème.

- Galliumoxide heeft een band-gap-energie boven $E_{f,uv\text{-}B}$ en absorbeert daardoor geen uv-B. Galliumoxide is dus niet geschikt als werkzame stof in zonnebrandcrème.

Zilveroxide heeft een band-gap-energie onder $E_{f,zicht}$ en absorbeert daardoor ook zichtbaar licht. Zilveroxide is dus niet geschikt als werkzame stof in zonnebrandcrème.

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



10 Quantumwereld (domein F1)

Wortel en mango

Caroteen is een stof die veel in de natuur voorkomt. Onder andere in wortels en in mango's, waar het verantwoordelijk is voor de oranje kleur.

figuur 1



Figuur 1 geeft schematisch het molecuul van caroteen weer. Centraal in het molecuul is een lange keten van 22 koolstof-atomen, in figuur 1 aangegeven met zwarte figuurtjes. Elk van deze koolstofatomen levert één elektron dat vrij over de hele lengte L van de keten kan bewegen.

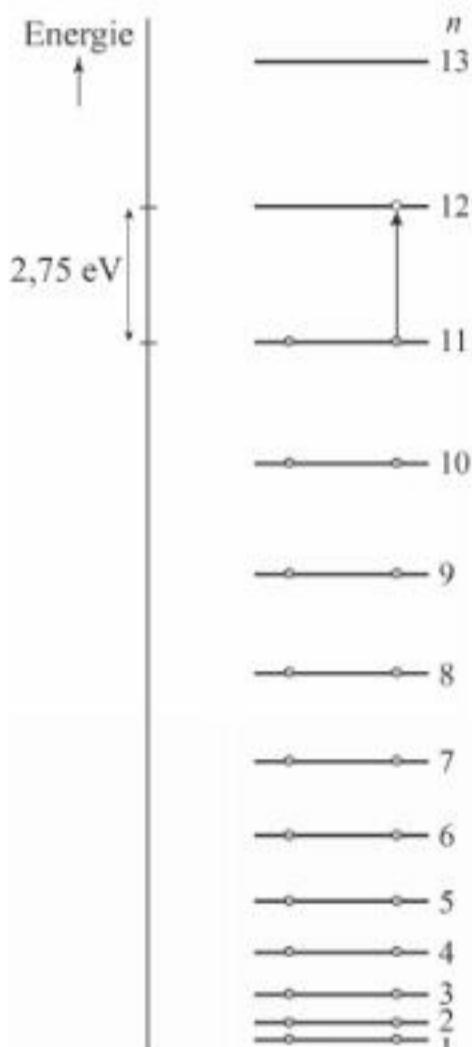
Voor de energieniveaus van die vrije elektronen gelden de volgende regels:

- De energiewaarden van de niveaus kunnen berekend worden met het model van een eendimensionale energieput.
- Er zitten maximaal twee elektronen in hetzelfde energieniveau.

In figuur 2 is het energieniveauschema van de vrije elektronen weergegeven. De toestand waarin alle niveaus van $n = 1$ tot en met $n = 11$ volledig bezet zijn noemen we de grondtoestand van het molecuul. In figuur 2 is ook de overgang getekend van een elektron uit het niveau $n = 11$ naar het niveau $n = 12$.

- 1 Bereken de golflengte van de fotonen die bij deze overgang geabsorbeerd worden.

figuur 2



Uitgaande van het energieverzil tussen niveau 11 en 12 kan de (effectieve) lengte L van de lange keten van koolstofatomen berekend worden.

- 2 Bereken deze lengte L .

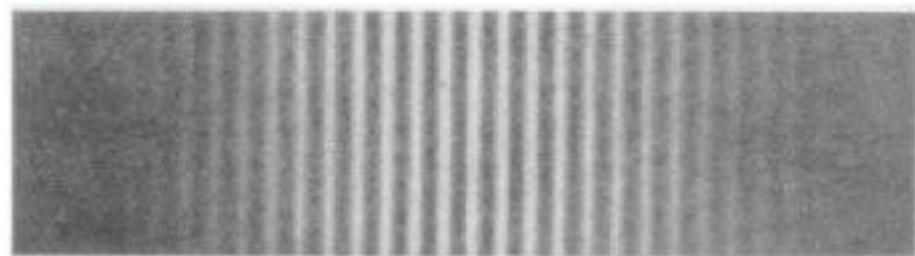
Caroteen absorbeert geen infrarood maar wel ultraviolet.

- 3 Leg met behulp van het energieniveauschema in figuur 2 uit waarom caroteen vanuit de grondtoestand infrarood licht **niet** absorbeert en ultraviolet licht **wel** absorbeert.

Proef van Young

Figuur 1 laat het interferentiepatroon zien dat ontstaat bij de buiging van licht aan twee dunne evenwijdige spleten. Young voerde deze proef voor het eerst uit.

figuur 1



- 4 Maak een schematische schets van de opstelling die tot figuur 1 heeft geleid.
 - 5 Leg uit waarom dit patroon een argument is voor het idee dat licht golfeigenschappen heeft.
- Het dubbelspleet-experiment kan ook gedaan worden met elektronen.
- 6 Leg het verband uit tussen dat experiment en de debroglie-golflengte.

Neutronenverstrooiing

Mechanische materiaalspanningen in bijvoorbeeld een aluminium vleugeldeel van een vliegtuig hebben tot gevolg dat de afstanden tussen de atomen veranderen. Met behulp van neutronenverstrooiing kunnen deze veranderingen veel preciezer worden gemeten dan bijvoorbeeld met röntgenstralen. Röntgenstralen worden verstrooid door de elektronen in een atoom, neutronen worden verstrooid door atoomkernen.

Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern is het resultaat van een meting met neutronen scherper bepaald dan met röntgenstralen.

Nog een voordeel van neutronen is dat zij dieper in materie doordringen, zodat er gemeten kan worden binnen in massieve metalen voorwerpen die voor röntgenstralen ontoegankelijk zijn.

- 7 Leg uit wat er in bovenstaande tekst wordt bedoeld met: ‘Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern, ...’.
- 8 Welke eigenschap van neutronen zorgt ervoor dat ze diep in materie doordringen?

Voor het maken van neutronenbundels met een hoge intensiteit wordt een kernreactor gebruikt. De neutronen die geproduceerd worden, hebben een snelheid van de orde van 10^7 m s^{-1} . Men remt de neutronen af om bundels te krijgen die geschikt zijn voor het uitvoeren van onderzoeken. De grootte van de structuur die men wil onderzoeken is bepalend voor de gewenste snelheid van de neutronen. Voor een bepaald type biologisch onderzoek worden neutronen afgeremd tot 10 m s^{-1} .

- 9 Leg uit of men neutronen van 10 m s^{-1} beter kan gebruiken om de structuur van DNA of die van bacteriën te onderzoeken. Bereken daartoe eerst de debroglie-golflengte van een neutron met een snelheid van 10 m s^{-1} . Gebruik uit Binas tabel 100.

Opbrengst van het foto-elektrisch effect

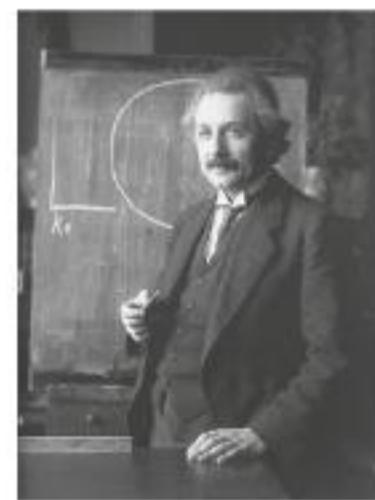
Lees onderstaand artikel.

Om de straling van zwarte stralers te verklaren stelde Max Planck in 1900 de hypothese dat de stralingsenergie van zwarte stralers opgedeeld is in pakketjes met een energie $E = hf$. In 1905 stelde Einstein in zijn theorie van het foto-elektrisch effect dat het inderdaad om meetbare losse deeltjes gaat. Deze deeltjes kregen later de naam fotonen.

Het deeltjeskarakter van licht werd pas na veel weerstand door de natuurkundige wereld geaccepteerd. Zo heeft Millikan tot 1916 geprobeerd deze theorie te weerleggen.

Einstein ontving voor zijn idee in 1921 de Nobelprijs. Het tijdperk van de quantumphysica was definitief aangebroken.

Het heeft echter tot 1960 geduurd voordat men begreep dat het foto-elektrisch effect geen puur oppervlakteverschijnsel was, maar binnen in het metaal plaatsvindt.



Het foto-elektrisch effect wordt vaak aangetoond in een experiment zoals weergegeven in figuur 1.

In zo'n experiment wordt de kathode in een vacuümbuis beschoten door een laser met een golflengte $\lambda = 410 \text{ nm}$ en een vermogen van $P = 3,0 \text{ mW}$.

Op de kathode komen dan elektronen vrij die naar de anode bewegen.

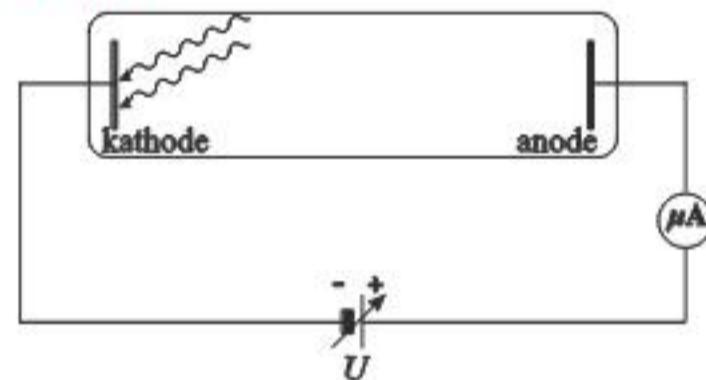
De stroomsterkte I in de kring wordt uitgezet tegen de spanning U .

Zie figuur 2.

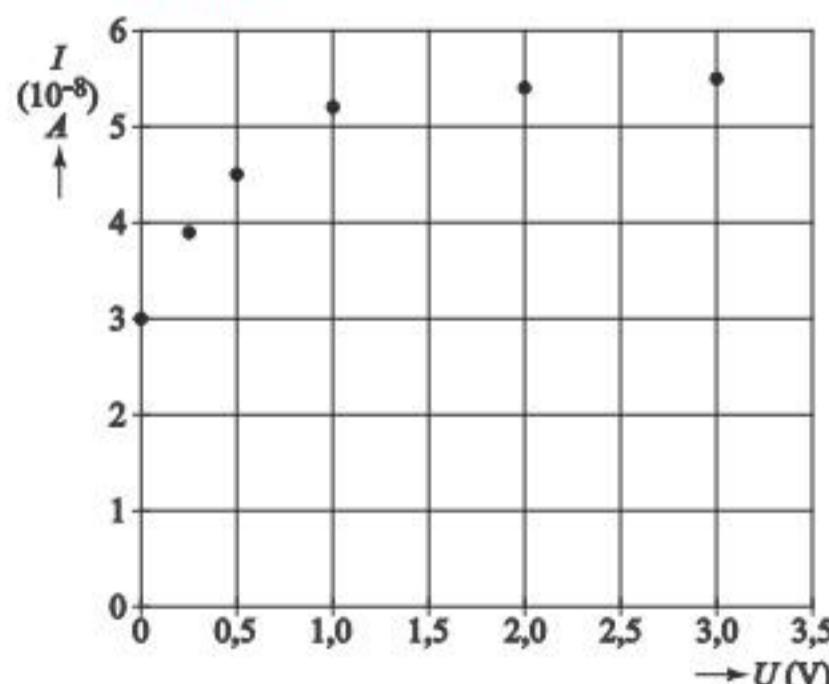
Als de spanning hoger is dan $U = 2,0 \text{ V}$, bereiken alle vrijgemaakte elektronen de anode.

- 10** Beantwoord de volgende vragen:
- Hoe is dit te zien in figuur 2?
 - Waarom bereiken bij een lagere spanning niet alle vrijgemaakte elektronen de anode?

figuur 1



figuur 2



Niet elk foton dat op de kathode valt, maakt een elektron vrij. Daarom spreekt men over het quantumrendement η_Q van een fotokathode.

$$\text{Voor het quantumrendement geldt: } \eta_Q = \frac{n_e}{n_f}. \quad (1)$$

Hierin is:

- n_f het aantal fotonen dat per seconde het kathodeoppervlak treft;
- n_e het aantal elektronen dat per seconde de kathode verlaat.

$$\text{Voor de maximale stroomsterkte } I \text{ geldt: } I = \frac{\eta_Q e}{E_f} P_{\text{licht}}. \quad (2)$$

Hierin is:

- e elementair ladingsquantum;
- P_{licht} het vermogen van het opvallende licht;
- E_f de energie van een foton.

- 11 Leid formule (2) af met behulp van formule (1) en formules in Binas.
- 12 Bepaal het quantumrendement η_Q van deze fotokathode.

Er zijn duizenden fotonen nodig voor het vrijmaken van één elektron.

Toch vormt het foto-elektrisch effect een bewijs voor het individuele deeltjeskarakter van fotonen.

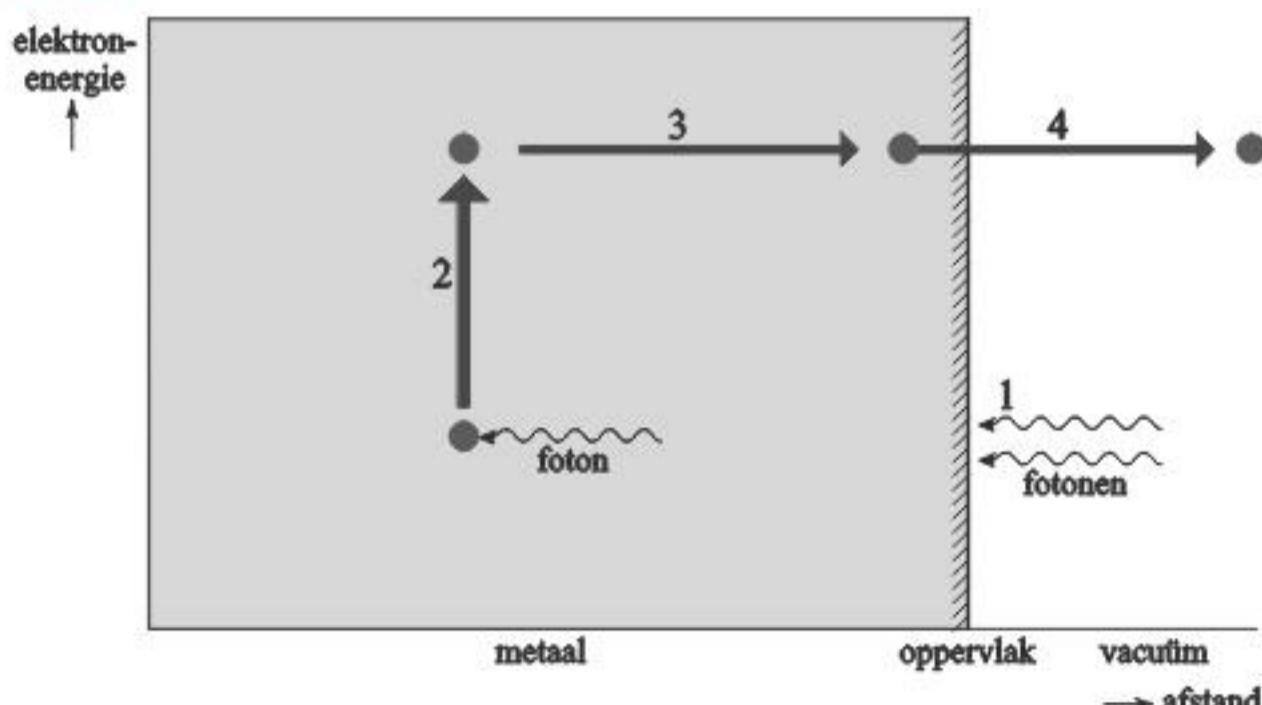
- 13 Leg uit waarom.

Chris wil weten hoe het komt dat het foto-elektrisch effect bij metalen zo'n laag quantumrendement η_Q heeft. Hij gebruikt hiervoor het model voor het foto-elektrisch effect dat in 1958 ontwikkeld is door de natuurkundige Spicer. Hierbij wordt het proces van het foto-elektrisch effect in de volgende vier stappen verdeeld:

- 1 terugkaatsing van een foton aan het buitenoppervlak van het metaal
- 2 absorptie van een foton door een elektron
- 3 transport van het elektron naar het oppervlak
- 4 ontsnappen van het elektron aan het oppervlak

Het proces is schematisch weergegeven in figuur 3.

figuur 3



In tabel 1 zijn karakteristieke waarden gegeven die Chris heeft gevonden voor de foto-elektrische deelprocessen van een fotokathode van koper, bestraald met fotonen van 4,8 eV.

tabel 1

stap	percentage
1	40% van de fotonen wordt gereflecteerd
2	83% van de fotonen wordt door elektronen geabsorbeerd
3	80% van de aangeslagen elektronen wordt verstrooid door botsingen
4a	4% van de aangeslagen elektronen hebben voldoende energie om te ontsnappen
4b	99% van de aangeslagen elektronen met voldoende energie treffen het oppervlak onder een zodanige hoek dat ze worden teruggekaatst

- 14 Bereken met behulp van tabel 1 het quantumrendement η_Q van de fotokathode.

Inktwisser

Met een inktwisser kun je lichtblauwe vulpeninkt onzichtbaar maken. Zie figuur 1.

In figuur 2 zie je tweemaal het molecuul van de blauwe kleurstof in de inkt. In het ene geval zit de positieve lading rechtsboven, in het tweede geval linksboven.

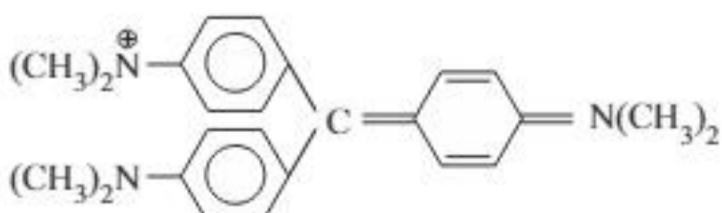
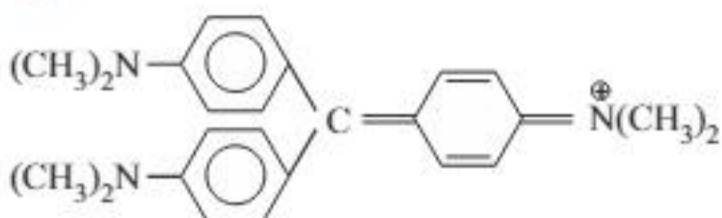
Door het molecuul kan één elektron namelijk vrij van links naar rechts bewegen. Het molecuul kan daarom opgevat worden als een energieput met lengte L .

De overgang van de grondtoestand van dit elektron naar de eerste aangeslagen toestand komt overeen met de energie van een foton uit het geel-groene deel van het spectrum met een golflengte van 550 nm. Het molecuul absorbeert deze fotonen. De rest van het licht wordt weerkaatst, dat zie je als lichtblauw.

figuur 1



figuur 2



- 15 Bereken uit de geabsorbeerde golflengte de lengte L van de energieput.

De inktwissel zorgt voor de reactie die je in figuur 3 ziet. In het molecuul dat ontstaat kunnen de elektronen niet meer langs het centrale koolstofatoom bewegen (door de aanwezigheid van de SO_3H -groep).

Hierdoor is de lengte van de energieput gehalveerd.

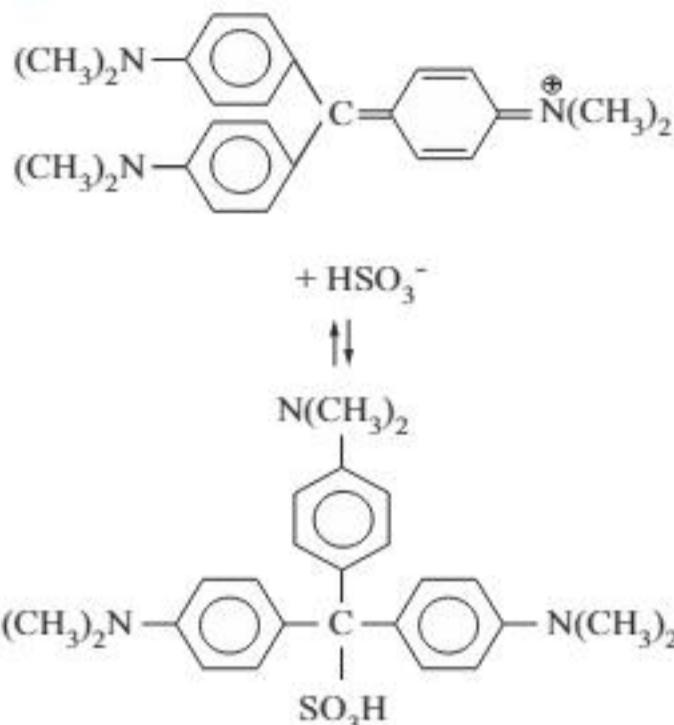
Het energieverlies tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand wordt daardoor 4 keer zo groot.

- 16 Leg dat uit.

Het nieuwe molecuul is kleurloos.

- 17 Leg dit uit met behulp van een berekening en tabel 19 van Binas.

figuur 3

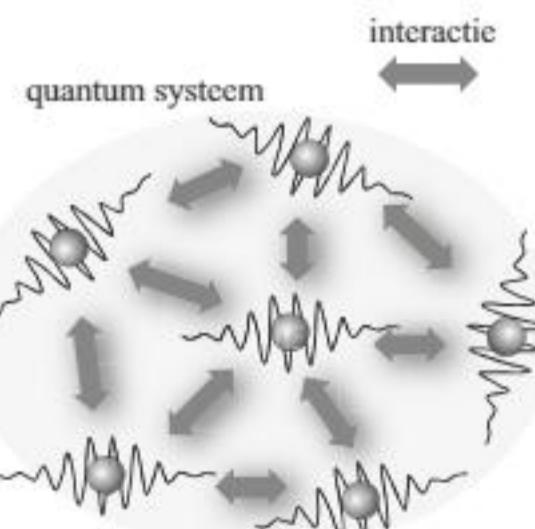


De kracht van het viriaal-theorema-II

Lees onderstaand artikel.

Het viriaal-theorema

Vrijwel alle systemen in de natuur, of het nu sterrenstelsels of quantumsystemen zijn, bestaan uit veel deeltjes en zijn niet exact te berekenen.



Met behulp van behoudswetten kunnen er toch belangrijke uitspraken over het systeem gedaan worden. Eén van die behoudswetten is het volgende verband tussen de potentiële energie en de kinetische energie:

$$E_p = -2E_k$$

Dit verband wordt het viriaal-theorema genoemd.

Atomen van helium en waterstof

De elektrische wisselwerking tussen deeltjes hangt op dezelfde manier af van de onderlinge afstand als de gravitatie-wisselwerking. Om deze reden geldt het viriaal-theorema ook voor atomen en moleculen.

De potentiële energie wordt hier geleverd door elektrische aantrekking en afstoting. Het atoom helium is een niet exact te berekenen systeem. Wel is het mogelijk een computermodel voor de grondtoestand van helium te gebruiken. In tabel 1 staat het resultaat van zo'n modelberekening. Hierin staan voor de totale potentiële energie E_p twee bijdragen:

- $E_{p,kern}$ de potentiële energie door de aantrekking van de elektronen door de kern;
- $E_{p,e-e}$ de potentiële energie door de onderlinge afstoting van de elektronen.

tabel 1

Energie	eV
E_k	79,0
$E_{p,kern}$	-185,9
$E_{p,e-e}$	27,9
E_{tot}	-79,0

De energie van de grondtoestand van helium is experimenteel bepaald.

Zie tabel 21C van BiNaS. Hierin staan de experimenteel bepaalde ionisatie-energieën. De ionisatie-energie is de energie die nodig is om een elektron uit een atoom of ion los te maken.

- 18** Voer de volgende opdrachten uit:
- Laat zien dat de uitkomsten van de berekeningen in tabel 1 in overeenstemming zijn met het viriaal-theorema.
 - Laat zien dat de berekende waarde van de totale energie in tabel 1 in overeenstemming is met experimentele waarden uit Binas 21C.

Voor waterstof is de berekening van de grondtoestand wel exact te maken.

- 19** Vul in de tabel op de uitwerkbijlage de energiewaarden van de grondtoestand van waterstof in.

uitwerkbijlage bij vraag 19

Energie	eV
E_k	
$E_{p,kern}$	
$E_{p,e-e}$	
E_{tot}	

Hints bij hoofdstuk 10

- 1 Zie Binas 35E2.
- 2 Gebruik het deeltje-in-een-doosje-model.
- 3 Zie Binas 19A.
- 4 Waar moet een lens worden geplaatst?
- 5 Wat is interferentie?
- 6 Wat zien we op het scherm als we in plaats van licht elektronen gebruiken?
- 7 Wat is de formule voor de debroglie-golflengte?
- 8 Wat is de lading van een neutron?
- 9 Moet de golflengte van de neutronen groter of kleiner zijn dan de afmetingen van het te bestuderen object?
- 10 – Wat gebeurt er met de stroomsterkte in figuur 2 als de spanning stijgt?
– Hebben alle vrijgemaakte elektronen dezelfde richting?
- 11 Welk verband is er tussen I en n_e en welk verband tussen P_{licht} , n_f en E_f ?
- 12 Gebruik de formule $I = \frac{\eta_0 \cdot e}{E_f} \cdot P_{\text{licht}}$.
- 13 Wat gebeurt er als de frequentie van de fotonen lager wordt dan de grensfrequentie?
- 14 Vermenigvuldig de rendementen van de deelprocessen met elkaar.
- 15 Zie Binas 35E2 en 35E4.
- 16 Hoe luidt de formule voor een deeltje-in-een-doosje-model?
- 17 Als de energie van het foton 4 maal groter wordt, hoe groot wordt dan de golflengte?
- 18 – Bereken E_p met behulp van tabel 1.
– Wat wordt verstaan onder ionisatie-energie?
- 19 Hoeveel elektronen heeft waterstof?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 10

Wortel en mango

- 1** Bereken de golflengte van de geabsorbeerde fotonen λ met:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2}) \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f}, \text{ met:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binas 7A)

E_f = energie van de geabsorbeerde fotonen = 2,75 eV (afgelezen in figuur 2) = $= 2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}$ J (Binas 5)

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}} = 4,51 \cdot 10^{-7}$$
 m

- 2** Bereken de lengte L van de keten van koolstofatomen met:

$$\Delta E = E_{12} - E_{11} = \frac{12^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} - \frac{11^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \quad (\text{Binas 35E4}) = (12^2 - 11^2) \cdot \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\frac{(12^2 - 11^2) \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot \Delta E}}, \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

m = massa van het elektron = $9,109 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas 7B)

ΔE = energieverlies tussen $n = 12$ en $n = 11$ = 2,75 eV = $2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}$ J (Binas 5)

$$\text{Invullen: } L = \sqrt{\frac{(144 - 121) \cdot (6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}}} = 1,77 \cdot 10^{-9}$$
 m

- 3** In figuur 2 is te zien dat tot en met niveau 11 alle energieniveaus van het caroteenmolecuul bezet zijn. De overgang die de minste energie kost, is daarom die van $n = 11$ naar $n = 12$: $\Delta E = 2,75$ eV

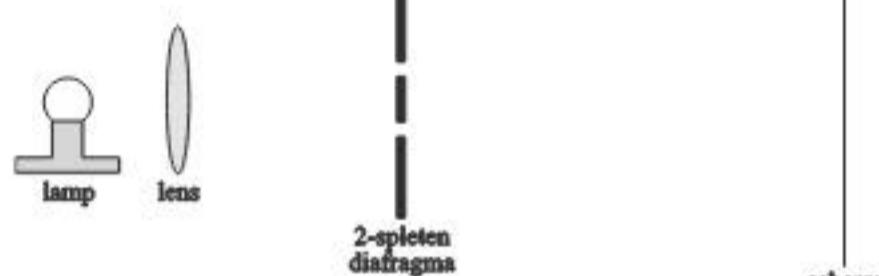
In Binas 19A is te zien dat bij infrarood licht een fotonenergie van maximaal 1,65 eV hoort. Dat is niet genoeg om een elektron van $n = 11$ naar $n = 12$ te brengen.

In Binas 19A is te zien dat bij ultraviolet licht een fotonenergie van minimaal 3,10 eV hoort. Dat is wel genoeg om een elektron van $n = 11$ naar $n = 12$ te brengen.

Proef van Young

- 4** Zie de tekening.

Het licht van de lamp valt via de lens op twee spleten. Op het scherm is het interferentiepatroon te zien.



- 5** Het patroon van figuur 1 is een interferentiepatroon. Interferentie treedt op als golven in fase elkaar versterken (maxima) en in tegenfase elkaar uitdoven (minima). Interferentie is dus een verschijnsel dat optreedt bij golven. Daarom is het interferentiepatroon van figuur 1 een argument voor het idee dat licht golfeigenschappen bezit.

- 6** Als het dubbelspleet-experiment wordt uitgevoerd met elektronen, is er op het scherm ook een interferentiepatroon te zien. Dat betekent dat elektronen dus ook een golfkarakter hebben. De golflengte van de elektronen wordt gegeven door de debroglie-golflengte. Voor de debroglie-golflengte λ van het elektron geldt: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$ (Binas 35E4 en 35A3), waarin:
 h = constante van Planck, p = impuls van het elektron, m = massa van het elektron en v = snelheid van het elektron.

Neutronenverstrooiing

- 7** Binnen het atoom gedragen zowel de elektronen als de atoomkern zich als een golf. Daardoor zijn de posities van zowel de elektronen als de atoomkern in zekere mate onbepaald. Voor de debroglie-golflengte λ van een deeltje geldt:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad (\text{Binas 35E4 en 35A3}), \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck, p = impuls van het deeltje, m = massa van het deeltje en v = snelheid van het deeltje.

De massa m_e van een elektron is veel kleiner dan de massa m_{At} van de atoomkern. Daardoor is de golflengte λ_e van het elektron veel groter dan de golflengte λ_{At} van de atoomkern en dus is de positie van het elektron veel minder scherp bepaald dan die van de atoomkern.

- 8** Neutronen hebben geen elektrische lading en ondervinden daardoor in de materie geen elektrische krachten.

- 9** Voor de debroglie-golflengte λ van een neutron geldt:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad (\text{Binas 35E4 en 35A3}), \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

p = impuls van het neutron = $m \cdot v$ (Binas 35A3)

m = massa van het neutron = $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg (Binas 7B)

v = snelheid van het neutron = 10 m s^{-1}

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10} = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

Als men met neutronen DNA-structuren of bacteriën onderzoekt, mag de golflengte van deze neutronen niet groter zijn dan de afmetingen van deze structuren of bacteriën. Volgens Binas tabel 100 heeft een DNA-structuur een afmeting in de grootteorde van 10^{-9} à 10^{-8} m en heeft een bacterie een afmeting van 10^{-7} à 10^{-6} m. De golflengte van $4,0 \cdot 10^{-8}$ m van de neutronen is dus te groot voor het onderzoeken van molecuulstructuren van DNA, maar klein genoeg om details en structuren van bacteriën te kunnen registreren.

Opbrengst van het foto-elektrisch effect

- 10**
- In figuur 2 lezen we af dat de stroomsterkte voor anodespanningen hoger dan 2,0 V niet meer stijgt. Dus alle vrijgemaakte elektronen bereiken de anode.
 - De elektronen die door fotonen uit de kathode worden vrijgemaakt, veroorzaken in de kathode een positieve spanning, waardoor ze weer worden aangetrokken. Bovendien worden ze in diverse richtingen vrijgemaakt en zullen de anode pas bereiken als de anode voldoende positief is.
Bij lage anodespanning kunnen de elektronen bijvoorbeeld op de wand van de buis terechtkomen in plaats van op de anode.

- 11** De maximale stroomsterkte I is de maximale hoeveelheid lading die de anode per seconde bereikt. Er geldt dus: $I = n_e \cdot e$... (1)

Hierin is n_e het aantal elektronen dat per seconde de anode bereikt en e de lading van een elektron (het elementair ladingsquantum).

Verder geldt voor het vermogen P_{licht} van het opvallende licht:

$$P_{\text{licht}} \cdot t = n_f \cdot E_f \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow n_f = \frac{P_{\text{licht}} \cdot t}{E_f} \quad \dots \quad (2)$$

Hierin is n_f het aantal fotonen dat per seconde op de kathode valt, E_f is de energie van één foton en $t = 1 \text{ s}$.

$$\text{Verder geldt: } \eta_0 = \frac{n_e}{n_f} \Rightarrow n_e = n_f \cdot \eta_0 \quad \dots \quad (3)$$

$$(3) \text{ invullen in (1)} \Rightarrow I = n_e \cdot e = n_f \cdot \eta_0 \cdot e \quad \dots \quad (1a)$$

$$(2) \text{ invullen in (1a)} \Rightarrow I = \frac{P_{\text{licht}} \cdot t}{E_f} \cdot \eta_0 \cdot e \Rightarrow I = \frac{\eta_0 \cdot e}{E_f} \cdot P_{\text{licht}}$$

- 12** Het quantumrendement η_0 volgt uit: $I = \frac{\eta_0 \cdot e}{E_f} \cdot P_{\text{licht}} \Rightarrow \eta_0 = \frac{I \cdot E_f}{e \cdot P_{\text{licht}}}$, waarin:

I = maximale stroomsterkte = $5,5 \cdot 10^{-8} \text{ A}$ (afgelezen in figuur 2)

e = elementair ladingsquantum = $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

E_f = energie van één foton = $\frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2), met:

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

λ = golflengte van het laserlicht = $410 \text{ nm} = 410 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

$$\text{zodat: } E_f = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{410 \cdot 10^{-9}} = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$P_{\text{licht}} = 3,0 \text{ mW} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } \eta_0 = \frac{5,5 \cdot 10^{-8} \cdot 4,85 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}} = 5,6 \cdot 10^{-5}$$

- 13** Als de energie van het foton te klein is (dus als de frequentie kleiner is dan een bepaalde waarde (de grensfrequentie)), treedt er geen foto-elektrisch effect op, ook al vergroot men de intensiteit van het opvallende licht. Meerdere fotonen werken dus niet samen. Het gaat er om of de energie van de afzonderlijke fotonen voldoende is.

- 14** We bepalen eerst de factor van de fotonen en elektronen die in de stappen 1, 2, 3, 4a en 4b overblijft voor het vrijmaken van een elektron dat de anode kan bereiken:

Stap 1: 40% van de fotonen wordt gereflecteerd, dus 60% blijft over \Rightarrow factor 0,60

Stap 2: 83% van de fotonen wordt door elektronen geabsorbeerd \Rightarrow factor 0,83

Stap 3: 80% van de aangeslagen elektronen wordt verstrooid door botsingen, dus 20% blijft over \Rightarrow factor 0,20

Stap 4a: 4% van de elektronen hebben voldoende energie om te ontsnappen \Rightarrow factor 0,04

Stap 4b: 99% van de elektronen met voldoende energie treffen het oppervlak onder een zodanige hoek dat ze worden teruggekaatst, dus 1% blijft over \Rightarrow factor 0,01

Het uiteindelijke rendement η_0 is dus: $0,60 \cdot 0,83 \cdot 0,20 \cdot 0,04 \cdot 0,01 = 4 \cdot 10^{-5}$

Inktwisser

- 15** We berekenen de lengte L van de energieput met: $E_f = E_2 - E_1$ (Binas 35E2), waarin:

$$E_f = \text{energie van een geabsorbeerd foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2})$$

$$E_2 = \text{energie van het elektron in de eerste aangeslagen toestand } (n=2) = \\ = \frac{2^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \quad (\text{Binas 35E4})$$

$$E_1 = \text{energie van het elektron in de grondtoestand} = \frac{1^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \quad (\text{Binas 35E4})$$

Invullen geeft de volgende vergelijking:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{2^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} - \frac{1^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \Rightarrow L^2 = \frac{3 \cdot h \cdot \lambda}{8 \cdot m \cdot c}, \text{ waarin:}$$

$$h = \text{constante van Planck} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$\lambda = \text{golflengte van een geabsorbeerd foton} = 550 \text{ nm} = 550 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$m = \text{massa van een elektron} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{Binas 7B})$$

$$c = \text{lichtsnelheid} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$\text{Invullen: } L^2 = \frac{3 \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 2,998 \cdot 10^8} = 5,004 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{5,004 \cdot 10^{-19}} = 7,07 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

- 16** Voor de energieniveaus in een energieput geldt: $E_n = \frac{n^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$ (Binas 35E4).

E_n is dus omgekeerd evenredig met L^2 .

Als L een factor 2 kleiner wordt, dan wordt L^2 een factor 4 kleiner \Rightarrow

$\Rightarrow E_n$ wordt viermaal zo groot.

Alle energiewaarden nemen dus met een factor 4 toe \Rightarrow

\Rightarrow het energieverzil tussen de niveaus neemt met een factor 4 toe.

- 17** Voor de golflengte λ van een geabsorbeerd foton geldt:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f} \quad (\text{Binas 35E2})$$

Als de energie E_f van het foton met een factor 4 toeneemt, neemt de golflengte met een factor 4 af.

$$\text{De nieuwe golflengte } \lambda_{\text{nw}} = \frac{1}{4} \cdot \lambda = \frac{1}{4} \cdot 550 \cdot 10^{-9} = 138 \text{ nm.}$$

Volgens Binas tabel 19A/B bevindt deze golflengte zich in het ultraviolette deel van het spectrum. Ultraviolet is voor een mens niet zichtbaar, dus wordt er geen licht uit het zichtbare deel van het licht geabsorbeerd. Al het zichtbare licht wordt nu weerkaatst \Rightarrow je ziet geen lichtblauwe letters meer, maar een wit papier.

De kracht van het viriaal-theorema-II

- 18** – Voor de totale potentiële energie E_p van de grondtoestand van helium vinden we:
 $E_p = E_{p,kern} + E_{p,e-e} = -185,9 + 27,9 = -158,0 \text{ eV}$ (zie tabel 1)
 Voor de kinetische energie E_k van de grondtoestand van helium geldt: $E_k = 79,0 \text{ eV}$
 Nu is $-158,0 = -2 \cdot 79,0$, dus $E_p = -2 \cdot E_k \Rightarrow$ de uitkomsten van de berekeningen in tabel 1 zijn in overeenstemming met het viriaal-theorema.
 – Volgens tabel 1 is de berekende waarde van de totale energie van het He-atoom $-79,0 \text{ eV}$.
 Volgens Binas 21C is de energie die nodig is om twee elektronen van de kern te verwijderen $(24,59 + 54,40) \text{ eV} = 79 \text{ eV}$.
 De berekende waarde van de totale energie in tabel 1 stemt dus overeen met de som van de experimentele waarden uit Binas 21C.

- 19** Zie de ingevulde uitwerkbijlage.

$$\begin{aligned}E_k &= \text{kinetische energie} = \text{ionisatie-energie van waterstof} = 13,6 \text{ eV} \text{ (Binas 21A of 21C)} \\E_{p,kern} &= -2 \cdot E_k \text{ (viriaal-theorema)} = \\&= -2 \cdot 13,6 = -27,2 \text{ eV} \\E_{p,e-e} &= 0 \text{ (er is maar één elektron)} \\E_{\text{tot}} &= E_k + E_p = 13,6 - 27,2 = -13,6 \text{ eV}\end{aligned}$$

Energie	eV
E_k	13,6
$E_{p,kern}$	-27,2
$E_{p,e-e}$	0
E_{tot}	-13,6

Vind je dit onderwerp lastig? Bekijk een uitlegfilmpje op mijnexamenbundel.nl of oefen met extra examenopgaven.



Deel 2a

Examens met uitwerkingen

Oefenen met hele examens, met hints om je op weg te helpen en uitleg bij de goede antwoorden.



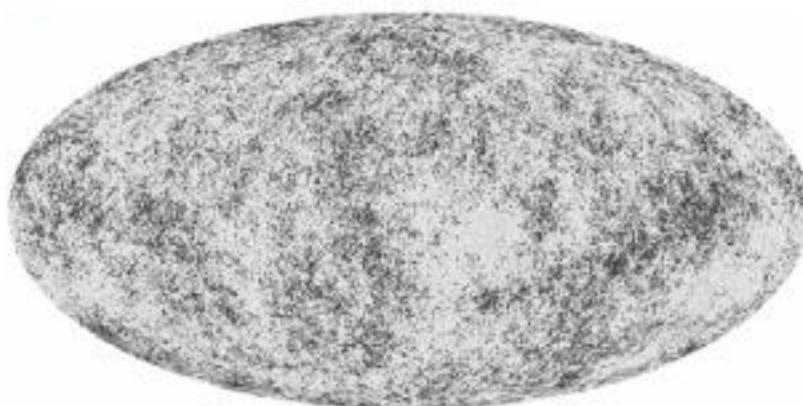
Bij de uitwerkingen van de examens staan puntenverdelingen aangegeven. Het toekennen van deze scorepunten behoeft een extra uitleg bij vaak voorkomende situaties:

- Een scorepunt bij een formule krijg je pas als je de juiste formule hebt geselecteerd **én** voor minstens één grootheid de juiste waarde hebt ingevuld.
Alleen het opschrijven van een formule levert **nooit** een scorepunt op.
- Als de waarden van twee of drie grootheden juist zijn opgezocht in Binas of ScienceData, levert dat meestal één scorepunt op.
Heb je maar één waarde goed opgezocht, dan levert dat geen punt op. Halve scorepunten worden niet gegeven.
- Als een vraag moet worden afgesloten met een berekening, krijg je het laatste scorepunt niet als je:
 - een rekenfout hebt gemaakt
 - de eenheid van een uitkomst niet of fout vermeld hebt

Planck

Kosmische achtergrondstraling is de straling die in het jonge heelal als warmtestraling ontstond. De meest gedetailleerde kaart van de kosmische achtergrondstraling laat intensiteitsverschillen van slechts 0,001% zien (zie figuur 1). De beelden konden verzameld worden dankzij de Planck-satelliet van de Europese ruimtevaartorganisatie ESA. De kosmische achtergrondstraling wordt nu waargenomen als microgolfstraling.

figuur 1

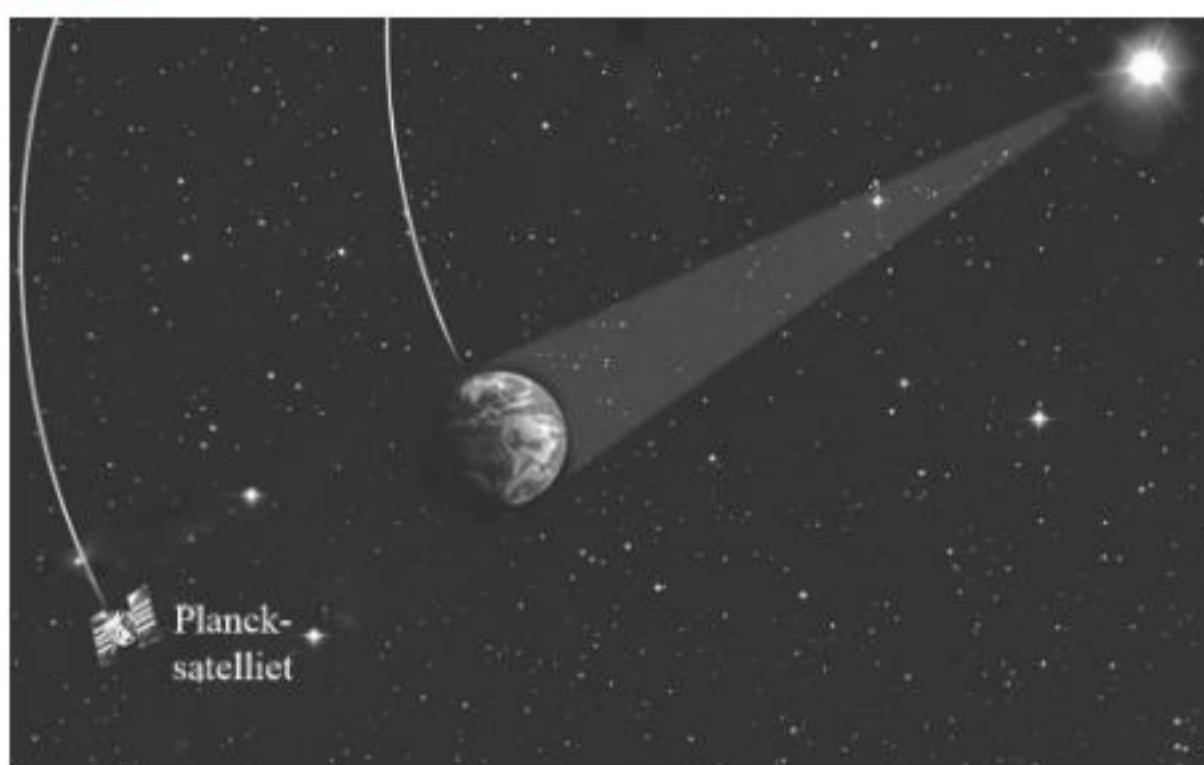


De opnamen voor de kaart van figuur 1 kunnen vanwege de aardatmosfeer niet vanaf het aardoppervlak gemaakt zijn.

- 1p 1 Geef hiervoor een reden.

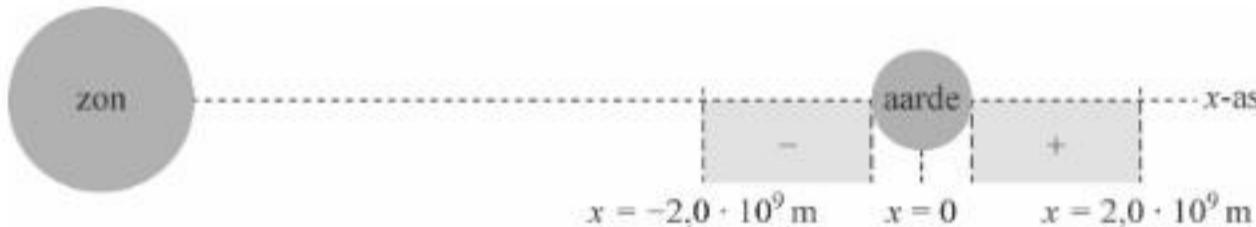
De Planck-satelliet draait rondjes om de zon. Hij heeft zijn metingen verricht vanuit een speciaal punt in de ruimte: het Lagrange punt L_2 . Het Lagrange punt L_2 ligt in het verlengde van de verbindinglijn van de zon naar de aarde en in dit punt is de omlooptijd van de satelliet gelijk aan die van de aarde. Zie figuur 2.

figuur 2



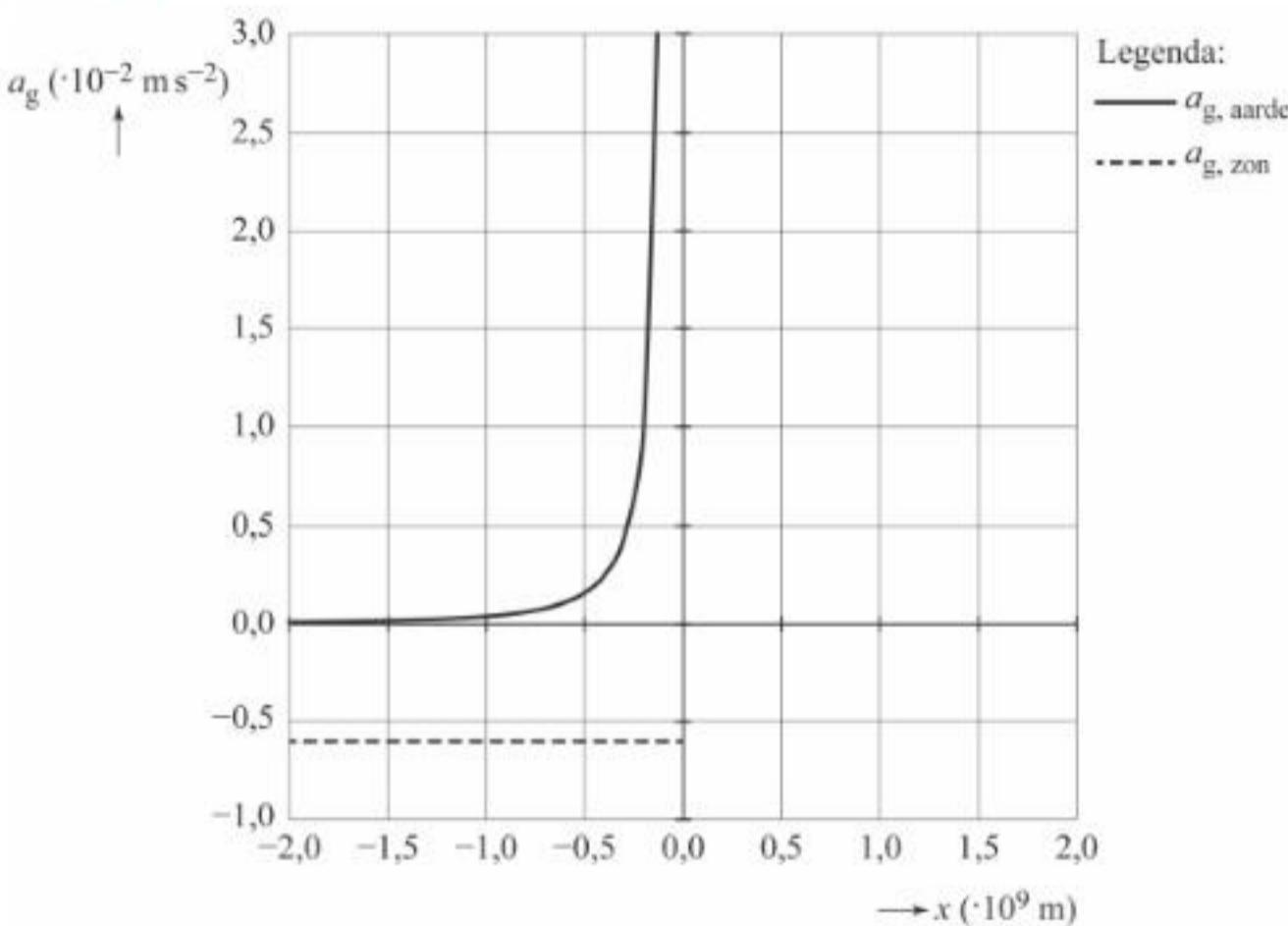
Thijs voert een modelstudie uit om te bepalen op welke afstand van de aarde het Lagrange punt L_2 zich bevindt. In zijn model is de x -as de verbindingslijn van de zon naar de aarde. Thijs beperkt zich in zijn onderzoek tot het gebied op de x -as waarvoor geldt dat de afstand x tot het middelpunt van de aarde kleiner is dan $2,0 \cdot 10^9$ m en groter dan of gelijk aan de straal van de aarde. Zie figuur 3. Deze figuur is niet op schaal. In zijn model definieert Thijs de richting naar rechts in de figuur als positief. Hoewel het Lagrange punt L_2 rechts van de aarde ligt, bekijkt Thijs dus ook wat er gebeurt bij negatieve waarden van x .

figuur 3



Thijs berekent met zijn model hoe de gravitatieversnelling ten gevolge van de zon, $a_{g, \text{zon}}$, en die ten gevolge van de aarde, $a_{g, \text{aarde}}$, afhangen van x (zie figuur 4).

figuur 4



Thijs heeft ervoor gezorgd dat zijn model zo goed mogelijk aan de werkelijkheid voldoet.

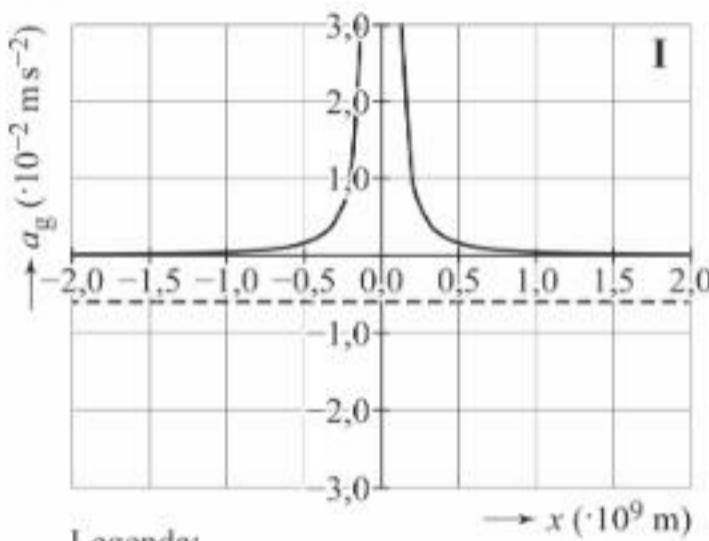
- 2p 2 Beantwoord de volgende twee vragen:

- Bij welke $|x|$ wordt de waarde van $a_{g, \text{aarde}}$ maximaal in het model?
- Geef de grootte van deze maximale waarde van $a_{g, \text{aarde}}$.

Van de modelwaarden van $a_{g, \text{zon}}$ en $a_{g, \text{aarde}}$ zijn in figuur 4 alleen de grafieklijnen bij negatieve waarden van x weergegeven. In figuur 5 zijn vier mogelijkheden gegeven van hoe de gehele grafiek, tot $x = 2,0 \cdot 10^9 \text{ m}$, kan lopen.

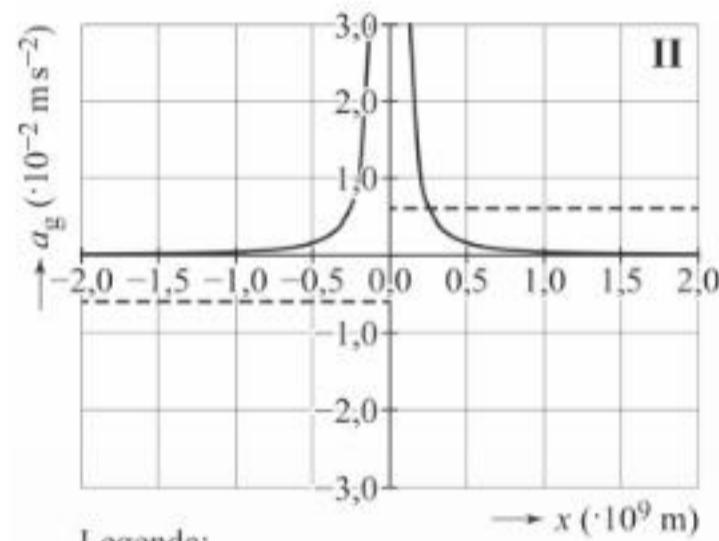
- 3p 3 Leg uit welke van de vier grafieken (I, II, III of IV) de situatie juist weergeeft.

figuur 5



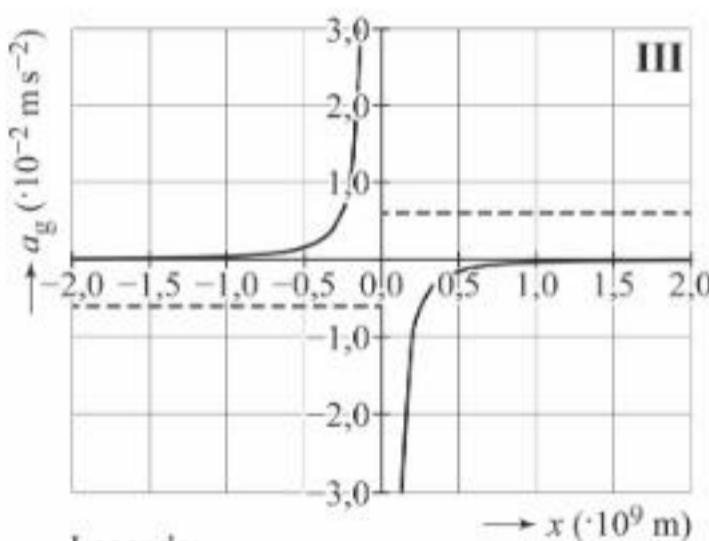
Legenda:

- $a_{g, \text{aarde}}$
- - - $a_{g, \text{zon}}$



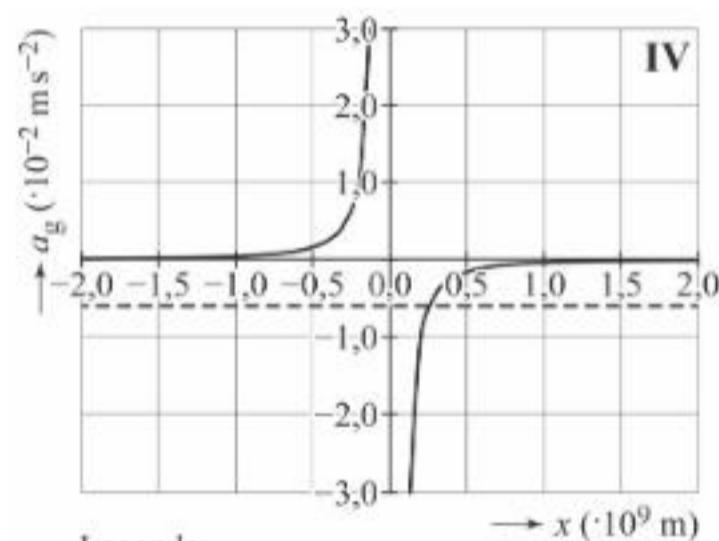
Legenda:

- $a_{g, \text{aarde}}$
- - - $a_{g, \text{zon}}$



Legenda:

- $a_{g, \text{aarde}}$
- - - $a_{g, \text{zon}}$



Legenda:

- $a_{g, \text{aarde}}$
- - - $a_{g, \text{zon}}$

Als een voorwerp een cirkelbeweging om een hemellichaam beschrijft, geldt de volgende formule:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a}} \quad (1)$$

Hierin is:

- T de omlooptijd om het hemellichaam in s
- r de baanstraal in m
- a de grootte van de gravitatieversnelling ten gevolge van het hemellichaam in m s^{-2}

- 4p 4 Leid formule (1) af gebruikmakend van formules uit een tabellenboek.

De Planck-satelliet in het Lagrange punt L_2 ondervindt zowel een gravitatiekracht van de zon als een gravitatiekracht van de aarde. Als gevolg daarvan luidt de formule voor de omlooptijd van de satelliet als volgt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a_{g, \text{res}}}} \quad (2)$$

Hierin is:

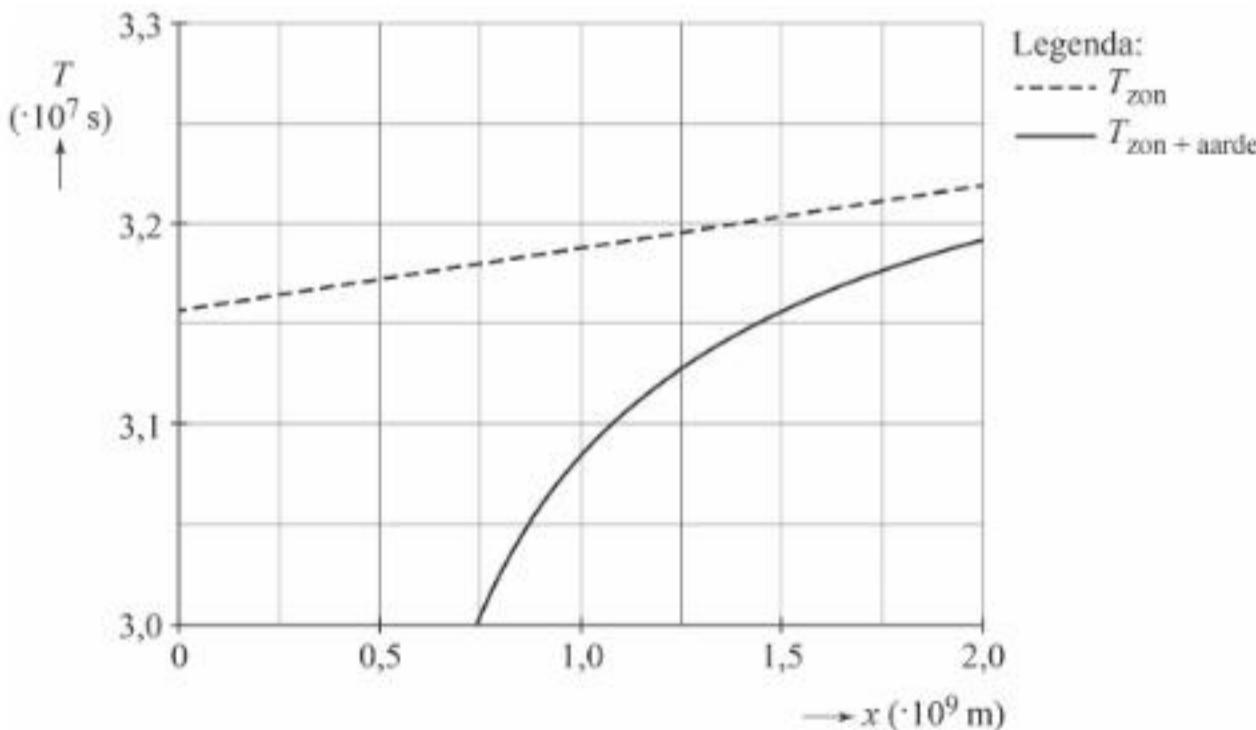
- T de omlooptijd om de zon in s
- r de baanstraal in m
- $a_{g, \text{res}}$ de grootte van de gravitatieversnelling ten gevolge van de resulterende gravitatiekracht in m s^{-2}

De baanstraal van de Planck-satelliet in het Lagrange punt L_2 is groter dan de baanstraal van de aarde. Toch is de omlooptijd T van de Planck-satelliet gelijk aan die van de aarde.

- 2p 5** Leg met behulp van formule (2) uit dat dat mogelijk is.

Om te bepalen op welke afstand van de aarde het Lagrange punt L_2 zich bevindt, berekent Thijs met zijn model bij verschillende waarden van x de omlooptijd T om de zon van een voorwerp dat zich bevindt op de verbindinglijn van de zon naar de aarde. Hij beperkt zich tot alleen de positieve waarden van x . Zijn resultaten zijn weergegeven in figuur 6.

figuur 6



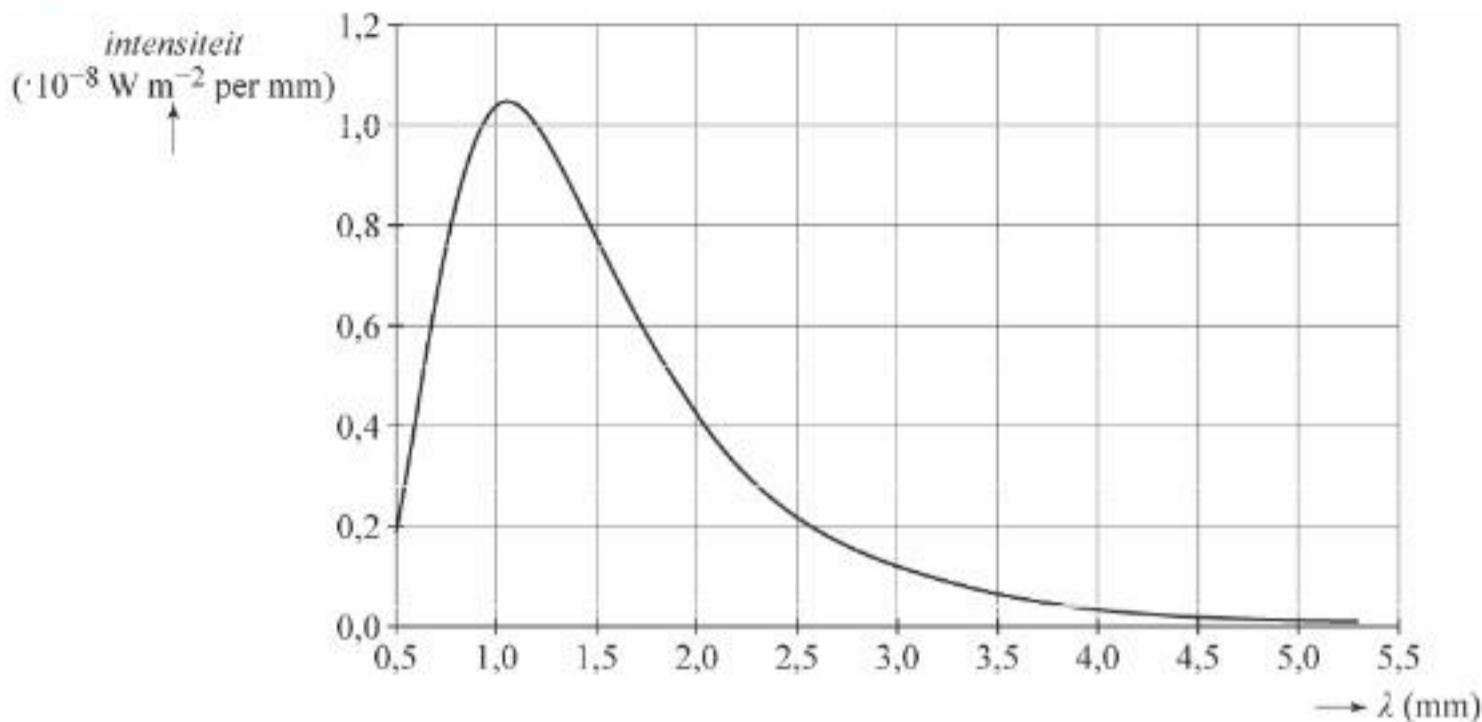
T_{zon} is de berekende omlooptijd als alleen de zon aanwezig zou zijn.

$T_{\text{zon} + \text{aarde}}$ is de berekende omlooptijd als er rekening wordt gehouden met de aanwezigheid van zowel de zon als de aarde.

- 3p 6** Bepaal met behulp van figuur 6 de afstand van het Lagrange punt L_2 tot het midden van de aarde.

De Planck-satelliet verrichtte metingen vanuit het Lagrange punt L_2 . In figuur 7 staat de stralingskromme van de kosmische achtergrondstraling die de satelliet heeft gemeten.

figuur 7



De temperatuur van de kosmische achtergrondstraling is gedefinieerd als de temperatuur van een voorwerp met de stralingskromme van figuur 7.

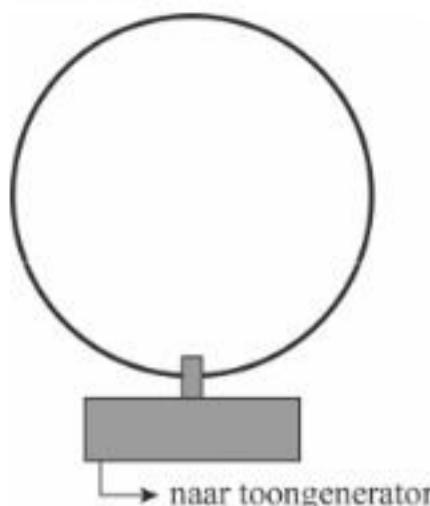
- 3p 7 Bepaal de temperatuur van de kosmische achtergrondstraling.

Cirkelgolf

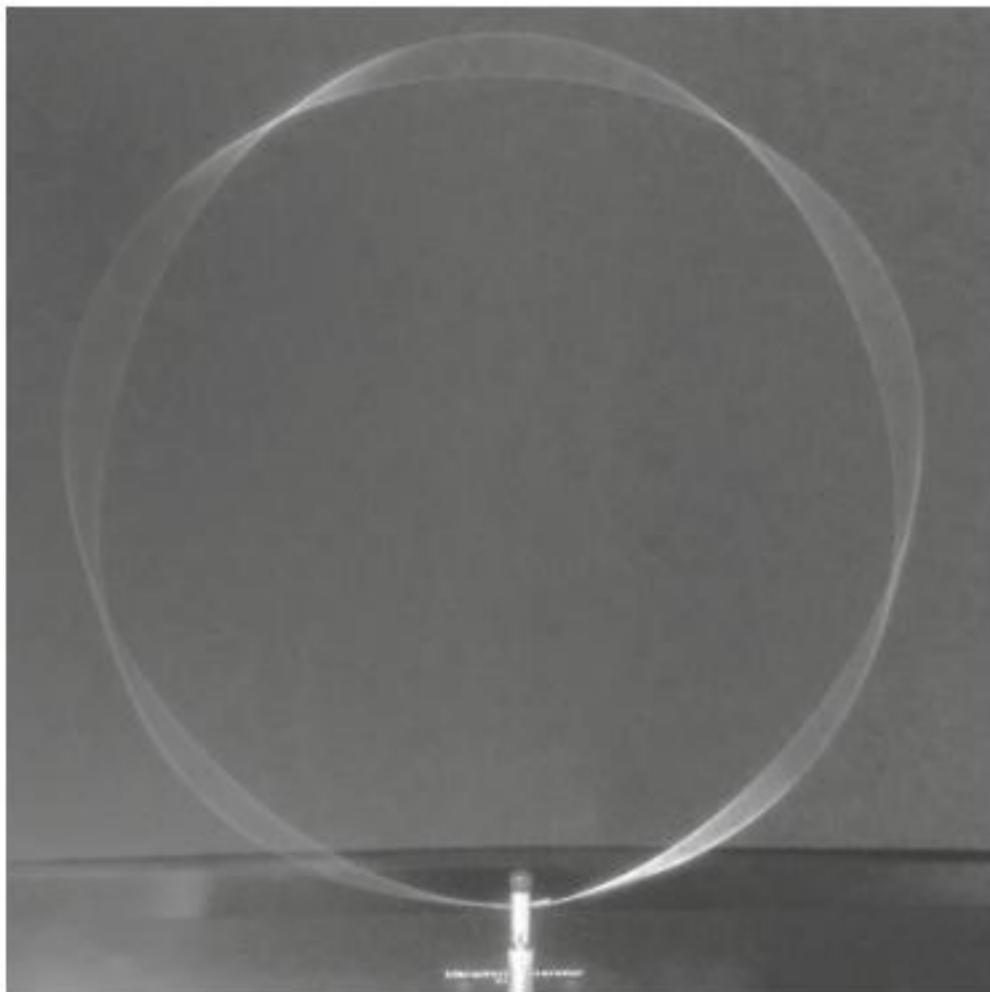
Roland en Arno bouwen de opstelling zoals schematisch weergegeven in figuur 1. In deze opstelling is een toongenerator verbonden met een trillingsapparaat. Aan het trillingsapparaat is een cirkelvormige metalen lus gekoppeld. Deze lus heeft een diameter van 24,5 cm.

Bij bepaalde ingestelde frequenties op de toongenerator ontstaat er een staande golf in de cirkelvormige lus. In figuur 2 is een voorbeeld van zo'n staande golf te zien.

figuur 1



figuur 2



De plek waar de lus aan het trillingsapparaat bevestigd is, mag beschouwd worden als een knoop.

Roland en Arno trekken op basis van figuur 2 de conclusie dat de golfsnelheid in de lus niet overal gelijk kan zijn.

- 2p 8 Leg uit hoe dit volgt uit figuur 2 met behulp van een formule uit een tabellenboek.

Op het moment dat de foto van figuur 2 gemaakt werd, stond de toongenerator ingesteld op 69 Hz.

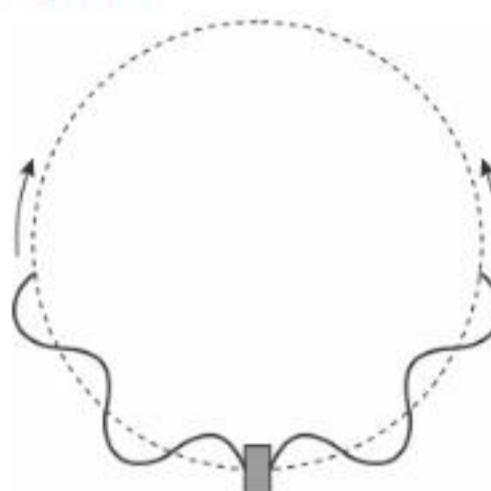
- 4p 9 Bepaal de gemiddelde golfsnelheid in de lus bij deze frequentie.

Roland en Arno variëren de frequentie van de toongenerator en kijken wanneer er een staande golf in de lus ontstaat. Hun waarnemingen staan in figuur 3.

figuur 3

aantal buiken	f (Hz)
3	19
5	69
7	$1,6 \cdot 10^2$
9	$2,6 \cdot 10^2$
11	$3,8 \cdot 10^2$

figuur 4



Het valt Roland en Arno op dat er alleen staande golven met een oneven aantal buiken in de lus ontstaan. In het bovenste punt van de lus ontstaat dus altijd een buik. In de lus beweegt een golf in de richting van de wijzers van de klok en een golf in de tegengestelde richting. Dit is schematisch weergegeven in figuur 4. Deze twee lopende golven interfereren met elkaar. Op plaatsen met constructieve interferentie ontstaan buiken en op plaatsen met destructieve interferentie ontstaan knopen.

- 3p 10 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit dat er in het bovenste punt van de lus alleen een buik kan ontstaan.
- Geef aan waarom er in die situatie alleen staande golven kunnen ontstaan met een oneven aantal buiken.

Roland en Arno gaan op zoek naar het verband tussen de frequentie van het trillingsapparaat en het aantal buiken dat in de lus ontstaat. Uit de meetresultaten in figuur 3 trekken ze de conclusie dat er onmogelijk sprake kan zijn van een recht evenredig verband.

- 3p 11 Toon met een berekening aan dat die conclusie juist is.

Via een trial-and-errormethode komen Roland en Arno tot het volgende verband tussen de frequentie en het aantal buiken in de lus:

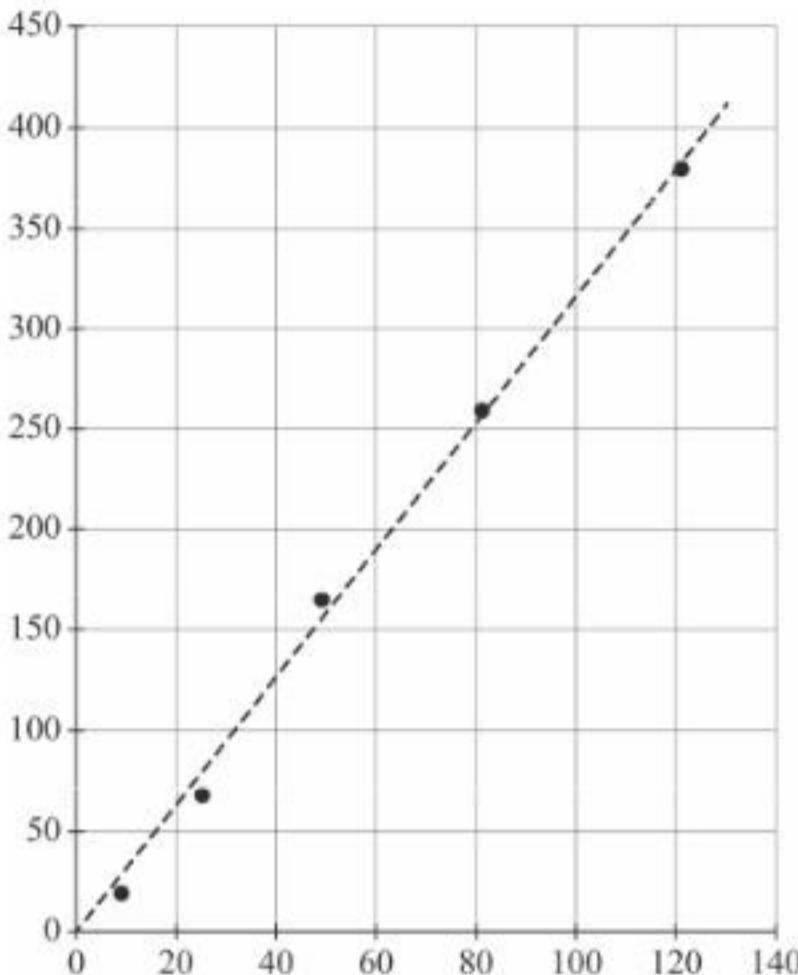
$$f = cn^2 \quad (1)$$

Hierin is:

- f de frequentie in Hz
- c een constante
- n het aantal buiken in de lus

In de grafiek van figuur 5 staan de meetresultaten uit figuur 3 grafisch weergegeven na een coördinatentransformatie. Het bijschrift bij beide assen is nog niet gegeven.

figuur 5



- 5p 12 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef het bijschrift dat vermeld moet worden bij de horizontale as.
- Geef het bijschrift dat vermeld moet worden bij de verticale as.
- Bepaal met behulp van figuur 5 de constante c in formule (1). Geef je antwoord in drie significante cijfers en met de juiste eenheid.

Roland en Arno vragen zich af of de constante c wel in drie significante cijfers mag worden opgegeven. Roland denkt dat de waarde moet worden opgegeven in één significant cijfer omdat het aantal buiken ook in één significant cijfer is opgegeven. Arno denkt dat met de gebruikte methode de waarde in drie significante cijfers kan worden opgegeven, hoewel de frequenties in twee significante cijfers zijn bepaald.

- 3p 13 Voer de volgende opdrachten uit:

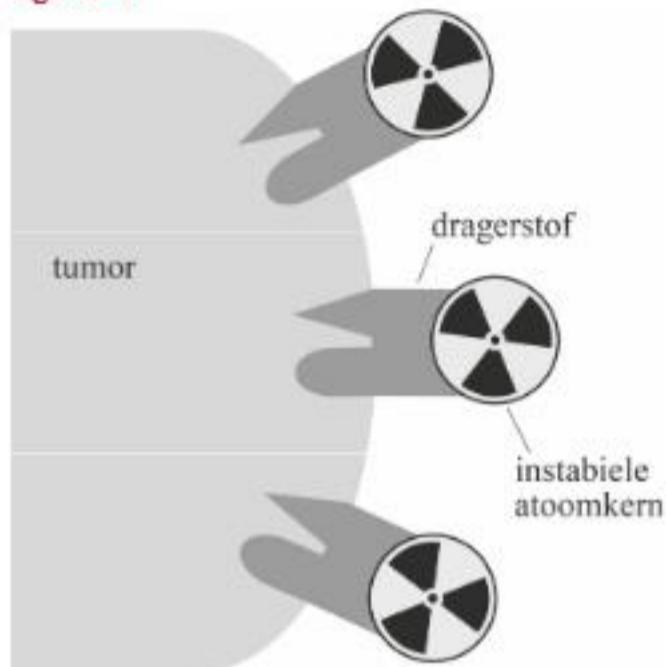
- Geef aan waarom Roland geen gelijk heeft.
- Leg uit dat de gedachte van Arno verdedigbaar is.

Alfanuclidetherapie

In de nuclidetherapie worden tumoren van binnen in het lichaam bestraald met behulp van instabiele atoomkernen. Deze atoomkernen kunnen alfa- of bètastralers zijn. Door de instabiele atoomkernen te koppelen aan een zogenaamde dragerstof, een stof die zich specifiek aan de tumor kan hechten, kan een heel gerichte bestraling worden bereikt. Zie figuur 1.

Bij het afremmen van de alfa- of bètadeeltjes tijdens hun weg door het tumorweefsel, komt energie vrij. Wanneer deze energie plaatselijk groot genoeg is, zal dat leiden tot het afsterven van tumorcellen.

figuur 1



De hoeveelheid energie die een ioniserend deeltje per eenheid van weglengte afgeeft aan de omringende materie wordt de *LET*-waarde genoemd. *LET* staat voor 'lineaire energie-overdracht' en is gedefinieerd volgens:

$$\text{LET-waarde} = -\frac{dE}{dx} \quad (1)$$

Hierin is:

- E de energie in keV
- x de weglengte in μm

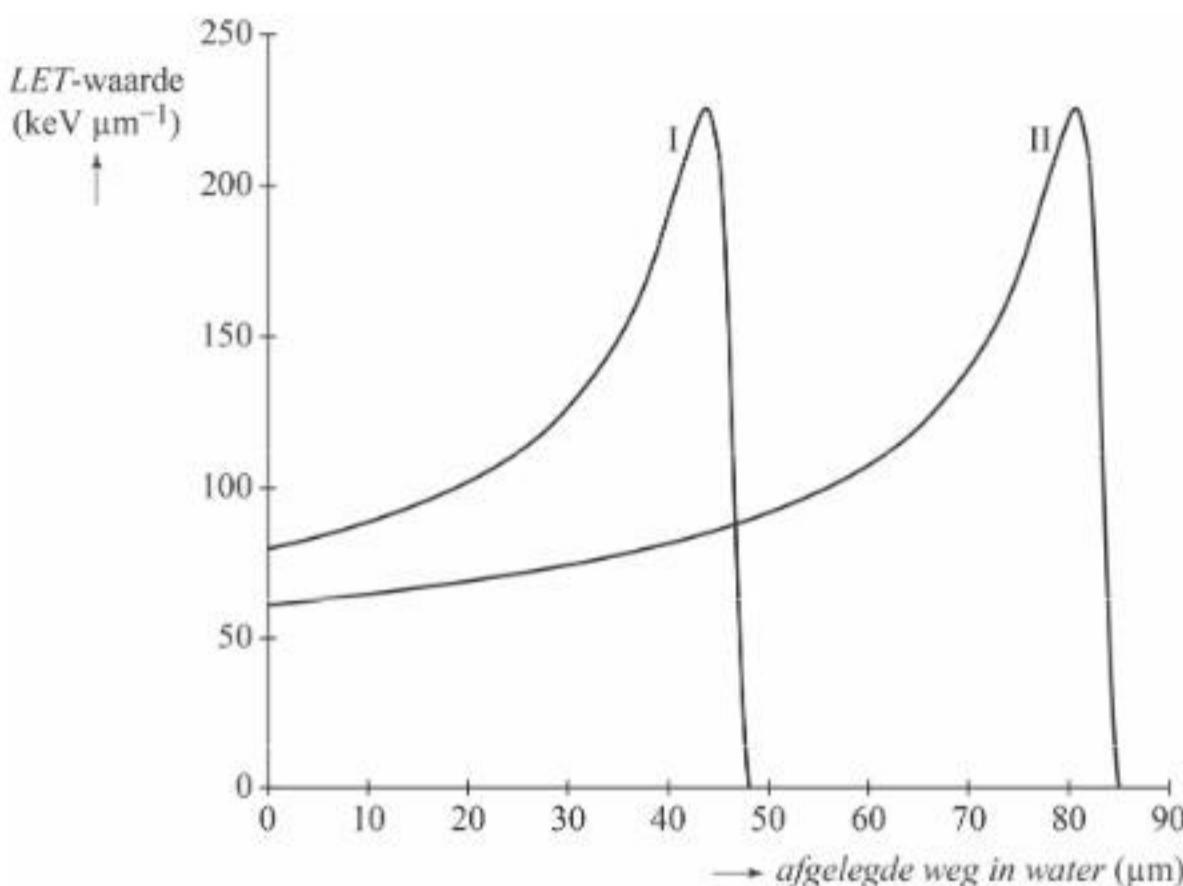
De *LET*-waarde kan ook geïnterpreteerd worden als de 'stopkracht' die werkt op het deeltje. De eenheid van *LET*-waarde is $\text{keV } \mu\text{m}^{-1}$.

- 2p 14** Leid af dat ook newton (N) een eenheid van *LET*-waarde is.

Alfastralers leiden in het algemeen tot hogere *LET*-waarden dan bètastralers, en zijn om die reden geschikter voor nuclidetherapie.

Van twee alfastralers, I en II, is gemeten hoe de *LET*-waarde varieert met de afgelegde weg in water. Zie figuur 2. Het gedrag in water is vergelijkbaar met dat in weefsel.

figuur 2



In figuur 2 is te zien dat de *LET*-waarde een maximum heeft. Voordat dit maximum bereikt wordt, geldt voor een alfadeeltje: hoe lager de snelheid, hoe hoger de *LET*-waarde.

- 2p 15 Leg dit uit met behulp van figuur 2.

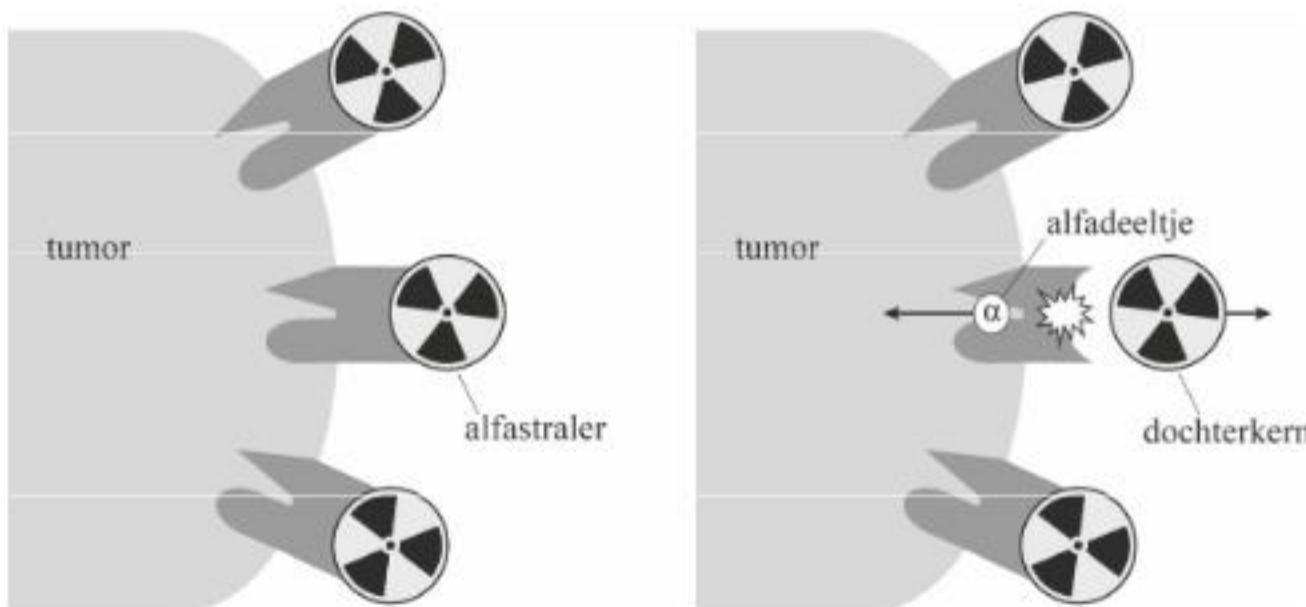
De alfadeeltjes van alfastralaler I hebben bij binnengang een hogere *LET*-waarde dan de alfadeeltjes van alfastralaler II. Alfadeeltjes van alfastralaler I komen dus met een lagere kinetische energie het water in dan alfadeeltjes van alfastralaler II.

- 4p 16 Leg uit op welke andere **twee** manieren dat is af te leiden uit figuur 2.

Alfastralers zijn geschikter voor nuclidetherapie dan bètastralers, maar ze kennen ook een praktisch nadeel dat bij het gebruik van bètastralers niet optreedt. Het uitzenden van een alfadeeltje leidt tot een grote terugslag van de dochterkern. Door deze terugslag kan de dochterkern zich losrukken van de dragerstof. Een dochterkern is zelf vaak ook instabiel.

Zie de schematische weergave in figuur 3.

figuur 3



- 2p 17 Leg uit welk nadeel er optreedt voor de patiënt wanneer de dochterkern loskomt van de dragerstof.

De grootte van de terugslag is recht evenredig met de grootte van de impuls van het uitgezonden deeltje. De impuls van een deeltje is een natuurkundige grootheid die de mate van beweging van het deeltje aangeeft.

Voor de impuls van een deeltje geldt:

$$p = \sqrt{2E_k m} \quad (2)$$

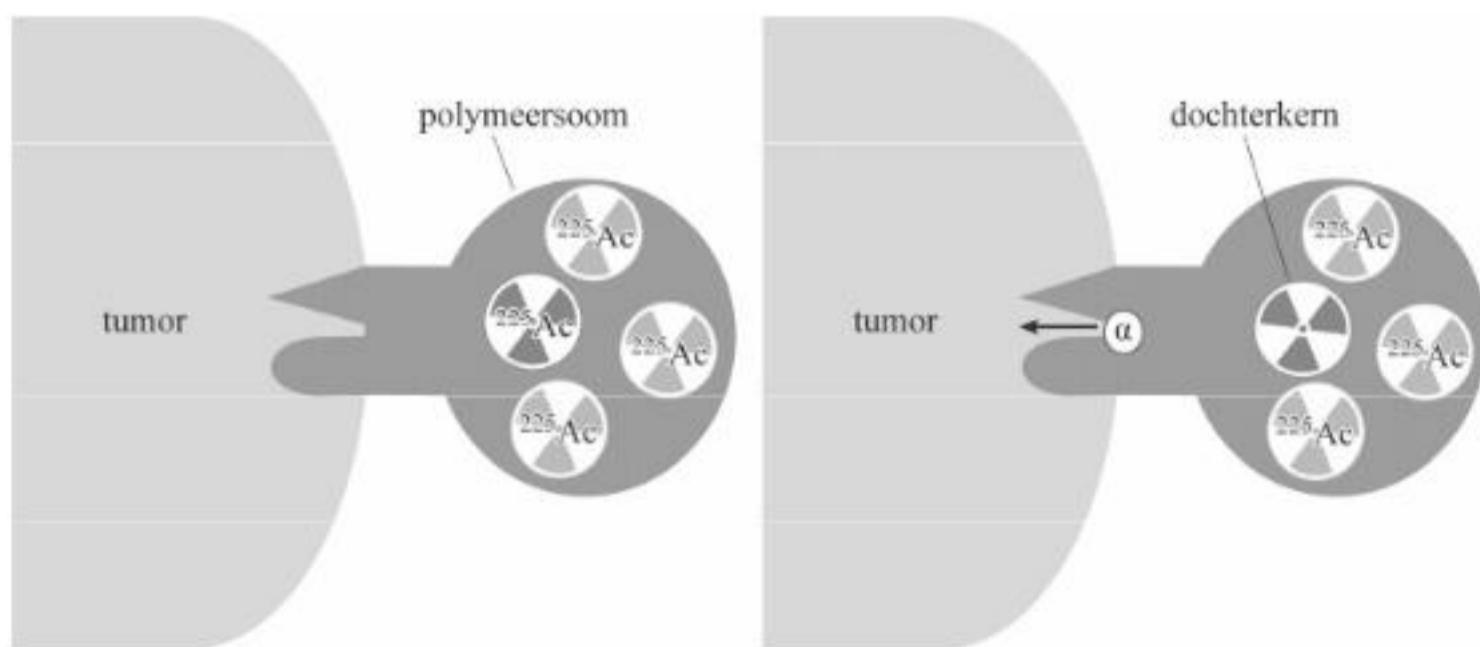
Hierin is:

- p de impuls in kg ms^{-1}
- E_k de kinetische energie in J
- m de massa in kg

- 3p 18 Toon aan dat, bij gelijke energieën, de impuls van een alfadeeltje 85 maal zo groot is als de impuls van een bétadeeltje.

Om te voorkomen dat de dochterkern zich losrukt van de dragerstof, is aan de TU Delft onderzocht of het mogelijk is om alfastralers in te kapselen in kleine bolletjes, zogenaamde polymeersomen. De dochterkernen van de alfastralers blijven dan gevangen in het polymeersoom. Als alfastraler wordt vaak actinium-225 gebruikt. In figuur 4 is dit schematisch weergegeven.

figuur 4

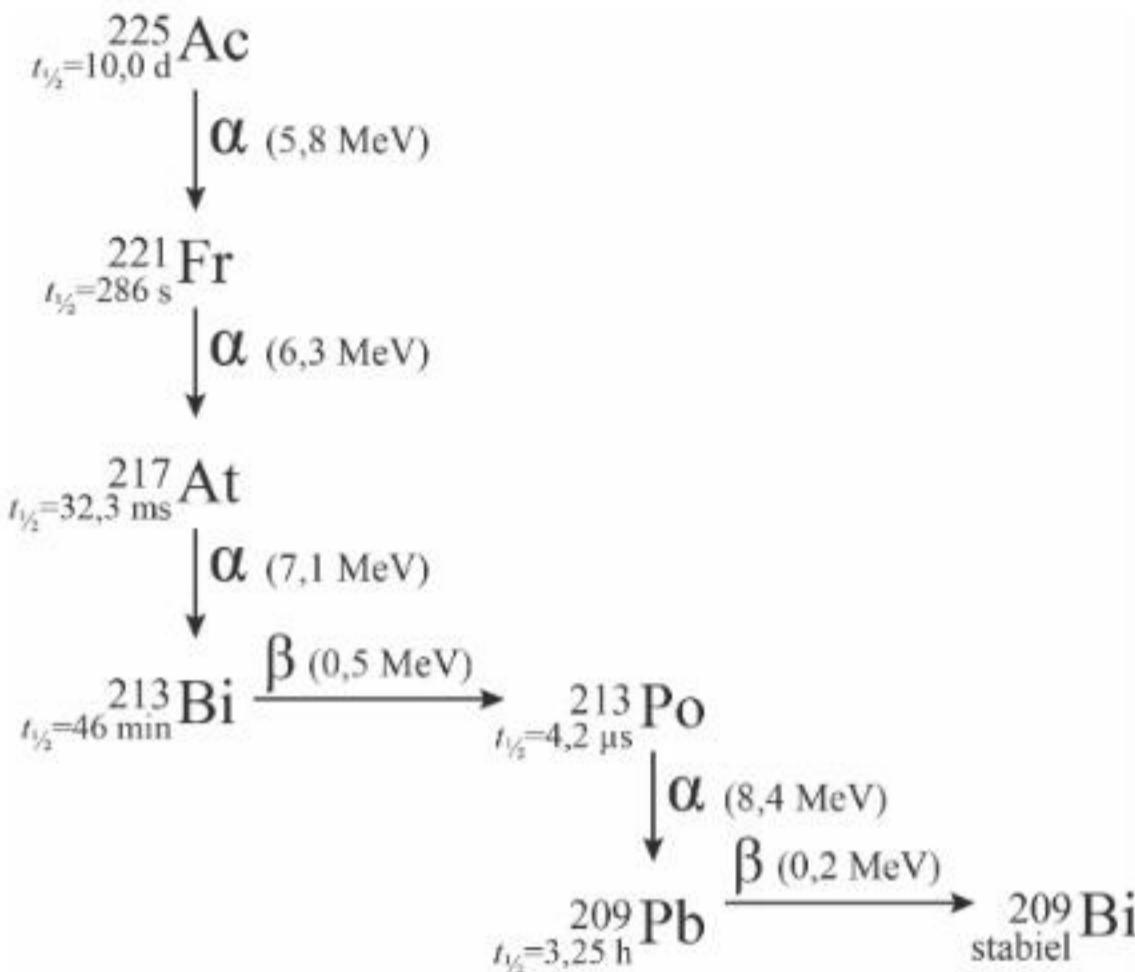


Er zijn tests uitgevoerd met polymeersomen die bij inbreng in het lichaam elk een hoeveelheid actinium-225 bevatten met een activiteit van 0,10 kBq.

- 4p 19 Bereken de massa actinium-225 per polymeersoom bij inbreng in het lichaam.

In figuur 5 is de meest voorkomende vervalreeks gegeven van actinium-225 tot aan het stabiele bismut-209.

figuur 5



Het dosisequivalent dat de tumor ontvangt, wordt groter doordat de dochterkernen van actinium-225 gevangen blijven in het polymeersoom.

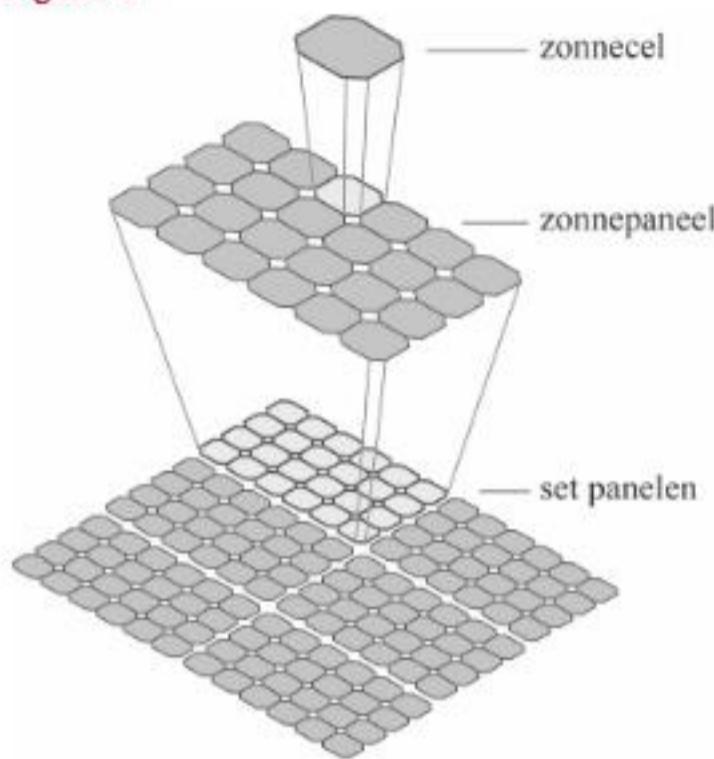
- 4p **20** Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef twee redenen waarom er in de bepaling van het dosisequivalent alleen rekening gehouden hoeft te worden met het alfaverval.
- Bepaal, met behulp van figuur 5, hoeveel keer zo groot dit dosisequivalent is bij gebruik van een polymeersoom.

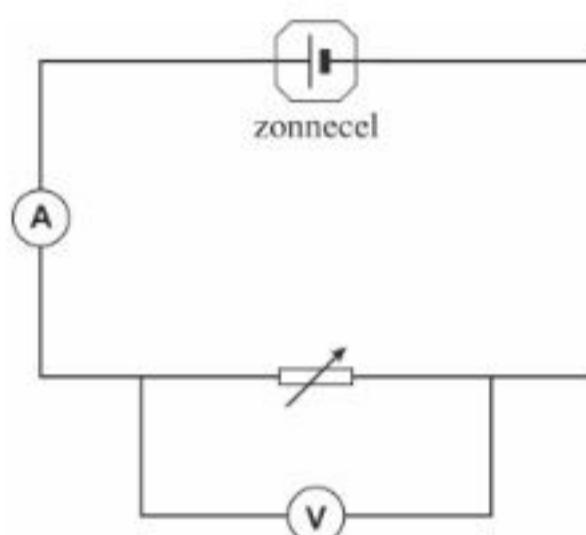
Zonnepanelen

Een zonnepaneel bestaat uit een aantal zonnecellen die in serie geschakeld zijn. Zonnepanelen kunnen weer in een grotere schakeling opgenomen worden en bijvoorbeeld op een dak geplaatst worden. Zie figuur 1. Femke en Lotta onderzoeken hoe het vermogen dat een zonnecel levert, afhangt van de grootte van de weerstand die erop is aangesloten. Ze leggen één zonnecel in de zon. Op de zonnecel schijnt de zon met een constante intensiteit. Ze sluiten een variabele weerstand op de zonnecel aan en meten dan de stroom door en de spanning over de zonnecel. Zie figuur 2. Ze berekenen het vermogen dat de zonnecel levert en zetten hun resultaten in een grafiek, zie figuur 3.

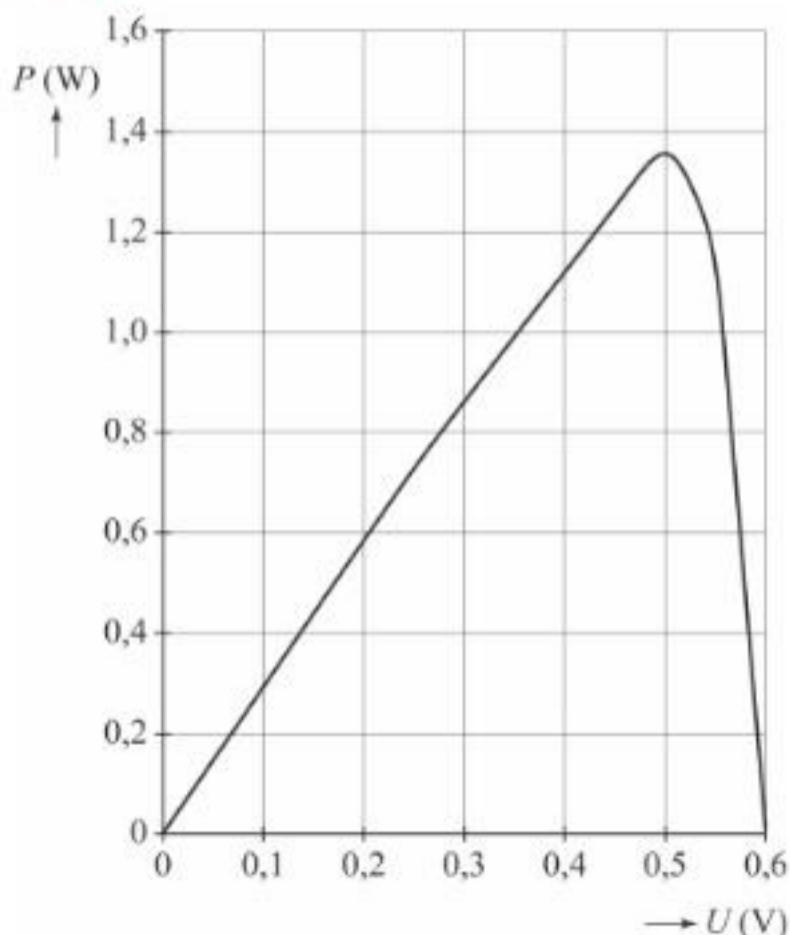
figuur 1



figuur 2



figuur 3



Bij een spanning van 0,50 V is het vermogen dat de zonnecel levert maximaal. De stroomsterkte is dan 2,7 A.

- 3p 21 Toon dat aan.

Eén zonnepaneel bestaat uit 24 zonnecellen die in serie geschakeld zijn. De spanning van elke zonnecel wordt stabiel op 0,50 V gehouden. Op de uitwerkbijlage staat een vereenvoudigd symbool van één zonnepaneel getekend.

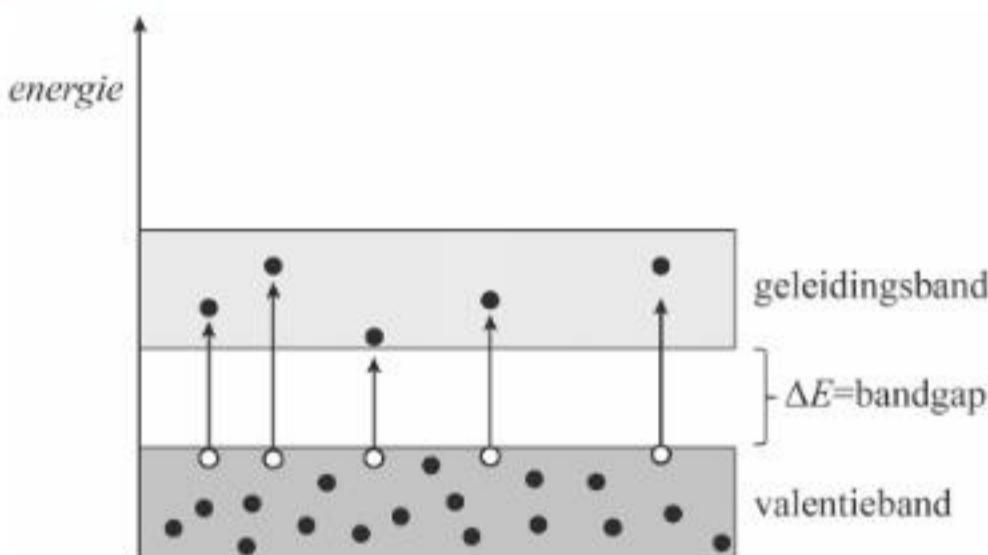
- 5p 22 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat de spanning over één zonnepaneel 12 V is.
- Teken op de uitwerkbijlage nog 5 zonnepanelen en verbind de 6 zonnepanelen zodat ze gezamenlijk een spanning van 36 V leveren.
- Bereken de stroomsterkte die deze schakeling levert als elk paneel belicht wordt met dezelfde zonne-intensiteit als in het onderzoek van Femke en Lotta.



Een zonnecel is gemaakt van een zogenaamd halfgeleidermateriaal. In een halfgeleider kan een elektron slechts in banden van zeer dicht bij elkaar gelegen energieniveaus bestaan. Twee van zulke banden zijn de valentieband en de geleidingsband. Daartussen zit bij een halfgeleider een energiesprong, de zogeheten bandgap (zie figuur 4). In de grondtoestand is de valentieband volledig bezet met elektronen. De geleidingsband is dan nog niet met elektronen bezet.

figuur 4



Een foton kan één elektron vrijmaken uit het atoomrooster. Dit gebeurt alleen als de energie van dat foton groot genoeg is (groter dan de bandgap). Het elektron gaat dan van een energieniveau in de valentieband naar een energieniveau in de geleidingsband. Als er elektronen in de geleidingsband zitten, wordt het materiaal geleidend en kan er een stroom gaan lopen.

Femke merkt op dat het bovenstaande proces lijkt op het foto-elektrisch effect.

- 2p 23 Geef een overeenkomst **en** een verschil tussen het bovenstaande proces en het foto-elektrisch effect.

figuur 5

materiaal	bandgap in eV
CdTe	1,58
Ge	0,72
InSb	0,23
PbSe	0,27
Si	1,10
ZnS	3,60
ZnSe	2,70

In figuur 5 staat voor verschillende materialen de bandgap weergegeven. Femke en Lotta gebruiken een zonnecel gemaakt van silicium. Een bepaald foton brengt een elektron in de geleidingsband van deze zonnecel.

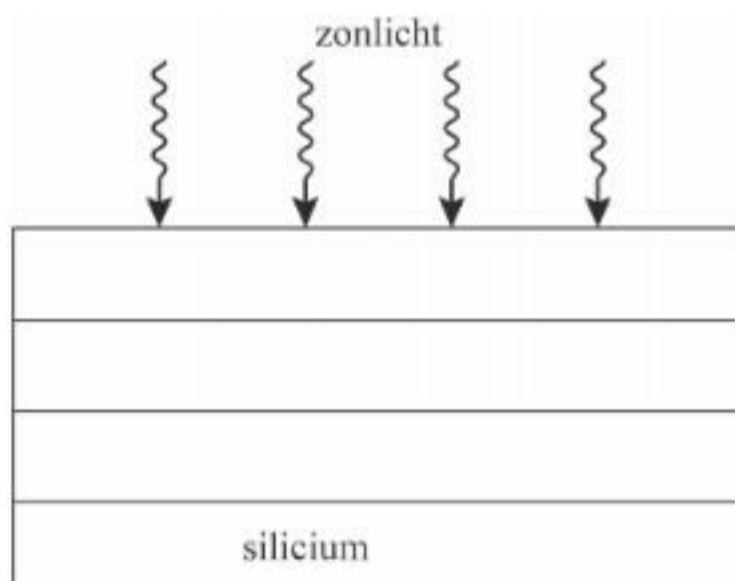
- 3p **24** Bepaal met behulp van figuur 5 wat de golflengte van dit foton maximaal kan zijn.

Zonlicht bestaat uit fotonen van verschillende energieën. Fotonen met meer energie dan nodig is om de bandgap te overbruggen, geven het overschot van hun energie af in de vorm van warmte. Hiermee daalt het rendement van een zonnecel. Om het rendement te verhogen worden dunne laagjes van andere halfgeleiders op het silicium aangebracht. Deze laagjes zijn zo dun dat fotonen erdoorheen kunnen gaan.

Op de uitwerkbijlage staat schematisch een dwarsdoorsnede van een zonnecel getekend, met drie dunne laagjes op het silicium. Ieder laagje is gemaakt van een ander materiaal uit figuur 5.

- 4p **25** Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef op de uitwerkbijlage in iedere laag aan van welk materiaal uit figuur 5 deze laag gemaakt is.
- Leg je antwoord uit.



Je kunt dit examen nakijken met de uitwerkingen hierna óf online op mijnexamenbundel.nl. Je ziet dan je totaalscore en je score per onderwerp. Deze worden bewaard.



Hints bij examen 2021-I

- 1 Is de atmosfeer van de aarde homogeen?
- 2 – Wat is de kleinste waarde die $|x|$ kan aannemen?
– Zie Binas 7A.
- 3 Wat is de invloed van de aanwezigheid van de aarde op $a_{g,zon}$?
- 4 Zie Binas 35A2 en Binas 35A3.
- 5 Waar zijn $a_{g,zon}$ en $a_{g,aarde}$ gelijk gericht?
- 6 Bepaal eerst met figuur 6 de omloopijd van de aarde om de zon.
- 7 Gebruik de wet van Wien.
- 8 Vergelijk de afstanden tussen de knopen.
- 9 Hoeveel golflengten passen er op de lus?
- 10 – Wat weet je van het faseverschil van twee golven bij constructieve interferentie?
– Links en rechts van het midden van de lus zijn er evenveel buiken.
- 11 Wanneer zijn twee grootheden recht evenredig met elkaar?
- 12 Wat weet je van de helling van de lijn in figuur 5?
- 13 – Het aantal buiken n wordt bepaald door te tellen, niet door te meten.
– Geeft aflezen in de grafiek meer of minder nauwkeurigheid?
- 14 Zie Binas 4.
- 15 Wat gebeurt er in het water met de snelheid van het alfadeeltje?
- 16 Wat stelt de oppervlakte onder de grafieken voor? En wat weet je van de dracht?
- 17 Bedenk dat de dochterkern niet meer gebonden is aan de dragerstof.
- 18 Zie Binas 7B en 25A.
- 19 Bereken eerst de hoeveelheid atomen actinium-225 in één polymersoom.
- 20 – Welke eigenschappen van alfaverval bepalen het dosisequivalent?
– Hoe vaak vindt er in de vervalreeks alfaverval plaats?
- 21 Lees het maximale vermogen van een zonnecel af in figuur 3.
- 22 – De zonnecellen zijn in serie geschakeld.
– Maak gebruik van zowel serieschakelingen als parallelschakelingen.
– De stroomsterkte in één zonnecel is 2,7 A.
- 23 Wat gebeurt er met de elektronen als ze zijn losgemaakt?
- 24 Zie Binas 35E2.
- 25 Fotonen met de meeste energie moeten als eerste geabsorbeerd worden.

Uitwerkingen bij examen 2021-I

Planck

- 1p 1 – De atmosfeer van de aarde houdt een deel van de straling uit het microgolfgebied tegen.
– Op verschillende tijdstippen en op verschillende plaatsen is de samenstelling van de atmosfeer anders.
– In de atmosfeer wordt ook microgolfstraling gemeten die afkomstig is uit de omgeving.

- 2p 2 – De waarde van $a_{g,aarde}$ is maximaal op het aardoppervlak, dus bij $|x| = r_{aarde}$ [1p]
– De maximale waarde van $a_{g,aarde}$ is $9,8 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A) [1p]

- 3p 3 Zie figuur 5.

De gravitatieversnelling $a_{g,zon}$ ten gevolge van de zon wordt niet beïnvloed door de aanwezigheid van de aarde. De gestippelde grafieklijn moet daarom een (vrijwel) horizontaal lopende lijn zijn. [1p]

De grafieken II en III vallen dus af.

De gravitatieversnelling $a_{g,aarde}$ ten gevolge van de aarde is voor negatieve waarden van x naar rechts gericht en is daar dus positief; voor positieve waarden van x is $a_{g,aarde}$ naar links gericht en dus negatief (zie figuur 3). [1p]

Grafiek IV geeft deze situatie juist weer. [1p]

- 4p 4 Er geldt: $F_{g,hemellichaam} = F_{mpz}$ [1p] \Rightarrow

$$\Rightarrow m \cdot a = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A3 en 35A2}) \Rightarrow a = \frac{v^2}{r}, \text{ waarin:}$$

$F_{g,hemellichaam}$ = gravitatiekracht op het hemellichaam

F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht op het hemellichaam

m = massa van het hemellichaam

a = versnelling van het hemellichaam

v = snelheid van het hemellichaam

r = baanstraal van het hemellichaam

Ook geldt: $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ [1p] (Binas 35A2)

Vul de formule voor v in de formule voor a in:

$$a = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r}{a} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{a}} \quad [1p]$$

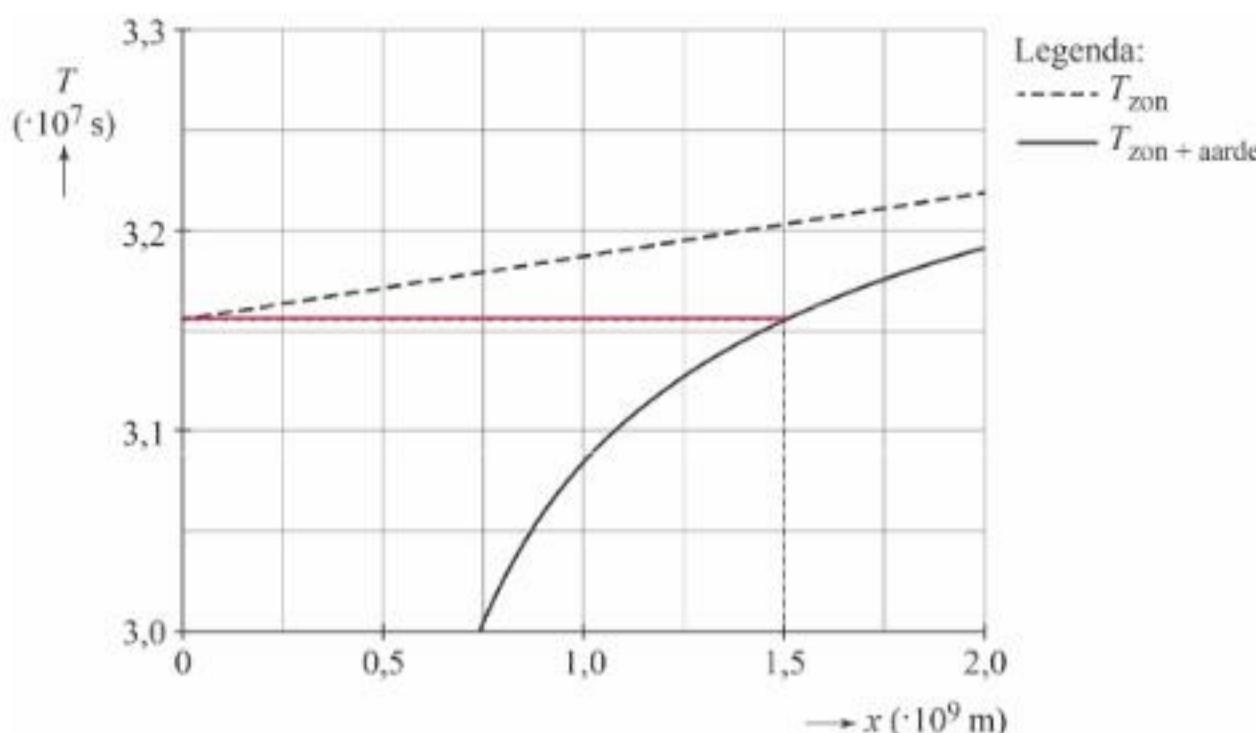
- 2p 5 Als de omlooptijd T van de satelliet om de zon gelijk moet zijn aan de omlooptijd van de aarde, moet volgens formule 2 de waarde van $a_{g,res}$ groter zijn als de waarde van r groter is. [1p]

Bij waarden van r die groter zijn dan de baanstraal van de aarde hebben $a_{g,zon}$ en $a_{g,aarde}$ dezelfde richting (zie de figuren 2 en 3). Dat betekent dat in het

Lagrange punt L_2 geldt dat $a_{g,res} = a_{g,zon} + a_{g,aarde}$ groter is dan $a_{g,zon}$. [1p]

Het is dus mogelijk dat de omlooptijd T van de Plancksatelliet gelijk is aan die van de aarde.

- 3p 6 Zie de tekening.



Je vindt de omlooptijd T van de aarde om de zon door de gestippelde grafieklijn T_{zon} af te lezen bij $x = 0$: $T = 3,16 \cdot 10^7$ s

De omlooptijd van de satelliet in het Lagrange punt L_2 is dus ook $3,16 \cdot 10^7$ s. [1p]

In het Lagrange punt L_2 wordt de omlooptijd bepaald door het gravitatieveld van de zon en de aarde samen (de getrokken grafiek). Je vindt de afstand x_{L_2} van het Lagrange punt L_2 tot het midden van de aarde door een horizontale lijn te tekenen vanuit het punt $(0 ; 3,16 \cdot 10^7)$. [1p] Deze rode lijn snijdt de grafieklijn $T_{\text{zon+aarde}}$ in het punt waarvoor geldt: $x_{L_2} = 1,50 \cdot 10^9$ m [1p]

- 3p 7 De temperatuur T van de kosmische achtergrondstraling kun je bepalen met de wet

van Wien: $\lambda_{\max} \cdot T = k_W$ [1p] (Binas 35E1) $\Rightarrow T = \frac{k_W}{\lambda_{\max}}$, waarin:

λ_{\max} = golflengte waarin de meeste straling wordt uitgezonden = $1,05$ mm = $1,05 \cdot 10^{-3}$ m [1p] (afgelezen in figuur 7)

k_W = constante van Wien = $2,898 \cdot 10^{-3}$ m K (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } T = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{1,05 \cdot 10^{-3}} = 2,76 \text{ K} \quad [1p]$$

Cirkelgolf

- 2p 8 Voor de golfsnelheid v van de golf in de lus geldt:

$$v = f \cdot \lambda \quad [1p] \quad (\text{Binas 35B2}), \text{ waarin:}$$

f = frequentie van de golf

λ = golflengte van de golf

De golflengte λ is in de lus niet overal gelijk: de achtereenvolgende knoop-knoopafstanden (halve golflengten) verschillen. [1p]

De frequentie f is constant, dus de golfsnelheid v in de lus is niet overal even groot.

- 4p 9 Voor de gemiddelde golfsnelheid v in de lus geldt:

$v = f \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35B2), waarin:

f = frequentie van de toongenerator = 69 Hz

λ = gemiddelde van de golflengte in de lus.

Er zijn 5 knopen en 5 buiken te zien in figuur 2.

Er passen dus 5 halve golflengten op de lus. [1p] Dan geldt:

$$\lambda = \frac{\text{omtrek lus}}{5 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\pi \cdot d}{2,5} \quad [1p] \text{ (Binas 36B), met:}$$

d = diameter van de lus = 24,5 cm = $24,5 \cdot 10^{-2}$ m

$$\text{zodat: } \lambda = \frac{\pi \cdot 24,5 \cdot 10^{-2}}{2,5} = 0,308 \text{ m}$$

Invullen: $v = 69 \cdot 0,308 = 21 \text{ m s}^{-1}$ [1p]

- 3p 10 – In het bevestigingspunt van de lus (onderste punt) vertrekken op hetzelfde moment twee golven. Eén gaat linksom en één rechtsom. In het onderste punt is het faseverschil tussen deze twee golven 0.

In het hoogste punt van de lus komen de twee golven tegelijkertijd aan, doordat ze dezelfde afstand hebben afgelegd (ieder een halve lus). [1p]

In dat punt is het faseverschil tussen de golven nog steeds 0. [1p]

Er treedt constructieve interferentie op, dus er ontstaat daar een buik.

- In de lus bevindt zich een knoop in het onderste punt en een buik in het bovenste punt. Bij elke staande golf zijn er daardoor links van het midden evenveel buiken als rechts van het midden. Dat betekent dat er alleen staande golven kunnen ontstaan met een oneven aantal buiken. [1p]

- 3p 11 Er bestaat tussen twee grootheden een recht evenredig verband als het volgende geldt:

Als grootheid 1 een factor n groter wordt, wordt grootheid 2 ook een factor n groter. [1p]

Vergelijk de eerste en de vierde meting uit de tabel met elkaar. Als het aantal buiken $3 \times$ zo groot wordt (van 3 naar 9), wordt de frequentie niet $3 \times$ zo groot (van 19 naar $2,6 \cdot 10^2$). [1p]

Er is dus geen recht evenredig verband tussen de frequentie f en het aantal buiken in de lus. [1p]

- 5p 12 – Op de horizontale as is het bijschrift: n^2 [1p] (geen eenheid)

n is het aantal buiken in de lus.

- Op de verticale as is het bijschrift: f (Hz) [1p]

f is de frequentie van de toongenerator.

- Volgens $f = c \cdot n^2 \Rightarrow c = \frac{f}{n^2}$ is c de helling van de lijn in figuur 5. [1p]

Kies voor de bepaling van c bijvoorbeeld: $f = 350$ Hz

De bijbehorende waarde van n^2 lees je af op de horizontale as: $n^2 = 110$,

$$\text{zodat: } c = \frac{350}{110} = 3,18 \text{ s}^{-1} \quad [2p]$$

- 3p 13 – Het aantal buiken n wordt bepaald door de buiken te tellen. n is dus een telwaarde (een geheel getal), die het aantal significante cijfers niet beïnvloedt. Roland heeft dus geen gelijk. [1p]

- De waarden van de frequenties in de tabel van figuur 3 zijn door *meting* verkregen. De waarde van de frequentie f die wordt gebruikt in formule (1) is *afgelezen* in figuur 5. De rechte trendlijn in figuur 5 is zo goed mogelijk getrokken door de vijf meetpunten uit de tabel, waardoor de afgelezen frequenties een grotere nauwkeurigheid hebben dan de gemeten frequenties. [2p] Daarom is de gedachte van Arno verdedigbaar.

Alfanuclidetherapie

2p **14** Er geldt: $LET\text{-waarde} = -\frac{dE}{dx} \Rightarrow [LET\text{-waarde}] = \frac{[E]}{[x]} = \frac{N \cdot m}{m}$ [1p] (Binas 4) = N [1p]

2p **15** Zie figuur 2.

Als een alfadeeltje verder doordringt in het water, wordt zijn snelheid lager [1p] doordat het onderweg energie aan het water heeft afgegeven. Hoe verder het alfadeeltje doordringt, hoe lager zijn snelheid en hoe hoger zijn *LET*-waarde. [1p]

4p **16** *manier 1*

De hoeveelheid kinetische energie van een alfadeeltje dat binnendringt, komt overeen met de oppervlakte onder de grafiek. [1p] De oppervlakte onder grafiek I is kleiner dan die onder grafiek II, dus alfadeeltjes van alfastraler I komen met een lagere energie het water in. [1p]

manier 2

De dracht van een alfadeeltje in het water is een maat voor de kinetische energie van het deeltje. Alfadeeltjes van alfastraler I dringen minder ver door in het water ($48 \mu\text{m}$) dan alfadeeltjes van alfastraler II ($85 \mu\text{m}$) [1p], dus alfadeeltjes van alfastraler I komen met een lagere energie, en dus ook met een lagere snelheid, binnen. [1p]

2p **17** Wanneer de dochterkern loskomt van de dragerstof kan deze ongecontroleerd door het lichaam gaan zwerven. [1p] De dochterkern is zelf ook instabiel en kan dus overal in het lichaam gezond weefsel bestralen en daardoor schade veroorzaken. [1p]

5p **18** Voor de impuls p_{alfa} van een alfadeeltje geldt volgens formule (2):

$$p_{\text{alfa}} = \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{alfa}}}, \text{ waarin } m_{\text{alfa}} = \text{massa van het alfadeeltje}$$

Overeenkomstig geldt voor de impuls p_{beta} van een bètadeeltje:

$$p_{\text{beta}} = \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{beta}}}, \text{ waarin } m_{\text{beta}} = \text{massa van het bètadeeltje, zodat:}$$

$$\frac{p_{\text{alfa}}}{p_{\text{beta}}} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{alfa}}}}{\sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{beta}}}} = \frac{\sqrt{m_{\text{alfa}}}}{\sqrt{m_{\text{beta}}}} \quad [1p] = \frac{\sqrt{4,00 \cdot u}}{\sqrt{5,49 \cdot 10^{-4} \cdot u}} \quad [1p] \quad (\text{Binas 7B en 25A}) = \sqrt{7286} = 85 \quad [1p]$$

Dus p_{alfa} is 85 maal zo groot als p_{beta} .

4p **19** Voor de massa m_{act} van actinium-225 per polymeersoom bij inbreng in het lichaam geldt: $m = N \cdot m_{\text{act}}$ [1p], waarin:

N = hoeveelheid atomen actinium-225 in één polymeersoom

$$\text{Er geldt: } A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N \quad [1p] \quad (\text{Binas 35E3}), \text{ met:}$$

$$A = \text{activiteit van actinium-225} = 0,10 \text{ kBq} = 0,10 \cdot 10^3 \text{ Bq}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \text{halveringstijd van actinium-225} = 10,0 \text{ d} \quad [1p] \quad (\text{Binas 25A}) = \\ = 10,0 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$\text{zodat: } 0,10 \cdot 10^3 = \frac{\ln 2}{8,64 \cdot 10^5} \cdot N \Rightarrow N = \frac{0,10 \cdot 10^3 \cdot 8,64 \cdot 10^5}{\ln 2} = 1,25 \cdot 10^8$$

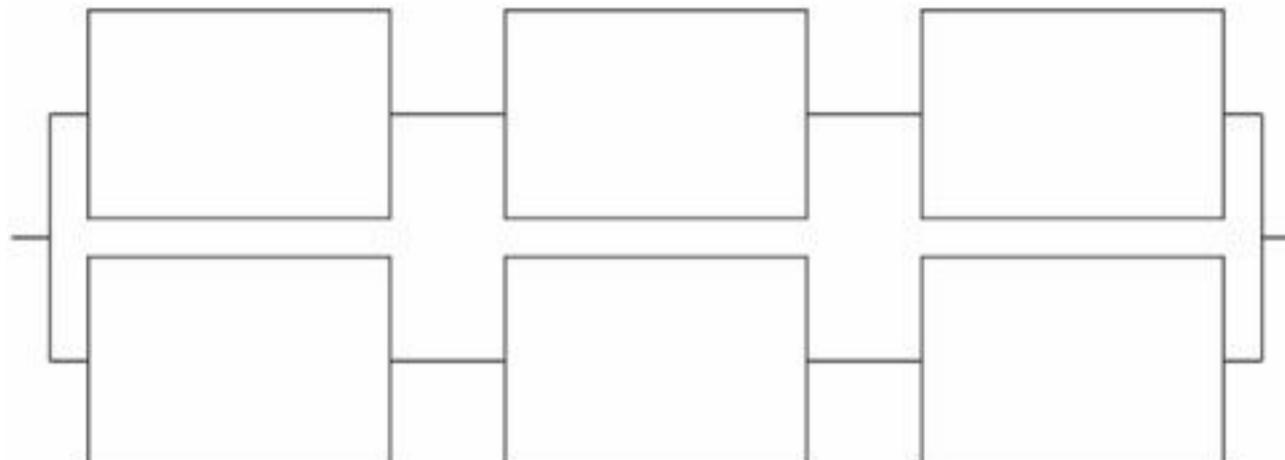
$$m_{\text{act}} = \text{massa van een actinium-225-kern} = 225 \cdot u = 225 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{Binas 7B}) = \\ = 3,74 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \quad (u = \text{atomaire massa-eenheid})$$

$$\text{Invullen: } m = 1,25 \cdot 10^8 \cdot 3,74 \cdot 10^{-25} = 4,7 \cdot 10^{-17} \text{ kg} \quad [1p]$$

- 4p 20 – Het alfaverval levert het grootste aandeel in het dosisequivalent (alfastralers leiden in het algemeen tot hogere *LET*-waarden dan bètastralers). De alfadeeltjes hebben een grotere weegfactor w [1p] en veel meer energie. [1p]
- Bij het verval van actinium-225 tot aan bismut-209 vindt er in de vervalreeks 4x alfaverval plaats. Daarbij komt een hoeveelheid energie vrij van:
 $5,8 + 6,3 + 7,1 + 8,4 = 27,6 \text{ MeV}$
 Zonder gebruik van een polymeersoom komt er 5,8 MeV energie vrij. [1p]
- Het dosisequivalent met een polymeersoom is dus $\frac{27,6}{5,8} = 4,8$ keer zo groot als zonder een polymeersoom. [1p]

Zonnepanelen

- 3p 21 Voor de maximale stroomsterkte I geldt: $P = U \cdot I$ [1p] (Binas 35D1) $\Rightarrow I = \frac{P}{U}$, waarin:
- P = maximale vermogen = 1,36 W [1p] (afgelezen in figuur 3)
- U = spanning waarbij het vermogen dat de zonnecel levert maximaal is = 0,50 V
- Invullen: $I = \frac{1,36}{0,50} = 2,7 \text{ A}$ [1p]
- 5p 22 – In één zonnepaneel staan 24 zonnecellen, die ieder een spanning leveren van 0,50 V, in serie geschakeld. De spanning over één zonnepaneel is dan $24 \cdot 0,50 = 12 \text{ V}$ [1p] (Binas 35D1).
- methode 1*
- Zie tekening 1a (de ingevulde uitwerkbijlage). [1p]



tekening 1a

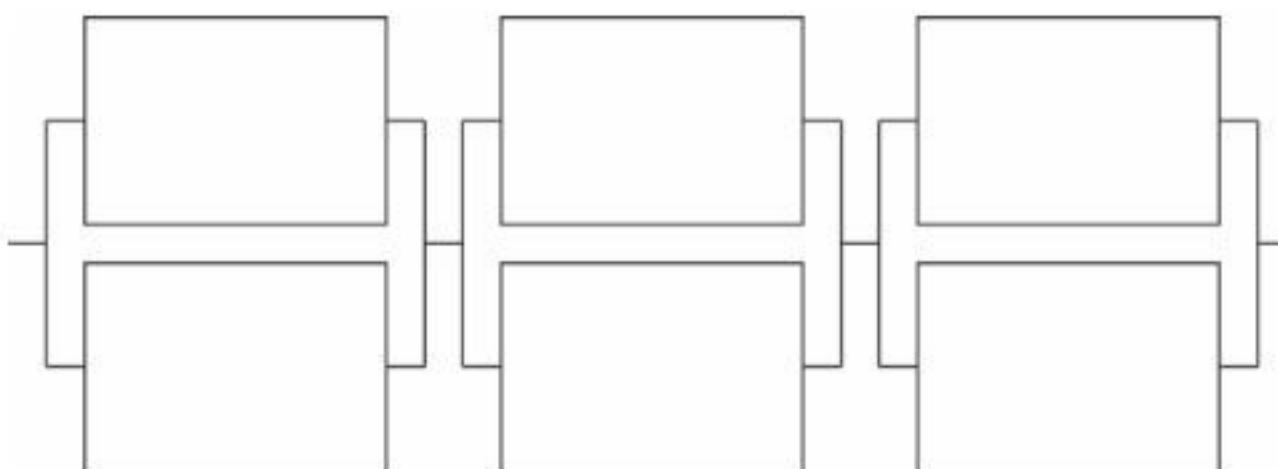
De bovenste 3 panelen zijn in serie geschakeld. Ieder paneel levert een spanning van 12 V, zodat de drie panelen gezamenlijk een spanning leveren van $3 \cdot 12 = 36 \text{ V}$ (Binas 35D1). Hetzelfde geldt voor de onderste 3 panelen.

De spanning over de 6 panelen is dus 36 V.

- Door de bovenste 3 in serie geschakelde panelen loopt een stroom van 2,7 A. [1p]
 Dat geldt ook voor de onderste 3 panelen. De set panelen levert dus een stroom van $2 \cdot 2,7$ [1p] = 5,4 A. [1p]

methode 2

- Zie tekening 1b (de ingevulde uitwerkbijlage). [1p]



tekening 1b

De linker 2 panelen staan parallel geschakeld. Over deze panelen staat dus een spanning van 12 V. Hetzelfde geldt voor de middelste 2 en voor de rechter 2 panelen. De spanning over de 6 panelen gezamenlijk is dan $3 \cdot 12 = 36$ V (Binas 35D1).

- De linker 2 panelen staan parallel geschakeld en leveren dus samen een stroom van $2 \cdot 2,7$ [1p] = 5,4 A. [1p]

Datzelfde geldt voor de middelste 2 en de rechter 2 panelen. Dus de 6 panelen gezamenlijk leveren een stroom van 5,4 A. [1p]

- 2p **23** Overeenkomst: bij het foto-elektrisch effect worden elektronen door fotonen uit het materiaal losgemaakt. Ook hier geldt: één foton maakt één elektron los. [1p]
Verschil: bij het foto-elektrisch effect verlaat het losgemaakte elektron het materiaal; bij een halfgeleider blijft het losgemaakte elektron in het materiaal. [1p]
- 3p **24** De energie E_f van het foton moet minimaal zo groot zijn dat het elektron kan worden vrijgemaakt. Bepaal de maximale golflengte λ_{\max} van het foton waarbij dit gebeurt met:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\max}} \quad \text{[1p]} \quad (\text{Binas 35E2}) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{E_f}, \text{ waarin:}$$

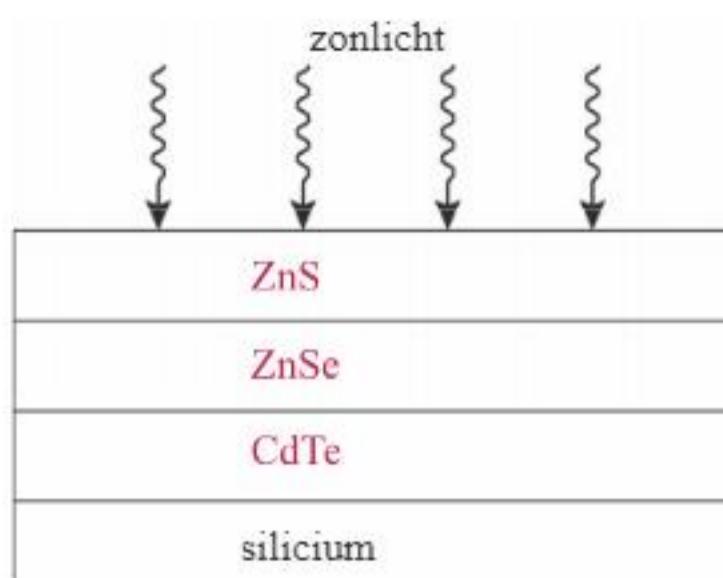
h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

$$E_f = \text{bandgap van silicium} = 1,10 \text{ eV} \quad (\text{zie figuur 5}) = \\ = 1,10 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (\text{Binas 5}) = 1,762 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \text{[1p]}$$

$$\text{Invullen: } \lambda_{\max} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,762 \cdot 10^{-19}} = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad \text{[1p]}$$

- 4p 25 – Zie tekening 2 (de ingevulde uitwerkbijlage).
– Hoe groter de bandgap van een stof, hoe groter de energie die door een foton wordt geabsorbeerd. [1p]
Fotonen met veel energie moeten dus eerst door een laag gaan van de stof met de grootste bandgap (om rendementsverlies in lager liggend materiaal te voorkomen). Dat is dus een laag van ZnS met een bandgap van 3,60 eV. [1p]
De daaropvolgende laag moet opnieuw zoveel mogelijk energie absorberen. Daarvoor komt een laag van ZnSe in aanmerking, met een bandgap van 2,70 eV. [1p] De derde laag is dan een laag van de stof CdTe, met een bandgap van 1,58 eV. [1p]



tekening 2

Examen 2022-I

Vrije worp bij basketbal

figuur 1



figuur 2

basketbal

massa bal	600 g
diameter bal	24 cm
hoogte ring	3,05 m
diameter ring	45 cm
horizontale afstand van vrijeworplijn tot midden van de ring	4,6 m

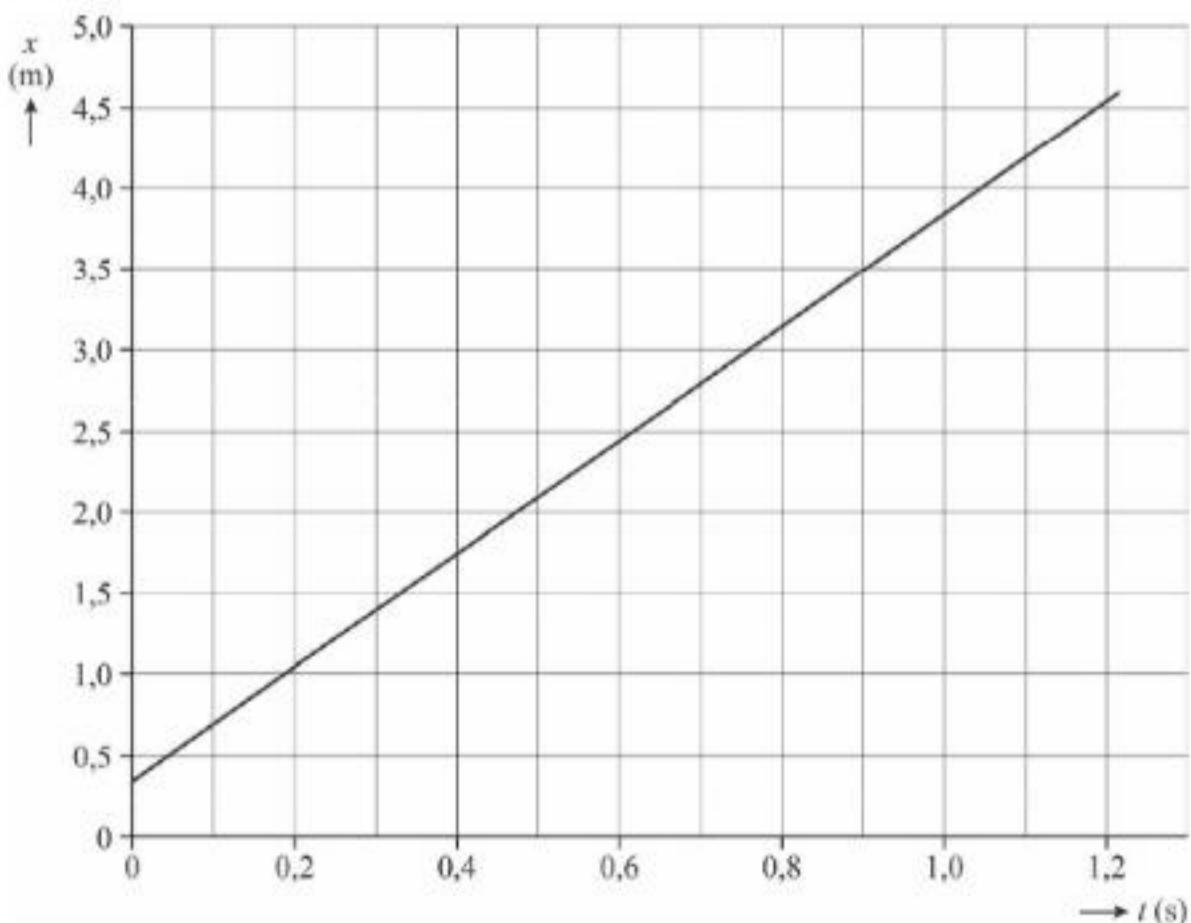
Bij basketbal scoor je door de bal van bovenaf door een metalen ring te gooien waaraan een netje bevestigd is. Rens en Dyon onderzoeken de beweging van de bal bij een vrije worp. Bij een vrije worp probeert de speler de bal door de ring te gooien terwijl hij achter de 'vrijeworplijn' staat. Zie figuur 1. In figuur 2 staat een tabel met een aantal gegevens over basketbal.

Met behulp van een videometing is de beweging van de bal na de worp geanalyseerd. Je kunt de beweging van de bal beschouwen als een combinatie van een horizontale beweging (in de x -richting) en een verticale beweging (in de y -richting). De videometing levert het (x,t) -diagram en het (y,t) -diagram van de beweging van het middelpunt van de bal. Zie de figuren 3a en 3b. Hierin is x de horizontale afstand vanaf de vrijeworplijn en y de hoogte boven de grond. Op $t = 0$ s verlaat de bal de hand van de speler.

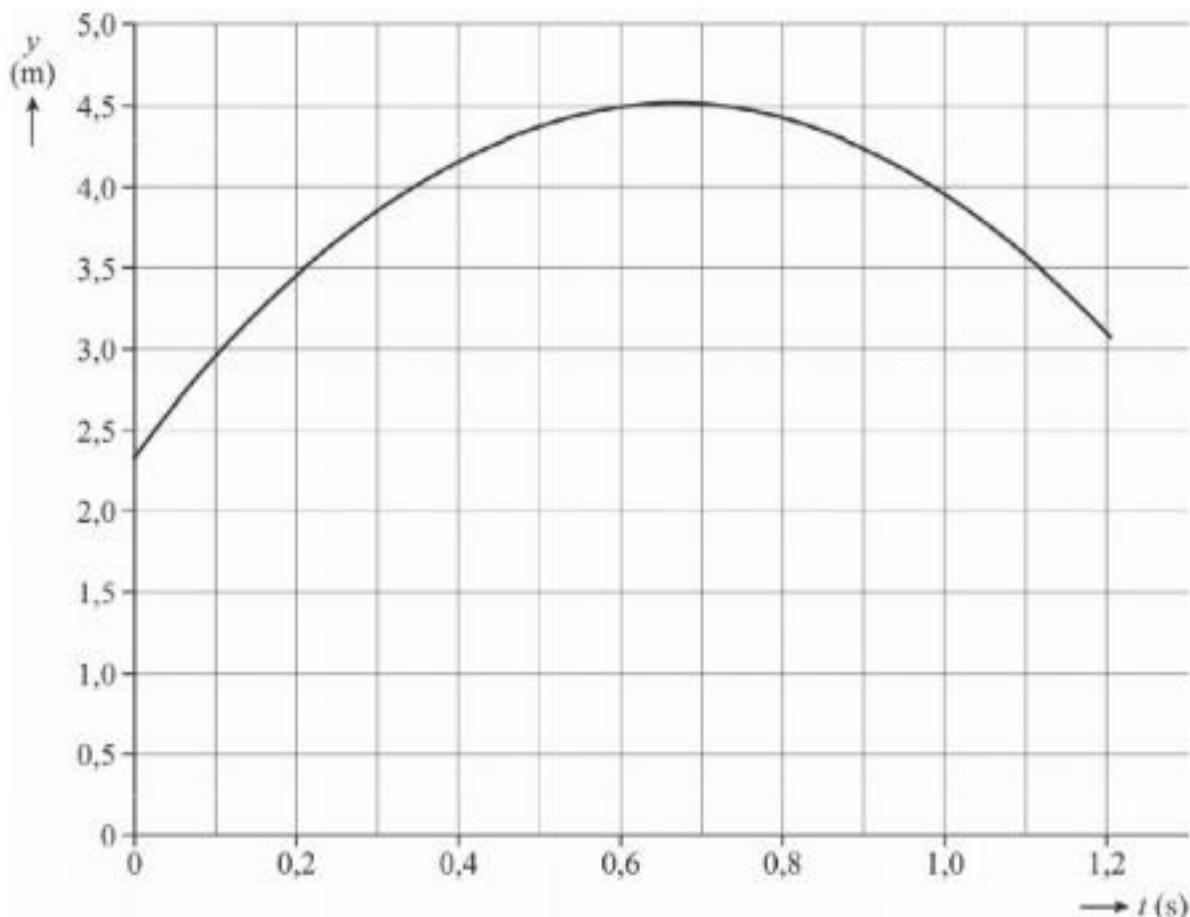
De grootheid snelheid is een vectorgrootheid, net als de grootheid kracht.

Je kunt daarom de grootte van de snelheid op dezelfde manier uit haar componenten berekenen als bij kracht.

figuur 3a



figuur 3b



- 4p 1 Bepaal met behulp van de figuren 3a en 3b de grootte van de snelheid op het moment dat de bal de hand van de speler verlaat. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

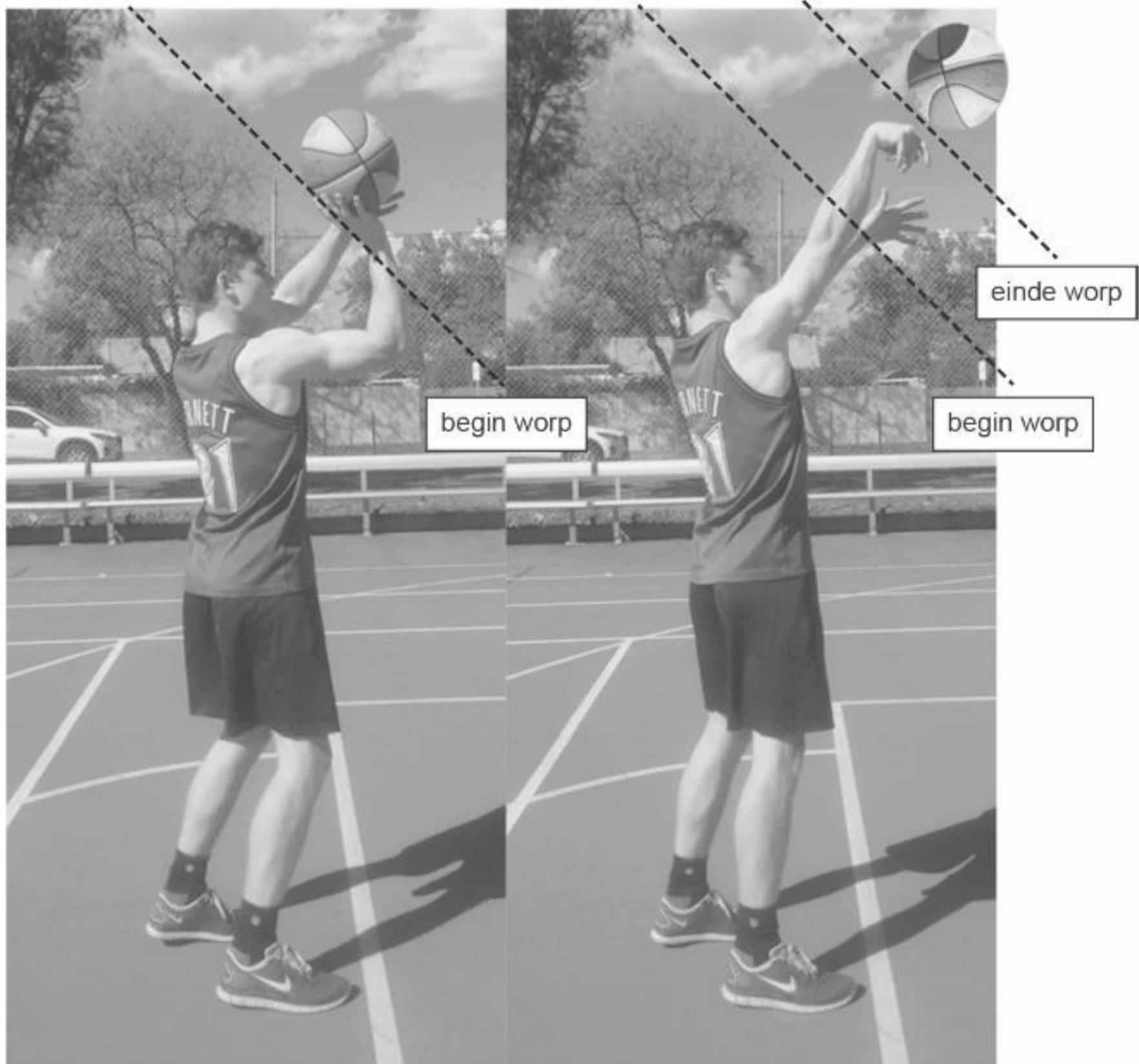
In figuur 4 zijn foto's te zien van een andere vrije worp. Op de linker foto is het begin van de worp te zien, waarbij de speler extra spierkracht begint uit te oefenen op de bal om hem een snelheid te geven. Op de rechter foto is het einde van de worp te zien, waarbij de bal net is losgekomen van de hand van de speler. Bij deze vrije worp verlaat de bal de hand met een snelheid van $7,1 \text{ m s}^{-1}$. Figuur 4 is vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

figuur 4



- 4p 2 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal met behulp van de foto's op de uitwerkbijlage en figuur 2 de verplaatsing van de bal tijdens de worp. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
 - Bereken hiermee het gemiddelde van de resulterende kracht op de bal tijdens de worp.

uitwerkbijlage bij vraag 2



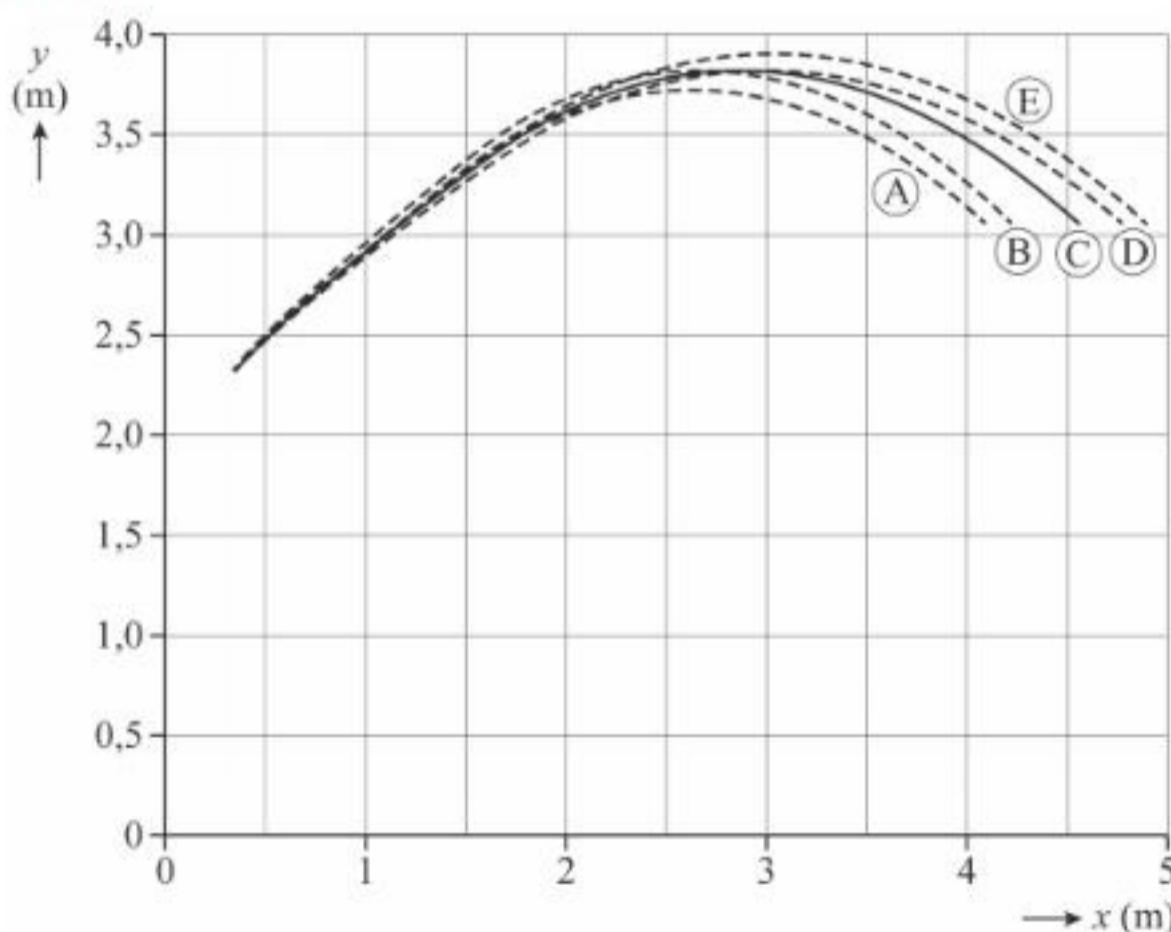
Om een beter inzicht te krijgen in de beweging van de bal na de worp, ontwerpen Rens en Dyon een vereenvoudigd model. Dit model is weergegeven in figuur 5. Ook hier is $t = 0$ s het moment dat de bal de hand van de speler verlaat.

figuur 5

modelformules	startwaarden
$dx = v_x \cdot dt$	$x = 0,35$ (m)
$x = x + dx$	$y = 2,32$ (m)
$dv_y = g \cdot dt$	$v_x = 4,6$ (m s^{-1})
$v_y = v_y + dv_y$	$v_y = 5,4$ (m s^{-1})
$dy = v_y \cdot dt$	$g = -9,81$ (m s^{-2})
$y = y + dy$	$t = 0$ (s)
$t = t + dt$	$dt = 0,0001$ (s)

Rens en Dyon laten de computer het model een aantal keren doorrekenen. Rens kiest eerst een aantal keren een andere startwaarde voor v_x , zonder die van v_y te veranderen. Vervolgens zet hij de waarde van v_x terug naar de oorspronkelijke startwaarde. Daarna varieert Dyon een aantal keren de startwaarde van v_y , zonder die van v_x te veranderen. De resultaten van vijf berekeningen zijn weergegeven in figuur 6.

figuur 6



In het model is ingebouwd dat de berekeningen stoppen als aan twee voorwaarden is voldaan. Deze voorwaarden worden in de instellingen van het programma ingevoerd.

- 2p **3** Geef de twee voorwaarden zodat het model stopt zoals in figuur 6 is weergegeven.

Bij resultaat C in figuur 6 wordt er gescoord.

- 2p **4** Leg uit hoe dat blijkt uit figuur 6 in combinatie met figuur 2.

De verschillende resultaten in figuur 6 zijn het gevolg van variaties in de startwaarde van v_x door Rens of van variaties in de startwaarde van v_y door Dyon. Op de uitwerkbijlage staat een tabel.

- 3p **5** Geef in de tabel op de uitwerkbijlage aan voor de resultaten A, B, D en E of de verschuiving ten opzichte van resultaat C een gevolg is van een variatie in de startwaarde van v_x of van een variatie in de startwaarde van v_y . Omcirkel steeds het juiste antwoord. Licht je antwoord toe.

uitwerkbijlage bij vraag 5

resultaat	is het gevolg van een variatie in de startwaarde van ...	
A	v_x	v_y
B	v_x	v_y
D	v_x	v_y
E	v_x	v_y

Qled-tv

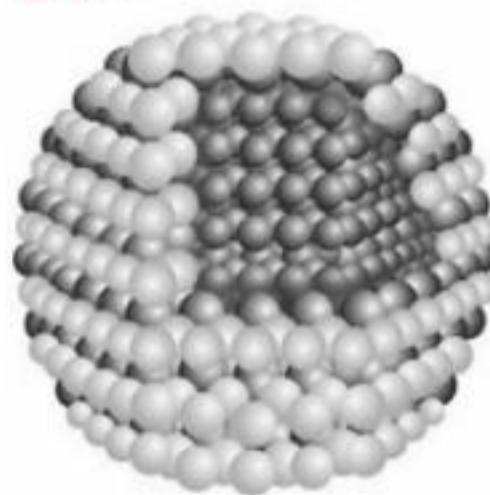
In het scherm van een Qled-tv valt violet licht afkomstig uit leds op een laagje met quantum-dots. Quantum-dots zijn kleine bolletjes met afmetingen variërend van 1 tot 20 nm, gemaakt van een speciaal materiaal.

In figuur 1 staat een artist's impression van één quantum-dot (opgebouwd uit atomen).

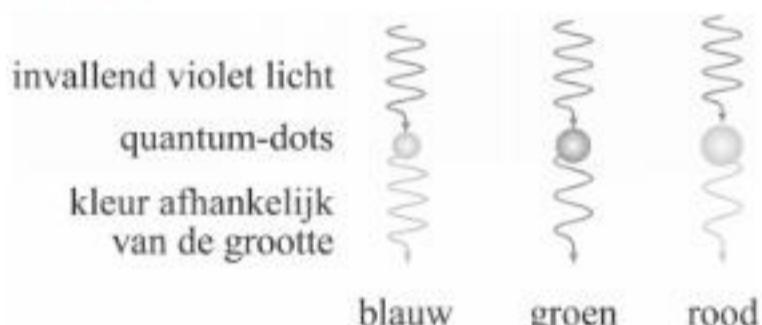
De quantum-dots absorberen het violette licht waarmee ze bestraald worden en zenden daarna zelf licht uit met een andere kleur dan violet.

Voor de werking van een Qled-tv zijn quantumdots nodig die blauw, groen of rood licht uitzenden. De kleur van het uitgezonden licht hangt af van de grootte van de quantum-dot. Zie figuur 2.

figuur 1



figuur 2



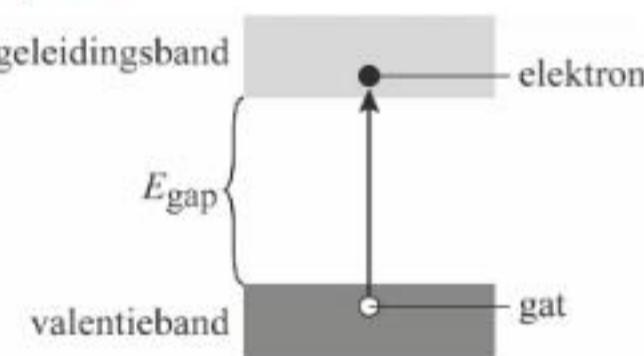
De quantum-dots in een Qled-tv worden met violet licht bestraald.

- 2p **6** Leg uit waarom gekozen is voor violet licht in plaats van een andere kleur uit het zichtbare spectrum.

Halfgeleider

Een quantum-dot is gemaakt van een zogenaamd halfgeleidermateriaal. In een halfgeleider kan een elektron slechts in banden van zeer dicht bij elkaar gelegen energieniveaus bestaan. Voor de werking van een quantum-dot zijn slechts twee van deze energiebanden van belang: de valentieband en de geleidingsband. Daartussen zit bij een halfgeleider een energieververschil, de zogeheten bandgap E_{gap} . Zie figuur 3.

figuur 3



Als een foton geabsorbeerd wordt maakt het één elektron vrij uit het atoomrooster. De energie van dat foton moet daarvoor groot genoeg zijn. Het elektron gaat dan van een energieniveau in de valentieband naar een energieniveau in de geleidingsband. Dit betekent dat het loskomt uit het atoomrooster van de halfgeleider. Het achterblijvende gat in de valentieband kan worden opgevat als een positief deeltje dat door het rooster beweegt. Het aangeslagen elektron en het achterblijvende gat worden samen een elektron-gatpaar genoemd.

In figuur 4 is van enkele halfgeleiders de bandgap gegeven.

figuur 4

halfgeleider	E_{gap} (eV)
Si	1,12
CdSe	1,74
Si_3N_4	5,00
GaAs	1,43
GaP	2,26

Neem aan dat de fotonenergie van het gebruikte violette licht tussen 2,75 eV en 3,10 eV ligt.

- 2p 7 Geef in de tabel op de uitwerkbijlage voor elke halfgeleider aan of deze op grond van de bandgap geschikt is voor gebruik in een Qled-tv. Licht je antwoord toe.

uitwerkbijlage bij vraag 7

halfgeleider	E_{gap} (eV)		
Si	1,12	geschikt	ongeschikt
CdSe	1,74	geschikt	ongeschikt
Si_3N_4	5,00	geschikt	ongeschikt
GaAs	1,43	geschikt	ongeschikt
GaP	2,26	geschikt	ongeschikt

In goede benadering kunnen elektron en gat van een elektron-gatpaar worden opgevat als vrije deeltjes. Als gevolg van de invloed van het atoomrooster op hun beweging zijn de massa's van deze deeltjes echter niet gelijk aan de elektronmassa m_e . Ze krijgen beide een zogenaamde effectieve massa m_{eff} . Voor de halfgeleider die wordt gebruikt in een Qled-tv geldt: $m_{\text{eff, elektron}} = 0,13 m_e$ en $m_{\text{eff, gat}} = 0,45 m_e$.

Voor de debroglie-golf lengte λ_B van het elektron of het gat geldt:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m_{\text{eff}}E_k}} \quad (1)$$

Hierin is:

- h de constante van Planck
- m_{eff} de effectieve massa
- E_k de kinetische energie

5p Neem voor de kinetische energie van het elektron 1 eV.

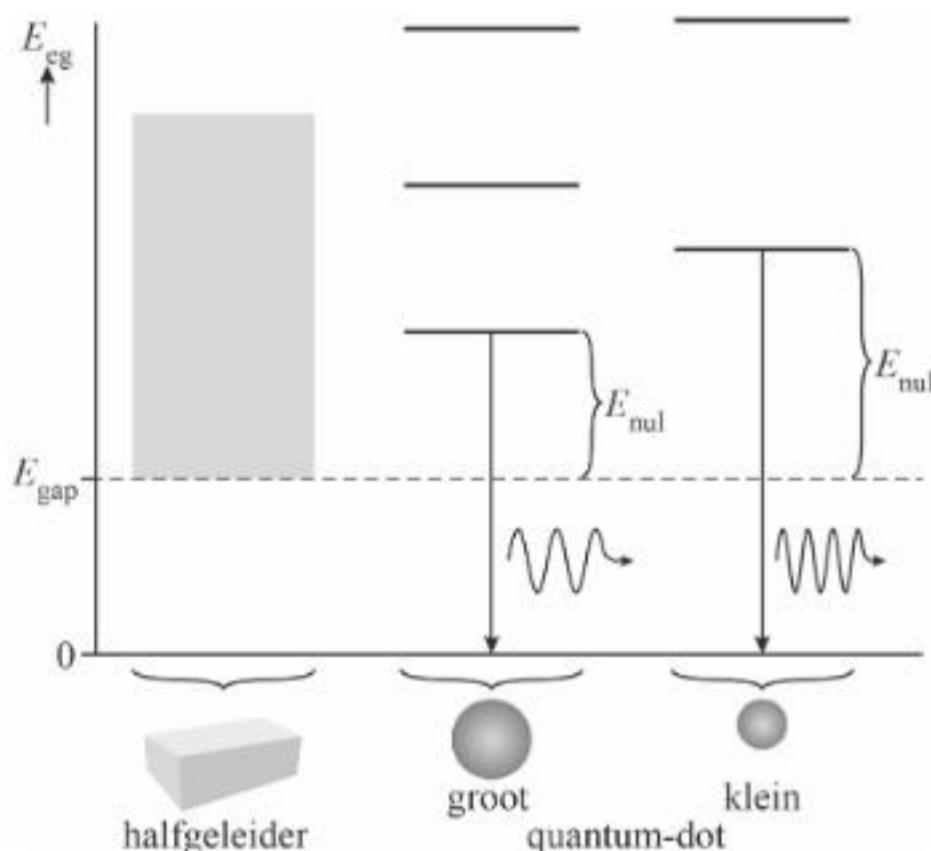
8 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leid formule (1) af met behulp van formules uit het informatieboek.
- Bereken λ_B van het elektron.

Quantum-dot

In een oneindig grote halfgeleider kan de energie van het elektron-gatpaar E_{eg} elke waarde hebben boven de bandgap. In een quantum-dot wordt het elektron-gatpaar in een kleine ruimte opgesloten. Daardoor worden de energieniveaus van het elektron-gatpaar gequantiseerd. Hoe kleiner de ruimte, hoe groter de afstand tussen de afzonderlijke energieniveaus. Zie figuur 5.

figuur 5



In een vereenvoudigd model kan de quantum-dot beschouwd worden als een energieput met oneindig hoge wanden. Voor de nulpuntsenergie van een deeltje in deze energieput kan worden uitgegaan van een eendimensionale put, waarvan de lengte L gelijk is aan de straal R van de quantum-dot. De energie E_{nul} in figuur 5 is de som van de nulpuntsenergieën van elektron en gat in deze energieput.

Dus $E_{nul} = E_{nul,elektron} + E_{nul,gat}$.

Na zijn ontstaan komt het elektron-gatpaar door wisselwerking met het atoomrooster uiteindelijk in de grondtoestand van de energieput terecht.

Als het elektron vervolgens terugvalt in het gat zendt de quantum-dot een foton uit. In figuur 5 is dit schematisch weergegeven.

Voor de energie van het uitgezonden foton E_f geldt:

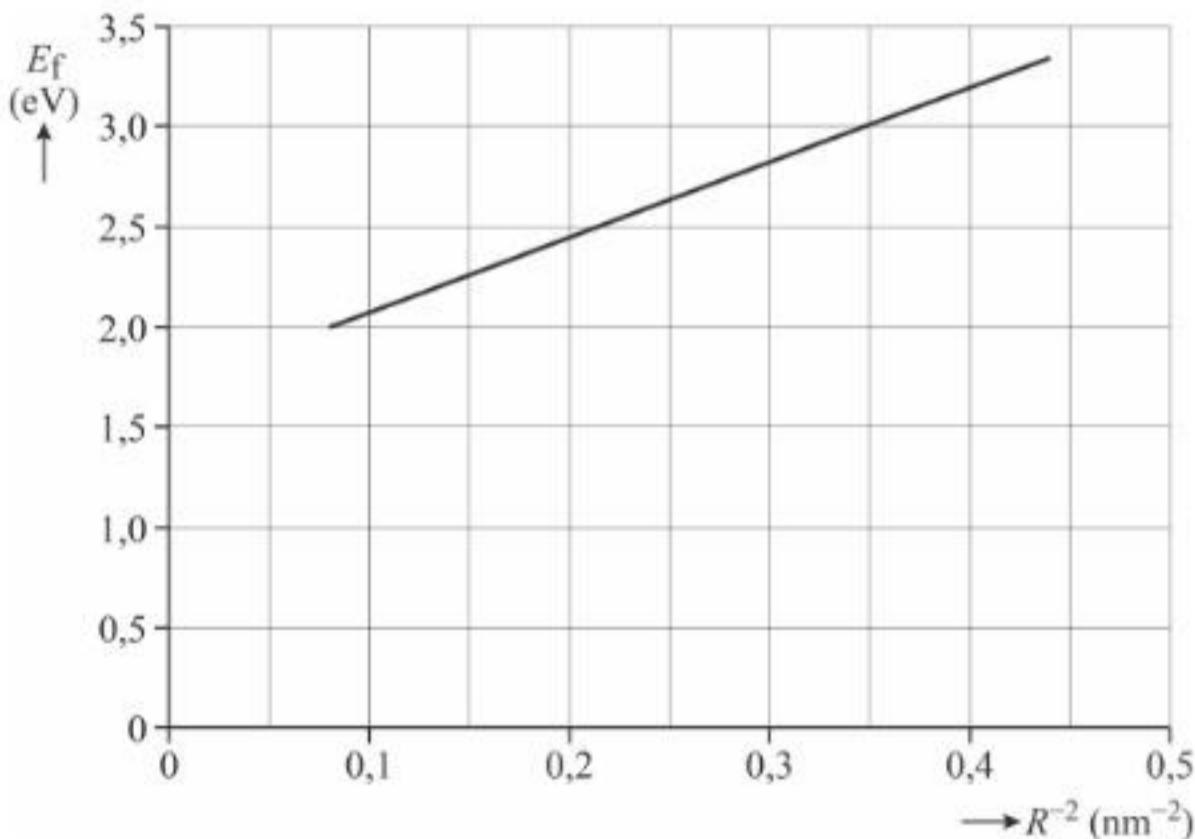
$$E_f = E_{\text{gap}} + \frac{C}{R^2} \quad (2)$$

Hierin is C een constante met de eenheid J m^2 , die afhangt van $m_{\text{eff, elektron}}$, $m_{\text{eff, gat}}$ en h .

- 4p 9 Bereken de waarde van de constante C . Leid hiertoe eerst formule (2) af met behulp van een formule uit het informatieboek en figuur 5.

Een fabrikant van Qled-tv's wil quantum-dots selecteren die na bestraling met het violette licht groen licht uitzenden met een golflengte van 534 nm. Door een coördinatentransformatie toe te passen, is van formule (2) een lineaire grafiek gemaakt. Zie figuur 6.

figuur 6

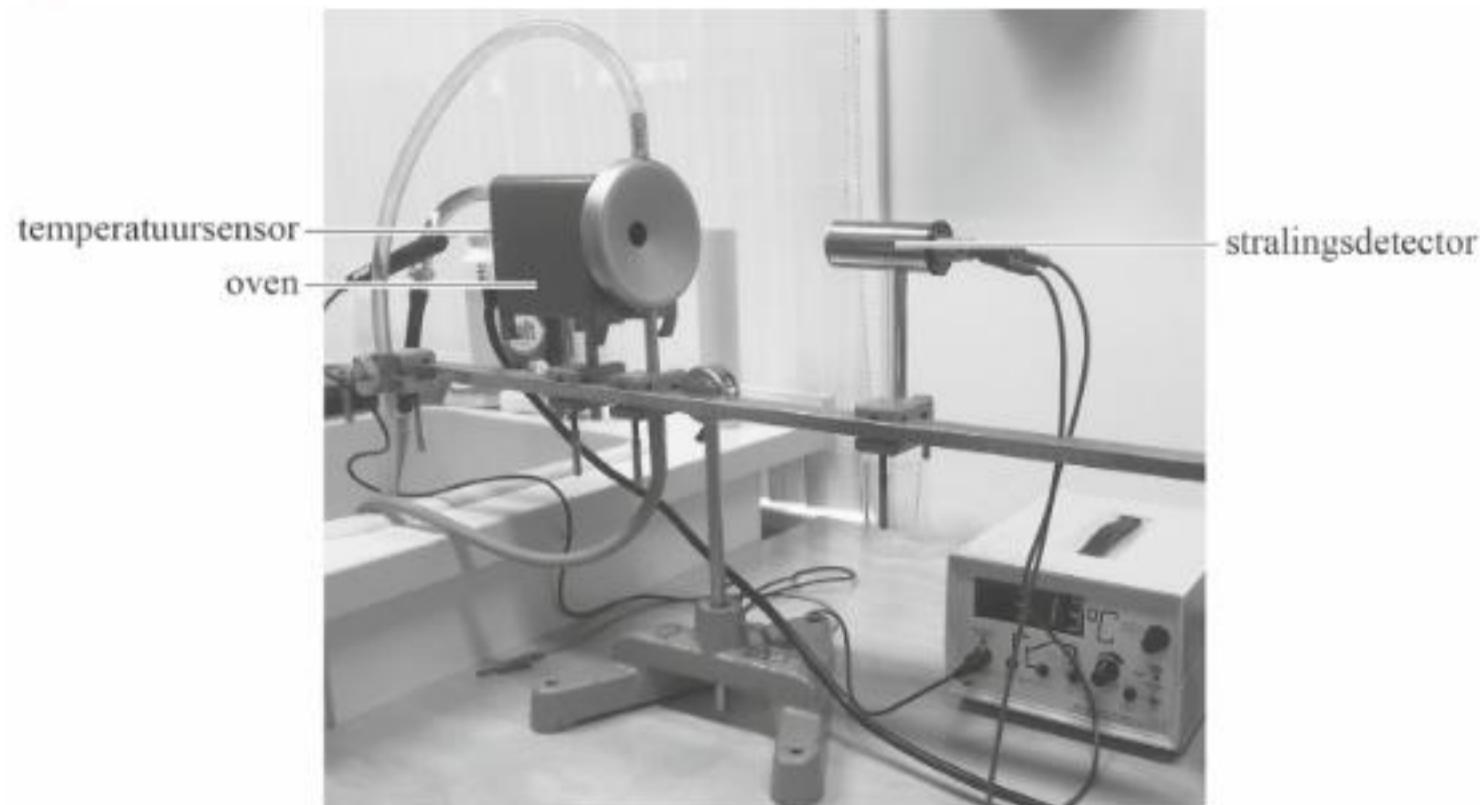


- 4p 10 Bepaal met behulp van figuur 6 de straal van de quantum-dots die de fabrikant zoekt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Practicum warmtestraling

Tess en Fem voeren een practicum uit over warmtestraling waarmee ze de constante van Stefan-Boltzmann gaan bepalen. Ze gebruiken de opstelling zoals weergegeven in figuur 1.

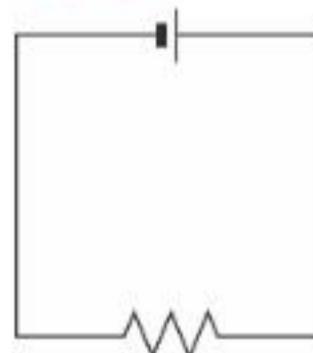
figuur 1



In de opstelling zie je een oven. In de oven is een verwarmingselement aangesloten op gelijkspanning. Zie figuur 2.

Het verwarmingselement bestaat uit een draad van constantaan met een diameter van $4,0 \cdot 10^{-5}$ m en een lengte van 0,35 m. De spanning wordt ingesteld op 120 V.

figuur 2



- 4p 11 Bereken het vermogen dat het verwarmingselement direct na inschakelen opneemt.

De soortelijke weerstand van metaal is afhankelijk van de temperatuur volgens de formule:

$$\rho_T = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0)) \quad (1)$$

Hierin is:

- ρ_T de soortelijke weerstand bij temperatuur T in Ω m
- ρ_0 de soortelijke weerstand bij kamertemperatuur in Ω m
- α de weerstandstemperatuurcoëfficiënt in K^{-1} (te vinden in het informatieboek)
- T de temperatuur in K
- T_0 de kamertemperatuur: 293 K

Het elektrisch vermogen dat het verwarmingselement opneemt, is omgekeerd evenredig met de soortelijke weerstand ρ_T . Daardoor verandert dit vermogen als de temperatuur toeneemt.

Tess en Fem discussiëren over de grootte van de verandering van de soortelijke weerstand als de temperatuur toeneemt van 20 °C naar 300 °C.

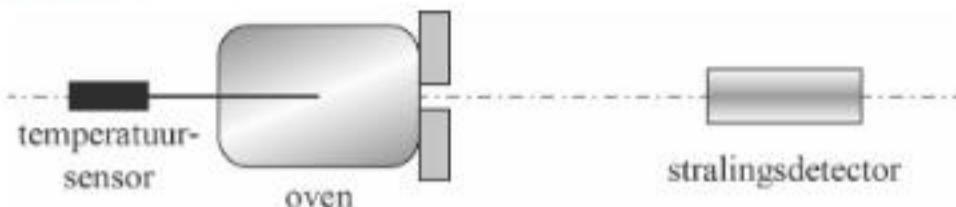
Tess beweert dat deze verandering kleiner dan 5% is.

Fem beweert dat deze verandering groter dan 5% is.

- 3p 12 Leg uit met een berekening wie van beiden gelijk heeft.

In figuur 3 is de opstelling schematisch in bovenaanzicht getekend.

figuur 3

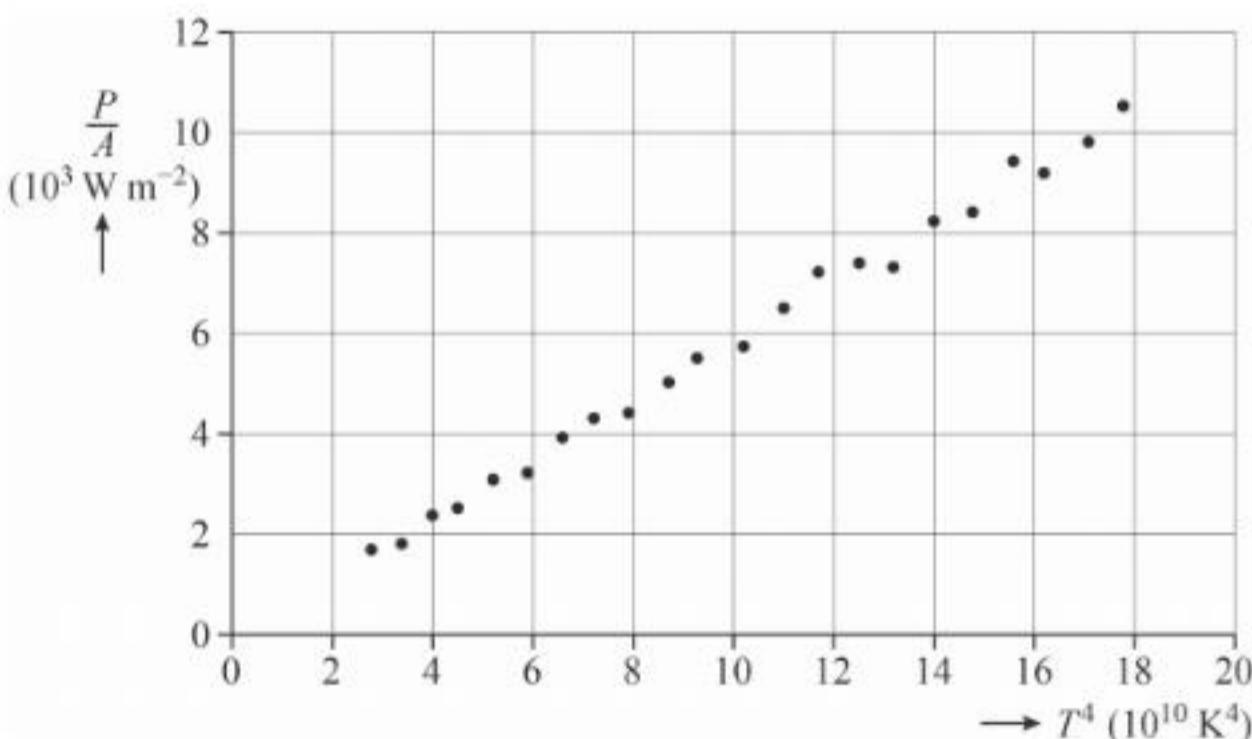


De temperatuur van de oven kan gevarieerd worden. Midden in de oven is een temperatuursensor geplaatst. De stralingsdetector staat vóór dit geheel. De opstelling is zo afgesteld dat de stralingsdetector de uitgezonden stralingsintensiteit $\frac{P}{A}$ in W m^{-2} van de oven meet als functie van de temperatuur.

Tess en Fem maken van hun resultaten een grafiek waarin ze $\frac{P}{A}$ uitzetten tegen T^4 .

De grafiek staat in figuur 4.

figuur 4



- 5p 13 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat het plaatsen van $\frac{P}{A}$ op de verticale as en T^4 op de horizontale as theoretisch een rechte lijn door de oorsprong oplevert.
- Bepaal met behulp van figuur 4 de constante van Stefan-Boltzmann die uit deze resultaten volgt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

De oven bereikt uiteindelijk een maximale temperatuur van 383 °C.

- 3p 14 Bereken de golflengte van de straling met de grootste intensiteit die de oven bij die temperatuur uitzendt. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

Tess en Fem gaan een ander experiment doen: ze houden de temperatuur van de oven constant, maar ze variëren de afstand van de stralingsdetector tot de oven. Ze willen hiermee controleren of in deze situatie de kwadratenwet geldt. Ze meten hierbij de stralingsintensiteit I die op de stralingsdetector valt als functie van de afstand. Hun meetresultaten staan weergegeven in figuur 5.

figuur 5

x (cm)	I (W m^{-2})
40	4810
50	1740
60	980
70	620

- 4p 15 Toon aan of de kwadratenwet hier geldt. Doe dat aan de hand van de meetresultaten in figuur 5.

Om het hoekje

Niels voert een practicum uit waarin hij het gedrag van bètadeeltjes in de lucht onderzoekt. Hij gebruikt een radioactief preparaat als bron voor β^- -deeltjes. Neem aan dat deze bron bij de start van het practicum maar één isotoop bevat. Tijdens het vervalproces van deze isotoop ontstaat Yttrium-90 als vervalproduct. Bij dit vervalproces komt geen gammastraling vrij.

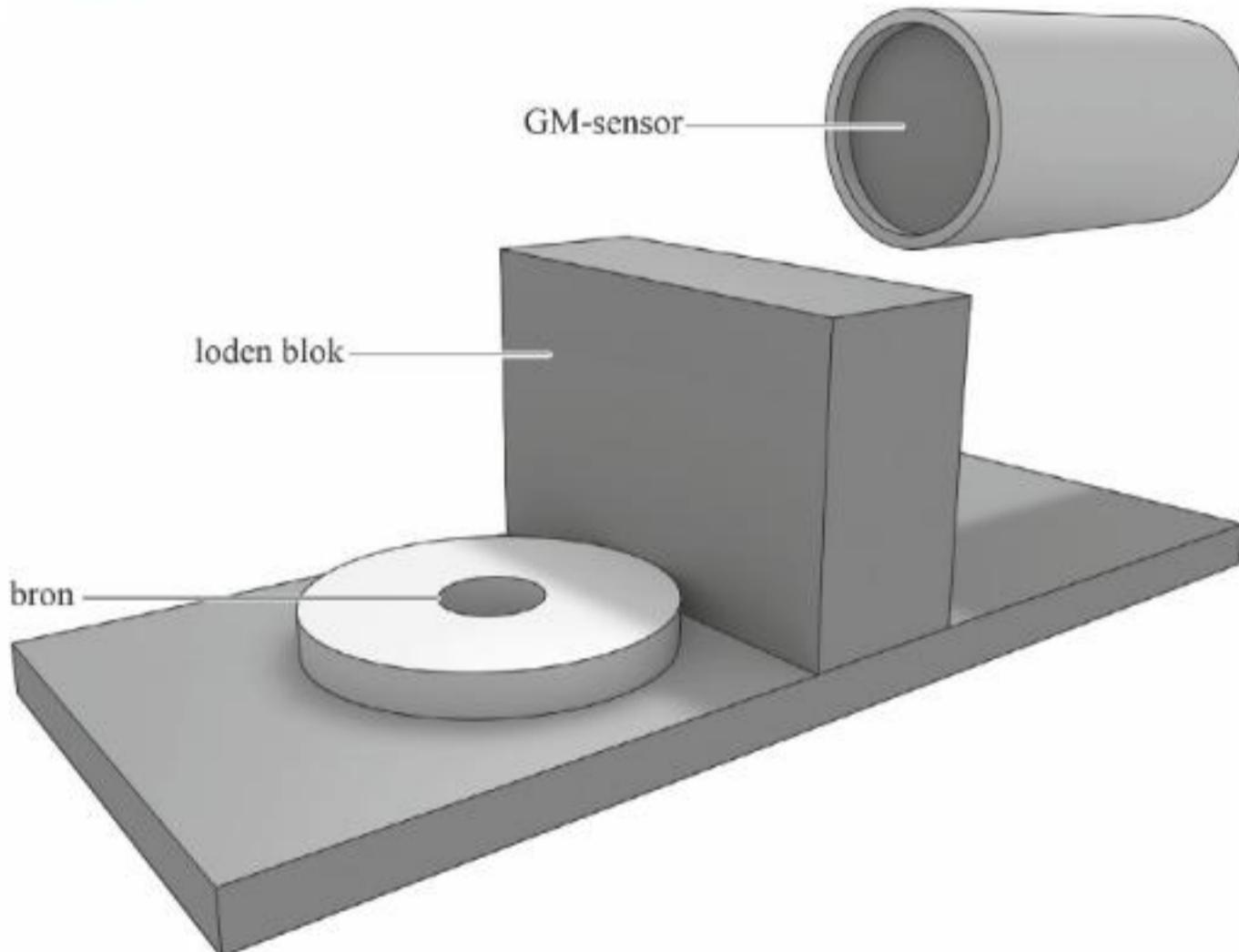
- 3p 16 Geef de vervalvergelijking van dat vervalproces.

Toch komt er gammastraling vrij uit de bron.

- 1p 17 Geef aan hoe het mogelijk is dat er gammastraling uit de bron vrijkomt.

Niels bouwt de opstelling zoals weergegeven in figuur 1. Een loden blok is zó geplaatst dat straling niet in een rechte lijn van de bron naar de Geiger-Müller-sensor (GM-sensor) kan bewegen.

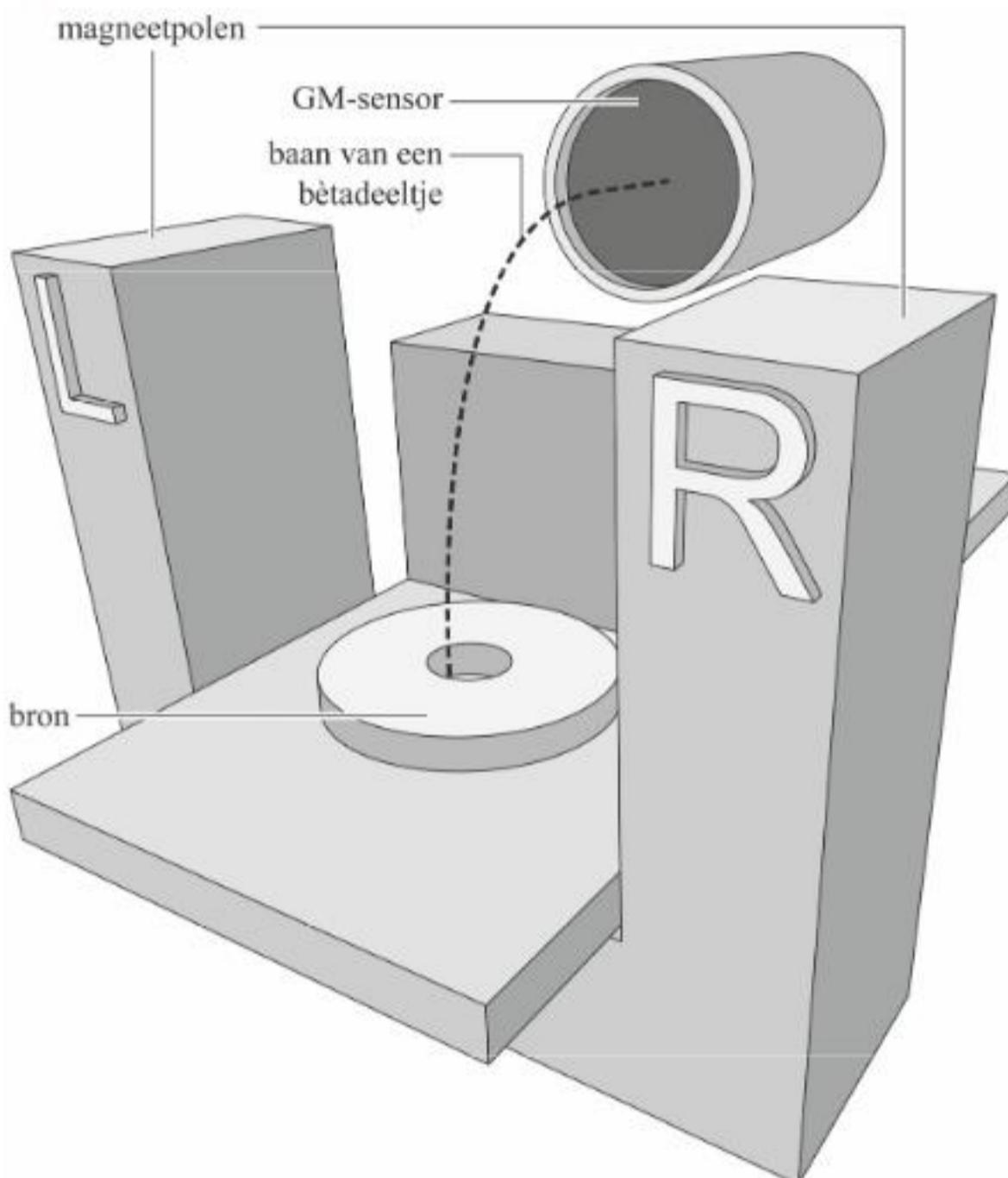
figuur 1



Verwaarloos bij het vervolg van deze opgave de eventuele invloed van de gammastraling op de metingen.

Met behulp van een sterke hoefijzermagneet wil Niels bêtadeeltjes om het blok heen afbuigen richting de GM-sensor. Dit is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



- 3p 18 Leg uit aan welke kant (L of R) van de hoefijzermagneet zich de noordpool bevindt.

Niels wil met zijn opstelling de snelheid van de bètadeeltjes bepalen. Hij neemt aan dat in deze situatie de zwaartekracht op de bètadeeltjes verwaarloosd mag worden. Verder neemt hij aan dat het magneetveld homogeen is en dat de bètadeeltjes dus een cirkelbeweging uitvoeren. Met behulp van formules uit het informatieboek leidt Niels de volgende formule af voor de snelheid v van een bètadeeltje:

$$v = \frac{Bqr}{m} \quad (1)$$

Hierin is:

- B de sterkte van het magnetisch veld
- q de lading van het bètadeeltje
- r de straal van de cirkelbaan
- m de massa van het bètadeeltje

- 3p 19** Leid formule (1) af met behulp van formules uit het informatieboek.

Wanneer de snelheid van een deeltje groter is dan 10% van de lichtsnelheid, moet er rekening gehouden worden met zogenaamde relativistische effecten.

Het magnetisch veld tussen de polen is 0,1 T. Niels bepaalt de gemiddelde straal van de cirkelbaan van de bètadeeltjes die op de GM-sensor vallen en vindt 0,20 m.

- 3p 20** Leg uit of er in deze situatie rekening gehouden moet worden met relativistische effecten. Bereken daartoe eerst de snelheid van de bètadeeltjes volgens de methode van Niels.

Voordat Niels de bron en de magneet in de opstelling plaatst, doet hij eerst driemaal een meting met de GM-sensor (figuur 3, reeks 1).

Vervolgens plaatst Niels de bron in de opstelling zonder magneet en doet hij weer drie metingen (reeks 2). Ten slotte plaatst Niels ook de hoefijzermagneet in de opstelling en doet hij nogmaals drie metingen (reeks 3).

figuur 3

reeks 1 zonder bron zonder magneet (tellen per minuut)	reeks 2 met bron zonder magneet (tellen per minuut)	reeks 3 met bron met magneet (tellen per minuut)
34	160	479
27	155	497
31	165	486

- 1p 21** Geef aan hoe het kan dat Niels in de eerste meetreeks straling meet.

In de tweede meetreeks worden de bètadeeltjes nog niet afgebogen door de magneet. Toch meet de GM-sensor al meer straling dan in de eerste meetreeks.

- 1p 22** Geef hiervan een mogelijke oorzaak.

Speciale fluit

In figuur 1 zie je een speciale fluit met twee gesloten uiteinden en slechts drie gaten. We gaan uit van een kamertemperatuur van 20 °C.

figuur 1



Het middelste gat wordt gebruikt om de fluit aan te blazen. Zie figuur 2. De andere twee gaten kunnen met een vinger afgesloten worden.

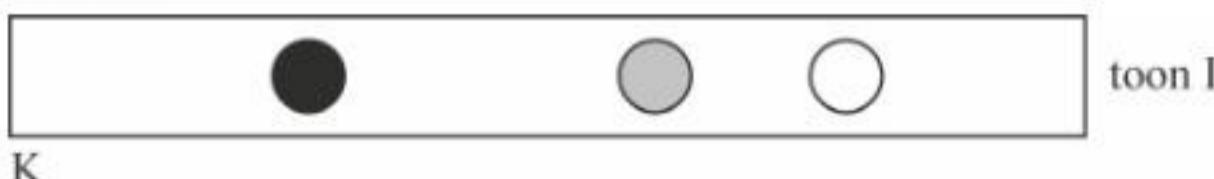
figuur 2



Daniël en Jonathan gaan onderzoeken hoe de toonvorming in de fluit plaatsvindt.

Op de fluit kun je twee tonen spelen met één gat gesloten: toon I en toon II. In figuur 3a en in figuur 3b zijn de twee mogelijkheden om een toon te spelen met één gat gesloten schematisch weergegeven.

Een wit bolletje betekent een geopend gat en een zwart bolletje een gat dat is gesloten met een vinger. De fluit wordt aangeblazen door het middelste gat, dat is aangegeven met grijs.

figuur 3a**figuur 3b**

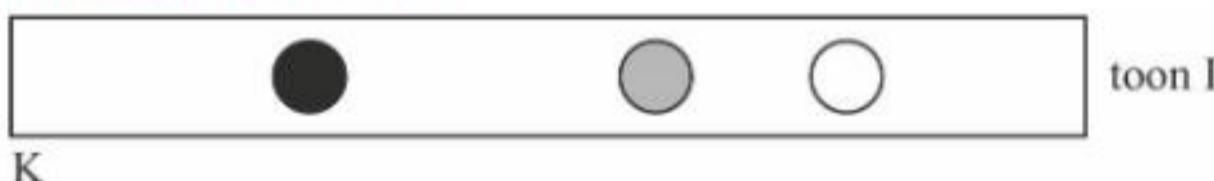
Volgens het model van de staande golven ontstaat er bij het uiteinde aan de kant van het gesloten gat een knoop (K) en ergens in de buurt van het open gat een buik (B). De plaats van de knoop bij toon I en toon II is weergegeven met een letter K. In beide gevallen is sprake van de grondtoon.

Op de uitwerkbijlage staat figuur 3a nogmaals weergegeven. De lengte van de afbeelding van de fluit is precies de helft van de werkelijke lengte.

De frequentie van toon I is $6,0 \cdot 10^2$ Hz.

- 6p 23** Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef in de figuur op de uitwerkbijlage met een letter B de plaats van de buik bij toon I aan. Licht je antwoord toe met een berekening.
- Leg uit of de frequentie van toon II hoger of lager is dan de frequentie van toon I.

uitwerkbijlage bij vraag 23

Daniël blaast de fluit aan door het middelste gat, met beide andere gaten open.

Jonathan ontdekt dat de toon die daardoor ontstaat veel hoger is dan toon I en II.

Op de uitwerkbijlage is de fluit in deze situatie schematisch weergegeven.

- 3p 24** Geef in de figuur op de uitwerkbijlage een mogelijkheid van de ligging van de knopen (K) en buiken (B) aan, in het gebied tussen de stippellijnen. Ga daarbij uit van het model van de staande golf. Een berekening is niet nodig.

uitwerkbijlage bij vraag 24

Daniël en Jonathan hebben al een tijdje op de fluit geblazen, waardoor de lucht in de fluit een hogere temperatuur heeft gekregen.

- 3p 25** Leg uit hoe de toonhoogte verandert als de temperatuur van de lucht in de fluit toeneemt. Neem aan dat de golflengte niet verandert.

 Je kunt dit examen nakijken met de uitwerkingen hierna óf online op mijnexamenbundel.nl. Je ziet dan je totaalscore en je score per onderwerp. Deze worden bewaard.



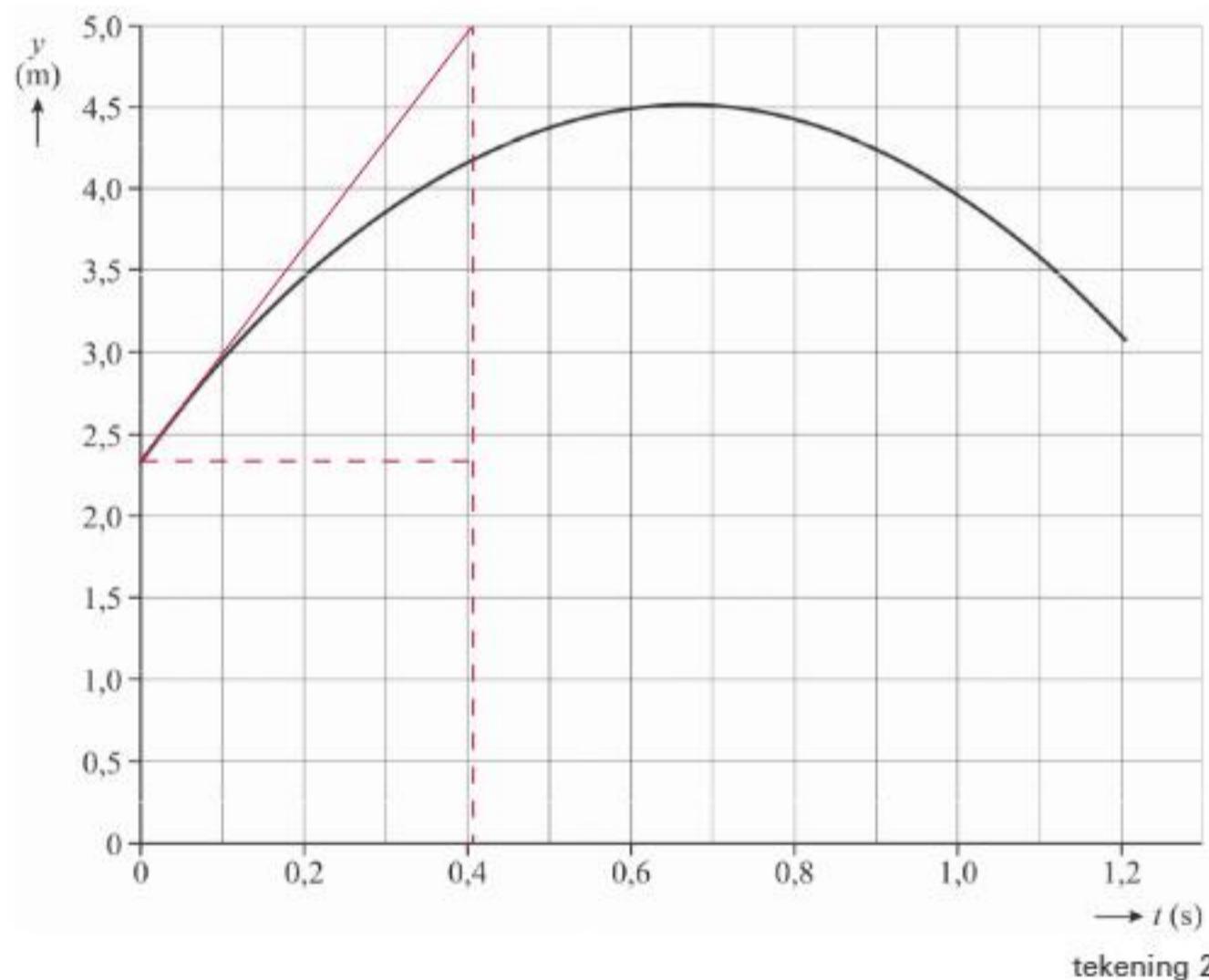
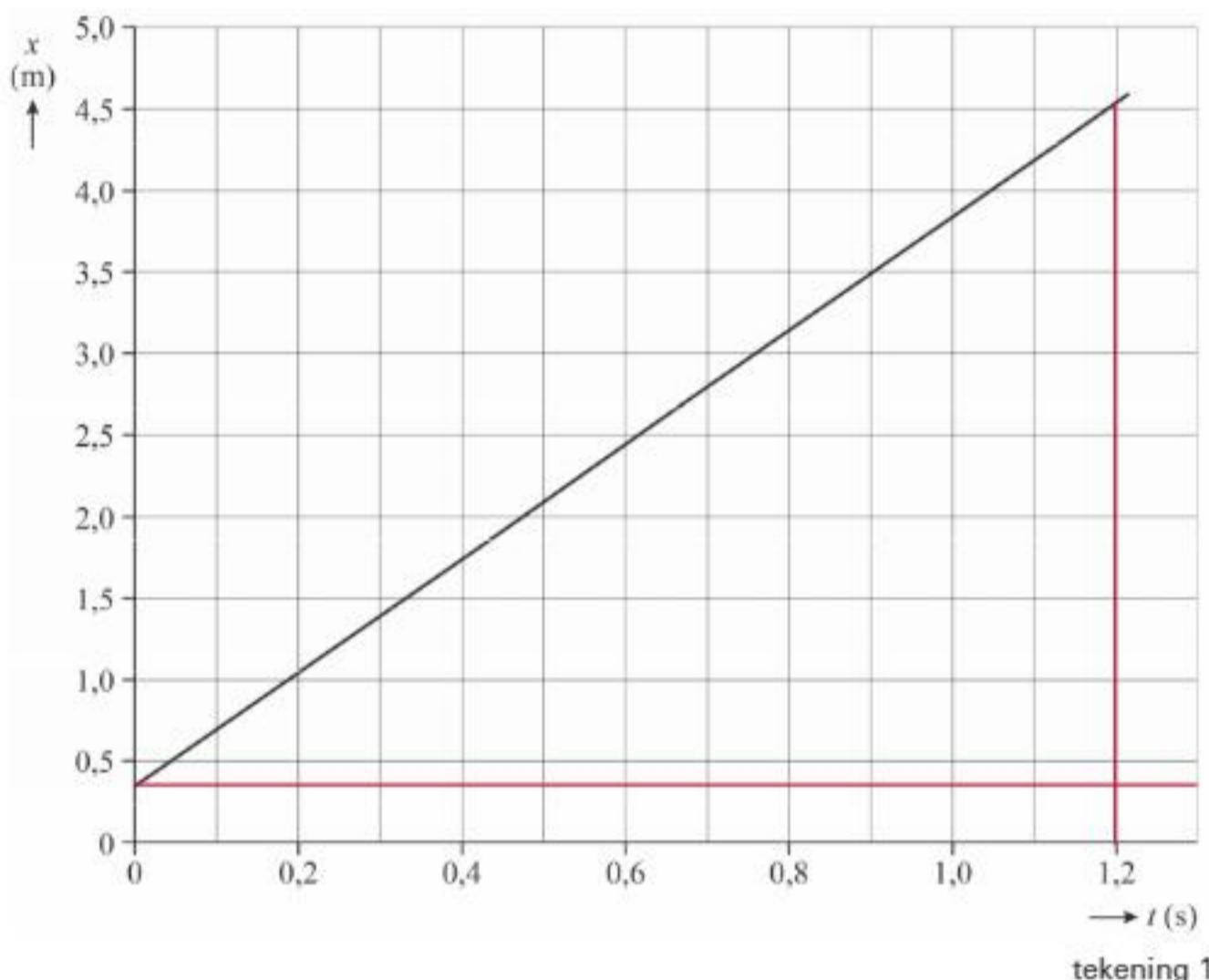
Hints bij examen 2022-I

- 1 Gebruik de stelling van Pythagoras.
- 2 – Bepaal eerst de schaalfactor van de foto.
– Gebruik $W = F_{\text{res}} \cdot s$ of gebruik $F_{\text{res}} = m \cdot a_{\text{gem}}$.
- 3 Waar bevindt zich de ring?
- 4 Waar bevindt zich de vrijeworplijn?
- 5 Vergelijk de resultaten A en E met de resultaten B en D.
- 6 Wat weet je van de fotonenergie van het violette licht?
- 7 Voor welke halfgeleider(s) is de maximale fotonenergie niet groot genoeg?
- 8 – Gebruik een formule uit Binas 35E4 en een formule uit Binas 35A4.
– Waaraan is m_{eff} gelijk?
- 9 Voor E_n zie Binas 35E4.
- 10 Bereken de fotonenergie van het groene licht.
- 11 Wat is het verband tussen ρ , R , A en ℓ ?
- 12 Bereken de factor $1 + \alpha \cdot (T - T_0)$.
- 13 Gebruik de verbanden tussen de grootheden in de wet van Stefan-Boltzmann.
- 14 Gebruik de wet van Wien.
- 15 Welk verband tussen intensiteit en afstand vind je in de kwadratenwet?
- 16 Wat weet je van de som van het aantal kerndeeltjes voor en na de pijl?
- 17 Zoek Y-90 op in Binas 25A.
- 18 Gebruik de linkerhandregel voor het bepalen van de richting van \vec{B} .
- 19 Gebruik de formule voor de lorentzkracht.
- 20 Vul de waarden van de grootheden in formule (1) in.
- 21 Welke stralingsbron is overal op aarde aanwezig?
- 22 Met welke moleculen kunnen de elektronen onderweg botsen?
- 23 – Wat is het verband tussen λ , v en f ?
– Is de golflengte van toon II groter of kleiner dan die van toon I?
- 24 Wat weet je over de achtereenvolgende knoop-buikafstanden?
- 25 Zie Binas 15A.

Uitwerkingen bij examen 2022-I

Vrije worp bij basketbal

- 4p 1 Zie tekening 1 en 2 (de ingetekende bijlage).



Voor de grootte van de snelheid v op het moment dat de bal de hand van de speler verlaat, geldt: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ [1p] (stelling van Pythagoras), waarin:

v_x = snelheid van de bal in de x -richting op $t = 0$ s

Deze snelheid is gelijk aan de steilheid van de (x,t) -grafiek op $t = 0$ s.

$$\text{Afrezen in tekening 1 geeft: } v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4,55 - 0,35}{1,2 - 0,0} = 3,5 \text{ ms}^{-1}$$

v_y = snelheid van de bal in de y -richting op $t = 0$ s

Deze snelheid is gelijk aan de steilheid van de (y,t) -grafiek op $t = 0$ s. [1p]

$$\text{Afrezen in tekening 2 geeft: } v_y = \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} = \frac{5,0 - 2,3}{0,41 - 0,0} = 6,6 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{3,5^2 + 6,6^2} = \sqrt{55,81} = 7,5 \text{ ms}^{-1}$$

- 4p 2 – Bepaal eerst de schaalfactor van de foto.

$$\text{Er geldt: schaalfactor} = \frac{\text{diameter van de bal in werkelijkheid}}{\text{diameter van de bal op de foto}} = \frac{24 \text{ cm (zie figuur 2)}}{1,3 \text{ cm (opgemeten in de bijlage)}} = 18,5$$

Voor de verplaatsing s van de bal tijdens de worp geldt:

$$s = \text{afstand tussen de twee stippellijnen in de rechterfoto} \cdot \text{schaalfactor} = 1,5 \text{ cm} \cdot 18,5 = 27,7 \text{ cm} = 0,277 \text{ m} = 0,28 \text{ m}$$

- methode 1

Tijdens de worp geldt voor het gemiddelde van de resulterende kracht F_{res} :

$$W = \Delta E_k \Rightarrow F_{\text{res}} \cdot s \quad [1p] = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow F_{\text{res}} = \frac{m \cdot v_{\text{eind}}^2}{2 \cdot s}, \text{ waarin:}$$

W = arbeid die de resulterende kracht tijdens de worp op de bal verricht

ΔE_k = toename van de kinetische energie van de bal tijdens de worp

s = afgelegde afstand van de bal tijdens de worp = 0,277 m

m = massa van de bal = 600 g = 0,600 kg (zie figuur 2)

v_{eind} = eindsnelheid = 7,1 ms⁻¹

$$\text{Invullen: } F_{\text{res}} = \frac{0,600 \cdot 7,1^2}{2 \cdot 0,277} = 55 \text{ N}$$

- methode 2

Voor het gemiddelde van de resulterende kracht F_{res} geldt:

$$F_{\text{res}} = m \cdot a_{\text{gem}} \quad (\text{Binas 35A3}) = m \cdot \frac{v_{\text{eind}}}{\Delta t} \quad [1p], \text{ waarin:}$$

m = massa van de bal = 600 g = 0,600 kg (zie figuur 2)

a_{gem} = gemiddelde versnelling tijdens de worp

v_{eind} = eindsnelheid = 7,1 ms⁻¹

Δt = duur van de worp

$$\text{Er geldt: } s = v_{\text{gem}} \cdot \Delta t \quad (\text{Binas 35A1}) \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_{\text{gem}}} = \frac{s}{\frac{1}{2} \cdot v_{\text{eind}}} \quad [1p], \text{ met:}$$

s = afgelegde afstand van de bal tijdens de worp = 0,277 m

v_{eind} = eindsnelheid = 7,1 ms⁻¹

$$\text{zodat: } \Delta t = \frac{0,277}{\frac{1}{2} \cdot 7,1} = 0,0780 \text{ s}$$

$$\text{Invullen: } F_{\text{res}} = 0,600 \cdot \frac{7,1}{0,0780} = 55 \text{ N}$$

- 2p 3 Het model moet stoppen als de bal naar beneden beweegt én op de hoogte van de ring komt. De ring bevindt zich volgens figuur 2 op een hoogte van 3,05 m. Dit is in overeenstemming met de grafieken in figuur 6.

De twee voorwaarden zijn dus: 1. $v_y < 0$ (ms⁻¹) of $dy < 0$ (m) [1p]
2. $y < 3,05$ (m) of $y \leq 3,05$ (m) [1p]

- 2p 4 In figuur 6 lees je af dat bij resultaat C de berekening stopt als $x = 4,6$ m en $y = 3,05$ m. De afstand $x = 4,6$ m komt volgens figuur 2 overeen met de horizontale afstand van de vrijeworplijn tot het midden van de ring. [1p]
De afstand $y = 3,05$ m komt volgens figuur 2 overeen met de hoogte van de ring. [1p]
Bij resultaat C wordt er dus gescoord.

- 3p 5 Zie de ingevulde uitwerkbijlage.

resultaat	is het gevolg van een variatie in de startwaarde van ...
A	v_x
B	v_x
D	v_x
E	v_x

Als Dyon de startwaarden van v_y varieert terwijl hij die van v_x constant houdt, zal de maximale hoogte van de grafieken variëren. [1p] Dat is het geval bij de resultaten A en E [1p]: bij die resultaten is er sprake van een kleinere en een grotere maximale hoogte in vergelijking met resultaat C.

Als Rens de startwaarden van v_x varieert, terwijl hij die van v_y constant houdt, zal de maximale hoogte van de grafieken gelijk zijn aan die bij resultaat C. Dat is het geval bij de resultaten B en D. [1p]

Qled-tv

- 2p 6 De quantum-dot absorbeert de fotonen van het violette licht. Deze fotonen hebben meer energie dan de fotonen van de andere kleuren in het zichtbare licht. [1p] Er zal door de quantum-dot altijd licht worden uitgezonden waarvan de fotonen minder energie hebben dan die van violet licht. [1p] Daarom is gekozen voor violet licht in plaats van een andere kleur uit het zichtbare spectrum.

- 2p 7 Zie de ingevulde uitwerkbijlage. [1p]

halfgeleider	E_{gap} (eV)		
Si	1,12	geschikt	ongeschikt
CdSe	1,74	geschikt	ongeschikt
Si_3N_4	5,00	geschikt	ongeschikt
GaAs	1,43	geschikt	ongeschikt
GaP	2,26	geschikt	ongeschikt

Als de fotonenergie groter is dan de bandgap, is de halfgeleider geschikt voor gebruik in een Qled-tv. Dat betekent dat halfgeleiders met een bandgap die kleiner is dan 2,75 eV geschikt zijn, terwijl halfgeleiders met een bandgap groter dan 3,10 eV niet geschikt zijn. [1p]

- 5p 8 – Voor de debroglie-golfleugte λ_B van het elektron of van het gat geldt:

$\lambda_B = \frac{h}{m \cdot v}$ [1p] (Binas 35E4), met h = constante van Planck, m = massa en v = snelheid

Verder geldt: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ [1p] (Binas 35A4) met E_k = kinetische energie, m = massa en v = snelheid $\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow 2 \cdot E_k \cdot m = m^2 \cdot v^2 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m} = m \cdot v$

Met $m = m_{\text{eff}}$ geeft dit: $m_{\text{eff}} \cdot v = \sqrt{2 \cdot m_{\text{eff}} \cdot E_k}$, zodat:

$$\lambda_B = \frac{h}{m_{\text{eff}} \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_{\text{eff}} \cdot E_k}}$$
 [1p]

- $\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_{\text{eff}} \cdot E_k}}$, waarin:

h = constante van Planck = $6,6 \cdot 10^{-34}$ Js (Binas 7A)

m_{eff} = effectieve massa van het elektron

$m_{\text{eff}} = 0,13 \cdot m_e$, met: m_e = elektronmassa = $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg [1p] (Binas 7B)

zodat: $m_{\text{eff}} = 0,13 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

E_k = kinetische energie van het elektron = 1 eV = $1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ J (Binas 5)

$$\text{Invullen: } \lambda_B = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 0,13 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$
 [1p]

- 4p 9 Afleiding van de formule $E_f = E_{\text{gap}} + \frac{C}{R^2}$ (formule (2)):

Voor de nulpuntsenergie E_{nul} in een eendimensionale energieput met oneindig hoge wanden geldt: $E_{\text{nul}} = \frac{n^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$, met $n = 1$ (Binas 35E4)

Dan geldt voor de nulpuntsenergie E_{nul} van de twee deeltjes (elektron en gat) in de quantum-dot:

$$E_{\text{nul}} = E_{\text{nul,elektron}} + E_{\text{nul,gat}} = \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,elektron}} \cdot L^2} + \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,gat}} \cdot L^2},$$

met $L = R$ = straal van de quantum-dot [1p]

Hieruit volgt voor de energie E_f van het foton:

$$\begin{aligned} E_f &= E_{\text{gap}} + E_{\text{nul}} \quad [1p] = E_{\text{gap}} + \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,elektron}} \cdot R^2} + \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,gat}} \cdot R^2} = \\ &= E_{\text{gap}} + \left(\frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,elektron}}} + \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,gat}}} \right) \cdot \frac{1}{R^2} \end{aligned}$$

Uit $E_f = E_{\text{gap}} + \frac{C}{R^2}$ volgt dan de formule voor C :

$$C = \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,elektron}}} + \frac{h^2}{8 \cdot m_{\text{eff,gat}}} \quad [1p], \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js (Binas 7A)

$m_{\text{eff,elektron}} = 0,13 \cdot m_e$

$m_{\text{eff,gat}} = 0,45 \cdot m_e$

m_e = massa van een elektron = $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas 7B)

$$\text{Invullen: } C = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 0,13 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} + \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 0,45 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} = 6,0 \cdot 10^{-37} (\text{J m}^2)$$
 [1p]

- 4p 10 Bereken eerst de fotonenergie E_f van het groene licht.

Er geldt: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ [1p] (Binas 35E2), waarin:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binas 7A)

λ = golflengte van het groene licht = 534 nm = $534 \cdot 10^{-9}$ m

$$\text{Invullen: } E_f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{534 \cdot 10^{-9}} = 3,72 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{3,72 \cdot 10^{-19}}{1,60 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} \quad [1p] \quad (\text{Binas 5}) = \\ = 2,33 \text{ eV}$$

De grafiek in figuur 6 geeft het verband tussen R^{-2} (horizontaal) en E_f (verticaal).

Bij $E_f = 2,33$ eV lees je af: $R^{-2} = 0,17 \text{ nm}^{-2}$ [1p] $\Rightarrow R^2 = 5,9 \text{ nm}^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \sqrt{5,9} \text{ nm} \Rightarrow R = 2,4 \text{ nm} \quad [1p]$$

Practicum warmtestraling

- 4p 11 Voor het vermogen P dat het verwarmingselement direct na inschakelen opneemt, geldt:

$$\left. \begin{array}{l} P = U \cdot I \quad (\text{Binas 35D1}) \\ U = I \cdot R \Rightarrow I = \frac{U}{R} \quad (\text{Binas 35D1}) \end{array} \right\} P = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \quad [1p], \text{ waarin:}$$

U = spanning over het verwarmingselement = 120 V

I = stroomsterkte in het verwarmingselement

R = weerstand van het verwarmingselement

Er geldt: $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$, met:

ρ = soortelijke weerstand van constaan = $0,45 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m}$ [1p] (Binas 9)

A = doorsnede van de draad = $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$ [1p] (Binas 36B), met:

r = straal van de doorsnede van de draad

d = diameter van de draad = $4,0 \cdot 10^{-5}$ m

$$\text{zodat: } A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (4,0 \cdot 10^{-5})^2 = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

ℓ = lengte van de draad = 0,35 m

$$\text{zodat: } R = 0,45 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{0,35}{1,26 \cdot 10^{-9}} = 1,25 \cdot 10^2 \Omega$$

$$\text{Invullen: } P = \frac{120^2}{1,25 \cdot 10^2} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ W} \quad [1p]$$

ScienceData geeft: $\rho = 50 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$. Dat geeft $P = 1,0 \cdot 10^2 \text{ W}$.

- 3p 12 Er geldt: $\rho_T = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$

Bij verhoging van de temperatuur vind je dus de waarde van de soortelijke weerstand door ρ_0 te vermenigvuldigen met de factor $1 + \alpha \cdot (T - T_0)$ [1p], waarin:

α = weerstandstemperatuurcoëfficiënt van constaan = $0,05 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ [1p] (Binas 9)

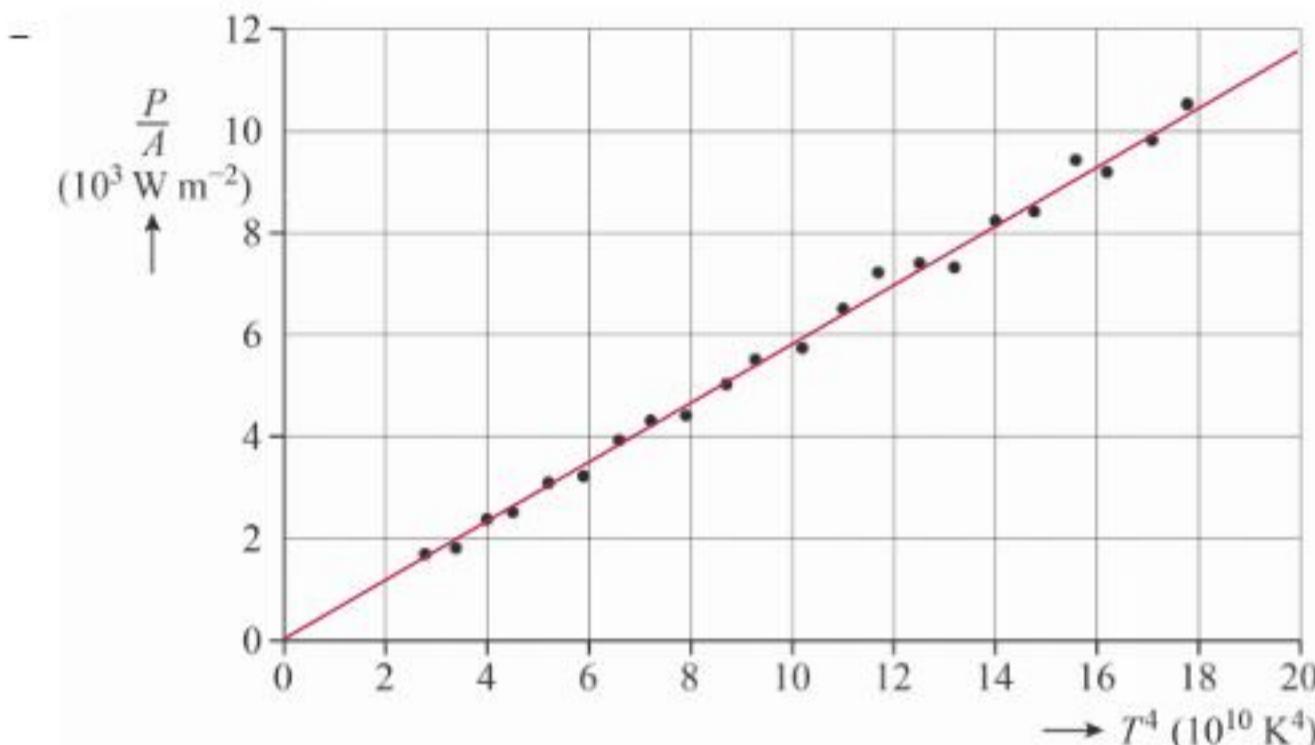
De grootte van de factor is bij 300 °C dus:

$$1 + 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot (300 - 20) = 1,014$$

De toename van de soortelijke weerstand is dus 1,4%. Deze waarde is kleiner dan 5%, dus Tess heeft gelijk. [1p]

ScienceData geeft voor de weerstandstemperatuurcoëfficiënt: $\alpha = 0,02 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. De factor wordt dan 1,006.

- 5p 13 – Het verband tussen het stralingsvermogen P en de temperatuur T wordt gegeven door de wet van Stefan-Boltzmann: $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ (Binas 35E1) \Rightarrow
 $\Rightarrow \frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$. Dus $\frac{P}{A}$ is recht evenredig met T^4 [1p] (want σ is de constante in de wet van Stefan-Boltzmann). Als $\frac{P}{A}$ op de verticale as en T^4 op de horizontale as wordt geplaatst, zal de grafiek dus in theorie een rechte lijn door de oorsprong opleveren. [1p]



- Teken in figuur 4 een rechte lijn die zo goed mogelijk door de meetpunten en de oorsprong gaat (zie de tekening). [1p]

$$\text{Er geldt: } P = \sigma \cdot A \cdot T^4 \Rightarrow \sigma = \frac{P}{A \cdot T^4}$$

De waarde van de constante σ is gelijk aan de helling van de rechte lijn. [1p]

$$\text{Dus: } \sigma = \frac{11,6 \cdot 10^3}{20,0 \cdot 10^{10}} = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad [1p]$$

- 3p 14 De golflengte λ_{\max} waarbij er sprake is van de maximale stralingsintensiteit vind je met de wet van Wien: $\lambda_{\max} \cdot T = k_w$ [1p] (Binas 35E1) $\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{k_w}{T}$, waarin:
 T = temperatuur van de oven = $383^\circ\text{C} = (383 + 273) \text{ K} = 656 \text{ K}$ [1p] (Binas 35C1)
 k_w = constante van Wien = $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$ (Binas 7A)
Invullen: $\lambda_{\max} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{656} = 4,42 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ [1p]

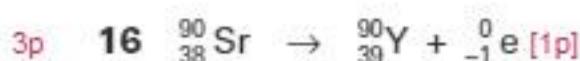
- 4p 15 De kwadratenwet luidt: $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$ (Binas 35B2), met I = intensiteit van het gemeten licht, P_{bron} = vermogen van de bron en r = afstand tot de bron.
 I is dus omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand r . [1p]

$$\text{Dus: } \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{1}{x_1^2}}{\frac{1}{x_2^2}} = \frac{x_2^2}{x_1^2}$$

Vul in deze formule de waarden in van (bijvoorbeeld) de eerste en de laatste meting in figuur 5:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{4810}{620} = 7,76 \quad [1p] \text{ en } \frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{70^2}{40^2} = 3,1 \quad [1p]$$

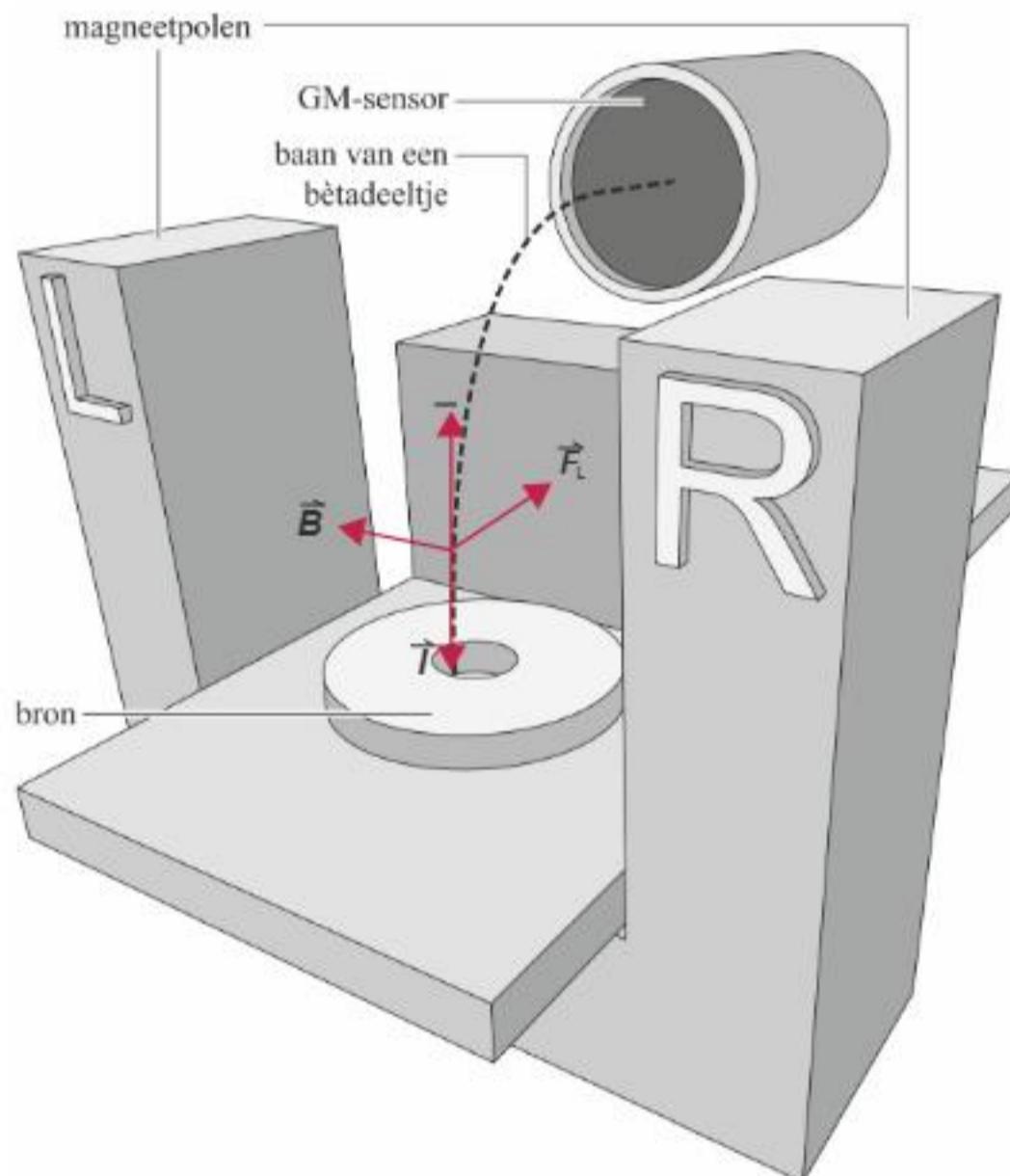
Deze verhoudingen zijn niet gelijk, dus de kwadratenwet geldt hier niet. [1p]

Om het hoekje

- Het atoomnummer van Y (yttrium) is 39 (Binas 25A, 40A of 99).
- Een bètadeeltje is een elektron en wordt aangegeven met ${}_{-1}^0\text{e}$ of ${}_{-1}^0\beta$.
- Links en rechts van de \rightarrow is de som van de atoomnummers gelijk. De kern van de isotoop heeft dus atoomnummer $39 - 1 = 38$. Volgens Binas 25A of 99 is dit het element Sr (strontium). [1p]
- Links en rechts van de \rightarrow is de som van de massagetallen gelijk. Het massagetal van Sr is dus $90 + 0 = 90$. [1p]

1p 17 Y-90 is volgens Binas 25A niet stabiel en vervalt onder uitzending van (onder andere) γ -straling.

3p 18 De elektronenstroom is omhoog gericht, zie de tekening.



De elektrische stroom I is tegengesteld gericht aan deze elektronenstroom en is dus loodrecht omlaag gericht. [1p] De elektronen ondervinden een lorentzkracht F_L naar achteren (het papier in) [1p], waardoor ze worden afgebogen in de richting van het loden blok. Volgens de linkerhandregel is het magneetveld B naar links gericht. De noordpool van de magneet moet zich dus op plaats R bevinden. [1p]

3p 19 De middelpuntzoekende kracht F_{mpz} wordt geleverd door de lorentzkracht F_L .

$$\text{Er geldt dus: } F_{mpz} = F_L \quad [1p] \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = B \cdot q \cdot v \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A2 en 35D3}) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m \cdot v}{r} = B \cdot q \Rightarrow v = \frac{B \cdot q \cdot r}{m} \quad [1p]$$

- 3p 20 Voor de snelheid v van een β^- -deeltje geldt:

$$v = \frac{B \cdot q \cdot r}{m} \quad [1p] \quad (\text{zie vorige vraag}), \text{ waarin:}$$

B = sterkte van het magnetisch veld = 0,1 T

q = lading van het β^- -deeltje = $(-1,6 \cdot 10^{-19})$ C (Binas 7A)

r = straal van de cirkelbaan = 0,20 m

m = massa van het β^- -deeltje = $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas 7B)

$$\text{Invullen: } v = \frac{0,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,20}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 4 \cdot 10^9 \text{ ms}^{-1} \quad [1p]$$

Deze snelheid is veel groter dan de lichtsnelheid c ($= 3,0 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$, zie Binas 7A).

Er moet dus rekening worden gehouden met relativistische effecten. [1p]

- 1p 21 In de eerste meetreeks wordt de achtergrondstraling gemeten.

- 1p 22 De elektronen kunnen van richting veranderen door botsingen met luchtmoleculen, waardoor ze via een andere weg de GM-sensor bereiken.

Speciale fluit

- 6p 23 – Zie tekening 1.



tekening 1

Bereken eerst de golflengte λ van de grondtoon.

Er geldt: $v = f \cdot \lambda$ (Binas 35B2) $\Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$, waarin:

v = snelheid van het geluid in lucht van 20 °C (= 293 K) =
 $= 0,343 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$ [1p] (Binas 15A)

f = frequentie van toon I = $6,0 \cdot 10^2 \text{ Hz}$

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{0,343 \cdot 10^3}{6,0 \cdot 10^2} = 0,572 \text{ m}$$

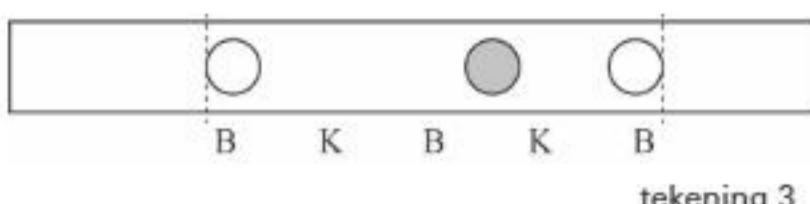
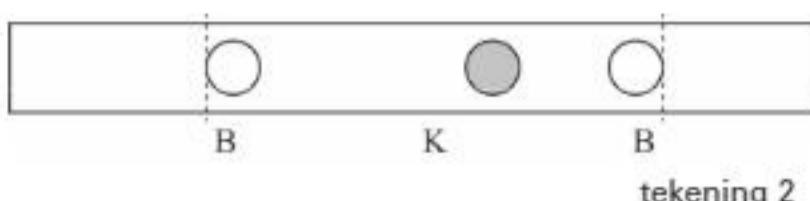
Dan is de afstand KB van het linkeruiteinde van de buis tot de buik B:

$$\frac{1}{4} \cdot \lambda \quad [1p] = \frac{1}{4} \cdot 0,572 = 0,143 \text{ m}$$

De tekening is op schaal 1 : 2 weergegeven [1p], dus in de tekening is de afstand KB:
 $0,143 : 2 = 0,071 \text{ m} = 7,1 \text{ cm}$ [1p]

- Bij toon II is de afstand vanaf het rechter gesloten uiteinde tot het open gat kleiner dan bij toon I [1p]. De golflengte van toon II is dus kleiner dan die van toon I. Dan is de frequentie $f = \frac{v}{\lambda}$ dus hoger dan bij toon I. [1p]

- 3p **24** Zie de tekeningen 2 en 3.



In de tekeningen 2 en 3 zijn twee mogelijkheden aangegeven.

In tekening 2 bevinden zich twee buiken B bij beide open gaten [1p] en een knoop K midden tussen de twee buiken. [1p]

In tekening 3 zijn er een knoop en een buik bij gekomen.

De achtereenvolgende knoop-buikafstanden zijn allemaal even groot. [1p]

- 3p **25** Als de temperatuur stijgt, wordt de geluidssnelheid v groter [1p] (Binas 15A). De golflengte λ in de buis verandert niet. Volgens $v = f \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35B2) wordt de frequentie f dan groter. De toon wordt dus hoger. [1p]

Examen 2022-II

Massa meten in de ruimte

Astronauten verblijven soms langdurig in een ruimtestation dat om de aarde cirkelt. Om te voorkomen dat de astronauten spier- en botmassa verliezen moeten ze oefeningen doen. Daarom moet gedurende het verblijf hun massa gemonitord worden.

Om in de ruimte de massa van astronauten te bepalen, is speciale apparatuur nodig.

Anders dan op aarde kan de massa niet worden bepaald door de astronauten op een gewone personenweegschaal te laten staan.

- 2p 1 Leg uit waarom dat niet kan.

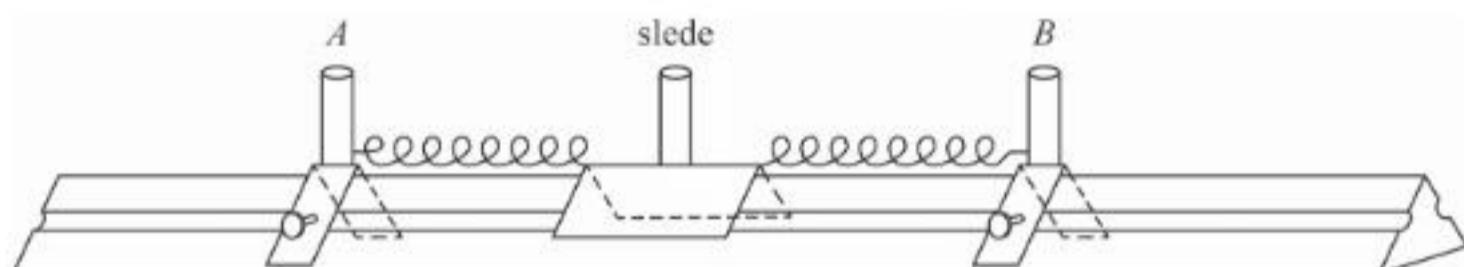
Figuur 1 toont een foto van een astronaute in een speciale stoel waarmee haar massa kan worden bepaald. Deze stoel is via twee veren, aan de voor- en achterkant van de stoel, verbonden aan twee vaste ophangpunten. Als de stoel een horizontale uitwijking krijgt, gaat hij trillen.

Door de trillingstijd te meten, kan de massa van de astronaute worden bepaald. Jasper en André doen een experiment waarbij ze dit simuleren. Ze gebruiken een luchtkussenbaan met daarop een slee die met twee identieke veren is vastgemaakt aan twee vaste klemmen (zie figuur 2). De veerconstante van elke veer is 25 N m^{-1} .

figuur 1



figuur 2



De klemmen A en B zijn zo ver uit elkaar gezet dat de veren gespannen zijn als de slee in de evenwichtsstand staat. In de figuur op de uitwerkbijlage zijn drie situaties getekend:

- 1 De veren zijn nog niet bevestigd aan de slee. L_0 is de rustlengte van de veren.
- 2 De slee is aan twee gespannen veren bevestigd en bevindt zich in de evenwichtsstand. De uitrekking van beide veren is nu u_0 .
- 3 De slee heeft een uitwijking x uit de evenwichtsstand. De uitrekking van beide veren is respectievelijk u_L en u_R .

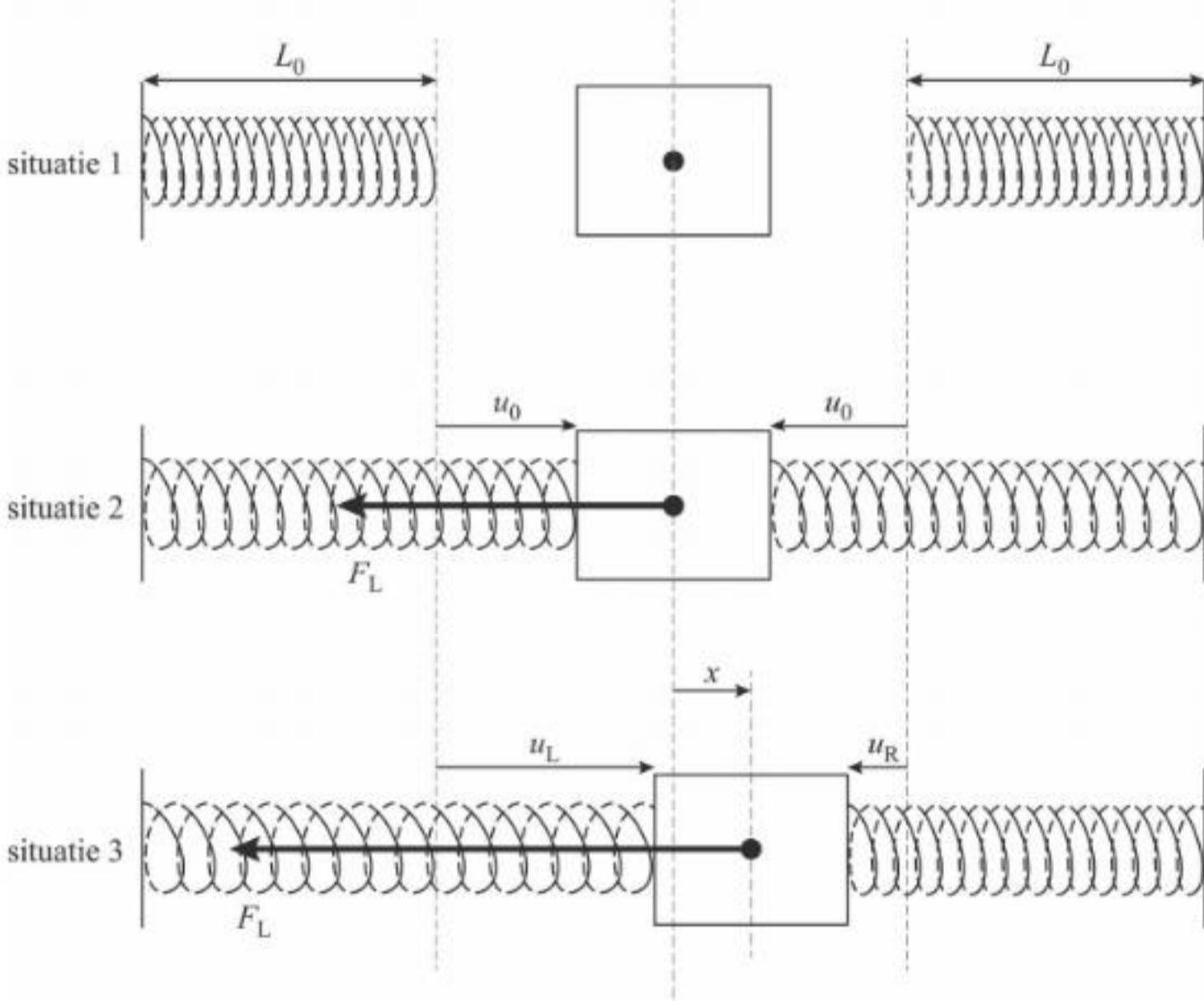
André beweert dat het massa-veersysteem, bestaande uit de slee en de twee veren, een totale veerconstante heeft van 50 Nm^{-1} .

In de figuur op de uitwerkbijlage is in de situaties 2 en 3 de veerkracht F_L van de linker veer op de slee getekend.

4p 2 Voer de volgende opdrachten uit:

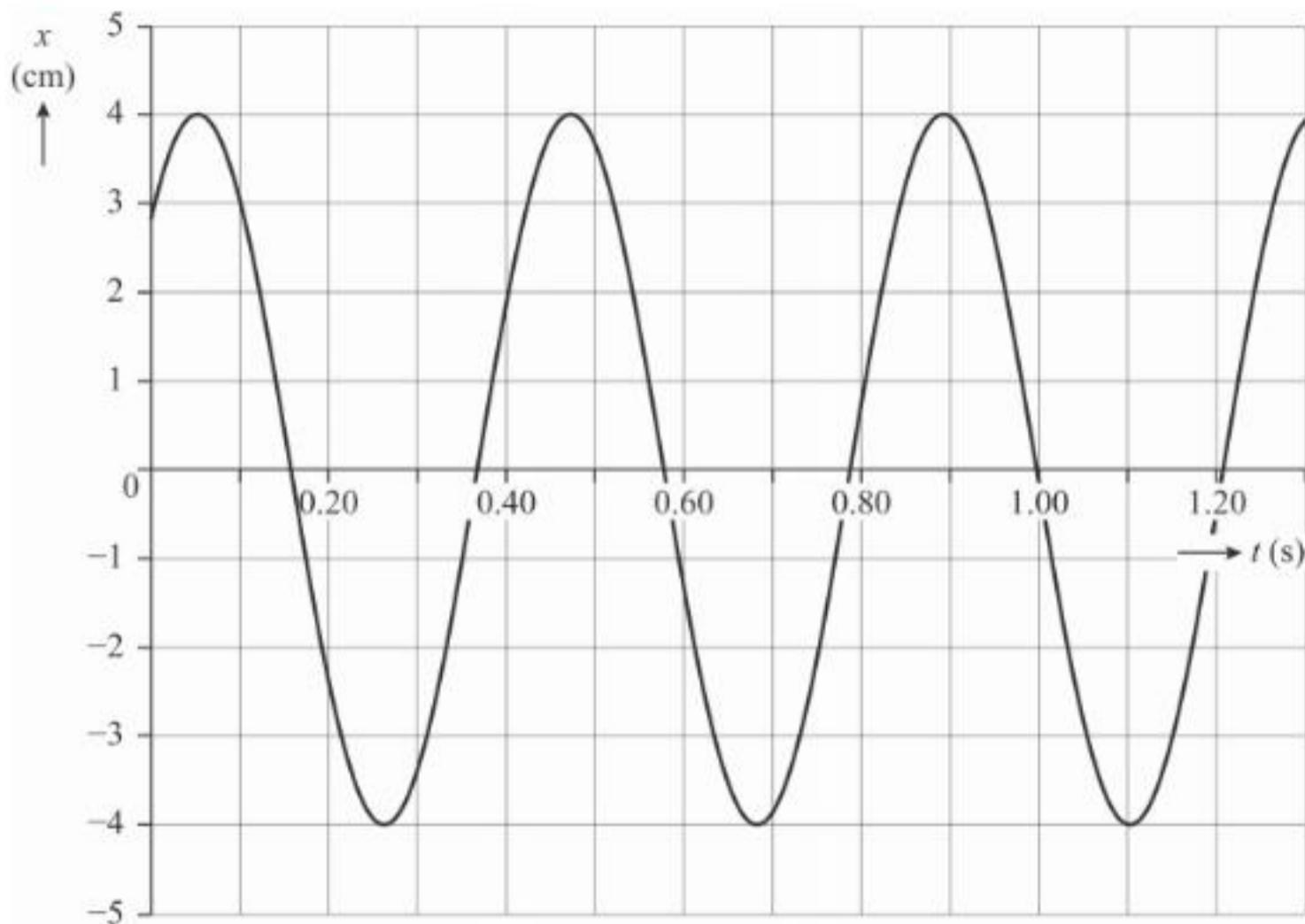
- Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de veerkracht F_R van de rechter veer op de slee in de situaties 2 en 3.
- Leg hiermee uit dat André gelijk heeft.

uitwerkbijlage bij vraag 2



Nadat de slee een uitwijking uit de evenwichtsstand heeft gekregen, beweegt deze wrijvingsloos over de luchtkussenbaan. Jasper en André maken een videometing van de beweging van de slee. Het (x,t) -diagram van deze meting staat in figuur 3.

figuur 3

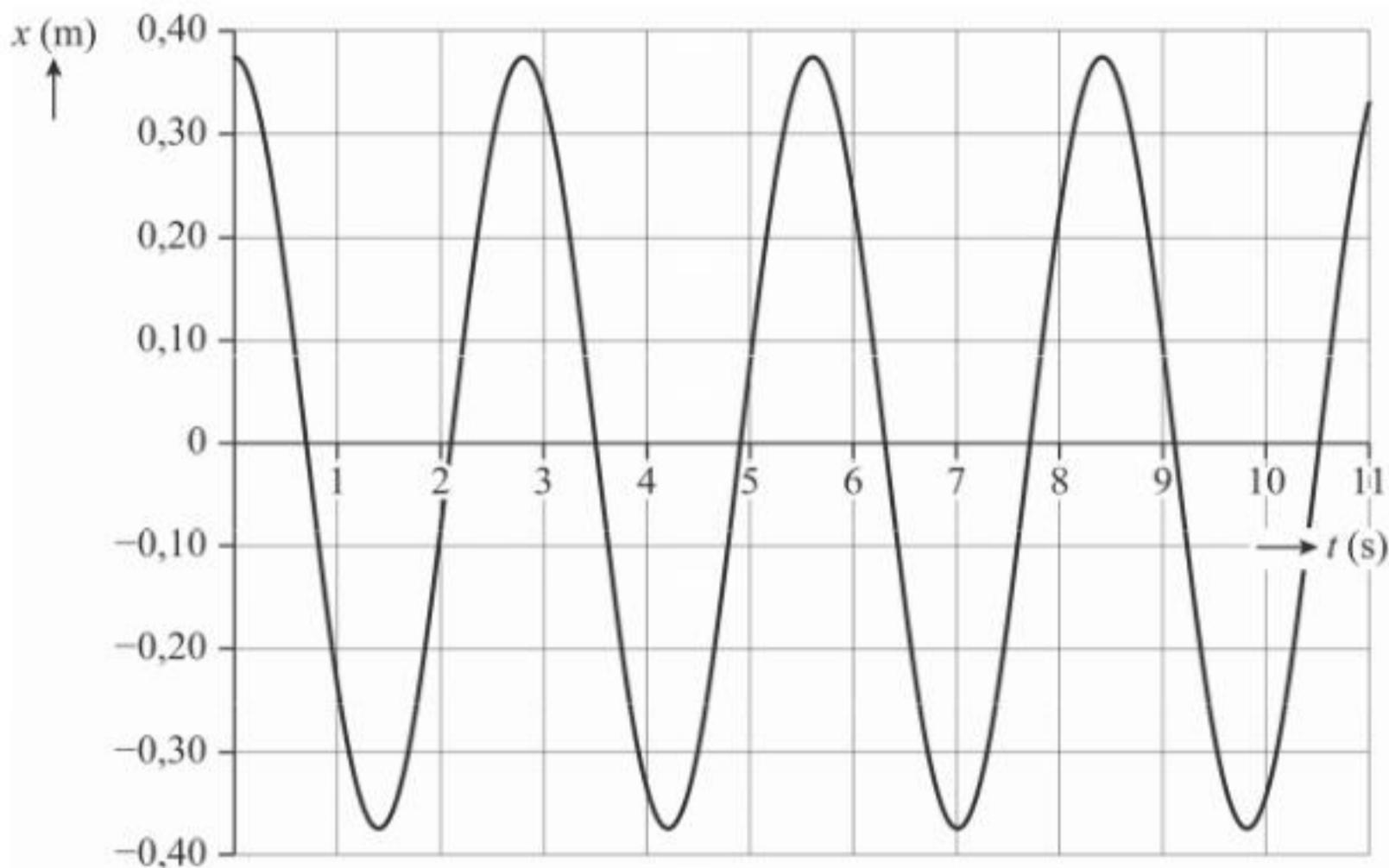


- 3p 3 Bepaal de massa van de slee met behulp van figuur 3. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Jasper en André maken een computermodel om het massa-veersysteem in het ruimtestation te beschrijven. De waarden van alle grootheden zijn dus niet hetzelfde als bij de vorige vragen. Net als bij het experiment zijn in het model de veren gespannen als de stoel met de astronaut zich in de evenwichtsstand bevindt.

Jasper en André maken met het model een grafiek voor x als functie van de tijd. Zie figuur 4.

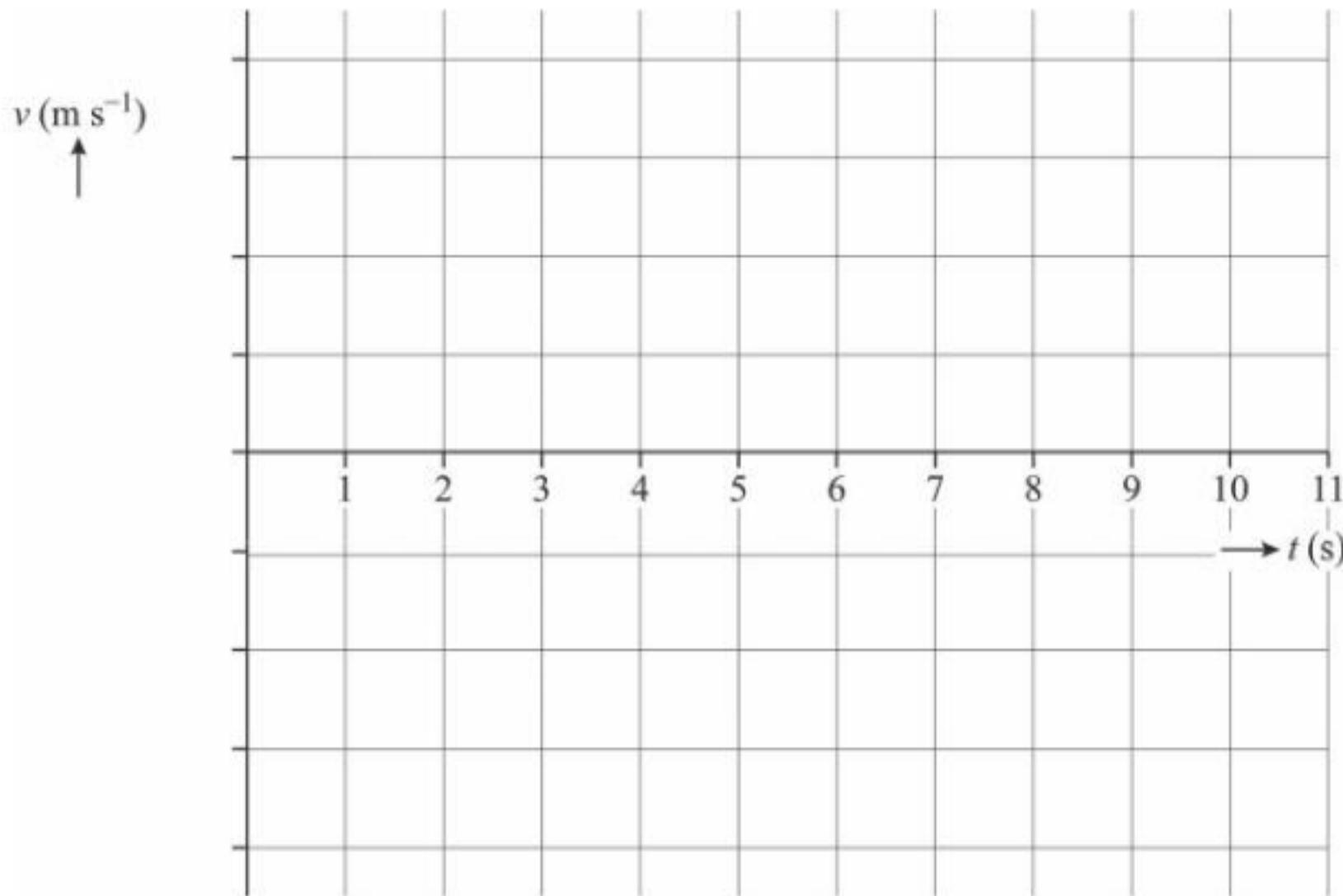
figuur 4



5p 4 Voer de volgende opdrachten uit:

- Bepaal met behulp van het (x,t) -diagram in figuur 4 de maximale snelheid van de stoel. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
- Teken in de figuur op de uitwerkbijlage het bijbehorende (v,t) -diagram.

uitwerkbijlage bij vraag 4



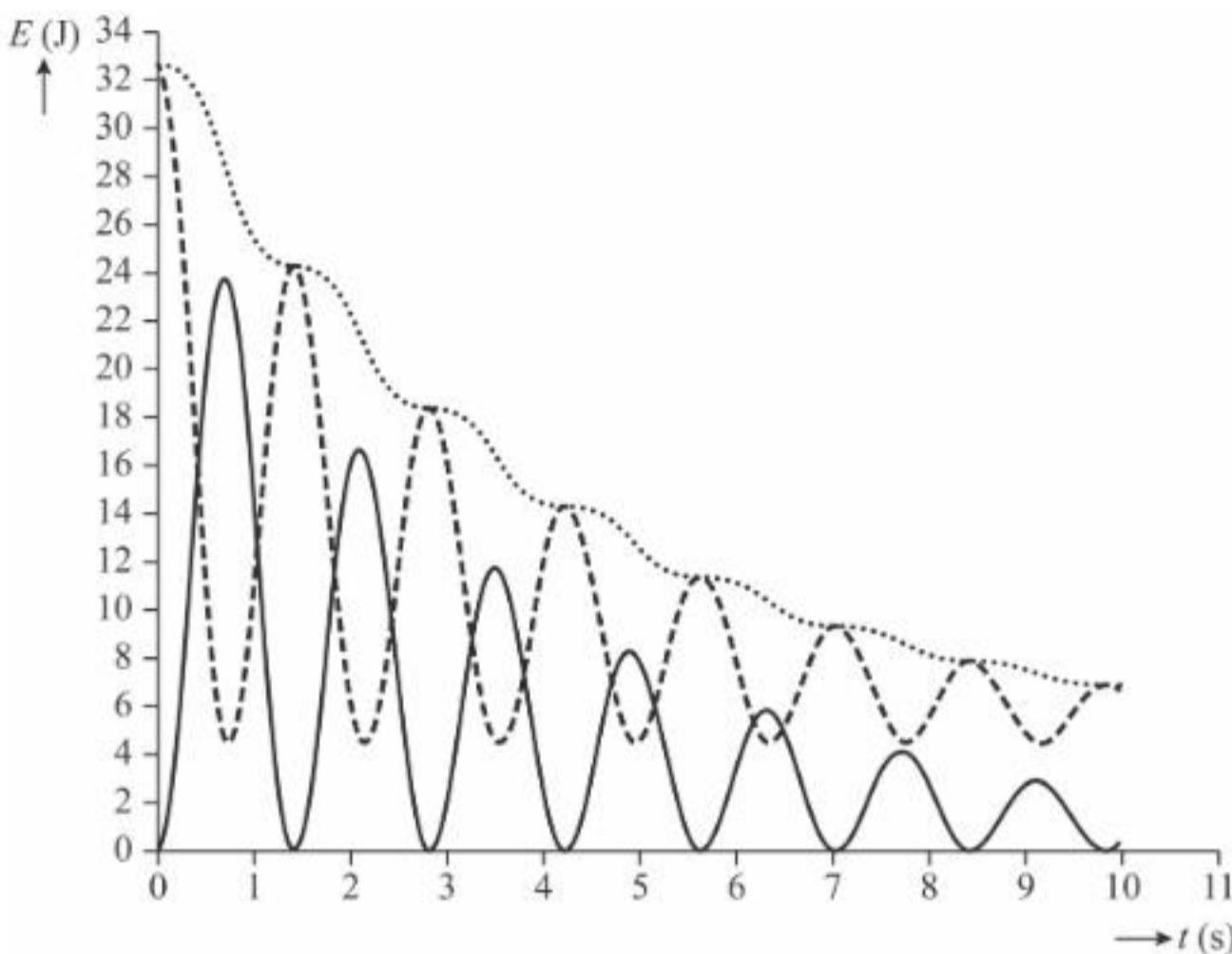
Dan bedenkt Jasper dat er in het ruimtestation wrijving is. Hij past het model aan door een wrijvingskracht toe te voegen. Hij voegt ook de formules toe voor de kinetische energie E_k , de veerenergie E_v en de totale energie E_t van het massa-veersysteem. Hierbij is $E_t = E_k + E_v$.

- 1p 5 Welke formule voor de veerenergie is de juiste?

- A $E_v = \frac{1}{2} C(u_L^2 - u_R^2)$
- B $E_v = \frac{1}{2} C(u_L^2 + u_R^2)$
- C $E_v = \frac{1}{2} C(u_L - u_R)^2$
- D $E_v = \frac{1}{2} C(u_L + u_R)^2$

Jasper maakt met het aangepaste model grafieken voor de kinetische energie, de veerenergie en de totale energie als functie van de tijd. Zie figuur 5.

figuur 5



Legenda

- E_t
- - - E_v
- E_k

Uit figuur 5 blijkt dat de veerenergie niet tot 0 J daalt.

- 1p 6 Geef hiervoor de natuurkundige verklaring.

André constateert dat het totale energieverlies per seconde afwisselend toe- en afneemt, waardoor de grafiek van E_t er nogal hobbeltig uitziet. Hij ziet ook dat E_t het snelst daalt als E_k maximaal is. André vermoedt dat dit komt doordat in het model voor de wrijvingskracht de formule voor luchtweerstand is gebruikt. Omdat deze afhankelijk is van de snelheid zal het energieverlies per seconde het grootst zijn als de snelheid maximaal is. Om deze hypothese te toetsen past André de modelformule voor de wrijvingskracht aan zodat de grootte van de wrijvingskracht constant is. Vervolgens maakt André met het model de grafieken van E_k en E_t opnieuw. Hij verwacht dat de grafiek van E_t nu geen hobbels meer vertoont.

- 2p 7 Leg uit of de verwachting van André terecht is.

ECG in MRI

Het hart pompt het bloed door het lichaam. Dit gebeurt doordat een elektrische prikkel de hartspier laat samentrekken. Tijdens de samentrekkingen treedt scheiding op van elektrische lading. Dit kun je meten en vervolgens zichtbaar maken met een elektrocardiogram (ECG). In figuur 1 is een ECG weergegeven van een gezonde persoon. Dit ECG is getekend door een pen die met een snelheid van 25 mm s^{-1} van links naar rechts beweegt. Figuur 1 is op ware grootte.

figuur 1

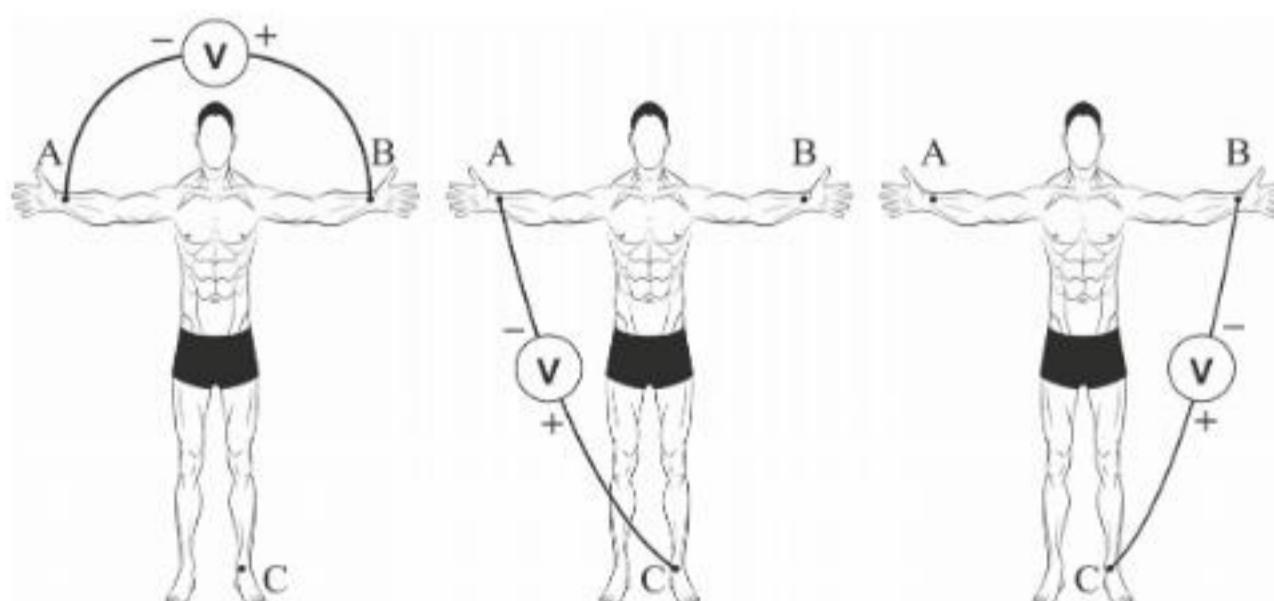


Het hartritme is gedefinieerd als het aantal slagen van het hart per minuut.

- 3p 8 Bepaal met behulp van figuur 1 het hartritme van deze persoon. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Bij het maken van een ECG in het ziekenhuis worden er vaak drie elektroden op de huid van de patiënt geplakt: op de rechterarm (A), op de linkerarm (B) en op het linkerbeen (C). Zie figuur 2. De spanningen die tussen de elektroden worden gemeten leveren drie verschillende ECG's op.

figuur 2



Bij mensen die een traag hartritme hebben, wordt vaak een pacemaker ingebracht. Dit apparaat meet voortdurend het hartritme en kan met kleine stroomstootjes het ritme bijstellen.

Voor het plaatsen van een pacemaker wordt een dun slangetje, een katheter, in het hart aangebracht. Om tijdens het inbrengen de katheter te volgen wordt een CT-scan van de patiënt gemaakt. Tegelijkertijd wordt de hartfunctie in de gaten gehouden met een ECG.

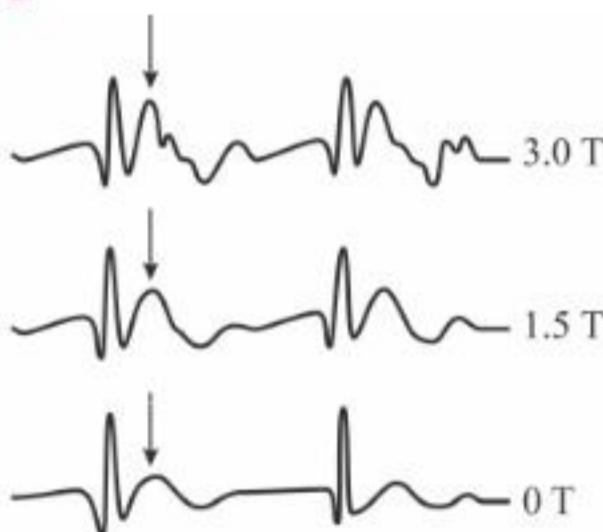
In plaats van gebruik te maken van een CT-scan zou het voor de patiënt beter zijn als het inbrengen van de katheter gevolgd zou worden met een MRI-scan.

- 1p 9 Geef een natuurkundige reden waarom dit beter is voor de patiënt.

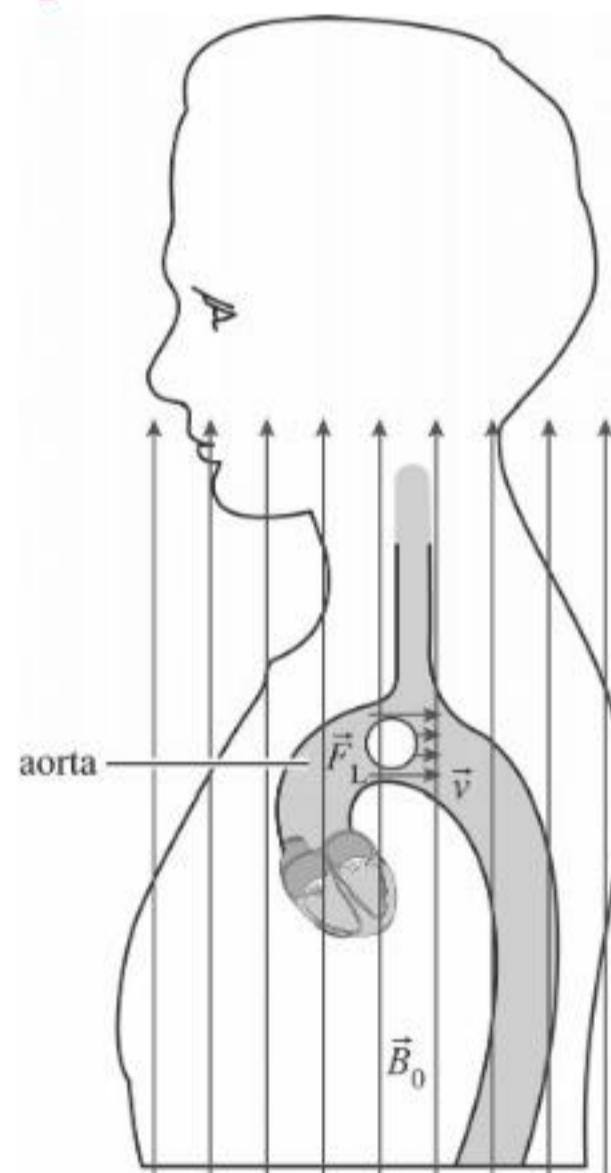
Het maken van een MRI-scan heeft ook nadelen. Het sterke magneetveld van de MRI-scanner zorgt ervoor dat het ECG van de patiënt er anders uitziet, zelfs als het hart normaal functioneert.

De verandering komt doordat in het bloed positieve en negatieve ionen zitten. Door de stroming van het bloed en het uitwendige magneetveld van de MRI-scanner ontstaat een lorentzkracht op de ionen. Hierdoor treedt in het bloed ladingsscheiding op waardoor een elektrische spanning ontstaat die de ECG-meting beïnvloedt. In figuur 3 staat een voorbeeld van de verandering van een ECG als het magneetveld verandert. Dit is vooral te zien bij de pijlen.

figuur 3



figuur 4



In figuur 4 is schematisch een doorsnede van de borstkas in zijaanzicht weergegeven. Het bloed verlaat het hart onder andere via het grootste bloedvat in het lichaam, de aorta. De aorta is in figuur 4 overdreven groot weergegeven. Het uitwendige magnetisch veld \vec{B}_0 is aangegeven met pijlen die in de figuur van onder naar boven lopen. De horizontale pijlen in de aorta geven de stroomsnelheid \vec{v} van het bloed aan.

In het bovenste deel van de aorta staan de stromingsrichting van het bloed en de richting van het magneetveld loodrecht op elkaar.

- 3p 10 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef in de cirkel in figuur 4 de richting aan van de lorentzkracht op de positieve ionen.
- Leg uit dat er in de aorta ladingsscheiding optreedt.
- Leg hiermee uit op welke spanning (U_{AB} , U_{BC} of U_{AC}) de invloed van deze ladingsscheiding het grootst is.

Samira en Fatima willen controleren of de verandering in het ECG verklaard kan worden door de ladingsscheiding in de aorta als gevolg van het magneetveld in de MRI-scanner.

Ze leiden een formule af voor de spanning die ontstaat als gevolg van deze ladingsscheiding:

$$U_{ls} = v \cdot B_0 \cdot d \quad (1)$$

Hierin is:

- U_{ls} de spanning in de aorta als gevolg van de ladingsscheiding in V
- v de stroomsnelheid van het bloed in m s^{-1}
- B_0 de sterkte van het magneetveld in de MRI-scanner in T
- d de gemiddelde afstand tussen de positieve en negatieve lading in m

Samira en Fatima zien dat op een bepaald moment bij een magnetische veldsterkte van 3,0 T de toename van de spanning in het ECG 1 mV is ten opzichte van de situatie bij 0 T. Ze vinden in een informatieboek dat er op dat moment tijdens een hartslag per seconde 600 mL bloed door de aorta stroomt en dat de diameter van de aorta 3 cm is. Ze leiden af dat voor de stroomsnelheid in het bloed geldt:

$$v = \frac{Q}{A} \quad (2)$$

Hierin is:

- Q de hoeveelheid bloed die per seconde door de aorta stroomt in $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
- A de oppervlakte van de dwarsdoorsnede van de aorta in m^2

Samira en Fatima realiseren zich dat de bovenstaande verklaring alleen kan kloppen als d kleiner is dan de diameter van de aorta.

- 4p 11 Leg met behulp van een berekening uit of de verandering van het ECG verklaard zou kunnen worden door ladingsscheiding in de aorta.

Adelaarsnevel

Een interstellaire wolk is een groot gebied in het heelal, van vele tientallen lichtjaren in omvang, dat zeer ijl gas bevat. Dit gas bestaat voor het grootste deel uit atomair waterstof.

Onder bepaalde omstandigheden kan een interstellaire wolk zelf licht uitzenden. De wolk wordt dan een emissienevel genoemd. Figuur 1 is een foto van zo'n nevel, de Adelaarsnevel. In een emissienevel wordt voortdurend waterstof geïoniseerd, waarna de protonen en elektronen weer recombineren tot atomen. Hierbij wordt zichtbaar licht uitgezonden.

De lijnen van het waterstofspectrum zijn altijd terug te vinden in het spectrum van een emissienevel. Eén van de waterstoflijnen overheerst in het zichtbare spectrum, namelijk de lijn met een golflengte van 656,28 nm. Emissienevels hebben daardoor vaak een karakteristieke rode kleur.

figuur 1



- 5p 12 Voer de volgende opdrachten uit:

- Bereken, uitgaande van de gegeven golflengte, de fotonenergie in eV van de overheersende waterstoflijn in het spectrum van een emissienevel. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.
- Toon met behulp van de formule voor de energie van het waterstofatoom aan dat deze lijn hoort bij de overgang tussen de eerste en de tweede aangeslagen toestand van waterstof.
- Geef aan of het een overgang is van eerste naar tweede aangeslagen toestand of andersom.

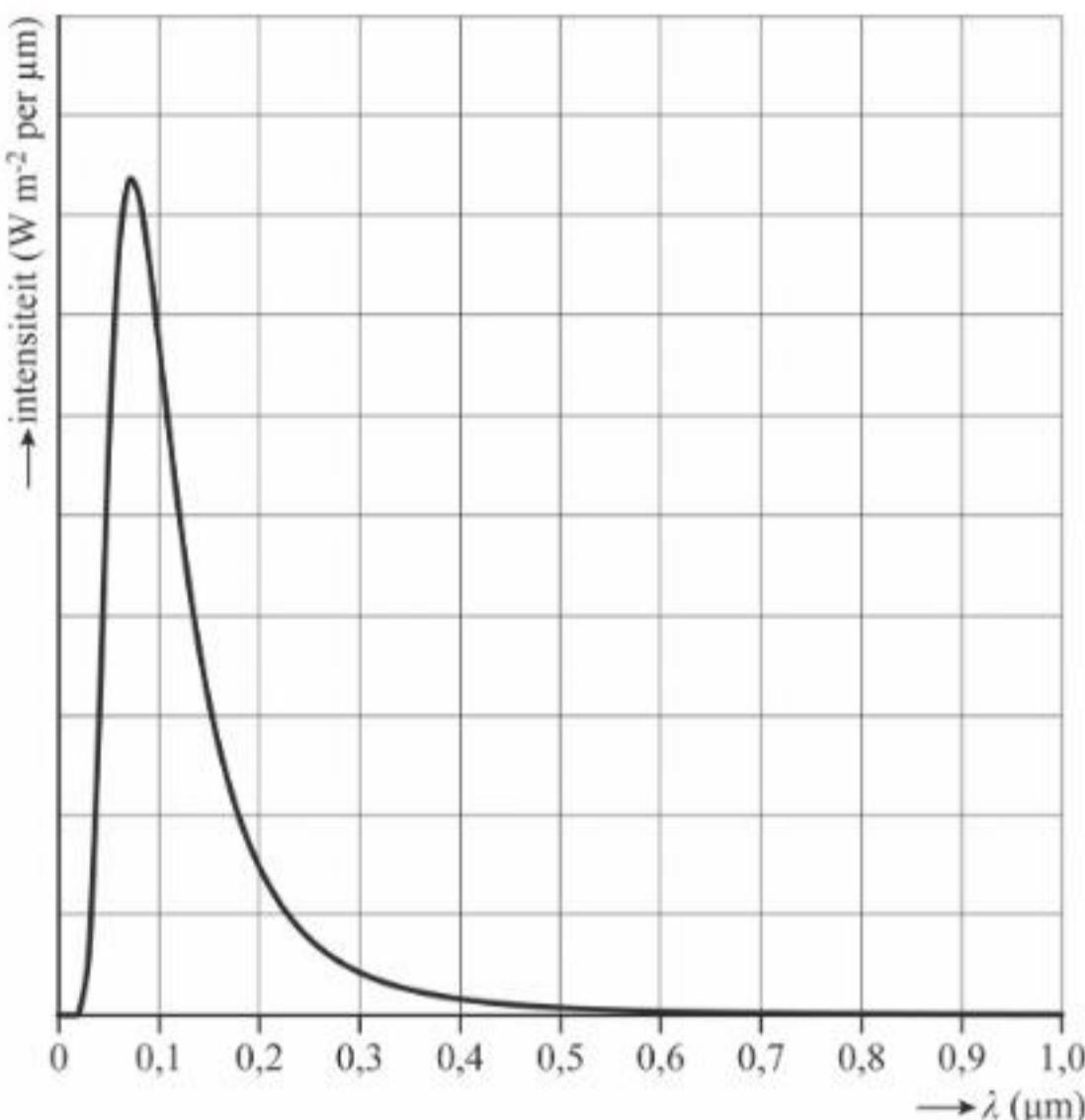
Om van een interstellaire wolk een emissienevel te maken moet aan twee voorwaarden worden voldaan:

- 1 er moet een ster in de nevel aanwezig zijn,
- 2 deze ster moet vooral straling uitzenden met frequenties die groter zijn dan van zichtbaar licht.

- 2p 13 Leg uit waarom voorwaarde 2 noodzakelijk is.

Het valt Eva en Isa op dat ster HD168076 op dezelfde plek aan de hemel staat als de Adelaarsnevel. Deze ster wordt in de rest van deze opgave 'de ster' genoemd. Eva en Isa willen de hypothese toetsen dat de ster één van de sterren is die van de interstellaire wolk een emissienevel maakt. De planckkromme van de ster is in figuur 2 weergegeven.

figuur 2

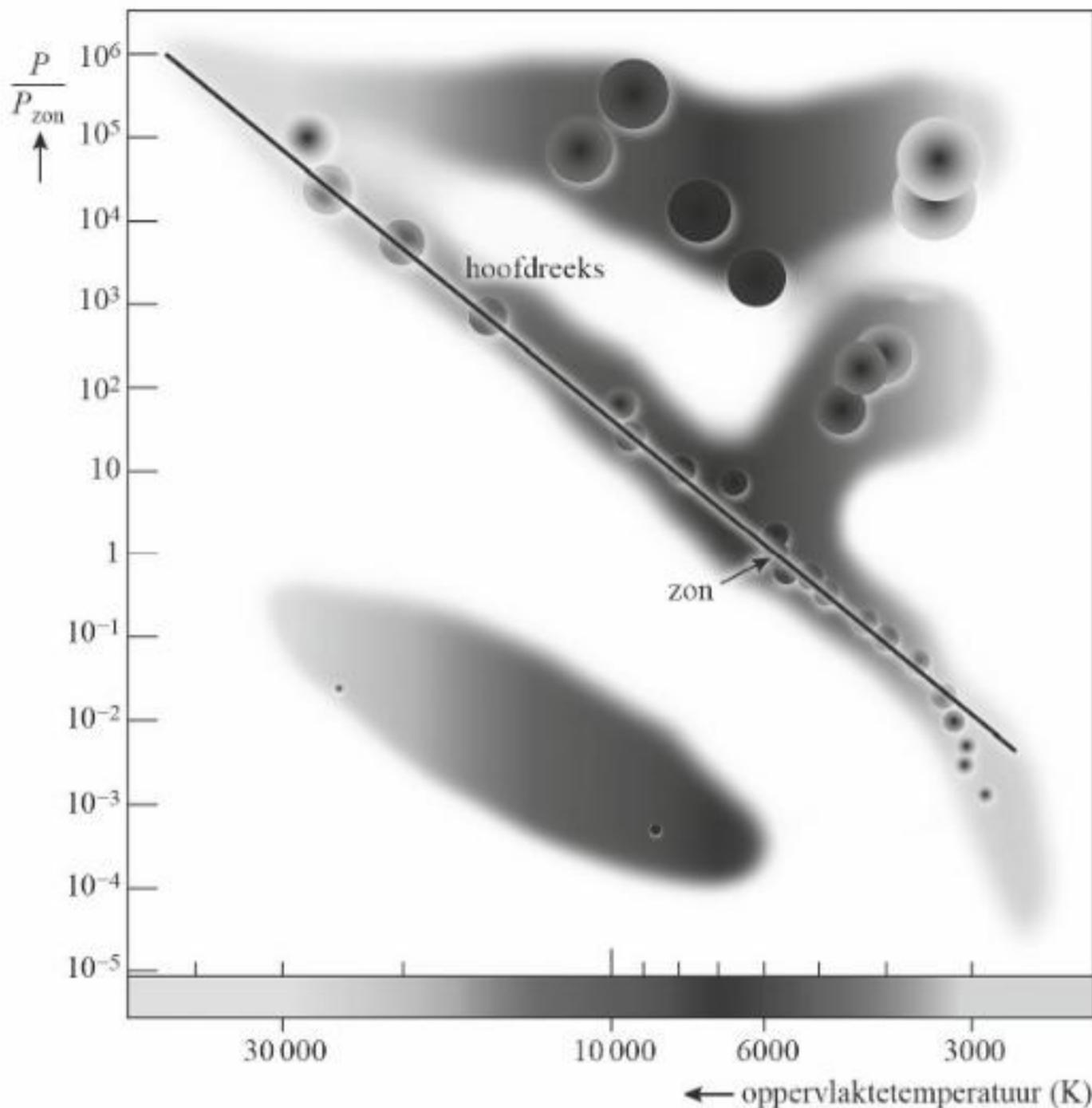


- 2p 14 Leg met behulp van figuur 2 uit dat de ster aan voorwaarde 2 voldoet.
3p 15 Toon met behulp van figuur 2 aan dat de ster een temperatuur van $4 \cdot 10^4$ K heeft.

Op de uitwerkbijlage is een Hertzsprung-Russelldiagram weergegeven. Op de verticale as staat het uitgezonden vermogen ten opzichte van de zon, op een logaritmische schaal. Op de horizontale as staat de temperatuur, aflopend van links naar rechts, eveneens op een logaritmische schaal.

De ster is een ster op de hoofdreeks. Eva en Isa benaderen de hoofdreeks met een lijn. Deze lijn is getekend in de figuur op de uitwerkbijlage. Ze gaan ervan uit dat hoofdreekssterren op deze lijn liggen.

- 5p 16 Voer de volgende opdrachten uit:
- Toon met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage aan dat het uitgestraald vermogen van de ster gelijk is aan $2 \cdot 10^{32}$ W.
 - Bereken hiermee de straal van de ster.

uitwerkbijlage bij vraag 16

Eva en Isa gebruiken een optische telescoop om de stralingsintensiteit van de ster te bepalen die op aarde wordt ontvangen. De telescoop detecteert 60% van de stralingsintensiteit in het golflengtegebied van 400 tot 800 nm.

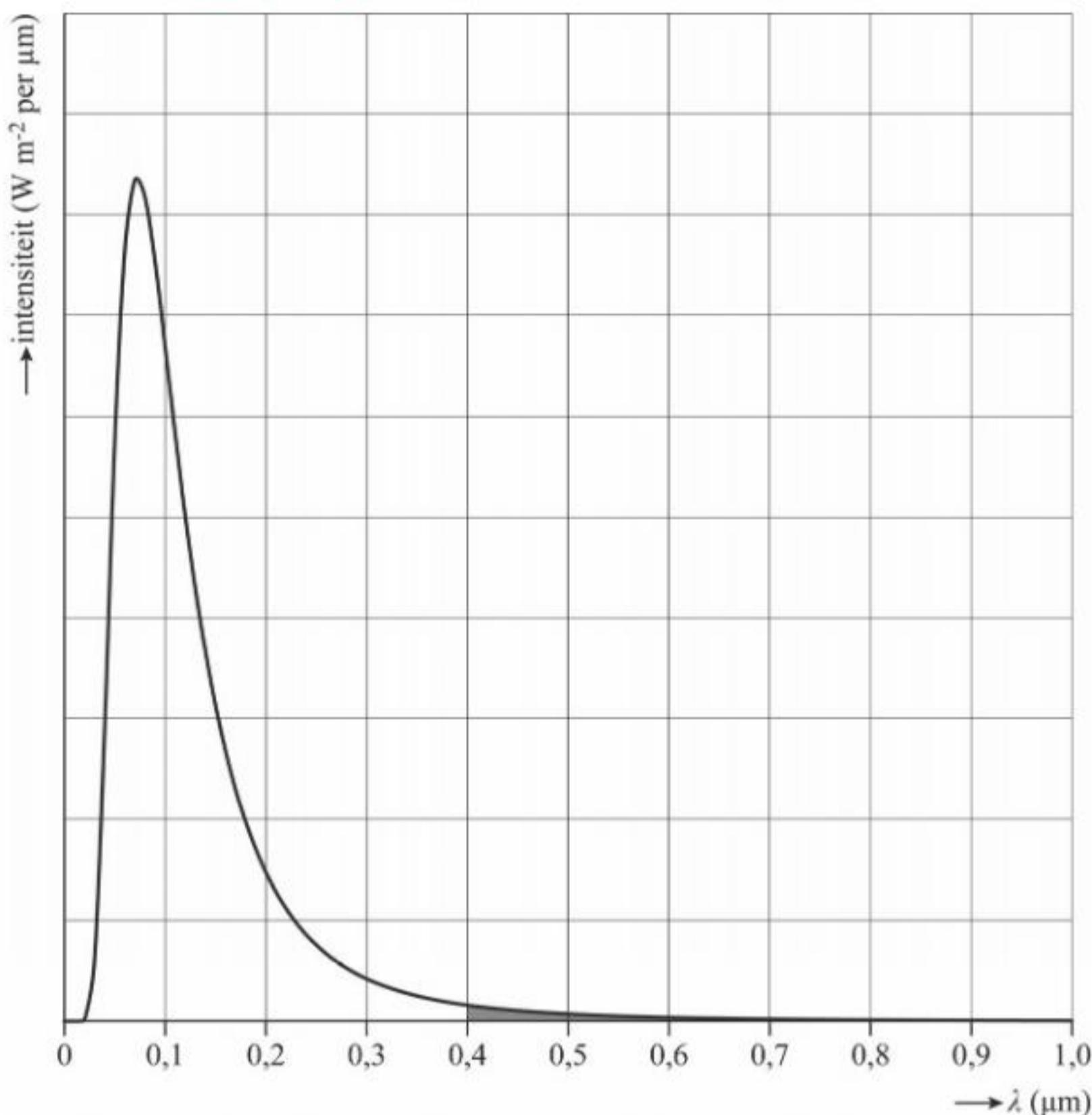
Eva en Isa meten met deze telescoop een stralingsintensiteit van $4,7 \cdot 10^{-11} \text{ W m}^{-2}$ in dit golflengtegebied.

Uit hun meting bepalen ze met behulp van figuur 2 dat de totale ontvangen stralingsintensiteit op aarde van de ster $3,4 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$ is.

Figuur 2 staat vergroot op de uitwerkbijlage. Het gebied onder de grafiek tussen 400 nm en 800 nm is gearceerd. De oppervlakte van dit gebied is gelijk aan 0,2 hokje.

- 4p 17 Voer de bepaling van Eva en Isa uit en toon aan dat de uitkomst inderdaad tussen $3 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$ en $4 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$ ligt.

uitwerkbijlage bij vraag 17



De Adelaarsnevel bevindt zich op een afstand van $7 \cdot 10^3$ lichtjaar.

- 3p 18 Toon met behulp van een berekening aan of aan voorwaarde 1 kan zijn voldaan.

LEO-satelliet

Low Earth Orbit (LEO) satellieten worden gebruikt voor onderzoek aan het broeikaseffect. Deze satellieten draaien relatief laag boven het aardoppervlak. Zie figuur 1.

De snelheid van een satelliet kan worden berekend met de formule:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1)$$

Hierin is:

- v de snelheid in m s^{-1}
- G de gravitatieconstante in $\text{Nm}^2 \text{kg}^{-2}$
- M de massa van de aarde in kg
- r de baanstraal van de satelliet in m

De totale energie E_t van een satelliet is de som van de kinetische energie en de gravitatie-energie.

De totale energie van een satelliet kan berekend worden met de formule:

$$E_t = -\frac{1}{2} G \frac{mM}{r} \quad (2)$$

Hierin is:

- E_t de totale energie van de satelliet in J
- G de gravitatieconstante in $\text{Nm}^2 \text{kg}^{-2}$
- m de massa van de satelliet in kg
- M de massa van de aarde in kg
- r de baanstraal van de satelliet in m

4p **19** Leid de formules (1) en (2) af met behulp van formules uit het informatieboek.

Een bepaalde LEO-satelliet bevindt zich op een hoogte van 425 km.

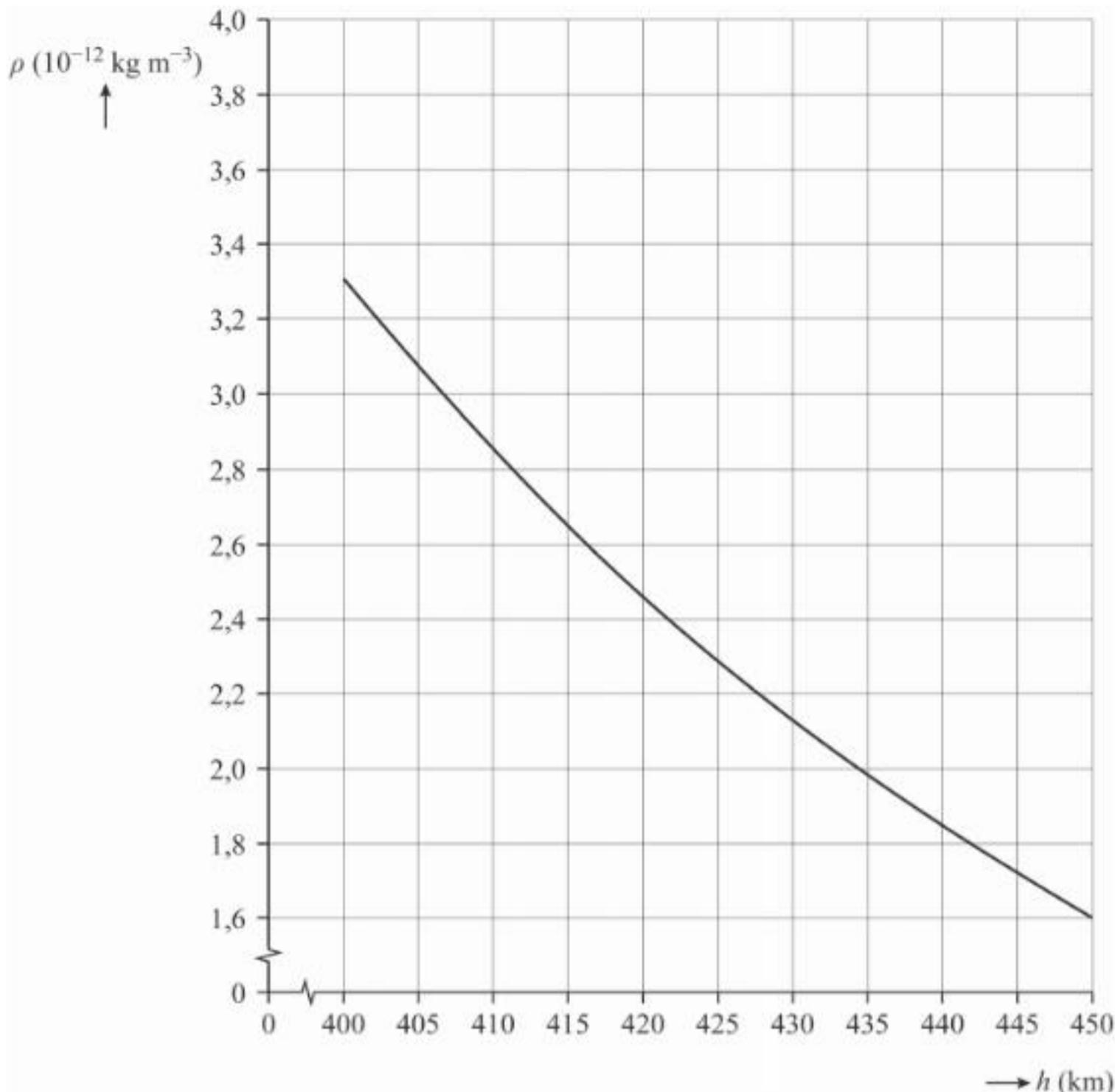
3p **20** Toon aan dat deze satelliet een snelheid heeft van $7,658 \text{ km s}^{-1}$.

Op deze hoogte is de atmosferische wrijving niet helemaal verwaarloosbaar. De dichtheid van de atmosfeer hangt sterk af van de hoogte h boven het aardoppervlak. Het verloop van de dichtheid tussen $h = 400 \text{ km}$ en $h = 450 \text{ km}$ is weergegeven in figuur 2.

figuur 1



figuur 2



De satelliet heeft een c_w -waarde van 2,2 en een frontaal oppervlak van $0,385 \text{ m}^2$.

- 4p 21 Bepaal de energie die deze satelliet elke seconde verliest ten gevolge van atmosferische wrijving.

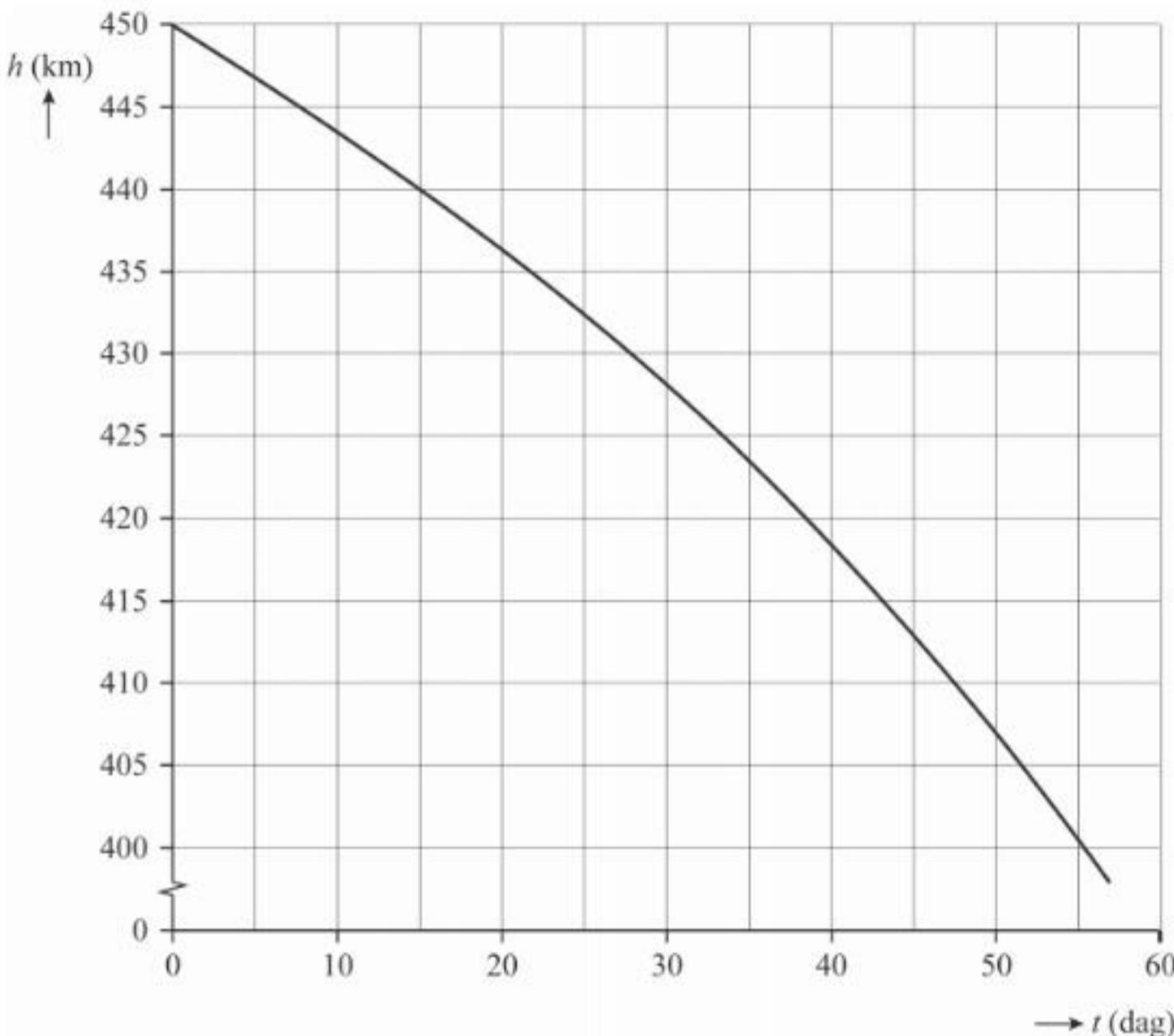
De totale energie uit formule (2) is een functie van r en kun je dus ook noteren als $E_t(r) = -\frac{1}{2} GmMr^{-1}$.

- 3p 22 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef de afgeleide $\frac{dE_t}{dr}$ door $E_t(r)$ te differentiëren.
- Leg aan de hand van het teken van $\frac{dE_t}{dr}$ uit dat door de wrijving de hoogte van de LEO-satelliet steeds kleiner wordt.

Als er niet gecorrigeerd zou worden voor het hoogteverlies door de wrijving zou de hoogte van de LEO-satelliet afnemen volgens figuur 3.

figuur 3



Aan het eind van de levensduur van de satelliet wordt er niet meer gecorrigeerd voor het hoogteverlies.

- 4p **23** Bepaal met behulp van figuur 3 het hoogteverlies per omwenteling om de aarde van de satelliet die zich op een hoogte van 425 km bevindt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Aan het eind van de levensduur verandert de baansnelheid van de satelliet.

- 2p **24** Leg met behulp van formule (1) uit of deze baansnelheid steeds kleiner of steeds groter wordt.

 Je kunt dit examen nakijken met de uitwerkingen hierna óf online op mijnexamenbundel.nl. Je ziet dan je totaalscore en je score per onderwerp. Deze worden bewaard.



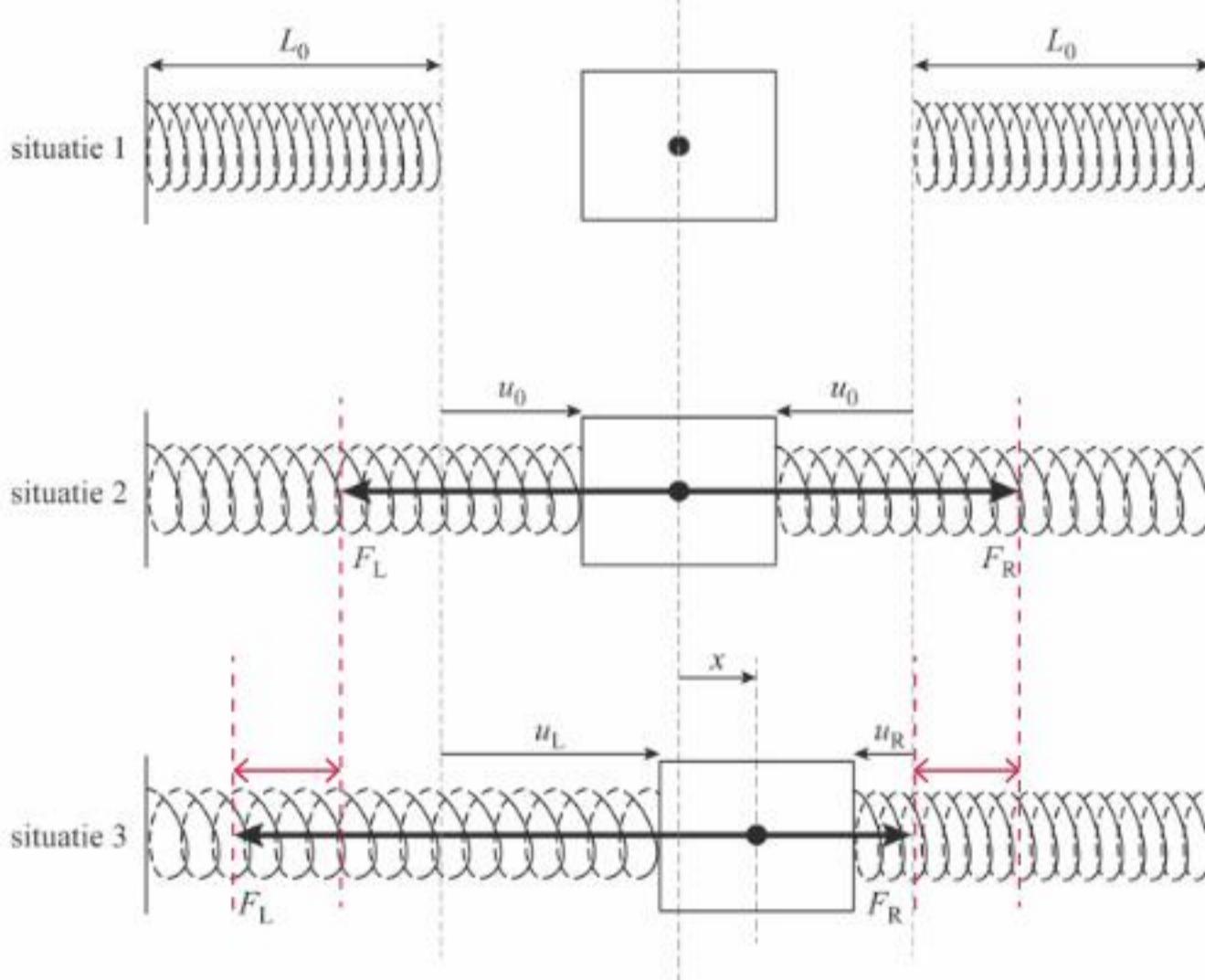
Hints bij examen 2022-II

- 1 Wat meet een weegschaal eigenlijk?
- 2 – Hoe bepaal je de veerkracht?
– Hoe tel je de krachten op om de resulterende kracht te vinden?
- 3 Gebruik de grafiek in figuur 3 om de trillingstijd T te bepalen.
- 4 – Lees de amplitude van de beweging af uit de grafiek in figuur 4.
– Wanneer is v gelijk aan 0? Wanneer is v maximaal?
- 5 Tel de veerenergieën van de linkerveer en de rechterveer bij elkaar op.
- 6 Wat gebeurt er met de uitrekking van de veren als de beweging stopt?
- 7 Het energieverlies per seconde hangt niet alleen af van de wrijvingskracht.
- 8 Meet de afstand tussen de pieken in figuur 1.
- 9 Welke soort straling gebruiken deze twee methodes?
- 10 – Gebruik een linkerhandregel.
– Welke invloed heeft de lorentzkracht op de plaats van de ionen?
– Welke spanning staat in de richting van de ladingsscheiding?
- 11 Vul formule (2) in formule (1) in en bereken d .
- 12 – Zie Binas 35E2.
– Bij de eerste aangeslagen toestand hoort $n = 2$.
– De waterstof zendt straling uit.
- 13 De straling van de ster moet genoeg energie bezitten om de waterstof in een aangeslagen toestand te brengen.
- 14 Welke golflengtes horen bij zichtbaar licht?
- 15 Gebruik de wet van Wien.
- 16 – Lees het vermogen van de ster af bij $T = 4 \cdot 10^4$ K en gebruik Binas 32C.
– Gebruik de wet van Stefan-Boltzmann.
- 17 Tel de hokjes onder de grafiek tot 0,4 mm.
- 18 Maak gebruik van de kwadratenwet.
- 19 De gravitatiekracht F_g treedt hier op als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} .
- 20 De baanstraal r is gelijk aan de afstand tussen de satelliet en het middelpunt van de aarde.
- 21 Bereken eerst de luchtweerstandskracht (Binas 35A3).
- 22 – Gebruik een differentiatieregel uit Binas 36F.
– Is dE_t positief of negatief? Wat betekent dat voor dr ?
- 23 Bepaal met behulp van een raaklijn het hoogteverlies per dag en bereken de omlooptijd.
- 24 Wat gebeurt er als in formule (1) r afneemt?

Uitwerkingen bij examen 2022-II

Massa meten in de ruimte

- 2p 1 Een weegschaal meet je gewicht om je massa te bepalen. [1p] In de ruimte ben je gewichtloos. Je gewicht zal de weegschaal dus niet indrukken \Rightarrow de weegschaal zal een massa van 0 kg aangeven. [1p]
- 4p 2 – Zie de ingevulde uitwerkbijlage.



In situatie 2 is het systeem in evenwicht. De kracht naar rechts F_R moet dan dus even groot als en tegengesteld gericht zijn aan de kracht naar links F_L . [1p]

In situatie 3 heeft de slee een uitwijking naar rechts gekregen ten opzichte van de evenwichtsstand.

De kracht in de linkerveer neemt dan toe van $F_L = C \cdot u_0$ naar $F_L = C \cdot (u_0 + x)$. De toename van F_L is daarom gelijk aan $C \cdot x$.

De kracht in de rechterveer neemt juist af van $F_R = C \cdot u_0$ naar $F_R = C \cdot (u_0 - x)$. De afname van F_R is daarom gelijk aan $C \cdot x$.

Om de rechterpijl in situatie 3 de juiste lengte te geven, moet daarom het verschil tussen de lengte van F_L in situatie 2 en in situatie 3 worden opgemeten, en moet F_R met diezelfde waarde korter worden gemaakt ten opzichte van situatie 2. [1p]

- In de tekening van situatie 3 is te zien dat een uitwijking u naar rechts uit de evenwichtsstand op beide krachten F_L en F_R een even groot effect heeft: F_L neemt toe met $C \cdot u$ en F_R neemt af met $C \cdot u$.

De resulterende kracht F_{res} wordt berekend door de elkaar tegenwerkende krachten F_L en F_R van elkaar af te trekken. Omdat F_L groter wordt en de tegenwerkende kracht F_R juist kleiner, neemt F_{res} toe met $2 \cdot C \cdot u$. [1p]

De totale veerconstante van het systeem is dus gelijk aan $2 \cdot C = 2 \cdot 25 = 50 \text{ N m}^{-1}$. [1p]
André heeft dus gelijk.

- 3p 3 Bepaal de massa m van de slee met: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ [1p] (Binas 35B1) \Rightarrow
 $\Rightarrow m = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot C$, waarin:

T = trillingstijd van de slee. Bepaal de trillingstijd door deze af te lezen uit de grafiek in figuur 3. De eerste top ligt bij $t = 0,05$ s, de derde top ligt bij $t = 0,89$ s.

$$\text{Hieruit volgt: } T = \frac{(0,89 - 0,06)}{2} = 0,42 \text{ s} \quad [1p]$$

C = veerconstante van het totale massa-veersysteem = 50 N m^{-1}

$$\text{Invullen: } m = \left(\frac{0,42}{2\pi}\right)^2 \cdot 50 = 0,22 \text{ kg} \quad [1p]$$

- 5p 4 - methode 1

Bereken de maximale snelheid v_{\max} van de stoel met: $v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T}$ [1p]

(Binas 35B1), waarin:

A = amplitude van de trilling = $0,375 \text{ m}$
 (aflezen in figuur 4)

T = trillingstijd van de trilling. Tussen het eerste en het vierde maximum van de grafiek zit $8,4 \text{ s}$ (aflezen in figuur 4), zodat:

$$T = \frac{8,4}{3} = 2,8 \text{ s} \quad [1p]$$

$$\text{Invullen: } v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 0,375}{2,8} = 0,84 \text{ m s}^{-1} \quad [1p]$$

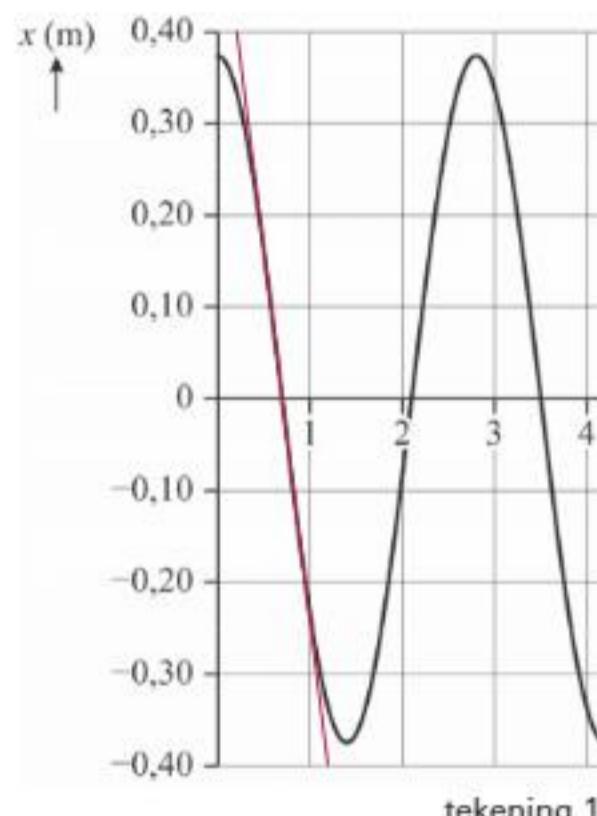
- methode 2

De snelheid v van de stoel is maximaal als de (x,t) -grafiek het steilste is. [1p]

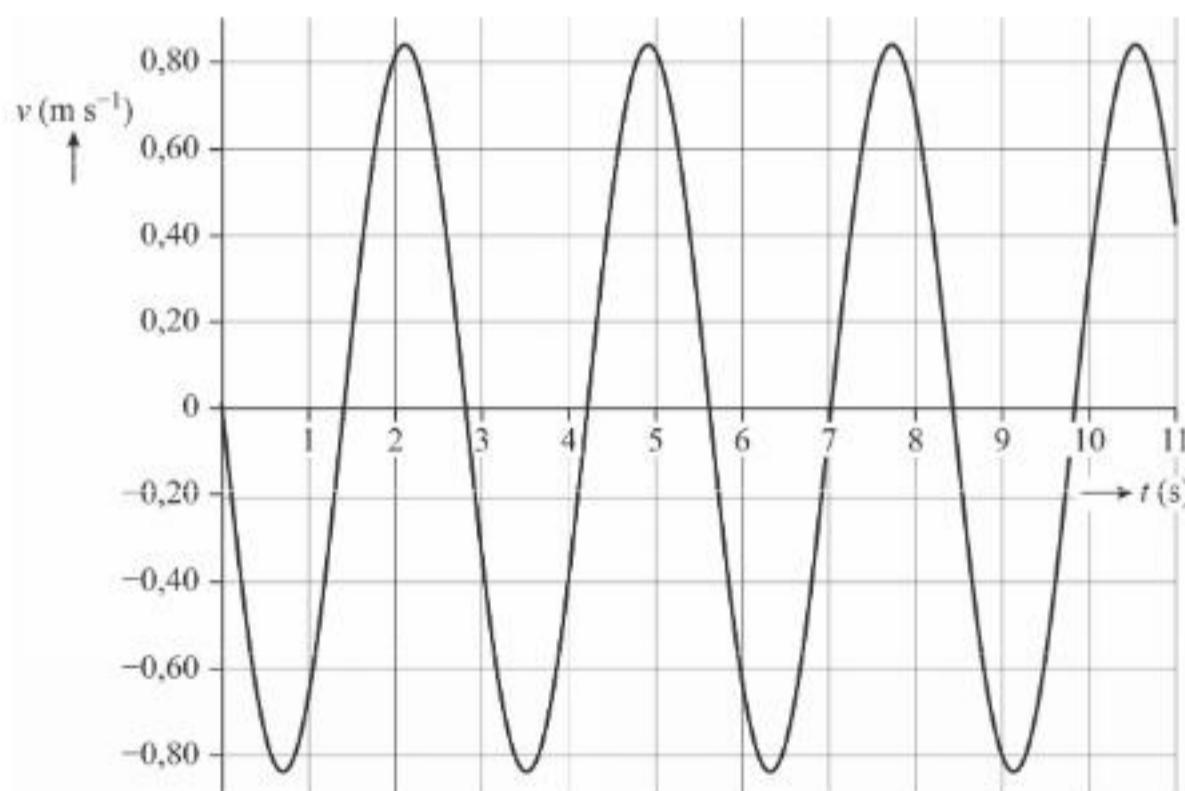
Dat is het geval als de grafiek de evenwichtsstand snijdt. Bepaal daarom de steilheid van de raaklijn aan de grafiek op $t = 0,7 \text{ s}$. Zie tekening 1.

$$\text{Hieruit volgt: } v_{\max} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A1}) = \frac{(0,40 - (-0,40))}{(1,20 - 0,20)} = 0,80 \text{ m s}^{-1} \quad [1p]$$

- Zie tekening 2 (de ingevulde uitwerkbijlage).



tekening 1



tekening 2

- De snelheid van de stoel is 0 als de uitwijking maximaal is. De (v,t) -grafiek snijdt dus de t-as als de (x,t) -grafiek een top of een dal heeft.
- Als de (x,t) -grafiek stijgt, is de snelheid positief. Daalt de (x,t) -grafiek, dan is de snelheid negatief. [1p]
- De hoogte van de toppen is gelijk aan $v_{max} = 0,84 \text{ ms}^{-1}$ (zie boven). [1p]

1p 5 Het juiste antwoord is B.

De veerenergie E_v is de som van de veerenergie van veer L en de veerenergie van veer R:

$$E_v = E_{v,L} + E_{v,R} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_L^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_R^2 \quad (\text{Binas 35A4}) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (u_L^2 + u_R^2)$$

1p 6 Zelfs als de beweging helemaal is gestopt, zijn de veren L en R nog gespannen. Er is dus nog een uitrekking $u \Rightarrow$ de veerenergie $E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$ (Binas 35A4) is niet gelijk aan 0 J.

2p 7 Voor het energieverlies van de stoel door de wrijvingskracht geldt:

$P_{\text{verlies}} = F_w \cdot v$ (Binas 35A4), waarin P_{verlies} = energieverlies per seconde, F_w = wrijvingskracht en v = snelheid van de stoel.

Als André de wrijvingskracht verandert in een constante waarde, hangt het energieverlies nog steeds af van de snelheid v . [1p]

Deze aanpassing zal het hobbelige verloop van de grafiek dus niet verhelpen \Rightarrow de verwachting van André is onterecht. [1p]

ECG in MRI

3p 8 Het hartritme f van deze persoon volgt uit: $f = \frac{1}{T}$ [1p] (Binas 35B1), waarin T = trillingstijd.

In figuur 1 lees je af dat de afstand tussen de eerste en de vijfde piek 88 mm is. [1p]

Het ECG is getekend met 25 mm s^{-1} zodat: $4 \cdot T = \frac{88}{25} \Rightarrow T = 0,88 \text{ s}$

Invullen: $f = \frac{1}{0,88} = 1,14 \text{ s}^{-1}$

Dit komt overeen met $1,14 \cdot 60 = 68$ slagen per minuut [1p] ($= 68 \text{ min}^{-1}$)

1p 9 Een CT-scan maakt gebruik van röntgenstraling. Dit is ioniserende straling die schadelijk is voor de patiënt.

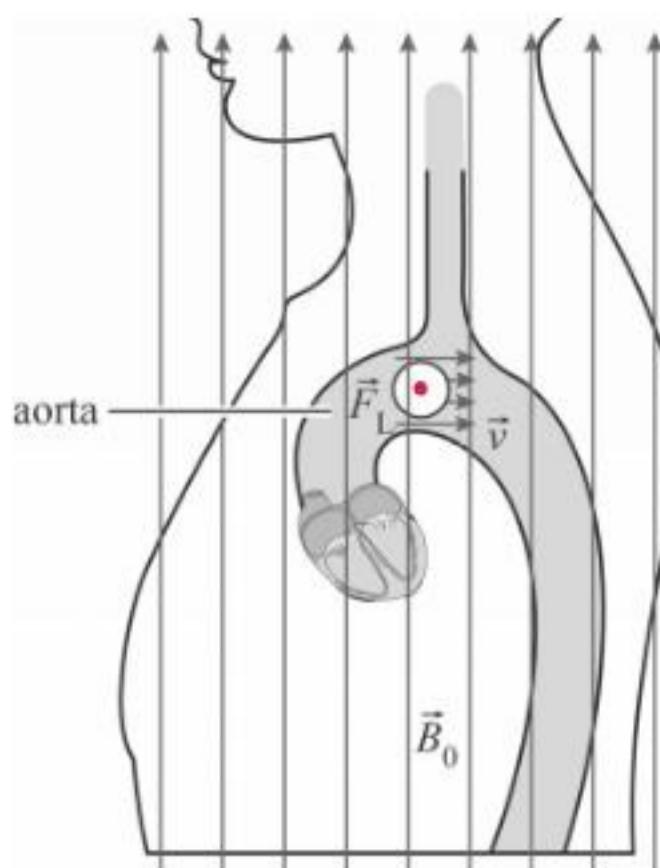
Een MRI-scan gebruikt radiogolven met een lage energie. Deze straling is niet ioniserend en dus ook niet schadelijk voor de patiënt.

- 3p 10 – Zie de tekening (de ingevulde uitwerkbijlage).

De positieve ionen bewegen met het bloed mee in de richting van v. Het externe magnetische veld B_0 wijst omhoog. Met een linkerhandregel vind je dat de lorentzkracht het papier uit gericht is. [1p]

- Negatieve ionen bewegen ook met het bloed mee in de richting van v. Bij de negatieve ionen staat de elektrische stroom daarom juist tegengesteld gericht aan v. Met een linkerhandregel vind je dat de lorentzkracht op de negatieve ionen dus het papier in gericht is.
- De lorentzkracht zorgt er daarom voor dat de positieve en negatieve ionen in het bloed van de patiënt in tegengestelde richtingen worden afgebogen. [1p] Er treedt dus ladingsscheiding op.*

- De positieve ionen bewegen in de richting van de linkerhand B van de patiënt en de negatieve ionen in de richting van de rechterhand A van de patiënt (zie figuur 2). De ladingsscheiding heeft daardoor het grootste effect op de spanning U_{AB} . [1p]



- 4p 11 Bereken de waarde van de gemiddelde afstand d tussen de positieve en negatieve lading door de formules (1) en (2) te combineren:

$$U_{ls} = v \cdot B_0 \cdot d = \left(\frac{Q}{A} \right) \cdot B_0 \cdot d \Rightarrow d = \frac{U_{ls} \cdot A}{Q \cdot B_0} \quad [1p], \text{ waarin:}$$

U_{ls} = toename van spanning in het ECG = 1 mV = $1 \cdot 10^{-3}$ V

$$A = \text{oppervlakte van de doorsnede van de aorta } A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d_a \right)^2 = \\ = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_a^2 \quad [1p] \quad (\text{Binas 36B}), \text{ met:}$$

r = straal van de doorsnede van de aorta

d_a = diameter van de aorta = $3,0 \cdot 10^{-2}$ m

$$\text{zodat: } A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (3,0 \cdot 10^{-2})^2 = 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$Q = \text{hoeveelheid bloed die per seconde door de aorta stroomt} = 600 \text{ mL s}^{-1} = \\ = 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{s}^{-1} \quad (\text{Binas 5}) \quad [1p]$$

$$B_0 = \text{sterkte van het magneetveld in de MRI-scanner} = 3,0 \text{ T}$$

$$\text{Invullen: } d = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 7,1 \cdot 10^{-4}}{600 \cdot 10^{-6} \cdot 3,0} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Dit is kleiner dan de diameter van de aorta [1p] (= $3,0 \cdot 10^{-2}$ m). Ladingsscheiding in de aorta kan dus een verklaring zijn voor de verandering van het ECG.

Adelaarsnevel

- 5p **12** – Bereken de fotonenergie E_f met: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ [1p] (Binas 35E2), waarin:

h = constante van Planck = $6,62607 \cdot 10^{-34}$ Js (Binas 7A)

c = lichtsnelheid in vacuüm = $2,99792 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ = golflengte van de waterstoflijn = 656,28 nm = $656,28 \cdot 10^{-9}$ m

$$\text{Invullen: } E_f = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792 \cdot 10^8}{656,28 \cdot 10^{-9}} = 3,02682 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Omgerekend is dit: } \frac{3,02682 \cdot 10^{-19}}{1,60218 \cdot 10^{-19}} \text{ eV (Binas 5) [1p]} = 1,8892 \text{ eV [1p]}$$

- De formule voor de energie E_n van het waterstofatoom luidt:

$E_n = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n^2}$ (Binas 35E2), waarin n = het energieniveau waarin het elektron in het waterstofatoom zich bevindt.

Hierbij geldt voor de grondtoestand $n = 1$, voor de eerste aangeslagen toestand $n = 2$, enzovoort.

Bij de overgang tussen de eerste en de tweede aangeslagen toestand van het elektron hoort dus een energieverlies van

$$|E_3 - E_2| = \left| \frac{-13,6}{3^2} - \frac{-13,6}{2^2} \right| = |(-1,51) - (-3,40)| = 1,89 \text{ eV [1p]}$$

Dit komt overeen met de berekende fotonenergie.

- De emissienevel zendt licht uit. Dat betekent dat het waterstofatoom energie verliest in de vorm van een foton. Het energieniveau van de elektronen daalt daarbij van $n = 3$ naar $n = 2$. [1p] Het gaat dus om een overgang van de tweede naar de eerste aangeslagen toestand.

- 2p **13** De elektronen in waterstof moeten in een aangeslagen toestand raken om licht uit te kunnen zenden. Daarvoor moeten ze fotonen absorberen die minstens zoveel energie hebben als het uitgezonden licht. [1p]

Volgens $E_f = h \cdot f$ (Binas 35E2) hoort bij een hoge fotonenergie E_f een hoge frequentie f . [1p] De ster moet dus vooral straling uitzenden met hogere frequenties dan die van zichtbaar licht.

- 2p **14** Zichtbaar licht heeft golflengtes tussen 390 nm (= 0,39 μm) en 760 nm (= 0,76 μm) (Binas 19A). [1p] In de grafiek in figuur 2 is te zien dat vrijwel alle straling die door deze ster wordt uitgezonden, een kortere golflengte heeft dan zichtbaar licht. [1p]

Volgens $c = \lambda \cdot f$ (Binas 35E2) hoort bij een kortere golflengte λ een hogere frequentie f . Aan voorwaarde 2 wordt dus voldaan.

- 3p **15** Bereken de temperatuur T van de ster met de wet van Wien:

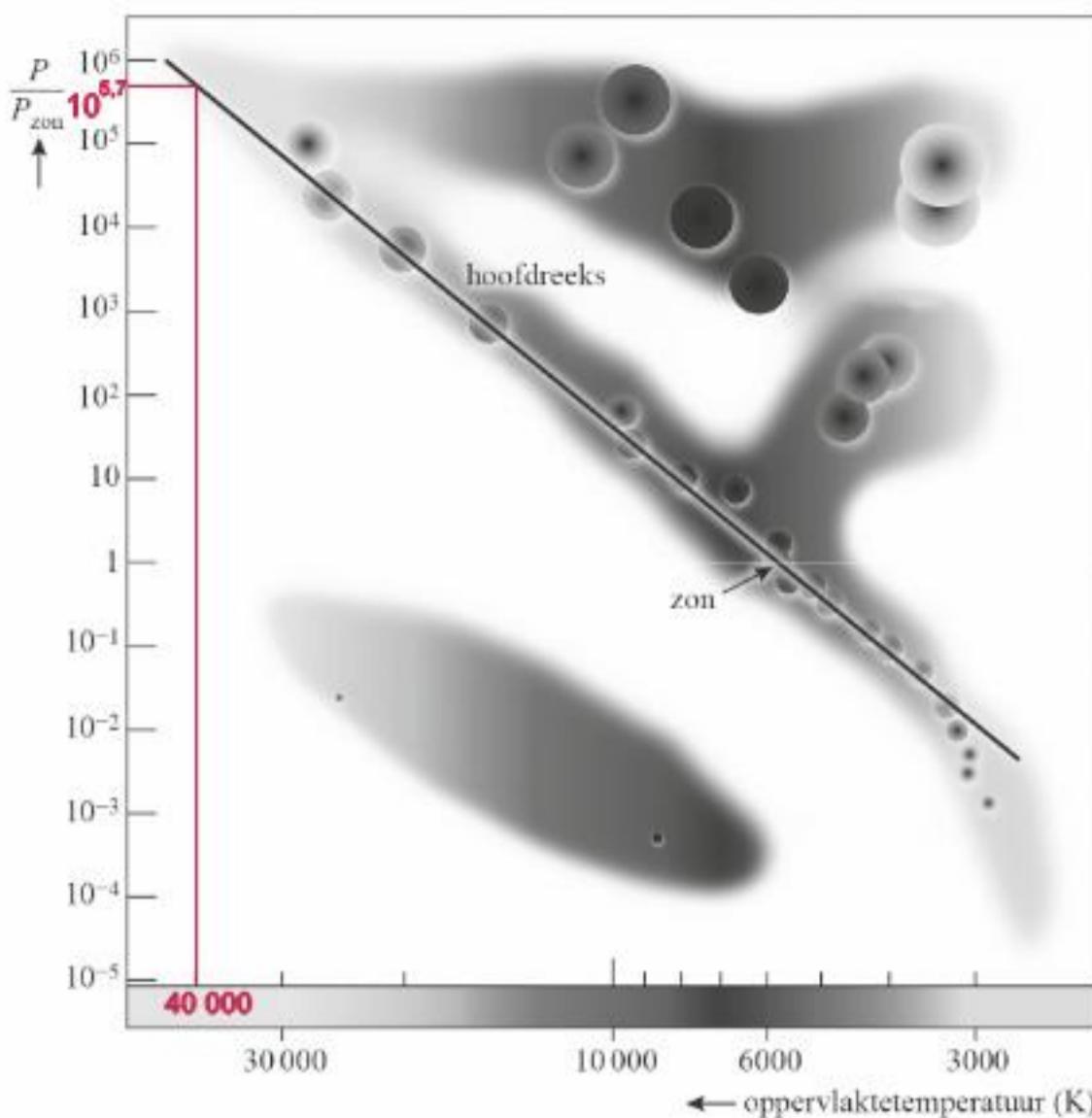
$$\lambda_{\max} \cdot T = k_W \quad (\text{Binas 35E1}) \Rightarrow T = \frac{k_W}{\lambda_{\max}}, \text{ waarin:}$$

k_W = constante van Wien = $2,9 \cdot 10^{-3}$ m K (Binas 7A)

λ_{\max} = golflengte van de top van het spectrum van de ster = 0,07 mm [1p] (aflezen in figuur 2) = $0,07 \cdot 10^{-3}$ m

$$\text{Invullen: } T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{0,07 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^4 \text{ K [1p]}$$

- 5p 16 – Zie de tekening.



Bij een temperatuur van $4 \cdot 10^4$ K hoort een waarde van $\frac{P}{P_{\text{zon}}} = 10^{5,7}$ [1p] \Rightarrow

$$\Rightarrow P = 10^{5,7} \cdot P_{\text{zon}}, \text{ waarin:}$$

P_{zon} = uitgestraald vermogen van de zon = $3,85 \cdot 10^{26}$ W [1p] (Binas 32C)

$$\text{Invullen: } P = 10^{5,7} \cdot 3,85 \cdot 10^{26} = 2 \cdot 10^{32} \text{ W}$$

- Om de straal r van de ster te berekenen, bereken je eerst de oppervlakte A van de ster met de wet van Stefan-Boltzmann: $P_{\text{bron}} = \sigma \cdot A \cdot T^4$ [1p] (Binas 35E1) \Rightarrow

$$\Rightarrow A = \frac{P_{\text{bron}}}{\sigma \cdot T^4}, \text{ waarin:}$$

P_{bron} = uitgestraald vermogen van de ster = $2 \cdot 10^{32}$ W (zie boven)

σ = constante van Stefan-Boltzmann = $5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ (Binas 7A)

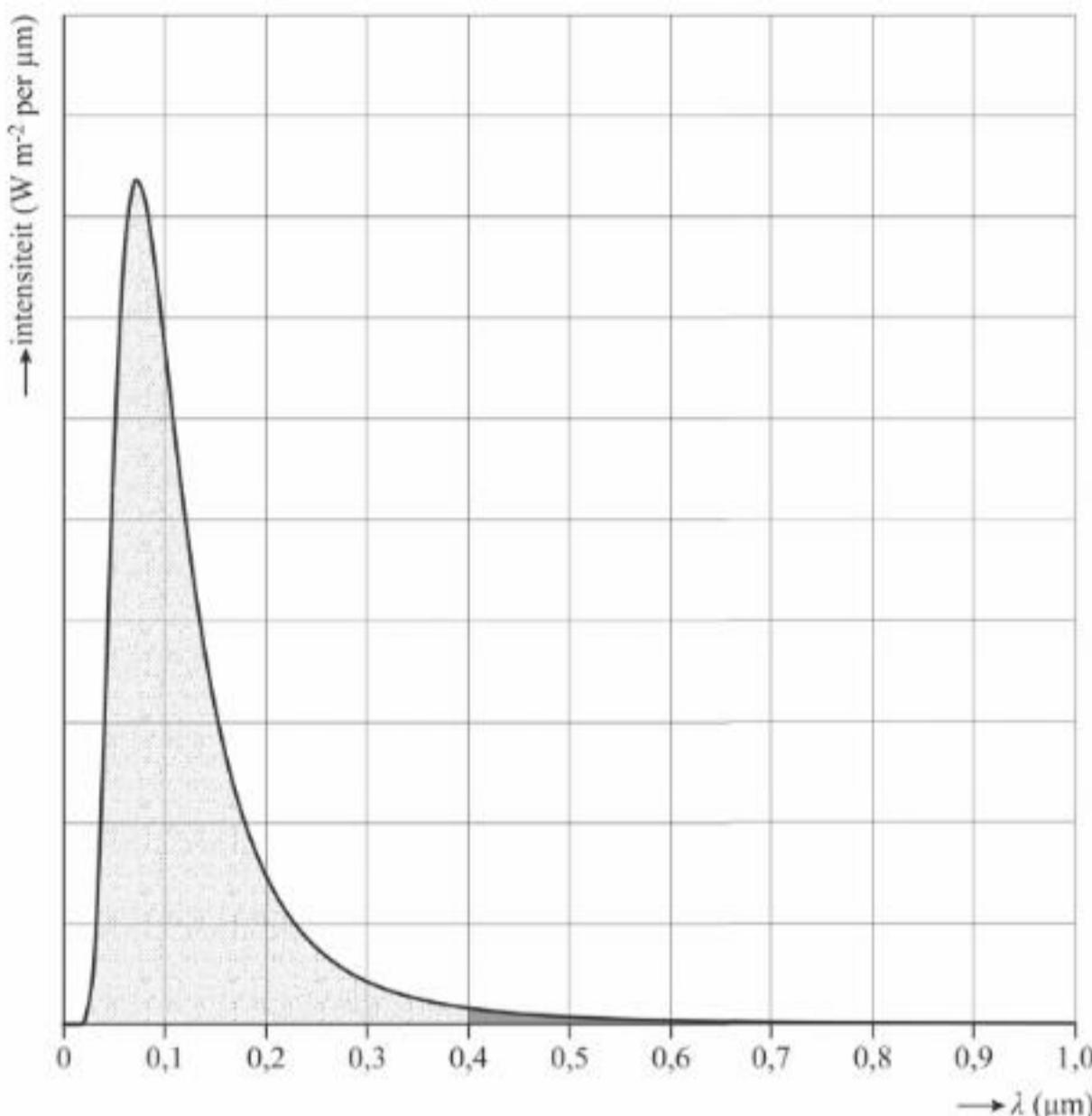
T = oppervlaktetemperatuur van de ster = $4 \cdot 10^4$ K (zie de vorige deelopgave)

$$\text{Invullen: } A = \frac{2 \cdot 10^{32}}{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot (4 \cdot 10^4)^4} = 1,4 \cdot 10^{21} \text{ m}^2$$

Voor de straal r van een bol geldt: $A = 4\pi \cdot r^2$ [1p] (Binas 36B) \Rightarrow

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^{21}}{4\pi}} = 1 \cdot 10^{10} \text{ m} \quad [1p]$$

- 4p 17 In het golflengtegebied van 400 tot 800 nm detecteren Eva en Isa een stralingsintensiteit van $4,7 \cdot 10^{-11} \text{ W m}^{-2}$. Dit komt overeen met 0,2 hokjes onder de grafiek. De oppervlakte onder de rest van de grafiek is 8,5 hokjes [1p] (zie de tekening). De totale gemeten stralingsintensiteit komt dus overeen met $8,5 + 0,2 = 8,7$ hokjes onder de grafiek. [1p]



De gemeten stralingsintensiteit is dus gelijk aan $\frac{4,7 \cdot 10^{-11}}{0,2} \cdot 8,7 = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$.

Omdat de telescoop 60% van de uitgezonden straling detecteert, is de werkelijke stralingsintensiteit van de ster gelijk aan $\frac{2,0 \cdot 10^{-9}}{0,60} \text{ [1p]} = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$. [1p]

Dit valt inderdaad binnen het genoemde bereik van $3 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$ tot $4 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$.

- 3p 18 Bereken de afstand r tot de ster met de kwadratenwet:

$$I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2} \text{ [1p]} \quad (\text{Binas 35B2}) \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P_{\text{bron}}}{I \cdot 4\pi}}, \text{ waarin:}$$

P_{bron} = uitgestraald vermogen van de ster = $2 \cdot 10^{32} \text{ W}$

I = stralingsintensiteit van de ster op aarde = $3,4 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$

$$\text{Invullen: } r = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{32}}{3,4 \cdot 10^{-9} \cdot 4\pi}} = 6,8 \cdot 10^{19} \text{ m}$$

Dit is gelijk aan $\frac{6,8 \cdot 10^{19}}{9,5 \cdot 10^{15}} \text{ [1p]}$ (Binas 5) = $7 \cdot 10^3$ lichtjaar.

Aan voorwaarde 1 kan dus zijn voldaan. [1p]

LEO-satelliet

- 4p **19** Om formule (1) af te leiden, maak je gebruik van het feit dat de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} die de satelliet in zijn baan houdt, wordt geleverd door de gravitatiekracht F_g . [1p] Er geldt dus:

$$F_{mpz} = F_g \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot m \cdot M}{r^2} \quad (\text{Binas 35A2 en 35A5}) \quad [1p] \Rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \Rightarrow \\ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Formule (2) leid je af door de totale energie uit te schrijven:

$$E_t = E_k + E_g = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4 en 35A5})$$

In de formule voor E_k vul je formule (1) in om v te vervangen:

$$E_t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{G \cdot M}{r} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M \cdot m}{r} \quad [1p]$$

- 3p **20** Gebruik formule (1): $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$, waarin:

G = gravitatieconstante = $6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

M = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31) [1p]

r = afstand tussen de satelliet en het middelpunt van de aarde = r_{aarde} + hoogte van de satelliet boven het aardoppervlak = $6,371 \cdot 10^6 + 425 \cdot 10^3$ [1p] (Binas 31) = $= 6,796 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{6,6738 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,796 \cdot 10^6}} = 7,658 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1} = 7,658 \text{ km s}^{-1} \quad [1p]$$

- 4p **21** Bereken het energieverlies per seconde $P_{verlies}$ met:

$$P_{verlies} = F_w \cdot v \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$$F_w = \text{luchtweerstand op de satelliet} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot c_w \cdot A \cdot v^2 \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A3}), \text{ met:}$$

r = dichtheid van de lucht op een hoogte van 425 km = $2,28 \cdot 10^{-12} \text{ kg m}^{-3}$
(afgelezen in figuur 2) [1p]

c_w = luchtweerstandscoëfficiënt = 2,2

A = frontale oppervlakte van de satelliet = $0,385 \text{ m}^2$

v = snelheid van de satelliet = $7,658 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{zodat: } F_w = \frac{1}{2} \cdot 2,28 \cdot 10^{-12} \cdot 2,2 \cdot 0,385 \cdot (7,658 \cdot 10^3)^2 = 5,66 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

v = snelheid van de satelliet = $7,658 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{Invullen: } P_{verlies} = 5,66 \cdot 10^{-5} \cdot 7,658 \cdot 10^3 = 0,43 \text{ Js}^{-1} \quad [1p]$$

- 3p **22** – Bereken de afgeleide $\frac{dE_t}{dr}$ van $E_t(r)$ door gebruik te maken van de differentiatieregel voor een polynoom: $\frac{da \cdot x^n}{dx} = n \cdot a \cdot x^{n-1}$ (Binas 36F), zodat:
- $$\frac{dE_t}{dr} = \frac{d(-\frac{1}{2} \cdot G \cdot m \cdot M \cdot r^2)}{dr} = -1 \cdot -\frac{1}{2} \cdot G \cdot m \cdot M \cdot r^{-2} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot m \cdot M \cdot r^{-2} \quad [1p]$$
- Omdat G , m , M en r alleen positieve waarden kunnen aannemen, zal $\frac{dE_t}{dr}$ altijd positief zijn. De luchtwrijving zorgt ervoor dat de totale energie van de satelliet E_t afneemt [1p], dus dE_t is negatief. Hieruit volgt dat dr ook negatief is. [1p] De hoogte van de satelliet neemt dus af.

- 4p **23** De steilheid van de raaklijn aan de grafiek in het punt met $h = 425$ km in figuur 3 geeft het hoogteverlies van de satelliet per dag: [1p]

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} = \frac{450,0 - 399,5}{60,0 - 7,0} = \\ = 0,953 \text{ km dag}^{-1} = \\ = 0,953 \cdot 10^3 \text{ m dag}^{-1} \text{ (zie de tekening).}$$

Bereken de tijdsduur T van een omwenteling van de satelliet met:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad [\text{1p}] \quad (\text{Binas 35A2}) \Rightarrow \\ \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v}, \text{ waarin:}$$

r = afstand tussen
de satelliet en

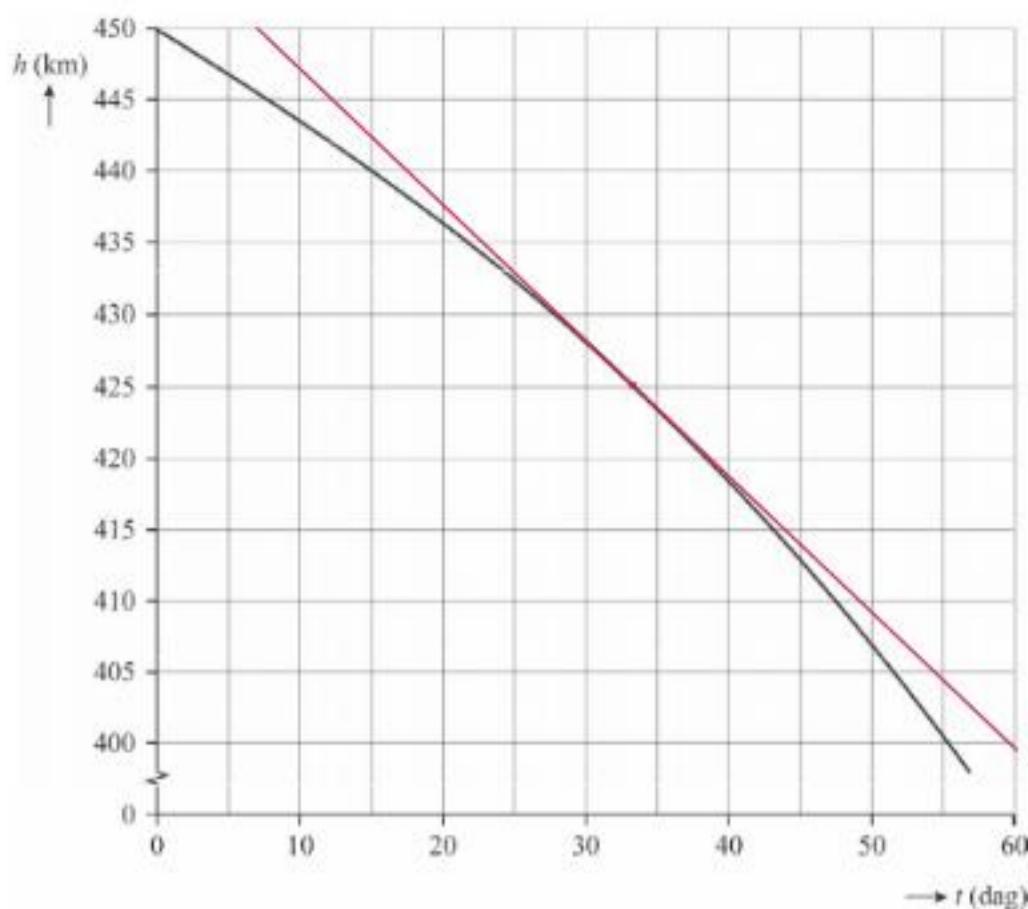
het middelpunt van de aarde = $r_{\text{aarde}} + \text{hoogte van de satelliet boven het aardoppervlak} = 6,371 \cdot 10^6 + 425 \cdot 10^3$ (Binas 31) = $6,796 \cdot 10^6 \text{ m}$

v = snelheid van de satelliet = $7,658 \text{ km s}^{-1}$ (zie opgave) = $7,658 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{Invullen: } T = \frac{2\pi \cdot 6,796 \cdot 10^6}{7,658 \cdot 10^3} = 5,576 \cdot 10^3 \text{ s} = 6,454 \cdot 10^{-2} \text{ dag} \quad (\text{Binas 5})$$

Het hoogteverlies van de satelliet per omloop is dan gelijk aan het hoogteverlies per dag vermenigvuldigd met het aantal dagen per omloop: [1p]

$$\Delta h = 0,953 \cdot 10^3 \cdot 6,454 \cdot 10^{-2} = 62 \text{ m} \quad [\text{1p}]$$



- 2p **24** Formule (1) luidt: $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$. Aan het einde van de levensduur komt de satelliet steeds dichter bij de aarde, waardoor r afneemt. [1p] Omdat G en M constant blijven, leidt dit tot een toename van v . [1p] De baansnelheid van de satelliet wordt dus steeds groter.

Langlaufen in klassieke stijl

Langlaufen is een wintersport waarbij een langlaufer vooruitkomt op ski's door zich af te zetten tegen een besneeuwde ondergrond. Bij de klassieke stijl moet de langlaufer gedurende de hele beweging zijn beide ski's evenwijdig aan elkaar houden, zodat ze in de twee gleuven in de sneeuw, de loipe, blijven. Zie figuur 1. Binnen de klassieke stijl zijn twee verschillende technieken mogelijk: de dubbelstoktechniek (figuur 1) en de diagonaalpastechniek (figuur 2).

Dubbelstoktechniek

Bij de dubbelstoktechniek is het mogelijk om in korte tijd een hoge snelheid te ontwikkelen. De langlaufer gebruikt dan alleen de twee skistokken om zichzelf vooruit te duwen, terwijl beide ski's naast elkaar blijven.

In figuur 3 is één bewegingscyclus van de dubbelstoktechniek schematisch weergegeven in vier plaatjes.

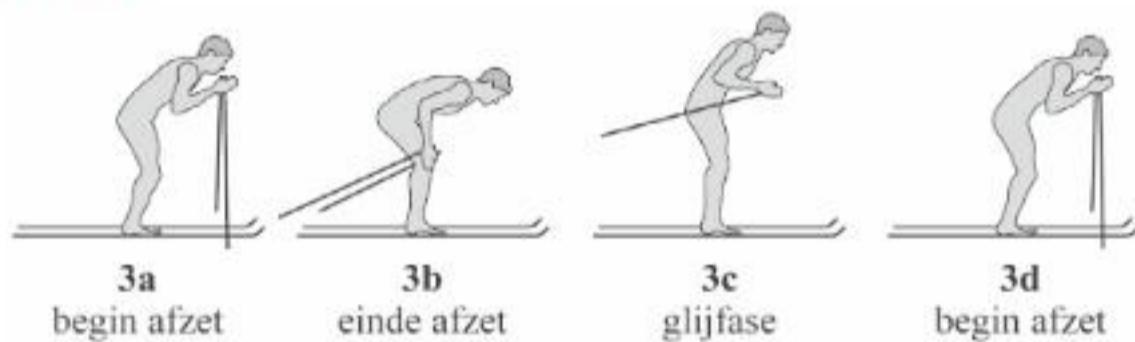
figuur 1



figuur 2

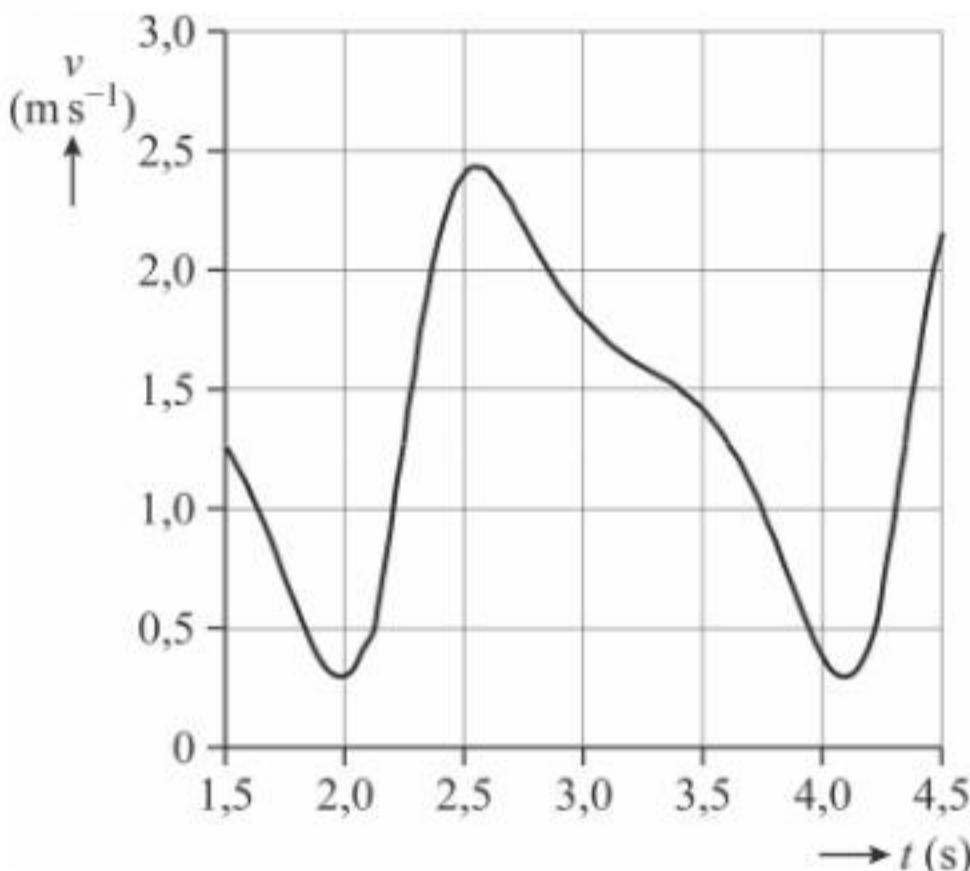


figuur 3



Met behulp van videometen is de beweging van een langlaufer met de dubbelstoktechniek vastgelegd. In figuur 4 staat een klein gedeelte van deze beweging afgebeeld. De figuur toont iets meer dan één volledige bewegingscyclus.

figuur 4



- 4p 1 Bepaal met behulp van figuur 4 de afstand die de langlaufer aflegt in één bewegingscyclus. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

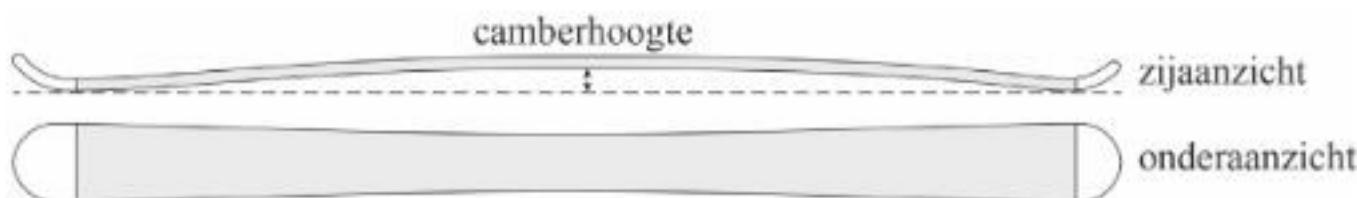
Diagonaalpastechniek

De tweede klassieke techniek is de diagonaalpastechniek. Bij deze techniek steunt de langlaufer afwisselend met zijn gewicht op een van beide ski's. Op dat moment raakt de ski over zijn volle lengte de ondergrond en kan de langlaufer zich met één ski afzetten. In figuur 5 is de diagonaalpastechniek schematisch weergegeven in vijf plaatjes.

figuur 5



Een klassieke langlaufski is licht gebogen. Daardoor raakt het midden van de ski de grond pas als de ski voldoende belast wordt. Zo'n ski heet een camberski. De maximale hoogte boven de grond wordt de camberhoogte genoemd. Zie figuur 6.

figuur 6

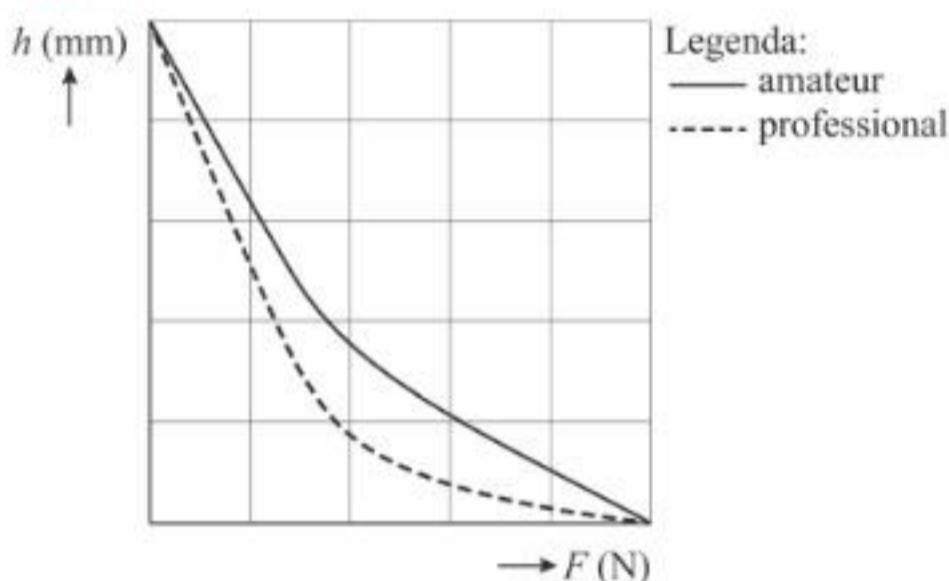
Het middengedeelte van de onderkant van de ski is ruw gemaakt. Hiermee kan de langlaufer zich afzetten als het middengedeelte de sneeuw raakt. In de glijfase verdeelt de langlaufer zijn gewicht over beide ski's en is hij in staat om te glijden. Om te kunnen glijden mag het middengedeelte van de ski's de sneeuw niet raken als de langlaufer op twee ski's staat. Als de langlaufer op één ski staat, moet het middengedeelte van de ski de sneeuw wel raken om te kunnen afzetten. Het is daarom essentieel dat de langlaufer ski's gebruikt waarvan de flexibiliteit en de camberhoogte passen bij zijn massa. Een ski is daarbij in eerste benadering vergelijkbaar met een veer.

Een langlaufer met een massa van 80 kg wil langlaufski's gebruiken met een camberhoogte van 3,0 mm en een veerconstante van 100 kN m^{-1} .

Aan de voorwaarde dat het middengedeelte van de ski de sneeuw raakt als de langlaufer op één ski staat, is in dit geval voldaan.

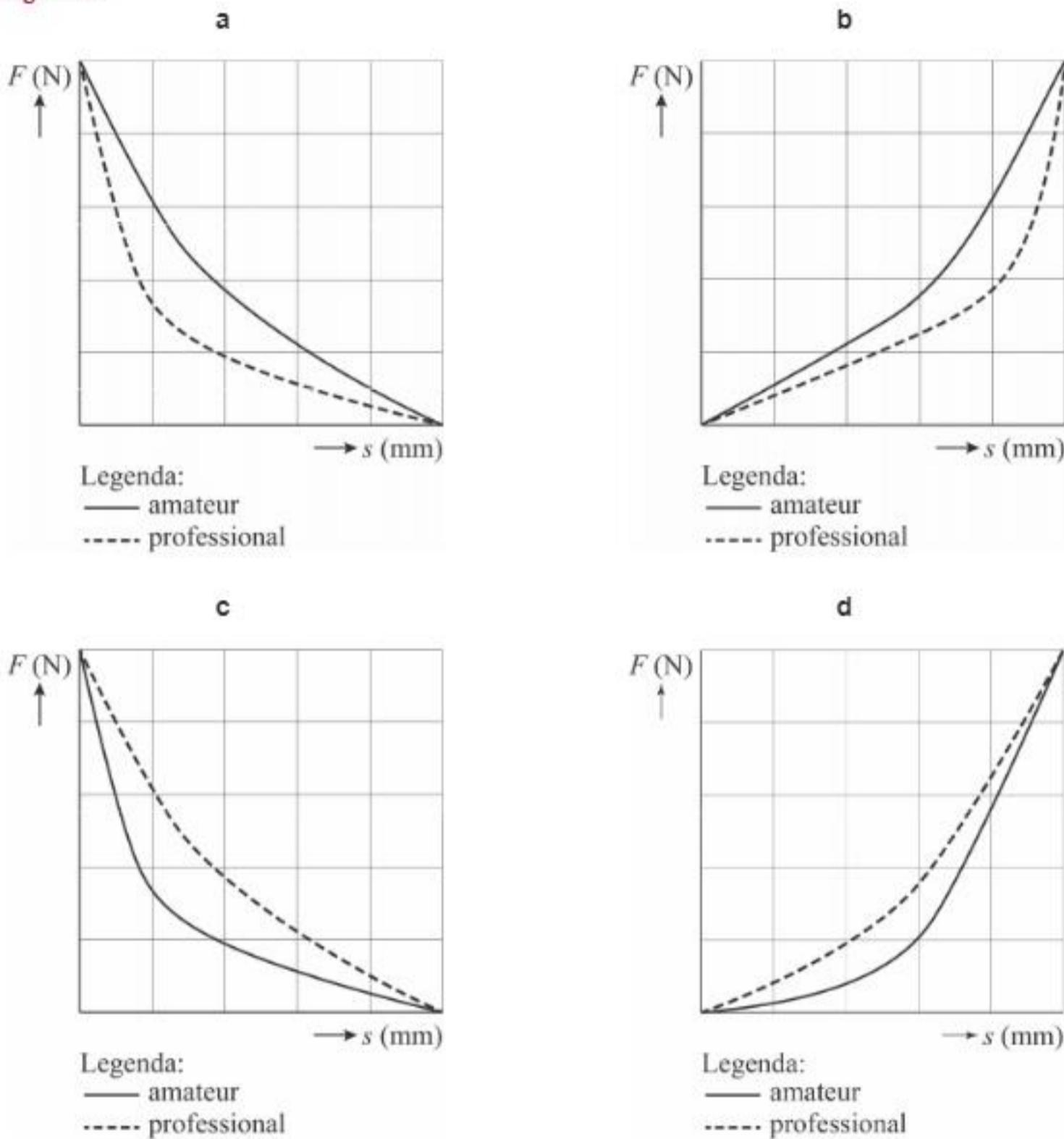
- 4p** 2 Controleer met een berekening of de ski's ook geschikt zijn voor deze langlaufer als hij op beide ski's staat.

Wanneer de flexibiliteit van een langlaufski in detail bekeken wordt, blijkt dat de benadering van de veer niet precies klopt. Het verband tussen de verticale kracht F en de hoogte h van het midden van de ski blijkt namelijk niet lineair te zijn. In figuur 7 is het verband tussen kracht en hoogte weergegeven voor twee typen ski's: een ski voor amateurs en een ski voor professionals.

figuur 7

In een (F, s) -diagram staat bij de horizontale as de indrukking s van de ski, gemeten vanaf de camberhoogte, en bij de verticale as de verticale kracht F . In figuur 8 staan vier (F, s) -diagrammen.

figuur 8



- 4p 3 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit welk (F, s) -diagram uit figuur 8 (a, b, c of d) overeenkomt met het (h, F) -diagram uit figuur 7.
 - Leg uit bij welk type ski (amateur of professional) de meeste arbeid nodig is om de ski op de grond te drukken.

Voor de wrijvingskracht tussen een ski in beweging en de sneeuw geldt:

$$F_w = f_d F_n \quad (1)$$

Hierin is:

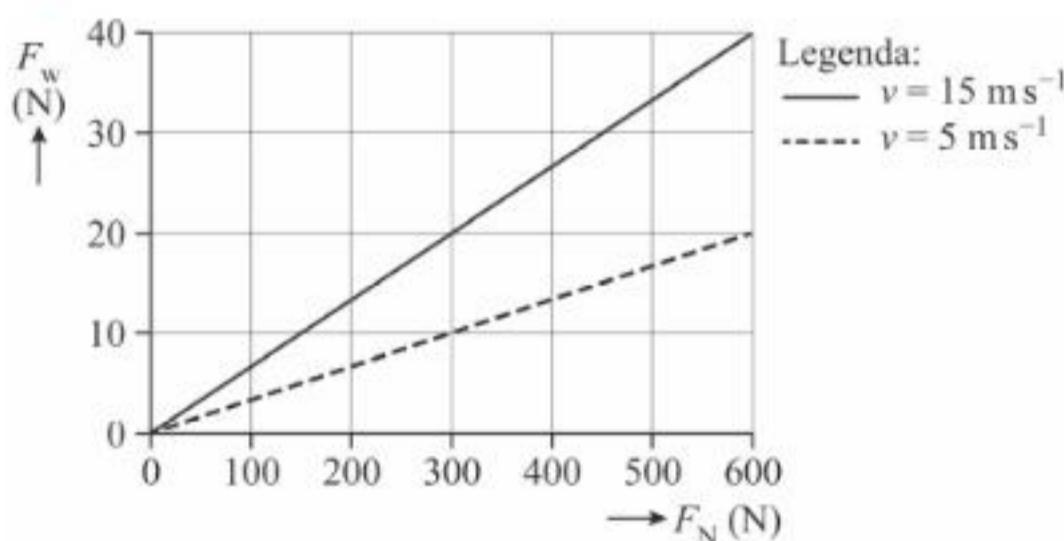
- F_w de wrijvingskracht in N
- f_d de dynamische wrijvingscoëfficiënt
- F_n de normaalkracht op de ski in N

De dynamische wrijvingscoëfficiënt is bij langlaufen afhankelijk van de snelheid.

In Innsbruck bevindt zich een proefopstelling waarmee f_d bepaald kan worden. Met deze proefopstelling meet men bij verschillende snelheden de normaalkracht en de wrijvingskracht op de ski terwijl die horizontaal over de sneeuw beweegt met snelheid v .

In figuur 9 zijn resultaten van dergelijke metingen weergegeven.

figuur 9



4p 4 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit of uit figuur 9 volgt dat er een recht evenredig verband is tussen de massa van de langlaufer en de wrijvingscoëfficiënt f_d .
- Leg uit of uit figuur 9 volgt dat er een recht evenredig verband is tussen de snelheid v en de wrijvingscoëfficiënt f_d .

Cappuccino

Cappuccino bestaat uit espressokoffie en met stoom opgeschuimde melk. Met een espressoapparaat kan je koffiezetten en stoom maken om de melk op te schuimen.

Het espressoapparaat dat is afgebeeld in figuur 1 gebruikt voor beide handelingen één verwarmingselement. Dit verwarmingselement bevindt zich in de boiler. Dit is de ketel waarin water (onder druk) wordt opgewarmd. Op het voorpaneel van het apparaat zitten twee knoppen:

- de aan-uitknop: alleen als deze knop aanstaat, werkt het apparaat. Het verwarmingselement verwarmt dan het water tot een temperatuur van net onder 100 °C;
- de stoomknop: als deze knop ook aanstaat, verwarmt het verwarmingselement water onder druk tot een temperatuur van 120 °C.

Als de aan-uitknop aangezet wordt, gaat het lampje branden. Het lampje brandt totdat het water de juiste temperatuur heeft. In figuur 2 op de volgende bladzijde is een gedeelte van het schakelschema met het verwarmingselement weergegeven. Het apparaat is aangesloten op de netspanning (230 V). De temperatuurregeling gebeurt met behulp van thermostaten die in de boiler zijn aangebracht. Een thermostaat kan gezien worden als een schakelaar die onder een bepaalde temperatuur gesloten is en boven die temperatuur open is.

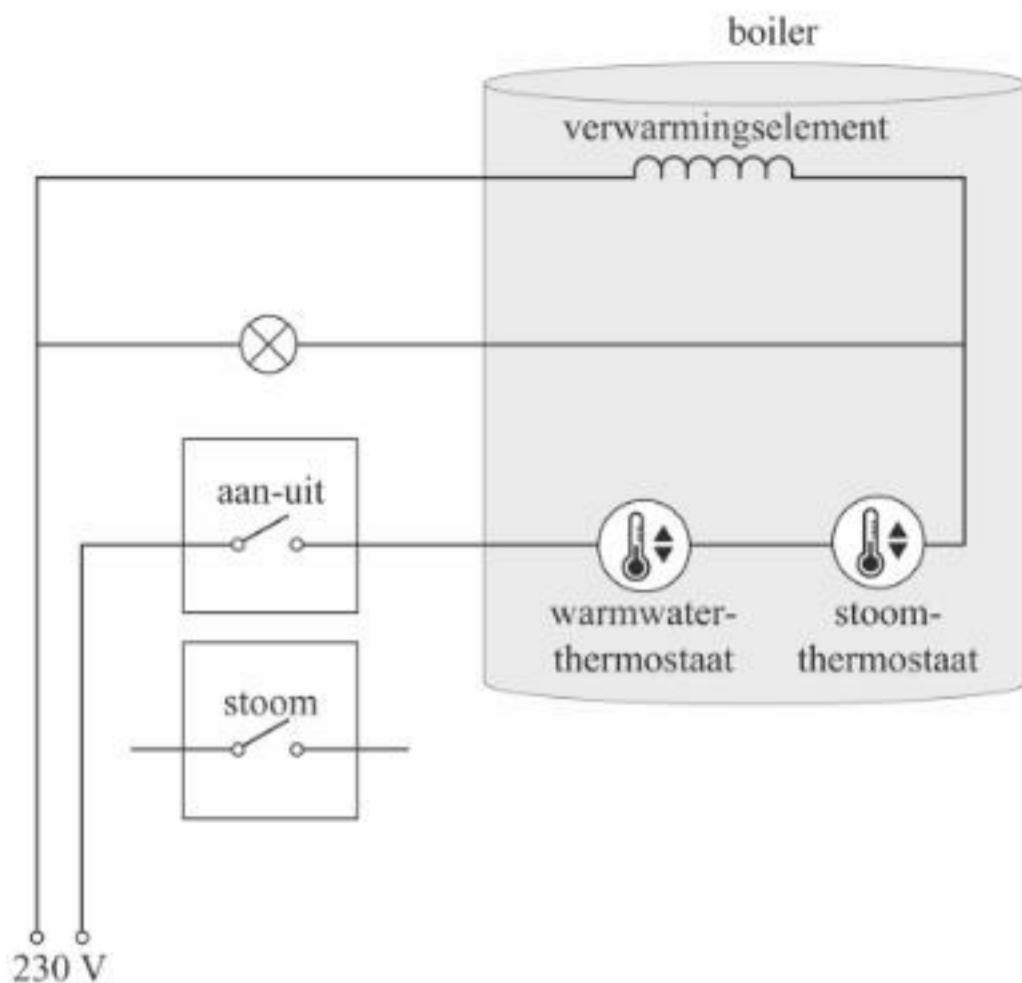
Het espressoapparaat bevat drie thermostaten:

- een warmwaterthermostaat: deze is afgesteld op een temperatuur van iets onder 100 °C;
- een stoomthermostaat: deze is afgesteld op een temperatuur van 120 °C;
- een veiligheidsthermostaat (niet afgebeeld in figuur 2): deze schakelt het verwarmingselement uit wanneer de temperatuur toch te hoog wordt doordat een van de andere thermostaten niet goed werkt. Deze thermostaat is afgesteld op een temperatuur van rond 150 °C.

figuur 1



figuur 2



In de schakeling in figuur 2 is de stoomknop nog niet aangesloten.

- 2p 5 Teken in figuur 2 de verbindingen die nodig zijn om de stoomknop op de juiste manier aan te sluiten.

In figuur 2 is de veiligheidsthermostaat nog niet opgenomen. Als de veiligheidsthermostaat het verwarmingselement uitschakelt, blijft het lampje branden.

- 1p 6 Geef in figuur 2 een mogelijke positie aan voor de veiligheidsthermostaat.

Het verwarmingselement levert een nuttig vermogen van 0,80 kW bij een rendement van 95%. Hieruit volgt dat de weerstand van het element gelijk is aan 63Ω .

- 3p 7 Toon dit aan met een berekening.

Het verwarmingselement in de boiler bestaat uit een staaf in spiraalvorm. Zie figuur 3.

De staaf heeft een lengte van 0,60 m. Volgens Silvia is de staaf van massief nichroom waar de stroom doorheen loopt. Mara beweert dat de staaf een holle buis is met daarin een dunnere draad van nichroom.

- 4p 8 Geef aan wie er gelijk heeft. Licht je antwoord toe met een berekening van de diameter van de draad.

figuur 3



Poollicht

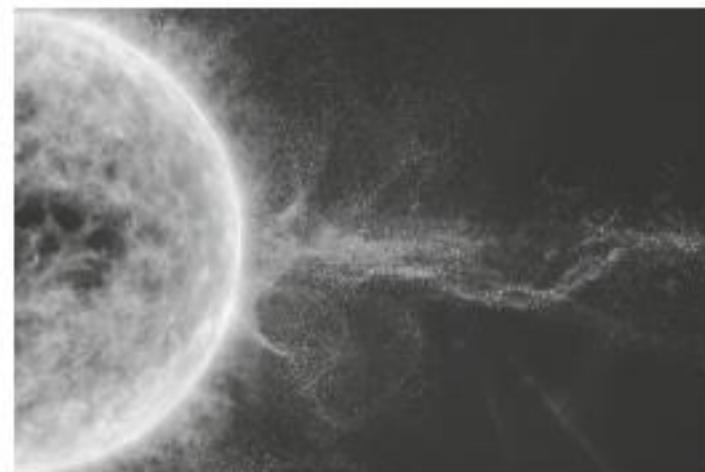
Lees de onderstaande tekst.

In de gebieden bij de Noordpool en de Zuidpool kun je vaak 's nachts gekleurd licht zien. Dit poollicht wordt respectievelijk noorderlicht of zuiderlicht genoemd (zie figuur 1).

figuur 1



figuur 2



Het poollicht wordt veroorzaakt door een zogenaamd plasma van positief geladen en negatief geladen deeltjes. Dit plasma verlaat de zon bij een zonne-uitbarsting (zie figuur 2) en bereikt 17 uur later onze dampkring.

Als de deeltjes botsen met moleculen in de lucht geeft dit de spectaculaire lichtverschijnselen van het poollicht.

Het plasma moet een bepaalde minimale snelheid hebben om aan het gravitatieveld van de zon te kunnen ontsnappen.

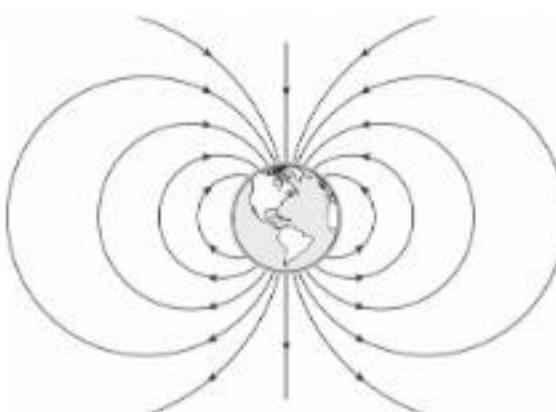
- 4p **9** Bereken deze snelheid. Noteer je antwoord in vier significante cijfers.

De afstand die het plasma aflegt van de zon naar de aarde is $1,5 \cdot 10^{11}$ m.

- 2p **10** Bereken de gemiddelde snelheid van het plasma over dat traject.

In figuur 3 is de aarde met haar magneetveld te zien. De aarde is op te vatten als een staafmagneet.

figuur 3



- 1p **11** Geef in figuur 3 met een N aan waar de magnetische noordpool van de aarde zich bevindt.

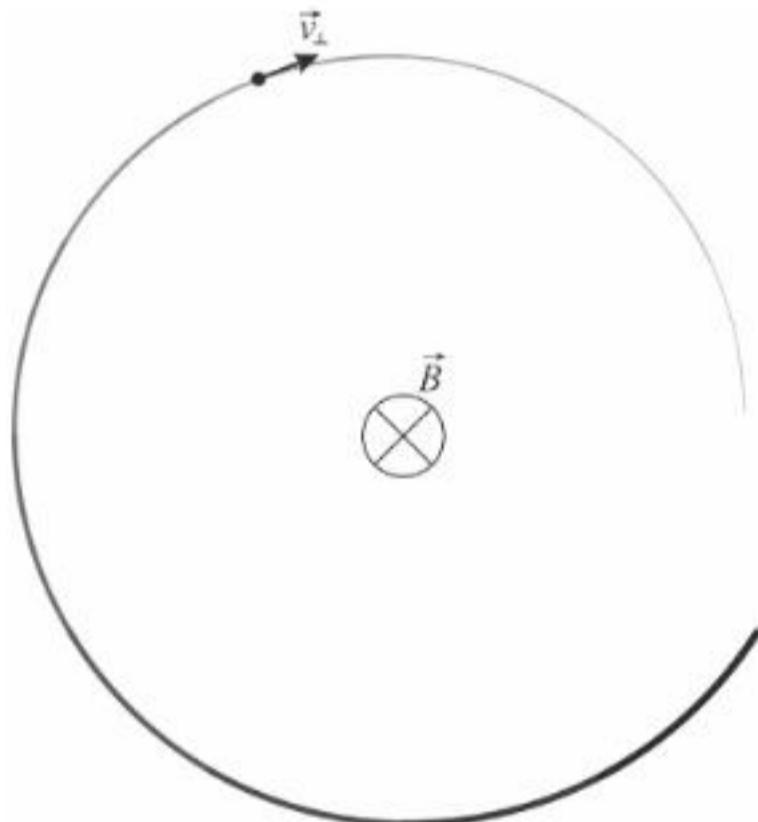
Als het plasma het aardmagnetisch veld binnentreedt, gaan geladen deeltjes van het plasma een schroefvormige beweging maken om de magnetische veldlijnen. In figuur 4 is de baan van één geladen deeltje weergegeven.

In het rechthoekige kader in figuur 4 is één omloop van het geladen deeltje om een veldlijn van het aardmagnetisch veld te zien. Op de uitwerkbijlage is deze omloop vereenvoudigd weergegeven, zoals je deze ziet als je in de richting van het magnetisch veld kijkt. De richting van de veldlijn en de component van de snelheid loodrecht op de veldlijn zijn ook weergegeven.

3p 12 Voer de volgende opdrachten uit:

- Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de richting van de lorentzkracht op het deeltje.
- Leg uit of het deeltje positief of negatief geladen is.

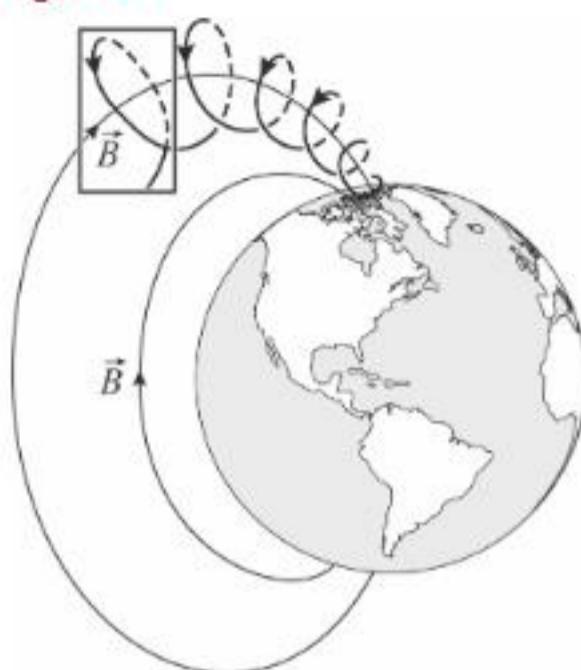
uitwerkbijlage bij vraag 12



De snelheid van het deeltje heeft niet alleen een component loodrecht op de veldlijn, maar ook een component in de richting van de veldlijn. Die laatste component zorgt ervoor dat het deeltje richting de magnetische noordpool of zuidpool beweegt. Deze beweging langs de veldlijn levert in combinatie met de cirkelbeweging om de veldlijn de schroefvormige baan in figuur 4 op.

2p 13 Leg met behulp van figuur 4 uit waarom de straal van de cirkelbeweging steeds kleiner wordt naarmate het deeltje dichter bij de pool komt.

figuur 4



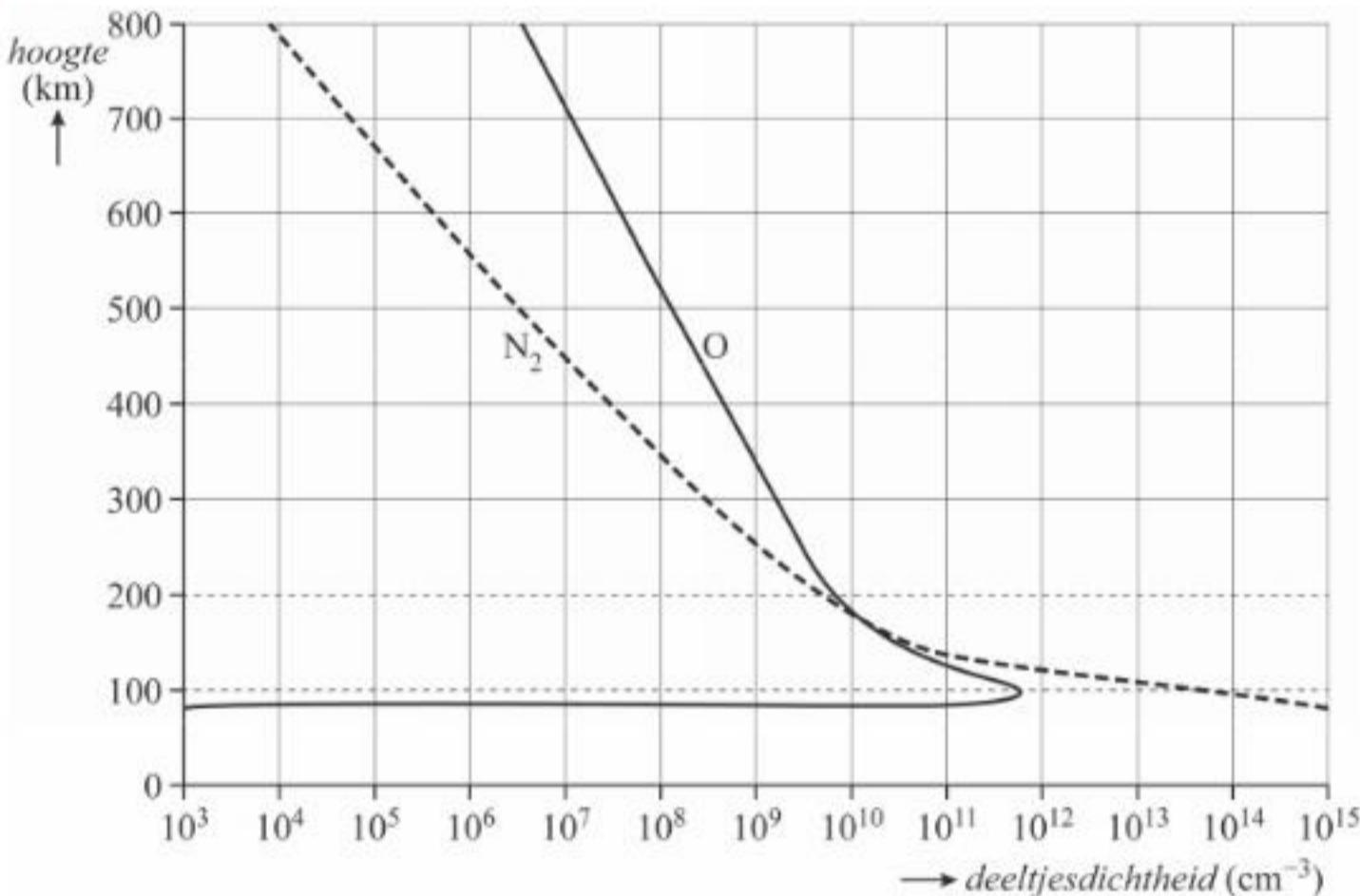
Het plasma wordt dus door het aardmagnetisch veld afgebogen naar de polen en zorgt daar voor het ontstaan van het poollicht. Het poollicht ontstaat vooral als gevolg van botsingen van de plasmadeeltjes met zuurstofatomen O en stikstofmoleculen N₂. De volgende processen komen voor:

- Een aangeslagen N₂-molecuul zendt bij terugvallen een combinatie van golflengtes uit, die wij zien als de kleur magenta.
- Een aangeslagen O-atoom zendt bij het terugvallen vooral rood licht uit, tenzij het botst met een N₂-molecuul.
- Bij een botsing tussen een aangeslagen O-atoom en een N₂-molecuul draagt het N₂-molecuul energie over aan het O-atoom, dat vervolgens de dominante kleur in het poollicht uitzendt. De fotonen van dit licht hebben een energie van 2,22 eV.

- 4p 14** Geef aan wat de dominante kleur in het poollicht is. Bereken daarvoor eerst de golflengte van de fotonen.

In figuur 5 is het aantal deeltjes per cm³ uitgezet tegen de hoogte.

figuur 5



De dominante kleur in het poollicht ontstaat vooral op hoogtes tussen ongeveer 100 km en 200 km.

- 3p 15** Voer de volgende opdrachten uit. Maak daarvoor gebruik van figuur 5:
- Leg uit dat deze kleur op grote hoogte (> 300 km) nauwelijks ontstaat.
 - Geef aan welke kleur op hoogtes kleiner dan 100 km vooral ontstaat.

Boomwhackers

Jelle heeft een set van acht boomwhackers. Zie figuur 1. Boomwhackers zijn kunststof buizen met twee open uiteinden waarmee je muziek kunt maken. Als je met een boomwhacker ergens tegenaan tikt, ontstaat er een toon doordat er staande golven in de buis ontstaan. De lengte van de buis bepaalt de hoogte van de toon.

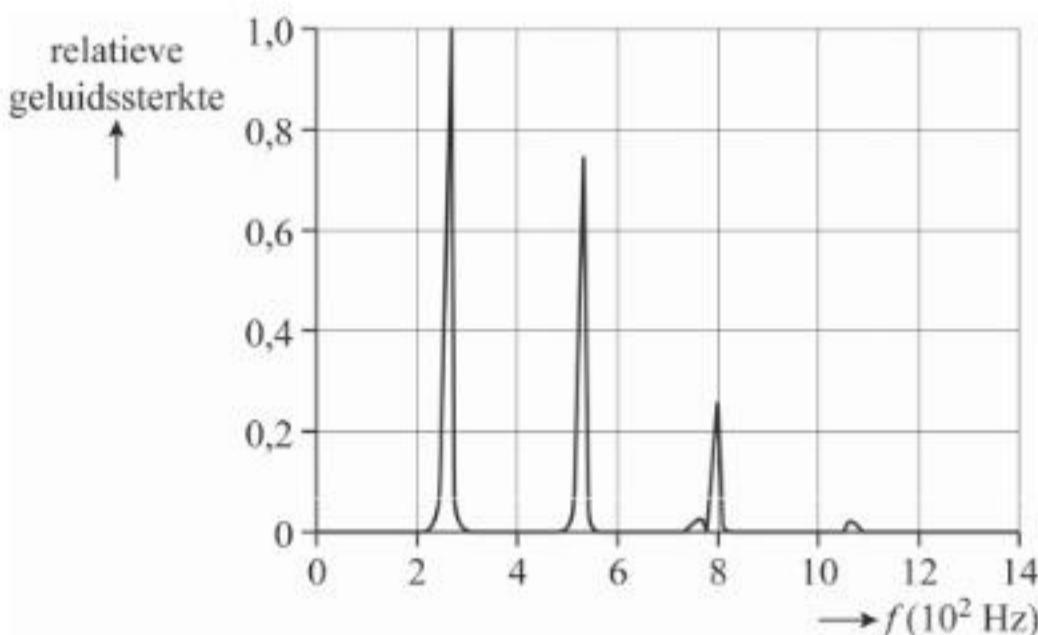
figuur 1



Jelle meet de frequenties van de grondtoon en de boventonen van buis 1. Zijn meetresultaten wijken een klein beetje af van wat hij verwacht op basis van de lengte van de buis. Dit komt doordat de buiken niet exact samenvallen met de uiteinden van de buis. De afstand tussen de buiken aan beide uiteinden van de buis wordt de akoestische lengte genoemd. Deze akoestische lengte bepaalt dus de toonhoogte.

In figuur 2 staat weergegeven welke frequenties voorkomen in de toon van buis 1. De meting is gedaan bij een temperatuur van 20 °C.

figuur 2



- 4p 16 Bepaal de akoestische lengte van buis 1 met behulp van figuur 2. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Jelle gaat op zoek in de literatuur en vindt de volgende formule voor de akoestische lengte:

$$L_a = L + 2 \cdot 0,31 \cdot d \quad (1)$$

Hierin is:

- L_a de akoestische lengte van de buis in m
- L de werkelijke lengte van de buis in m
- 0,31 een experimenteel bepaalde correctiefactor
- d de binnendiameter van de buis in m
- 2 het aantal open uiteinden van de buis

- 2p 17 Leg uit met behulp van formule (1) of de buiken aan de uiteinden van de buis binnen of buiten de buis vallen.

Jelle meet de lengte en de binnendiameter van de buizen op met een meetlint. Voor buis 8 vindt hij een lengte van 30,1 cm. Hij meet voor elke buis een binnendiameter van 4,0 cm.

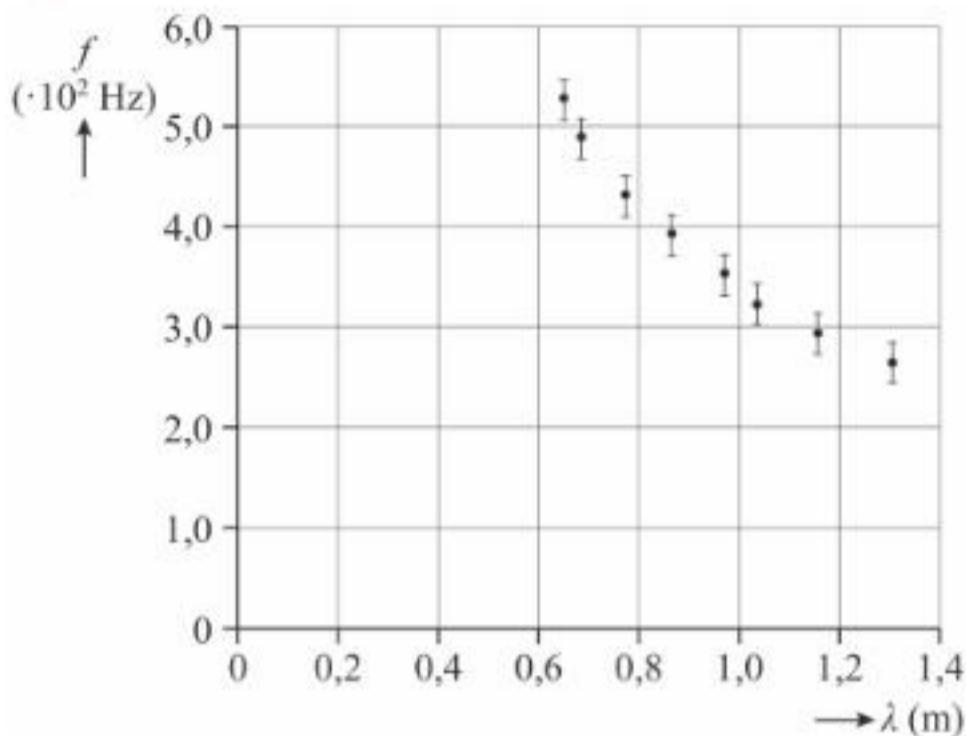
Jelle bedenkt dat hij de binnendiameter ook kan meten met een schuifmaat. De meetwaarde voor de binnendiameter wordt dan nauwkeuriger en kan daardoor worden opgegeven in één significant cijfer méér dan met het meetlint.

Jelle beweert dat de akoestische lengte, en dus de golflengte van de toon, nu weergegeven kan worden met een groter aantal significante cijfers.

- 3p 18 Leg uit of Jelle gelijk heeft.

Jelle wil nu de geluidssnelheid bepalen. Daarom berekent hij, uit zijn metingen met het meetlint, met behulp van formule (1) de golflengte van de grondtoon van elke buis. Bovendien meet hij van elke buis de frequentie f van de grondtoon. Van zijn resultaten maakt hij de grafiek van figuur 3. Hij geeft hierbij ook de meetonnauwkeurigheid in de frequentie f aan.

figuur 3



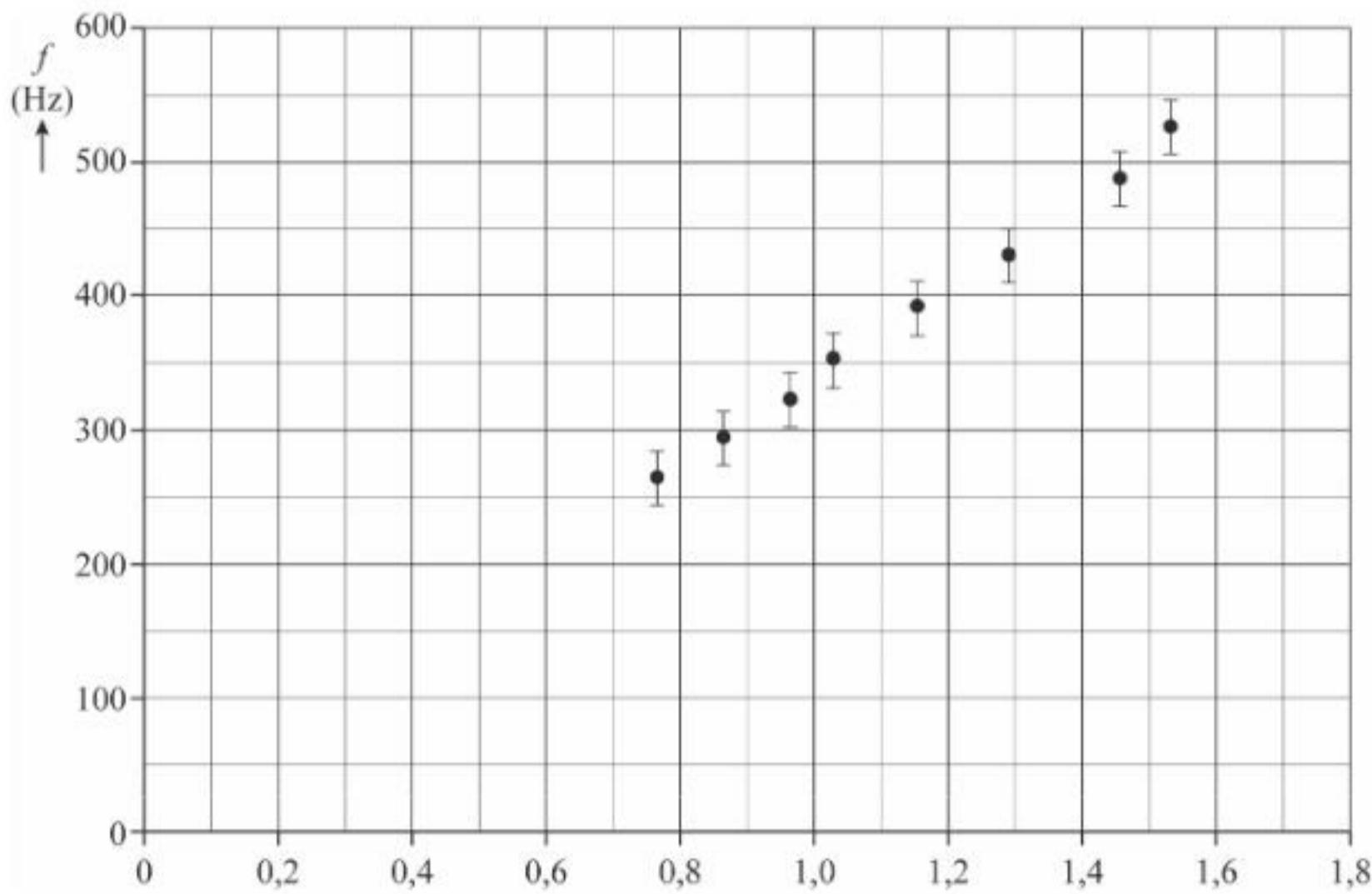
De meetonnauwkeurigheid in de frequentie is vastgesteld op $2 \cdot 10^1$ Hz. Dat betekent dat elke frequentie in werkelijkheid $2 \cdot 10^1$ Hz naar onder of naar boven kan afwijken. In de grafiek is deze meetonnauwkeurigheid, ook wel foutmarge genoemd, aangegeven met verticale streepjes van $2 \cdot 10^1$ Hz onder tot $2 \cdot 10^1$ Hz boven elk grafiekpunt.

De berekende golflengte kent ook een foutmarge.

- 2p 19 Leg uit dat de foutmarge in de golflengte te klein is om zichtbaar weergegeven te kunnen worden in figuur 3.

Om de geluidssnelheid zo nauwkeurig mogelijk te bepalen voert Jelle een coördinatentransformatie uit. Het resultaat hiervan is weergegeven in figuur 4.

figuur 4



Jelle voert de volgende drie handelingen uit:

- Hij zet bij de horizontale as het juiste bijschrift.
- Hij trekt in het diagram twee rechte lijnen door de oorsprong die net binnen alle foutmarges liggen.
- Hij bepaalt hieruit in twee significante cijfers de minimale en de maximale geluidssnelheid die uit de metingen volgen.

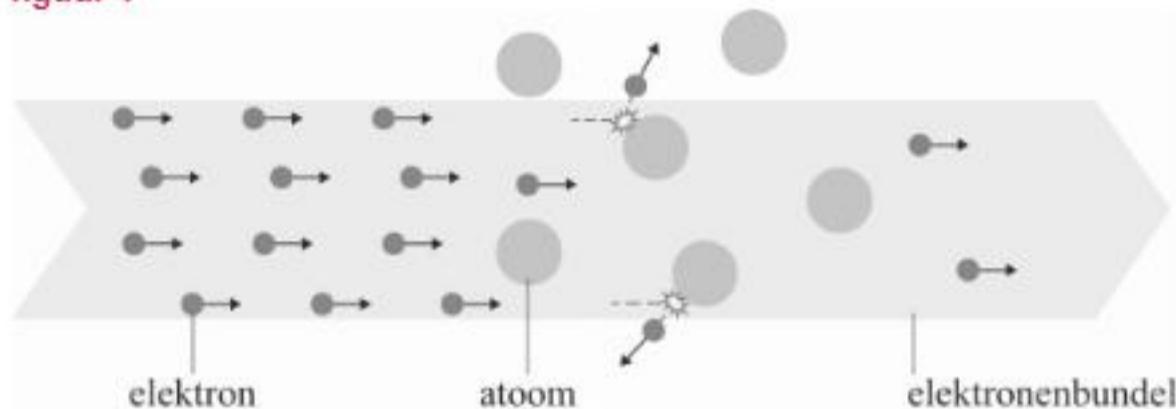
4p 20 Voer de drie bovenstaande handelingen van Jelle uit met behulp van figuur 4.

Ramsauer en Townsend

Het botsende-deeltjesmodel is een veelgebruikt model om verschijnselen in materie te verklaren. In dit model worden atomen en elektronen beschouwd als kleine, harde knikkertjes die tegen elkaar botsen. Het botsende-deeltjesmodel is een klassiek model.

In een experiment wordt een bundel elektronen door een gas geschoten. Dit proces beschrijven we met een model waarin de gasatomen stilstaan en de elektronen bewegen. De intensiteit van de bundel is gedefinieerd als de grootte van de elektronenstroom in de richting van de bundel per oppervlakte-eenheid. De bewegende elektronen kunnen botsen met de gasatomen, waardoor de intensiteit van de bundel kan veranderen. Zie figuur 1 voor een schematische tekening.

figuur 1



- 2p 21 Leg uit met behulp van het botsende-deeltjesmodel dat de intensiteit van de bundel afneemt naarmate er een grotere afstand door het gas is afgelegd.

De transmissie T is de verhouding tussen de intensiteit van de bundel nadat hij een afstand x door het gas heeft afgelegd en de intensiteit van de bundel bij de bron. Volgens het botsende-deeltjesmodel geldt voor T :

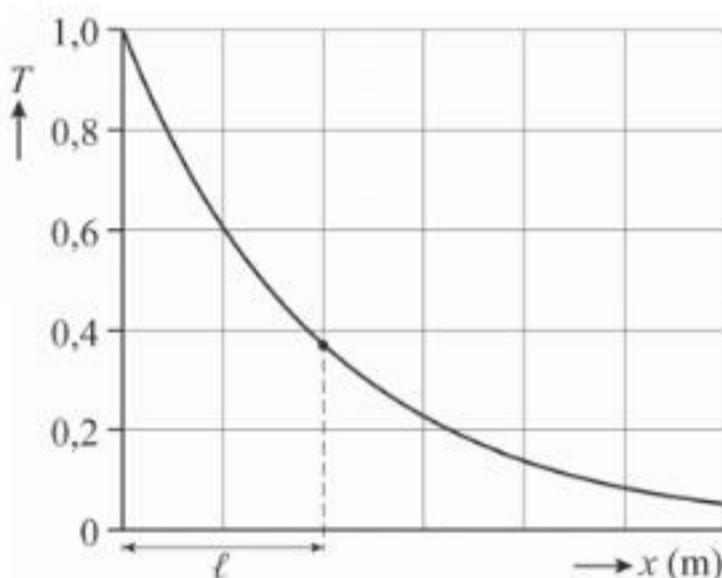
$$T = \frac{I}{I_0} = e^{-\frac{x}{\ell}} \quad (1)$$

Hierin is:

- x de afstand die door de bundel in het gas is afgelegd in m
- ℓ de gemiddelde vrije weglengte, dat wil zeggen de gemiddelde afstand die een elektron aflegt voordat het botst, in m
- I de intensiteit van de bundel na een afstand x in $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$
- I_0 de intensiteit van de bundel bij de bron in $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$

In figuur 2 is T als functie van x weergegeven. In de figuur staat ook ℓ aangegeven.

figuur 2



De vorm van het (T, x)-diagram is vergelijkbaar met die van een doorlaatkromme bij ioniserende straling.

- 3p **22** Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef in figuur 2 de grootte van de halveringsdikte $d_{\frac{1}{2}}$ aan.
- Toon aan, met behulp van een berekening, dat ℓ in figuur 2 correct is weergegeven.

Quantumrevolutie: het Ramsauer-Townsend-effect

Rond 1920 deden de wetenschappers Carl Ramsauer en John Townsend (zie figuur 3), los van elkaar, een verrassende ontdekking. Bij experimenten met xenongas bleek de transmissie T van de elektronen sterk afhankelijk te zijn van de energie van de elektronen E_{elek} .

figuur 3



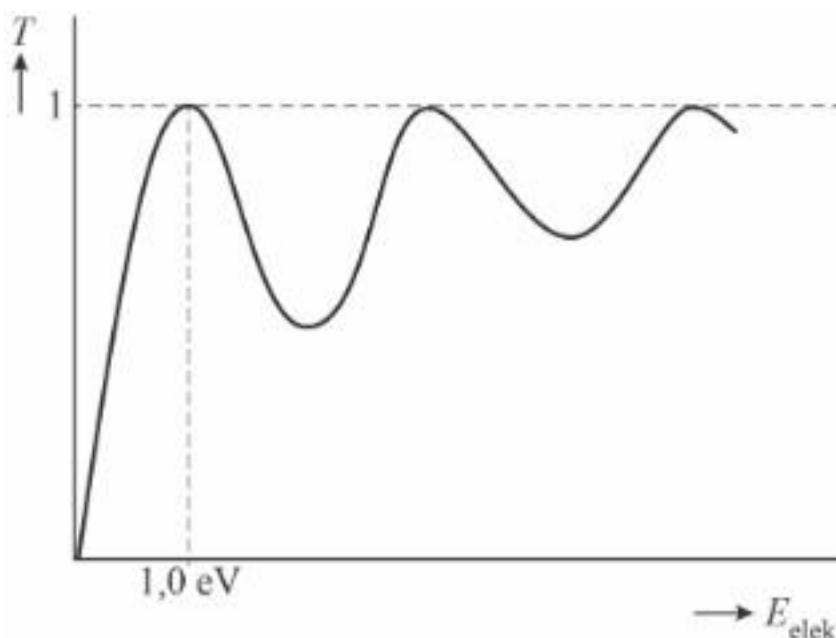
Carl Ramsauer



John Townsend

Figuur 4 is een (T, E_{elek})-grafiek van metingen aan xenongas. Bij een elektronenenergie E_{elek} van 1,0 eV gebeurt er iets verrassends: de elektronen lijken plotseling geen hinder meer te ondervinden van de xenonatomen. De transmissie wordt dan gelijk aan 1, ongeacht de grootte van de afgelegde weg.

figuur 4

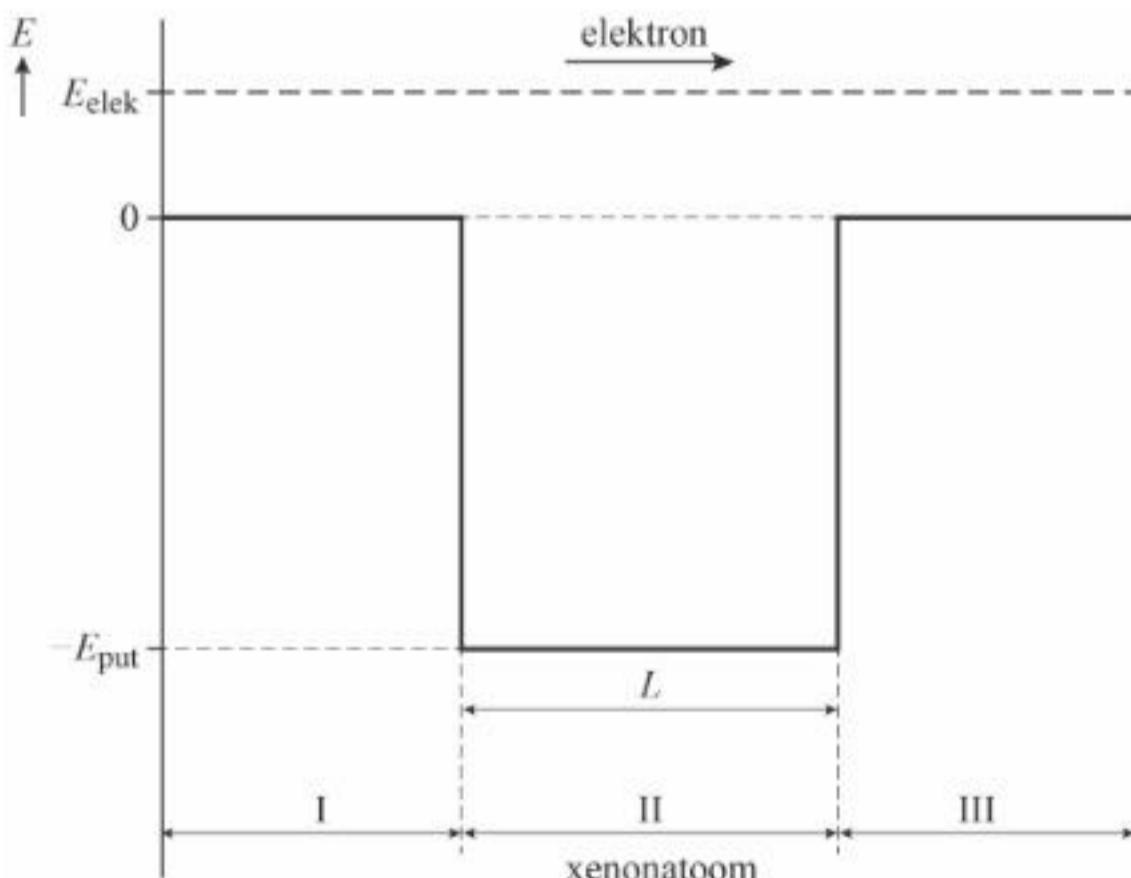


Om dit effect te verklaren beschreven Ramsauer en Townsend het elektron niet als een deeltje, maar als een golf met bijbehorende debroglie-golflengte.

- 3p 23 Bereken de debroglie-golflengte van een vrij elektron met een energie van 1,0 eV.

Ramsauer en Townsend benaderden het xenonatoom als een eendimensionale energieput met een diepte E_{put} en een lengte L . In figuur 5 is schematisch de situatie getekend van een elektron dat een xenonatoom passeert. Het elektron beweegt van gebied I (voor het xenonatoom) via gebied II (het xenonatoom) naar gebied III (na het xenonatoom).

figuur 5



Bij bepaalde waarden van E_{elek} blijkt de golf van het elektron te resoneren in gebied II. Deze resonantie leidt ertoe dat het elektron ongehinderd zijn weg kan vervolgen naar gebied III.

Resonantie in gebied II treedt op als aan de volgende voorwaarde wordt voldaan:

$$L = n \left(\frac{\lambda_{\parallel}}{2} \right) \quad (2)$$

Hierin is:

- L de diameter van het xenonatoom
- n een positief geheel getal ($1, 2, 3, \dots$)
- λ_{\parallel} de debroglie-golfleugte van het elektron in gebied II

Voor de kinetische energie van het elektron in gebied II geldt:

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{elek}} + E_{\text{put}} \quad (3)$$

In figuur 4 zijn meerdere pieken te zien waarbij $T = 1$. Er zijn dus verschillende waarden van E_{elek} waarbij resonantie optreedt. Dit is te verklaren met behulp van de formules (2) en (3) en ten minste één formule uit het informatieboek.

4p **24** Geef deze verklaring.

De waarden van de energie E_{kin} in gebied II, waarbij resonantie optreedt, komen overeen met de energieniveaus van een deeltje in een eendimensionale energieput met oneindig hoge wanden. Neem aan dat de eerste piek in figuur 4 hoort bij $n = 1$ in de formule van deze energieniveaus.

De diameter van het xenonatoom is 0,22 nm.

4p **25** Bereken E_{put} in eV. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.



Je kunt dit examen nakijken met de uitwerkingen hierna óf online op mijnexamenbundel.nl. Je ziet dan je totaalscore en je score per onderwerp. Deze worden bewaard.



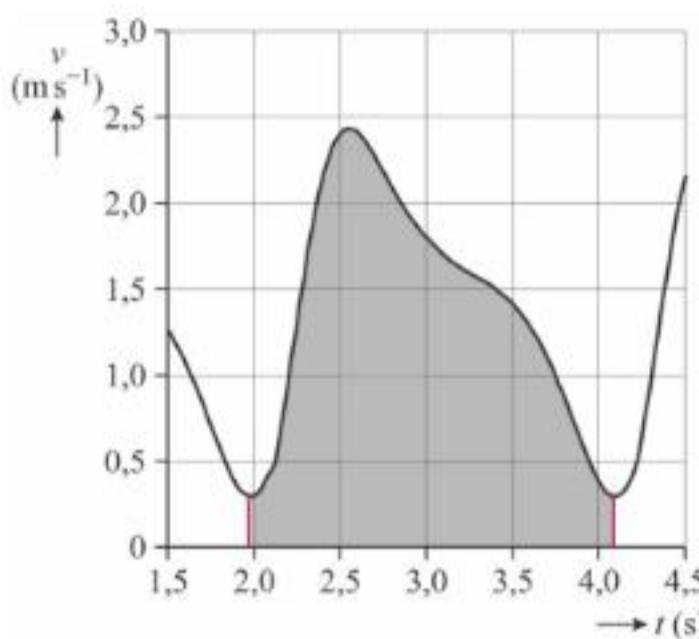
Hints bij examen 2023-I

- 1 Gebruik een methode om de oppervlakte onder de grafiek te bepalen.
- 2 Het gewicht van de skiër wordt verdeeld over beide ski's.
- 3
 - Wat is het verband tussen h en s ?
 - Vergelijk de oppervlaktes onder de grafieklijnen.
- 4
 - Druk F_n uit als functie van de zwaartekracht F_z .
 - De helling van de grafieken in figuur 9 is gelijk aan f_d .
- 5 Als de stoomknop is ingedrukt, mag de warmwaterthermostaat geen invloed meer hebben.
- 6 De veiligheidsthermostaat mag niet in serie met het lampje staan.
- 7 Zie Binas 35D1.
- 8 Wat is het verband tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 9 Gebruik dat $E_k + E_g = 0$.
- 10 Zie Binas 35A1.
- 11 Buiten een magneet gaan veldlijnen van N naar Z.
- 12
 - De lorentzkracht F_L treedt op als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} .
 - Gebruik een handregel.
- 13 Wat gebeurt er met de grootte van de magnetische inductie B in de buurt van de polen?
- 14 Zie Binas 35E2 en 19A.
- 15
 - Wat gebeurt er met de kans op botsingen tussen deeltjes op grote hoogte?
 - Welke atoomsoort is vooral aanwezig op hoogtes kleiner dan 100 km?
- 16 Gebruik de voorwaarde voor een staande golf met twee open uiteinden.
- 17 Is L_a groter of kleiner dan L ?
- 18 Denk aan de verschillende significantieregels bij optelling en vermenigvuldiging.
- 19 Wat is de foutmarge bij de metingen van de lengte en binnendiameter van de buizen?
- 20
 - Wat gebeurt er met de x -as bij een coördinatentransformatie van een omgekeerd evenredig verband?
 - Zorg dat de twee lijnen nog net door de foutmarges gaan.
 - Bepaal de richtingscoëfficiënt van de twee lijnen.
- 21 Wat gebeurt er met een elektron dat tegen een atoom botst?
- 22
 - Bij welke dikte x is nog de helft van de intensiteit over?
 - Wat is de waarde van T als $x = \ell$?
- 23 Gebruik de formule voor de kinetische energie om de snelheid van een vrij elektron te berekenen.
- 24 Bedenk hoe deeltjes met verschillende snelheden v aan voorwaarde (2) kunnen voldoen.
- 25 Gebruik de formule voor een deeltje in een eendimensionale energieput.

Uitwerkingen bij examen 2023-I

Langlaufen in klassieke stijl

- 4p 1 Zie de tekening.



De afgelegde weg s in één bewegingscyclus wordt berekend door de oppervlakte onder de grafiek in figuur 4 te bepalen [1p] voor één bewegingscyclus.

De bewegingscyclus in figuur 4 duurt van $t = 1,97$ s tot $t = 4,10$ s. [1p]

De oppervlakte onder de grafiek in dat bereik is gelijk aan 11,5 hokjes. [1p]

Eén hokje staat gelijk aan $0,5 \text{ ms}^{-1} \cdot 0,5 \text{ s} = 0,25 \text{ m}$.

Daarom geldt: $s = 11,5 \cdot 0,25 = 2,9 \text{ m}$ [1p]

- 4p 2 Voor de inzakking u van de ski geldt: $F_v = C \cdot u$ [1p] (Binas 35A3) $\Rightarrow u = \frac{F_v}{C}$, waarin:

F_v = veerkracht. Als de langlaufer stilstaat op twee ski's, dan is de veerkracht gelijk

aan $\frac{1}{2} \cdot (\text{de zwaartekracht op de langlaufer})$ [1p] $= \frac{1}{2} \cdot F_z = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g$ (Binas 35A3),

met:

m = massa van de langlaufer = 80 kg

g = valversnelling = $9,81 \text{ ms}^{-2}$ (Binas 7A)

zodat: $F_v = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 9,81 = 392 \text{ N}$

C = veerconstante = $100 \text{ kNm}^{-1} = 100 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-1}$

Invullen: $u = \frac{392}{100 \cdot 10^3} = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,9 \text{ mm}$ [1p]

De camberhoogte van de ski is 3,0 mm. De inzakking van de ski is dus groter dan de camberhoogte \Rightarrow de ski's zijn niet geschikt voor deze langlaufer. [1p]

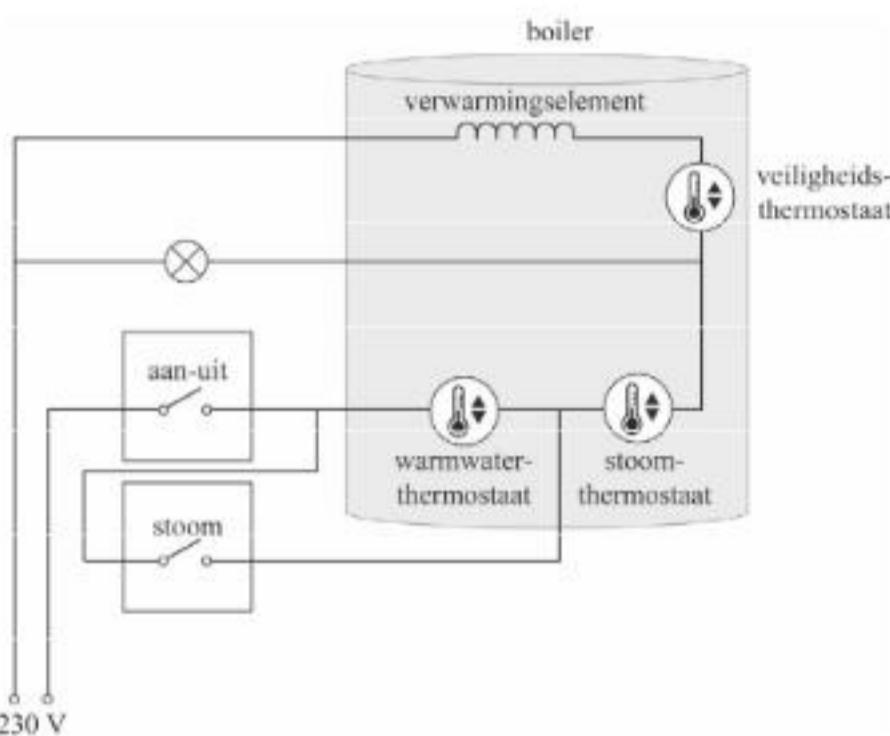
- 4p 3 – Als de hoogte h van het midden van de ski groot is, dan is de indrukking s van de ski klein. [1p] Bij een kleine kracht F hoort een grote h en dus een kleine s . Dit is het geval in diagrammen b en d.
Bij de professionele langlaufer is bij eenzelfde kracht F de hoogte h kleiner dan bij de amateur. Bij eenzelfde kracht F zal de professional dus een grotere s hebben dan de amateur. [1p] Het juiste diagram is daarom diagram b.
– Voor de arbeid W die nodig is om de ski op de grond te drukken, geldt:
 $W = F \cdot s$ (Binas 35A4). Dit komt overeen met de oppervlakte onder de grafiek. [1p] De oppervlakte onder de grafiek van de amateur-ski is groter dan die van de professional. Er is dus meer arbeid nodig om de amateur-ski op de grond te drukken. [1p]

- 4p 4 – Als de ski horizontaal over de sneeuw beweegt, geldt: $F_n = F_z = m \cdot g$ (Binas 35A3) De massa m is dus recht evenredig met de normaalkracht F_n . [1p] Omdat geldt dat $F_w = f_d \cdot F_n$, is de wrijvingscoëfficiënt f_d gelijk aan de steilheid van de grafieklijnen in figuur 9. [1p] Bij gelijke snelheid v is de steilheid f_d constant. f_d is onafhankelijk van F_n en dus ook van m . Er is dus geen recht evenredig verband tussen f_d en m .
- De steilheid van de lijnen in figuur 9 is gelijk aan f_d . In figuur 9 loopt de grafiek van $v = 15 \text{ ms}^{-1}$ twee keer zo steil als die van $v = 5 \text{ ms}^{-1}$. De snelheid is echter drie keer zo groot. [1p] Er is dus geen recht evenredig verband tussen v en f_d . [1p]

Cappuccino

- 2p 5 Zie de tekening.

Als de stoomknop is ingedrukt, moet het verwarmingselement ook aan staan als de temperatuur boven de 100°C is en de warmwaterthermostaat de stroomkring zou onderbreken. De stoomknop moet dus parallel aan de warmwaterthermostaat worden geschakeld, met een draad vóór [1p] en een draad na [1p] de warmwaterthermostaat.



- 1p 6 Zie de tekening.

De veiligheidsthermostaat moet in serie met het verwarmingselement worden aangesloten. Als de veiligheidsthermostaat de stroomkring onderbreekt, kan er ook geen stroom door het verwarmingselement lopen. De stroomkring waarin het lampje staat, is dan nog wel ononderbroken.

- 3p 7 Voor de weerstand R van het verwarmingselement geldt:

$$U = I \cdot R \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow R = \frac{U}{I}, \text{ waarin:}$$

U = spanning over het verwarmingselement = 230 V

I = stroom door het verwarmingselement

$$\text{Er geldt: } P = U \cdot I \quad [\text{1p}] \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow I = \frac{P}{U}, \text{ met:}$$

P = totaalvermogen van de schakeling. Het nuttig vermogen is gelijk aan $0,80 \text{ kW} = 0,80 \cdot 10^3 \text{ W}$, het rendement η is $95\% = 0,95$, zodat geldt:

$$P = \frac{P_{\text{nuttig}}}{\eta} \quad [\text{1p}] \quad (\text{Binas 35A4}) = \frac{0,80 \cdot 10^3}{0,95} = 842 \text{ W}$$

U = spanning over het verwarmingselement = 230 V

$$\text{zodat: } I = \frac{842}{230} = 3,66 \text{ A}$$

$$\text{Invullen: } R = \frac{230}{3,66} = 63 \Omega \quad [\text{1p}]$$

Dit komt overeen met de in de opgave genoemde weerstand.

- 4p **8** Om de diameter d van de draad te berekenen, moet eerst de oppervlakte van de doorsnede van de draad A worden berekend. Hiervoor geldt:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow A = \frac{\rho \cdot \ell}{R}, \text{ waarin:}$$

ρ = soortelijke weerstand van nichroom = $1,10 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m}$ [1p] (Binas 9)

ℓ = lengte van de draad = 0,60 m

R = weerstand van de draad = 63 Ω

$$\text{Invullen: } A = \frac{1,10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,60}{63} = 1,05 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

Voor de diameter d van de draad geldt: $A = \pi \cdot r^2$ [1p] (Binas 36B) = $\pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot d)^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,05 \cdot 10^{-8}}{\pi}} = 1,15 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad [1p]$$

Dit is minder dan 1 mm en dus veel dunner dan de staaf in figuur 3. [1p]

Mara heeft dus gelijk.

Poollicht

- 4p **9** Om aan het gravitatieveld van de zon te kunnen ontsnappen, moet de kinetische energie E_k van het plasma groot genoeg zijn om de gravitatie-energie E_g te overwinnen. Voor de minimale snelheid v van het plasma geldt daarom:

$$E_k + E_g = 0 \quad [1p] \Rightarrow E_k = -E_g \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{G \cdot m \cdot M}{r} \quad \text{(Binas 35A4 en 35A5)} \Rightarrow \\ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}}, \text{ waarin:}$$

G = gravitatieconstante = $6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{kg}^{-2}$ (Binas 7A)

M = massa van de zon = $1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (Binas 32C)

r = straal van de zon = $6,963 \cdot 10^8 \text{ m}$ [1p] (Binas 32C)

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,6738 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9884 \cdot 10^{30}}{6,963 \cdot 10^8}} = 6,174 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1} \quad [1p]$$

- 2p **10** Voor de gemiddelde snelheid v_{gem} van het plasma geldt: $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ [1p] (Binas 35A1),

waarin:

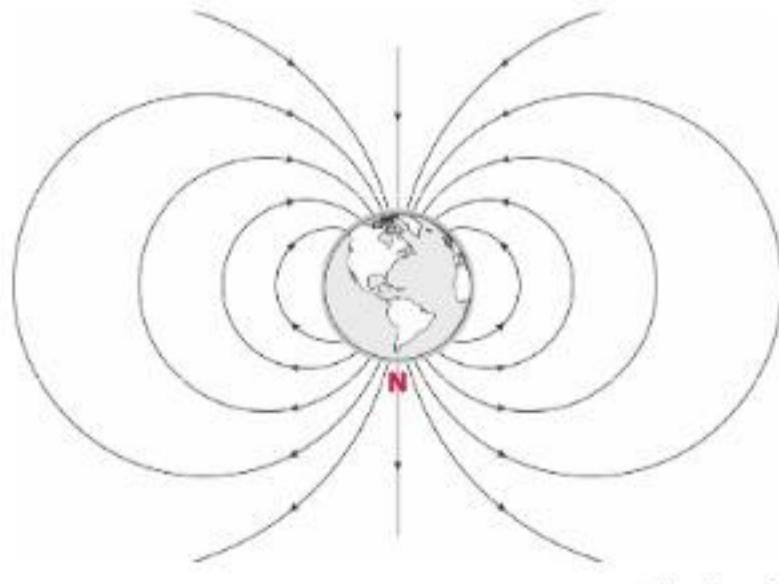
Δx = afgelegde afstand = $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Δt = tijdsduur van het traject = 17 uur = $17 \cdot 3600 \text{ s}$

$$\text{Invullen: } v_{\text{gem}} = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{17 \cdot 3600} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1} \quad [1p]$$

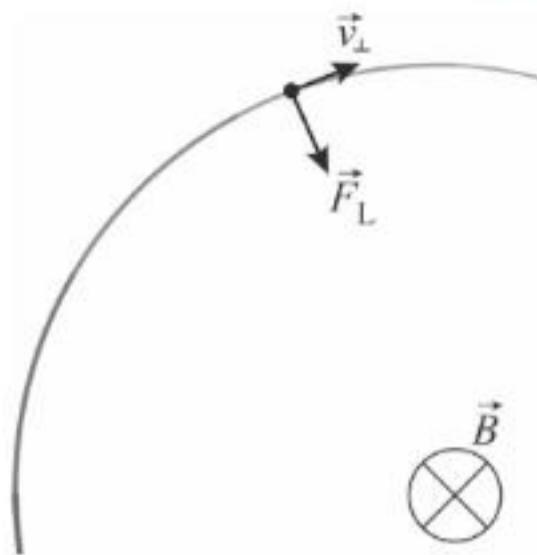
- 1p **11** Zie tekening 1.

De veldlijnen lopen buiten de aarde van de geografische zuidpool naar de geografische noordpool. De veldlijnen van een staafmagneet lopen van noord naar zuid. Dat betekent dat de geografische zuidpool van de aarde de magnetische noordpool is.



tekening 1

- 3p 12 – Zie tekening 2. [1p]
De lorentzkracht is naar het middelpunt gericht.
– Toepassen van een linkerhandregel met de gegeven richting van \vec{B} en de getekende richting van \vec{F}_L geeft een stroomrichting tegengesteld aan de getekende snelheid v . [1p]
Daaruit is te concluderen dat het deeltje **negatief geladen** is. [1p]



tekening 2

- 2p 13 In figuur 4 is te zien dat de magnetische veldlijnen steeds dichter bij elkaar komen te liggen naarmate het deeltje de pool nadert \Rightarrow
 \Rightarrow magnetische veldsterkte B neemt toe. [1p]

Er geldt: $F_L = F_{mpz} \Rightarrow$

$$\Rightarrow B \cdot q \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (\text{Binas 35D3 en E2}) \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}, \text{ met } F_L \text{ de lorentzkracht op}$$

het deeltje, F_{mpz} de middelpuntzoekende kracht op het deeltje, q de lading van het deeltje, v de snelheid van het deeltje, m de massa van het deeltje, r de straal van de cirkelbeweging van het deeltje.

Een toename van B zorgt dus voor een afname van r [1p] \Rightarrow

\Rightarrow de straal van de cirkelbeweging wordt kleiner.

- 4p 14 Voor de golflengte λ van de fotonen geldt: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ [1p] (Binas 35E2) $\Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f}$, waarin:

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ Js (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ [1p] (Binas 7A)

E_f = fotonenergie van de fotonen van de dominante kleur = 2,22 eV =
 $= 2,22 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}$ J [1p] (Binas 5)

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{2,22 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}} = 5,59 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 559 \text{ nm}$$

In Binas 19A is te zien dat licht met deze golflengte een groengele kleur heeft. [1p]

- 3p 15 – Om de dominante kleur uit te zenden, moet een aangeslagen O-atoom op een N₂-molecuul botsen. In figuur 5 is te zien dat boven de 300 km de dichtheid van de N₂-moleculen (en die van O-atomen) laag is. [1p] De kans op botsingen is daar dus erg klein. [1p]
– Op hoogtes kleiner dan 100 km zijn vooral N₂-moleculen aanwezig en bijna geen O-atomen. Er zal dus vooral magenta licht ontstaan. [1p]

Boomwhackers

- 4p 16 Voor de akoestische lengte ℓ van buis 1 geldt: $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35B2), waarin:
 n = een geheel getal. We kiezen hier $n = 1$ voor de grondtoon.
 λ = golflengte van de staande golf. Hiervoor geldt:

$$v = f \cdot \lambda \quad (\text{Binas 35B2}) \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}, \text{ met:}$$

v = geluidssnelheid = $0,343 \cdot 10^3$ m s $^{-1}$ [1p] (Binas 15A)

f = frequentie van de grondtoon = $2,7 \cdot 10^2$ Hz [1p] (aflezen in figuur 2)

$$\text{zodat: } \lambda = \frac{0,343 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^2} = 1,27 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } \ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,27 = 0,64 \text{ m} \quad [1p]$$

- 2p **17** In formule (1) is te zien dat de akoestische lengte van de buis L_a wordt berekend door bij de werkelijke lengte L een factor van $2 \cdot 0,31 \cdot d$ op te tellen. De binnendiameter d van de buis is een positief getal. Er wordt dus altijd een positieve waarde [1p] opgeteld bij $L \Rightarrow L_a > L \Rightarrow$ de buiken vallen buiten de buis. [1p]

- 3p **18** *methode 1*

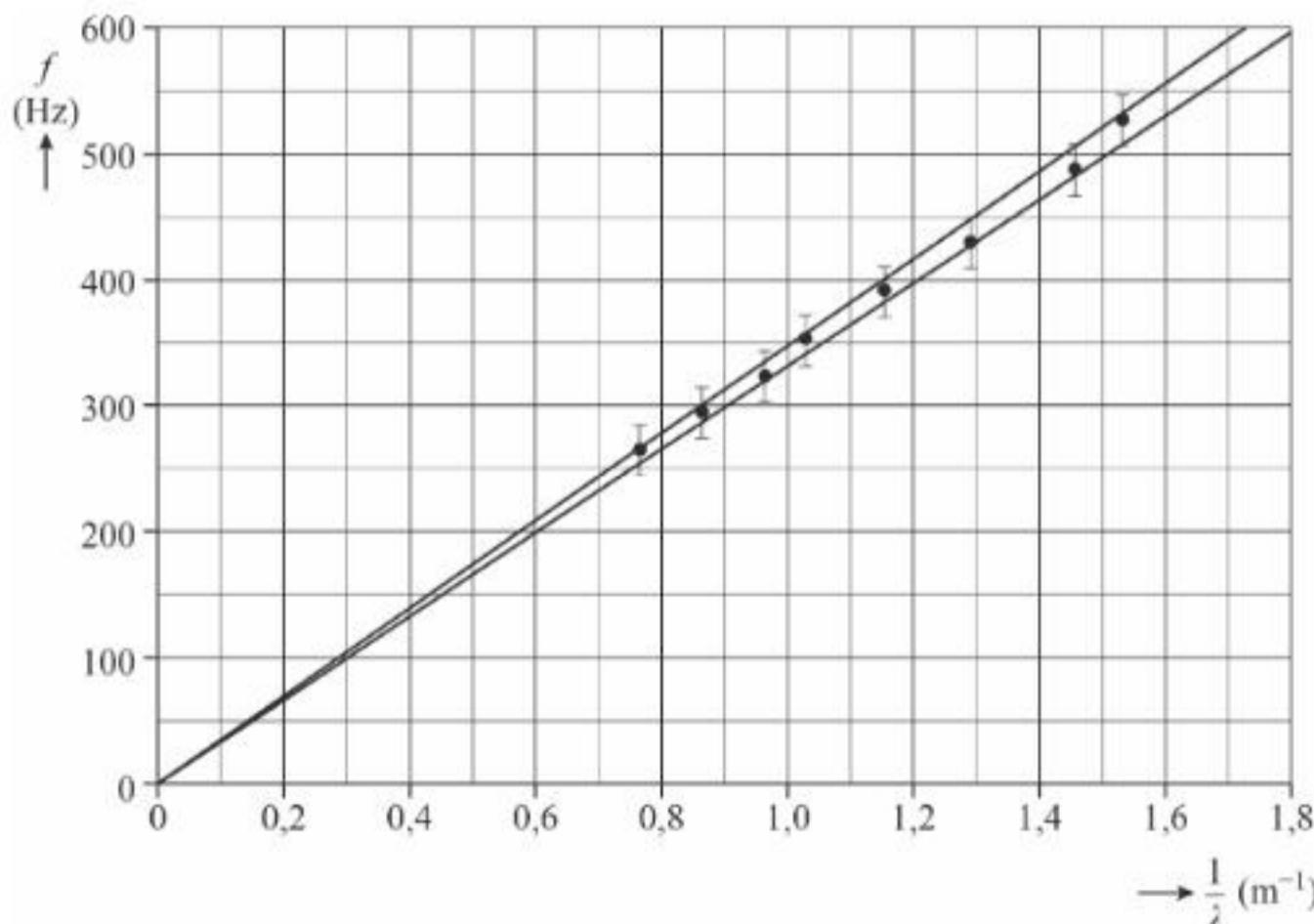
In formule (1) worden twee termen bij elkaar opgeteld. De significantie van het antwoord wordt daarbij beperkt door het aantal decimalen [1p] van elk van de termen. De lengte van de buis L wordt gemeten met één decimaal. De hogere nauwkeurigheid van Jelles meting beïnvloedt de tweede decimaal van de term na het plusteken. [1p] Deze decimaal verandert de significantie van het antwoord niet. Jelle heeft dus **geen gelijk**. [1p]

methode 2

De binnendiameter d van de buis wordt in formule (1) vermenigvuldigd met de telwaarde 2 en de experimenteel bepaalde correctiefactor 0,31. Deze correctiefactor heeft twee significante cijfers. [1p] Als de binnendiameter met drie significante cijfers wordt opgemeten, beperkt deze factor de uitkomst van de tweede term in formule (1) als nog tot twee significante cijfers. [1p] Jelle heeft dus **geen gelijk**. [1p]

- 2p **19** De lengte en de binnendiameter van de buis zijn gemeten met een nauwkeurigheid van een millimeter. [1p] De foutmarge van de akoestische lengte is daarom ook van de orde van grootte van een millimeter. De schaalverdeling op de x -as in figuur 3 is $0,2 \text{ m} = 200 \text{ mm}$ per hokje. Een foutmarge van een millimeter is op die schaal niet zichtbaar. [1p]

- 4p **20** Zie de tekening.



- Er geldt $v = f \cdot \lambda$. (Binas 35B2), waarbij de geluidssnelheid v constant is. Het verband tussen λ en f is daarom omgekeerd evenredig: $f = v \cdot \frac{1}{\lambda}$
Om dit verband als een rechte lijn weer te geven, moet daarom op de x -as $\frac{1}{\lambda}$ worden weergegeven. De eenheid daarvan is $\frac{1}{m} = \text{m}^{-1}$. [1p]

- De lijnen dienen zó getrokken te worden, dat ze nog net door de (verticale) foutmarges lopen. De bovenste lijn wordt ingeperkt door het zesde meetpunt, de onderste lijn door het achtste meetpunt. [1p]
- De geluidssnelheid v is de evenredigheidsconstante van het door de grafiek weergegeven verband, en kan daarom worden bepaald door de helling van de getekende lijnen te berekenen. [1p]

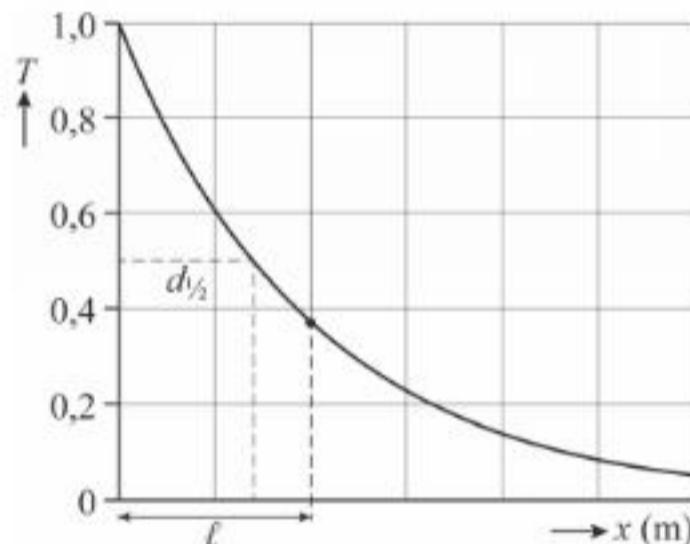
Voor de minimale snelheid v_{\min} geldt: $v_{\min} = \frac{\Delta f}{\Delta(\frac{1}{\lambda})} = \frac{593}{1,80} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$

Voor de maximale snelheid v_{\max} geldt: $v_{\max} = \frac{\Delta f}{\Delta(\frac{1}{\lambda})} = \frac{600}{1,72} = 3,5 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$ [1p]

Ramsauer en Townsend

- 2p 21 Als een elektron botst met een gasatoom, zal de richting en de snelheid van het elektron veranderen. [1p] Daarmee maakt het elektron geen deel meer uit van de bundel. De kans op een botsing neemt toe naarmate de bundel een grotere afstand door het gas aflegt [1p] \Rightarrow hoe groter de afgelegde afstand, hoe kleiner de intensiteit van de bundel.

- 3p 22 - Zie de tekening.
De halveringsdikte $d_{\frac{1}{2}}$ is de dikte van de gaslaag waarbij precies de helft van de elektronen de bundel verlaat. Dit is het geval bij $T = 0,5$. [1p]
- Bij $x = \ell$ [1p] hoort volgens de grafiek in figuur 2 een transmissie van $T = 0,37$. Dit komt overeen met het resultaat van het invullen van formule (1):
$$T = e^{-\frac{x}{\ell}} = e^{-1} = 0,37$$
 [1p]



- 3p 23 Voor de debroglie-golfleugte λ geldt: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ [1p] (Binas 35E4), waarin:
 h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (Binas 7A)
 m = massa van het elektron = $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (Binas 7B)
 v = snelheid van het elektron. Er geldt: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ [1p] (Binas 35A4) \Rightarrow
 $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}$, met:
 E_k = kinetische energie van het elektron = $1,0 \text{ eV} = 1,0 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5)
 m = massa van het elektron = $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (Binas 7B)
zodat: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 5,93 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$
Invullen: $\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5,93 \cdot 10^5} = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ [1p]

- 4p **24** Er treedt resonantie op als wordt voldaan aan voorwaarde (2): $L = n \cdot \left(\frac{\lambda_{\parallel}}{2} \right)$

De waarde van L is constant, maar doordat n verschillende waarden kan aannemen, zijn er dus ook verschillende waarden van λ_{\parallel} waarbij resonantie optreedt. [1p]

De debroglie-golfleugte λ_{\parallel} kan ook worden berekend met $\lambda_{\parallel} = \frac{h}{m \cdot v}$ (Binas 35E4).

Omdat de massa m constant is, zijn er verschillende snelheden v waarbij resonantie optreedt. [1p]

Voor de kinetische energie E_{kin} geldt $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Binas 35A4) \Rightarrow verschillende snelheden v leiden tot verschillende waarden van E_{kin} [1p] \Rightarrow er zijn verschillende waarden van E_{kin} waarbij resonantie optreedt.

Omschrijven van formule (3) geeft: $E_{\text{kin}} = E_{\text{elek}} + E_{\text{put}} \Rightarrow E_{\text{elek}} = E_{\text{kin}} - E_{\text{put}}$

Omdat E_{put} constant is en E_{kin} verschillende waarden kan hebben, zijn er dus ook verschillende waarden van E_{elek} waarbij resonantie optreedt. [1p]

- 4p **25** Bereken de waarde van E_{put} met behulp van formule (3):

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{elek}} + E_{\text{put}} \Rightarrow E_{\text{put}} = E_{\text{kin}} - E_{\text{elek}}, \text{ waarin:}$$

E_{kin} = kinetische energie van het elektron = energieniveau van een eendimensionale energieput met $n = 1$. Er geldt: $E_1 = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$ [1p] (Binas 35E4), met:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js (Binas 7A)

m = massa van het elektron = $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas 7B)

L = diameter van het xenonatoom = $0,22$ nm = $0,22 \cdot 10^{-9}$ m

$$\text{zodat: } E_{\text{kin}} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (0,22 \cdot 10^{-9})^2} = 1,25 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$\text{In elektronvolt wordt dat: } \frac{1,25 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \cdot 1,00 \text{ eV} \text{ (Binas 5)} = 7,8 \text{ eV} \text{ [1p]}$$

E_{elek} = elektronenenergie waarbij voor het eerst resonantie optreedt = 1,0 eV [1p]

Invullen: $E_{\text{put}} = 7,8 - 1,0 = 6,8 \text{ eV}$ [1p]

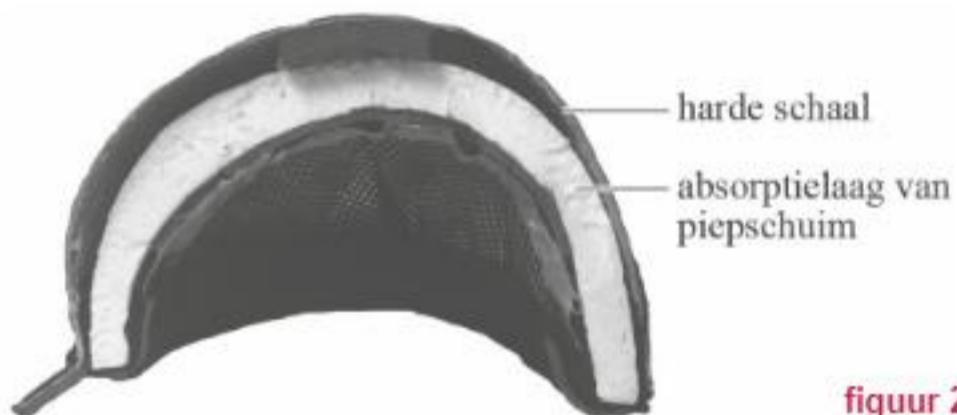
Examen 2023-II

Fietshelm

Een fietshelm is ontworpen om het hoofd te beschermen tijdens een botsing of val. Tijdens zo'n botsing, ook wel impact genoemd, kan het hoofd blootgesteld worden aan enorm grote versnellingen. Deze kunnen leiden tot ernstig hoofdletsel. Een fietshelm is ontworpen om de grootte van deze versnellingen tijdens een impact zo klein mogelijk te houden.

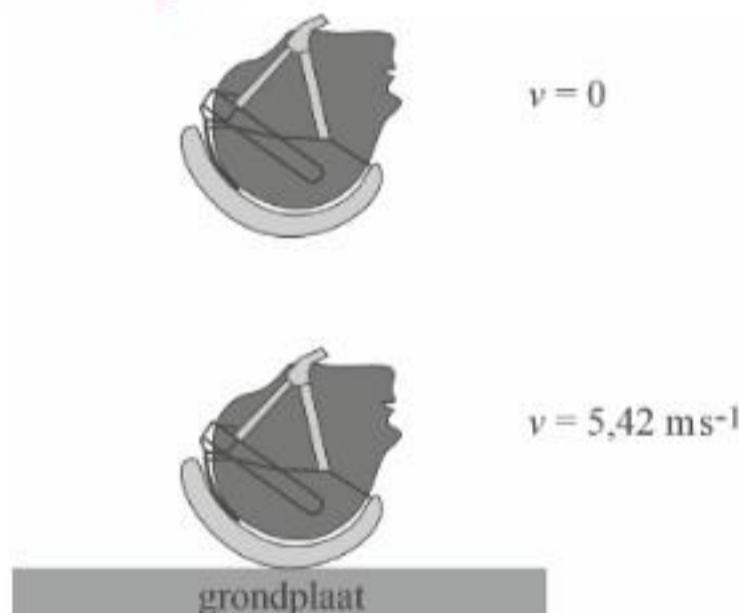
De fietshelm is opgebouwd uit verschillende lagen. Zie figuur 1. Onder de harde schaal aan de buitenkant bevindt zich de zogenaamde absorptielaaag. Deze laag bestaat meestal uit piepschuim. Dit piepschuim wordt tijdens een impact ingedrukt.

figuur 1



Fietshelmen moeten voldoen aan een Europese norm, de EN-1078. Daarin staan tests beschreven die de fietshelm met goed succes moet doorlopen. In één van deze tests valt een dummyhoofd met helm op een harde grondplaat met een voorgeschreven impactsnelheid van $5,42 \text{ m s}^{-1}$. Zie figuur 2.

figuur 2



Om de voorgeschreven snelheid te bereiken is een bepaalde valhoogte nodig.

- 3p 1 Bereken deze valhoogte. Verwaarloos hierbij de invloed van eventuele wrijvingskrachten.

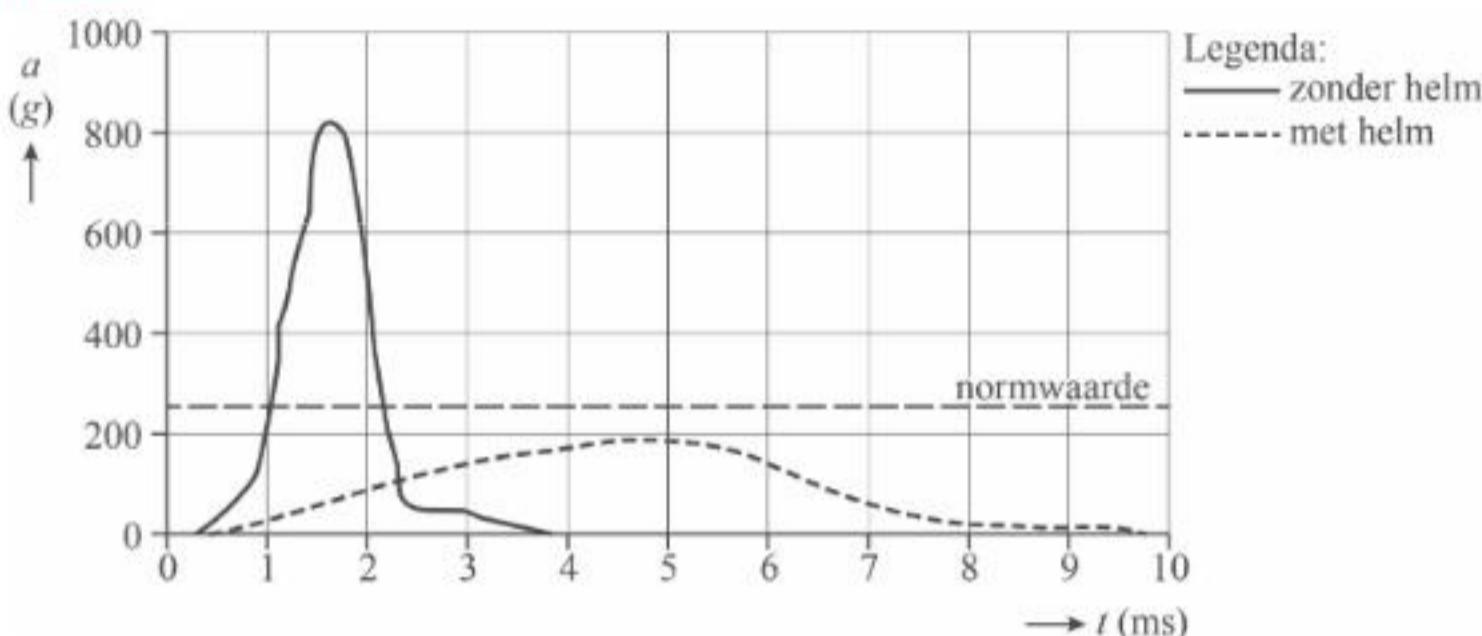
In het dummyhoofd zit een versnellingsmeter. Tijdens de impact van het hoofd met de grondplaat mag de verticale versnelling van het hoofd nooit groter worden dan de normwaarde van 250 g . Hierin is g de valversnelling. De absorptielaaag in een fietshelm kan maximaal 20 mm indeuken. Deze afstand is groot genoeg om ervoor te zorgen dat de gemiddelde versnelling niet groter is dan de normwaarde.

- 4p 2 Toon dit aan.

In de praktijk is de beweging van het dummyhoofd tijdens de impact niet eenparig vertraagd. Er zijn dus momenten waarop de versnelling groter is dan de gemiddelde waarde. De maximale versnelling op deze momenten mag niet groter worden dan de normwaarde van 250 g.

In figuur 3 zijn de meetresultaten weergegeven van een impact van een dummyhoofd met en zonder helm.

figuur 3



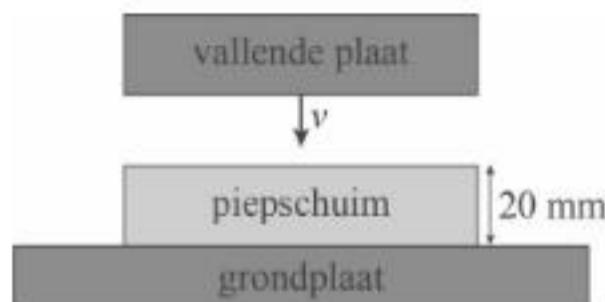
De snelheid waarmee het dummyhoofd de plaat raakt is in beide experimenten gelijk.

- 2p 3 Leg uit hoe je dit kunt concluderen uit figuur 3.

Een fietshelm is zo ontworpen dat deze de fietser optimaal beschermt bij een val. Naast de dikte van de absorptielag moet de ontwerper ook rekening houden met het indrukgedrag van het gebruikte piepschuim. Dit indrukgedrag kan onderzocht worden in een proefopstelling, zie figuur 4.

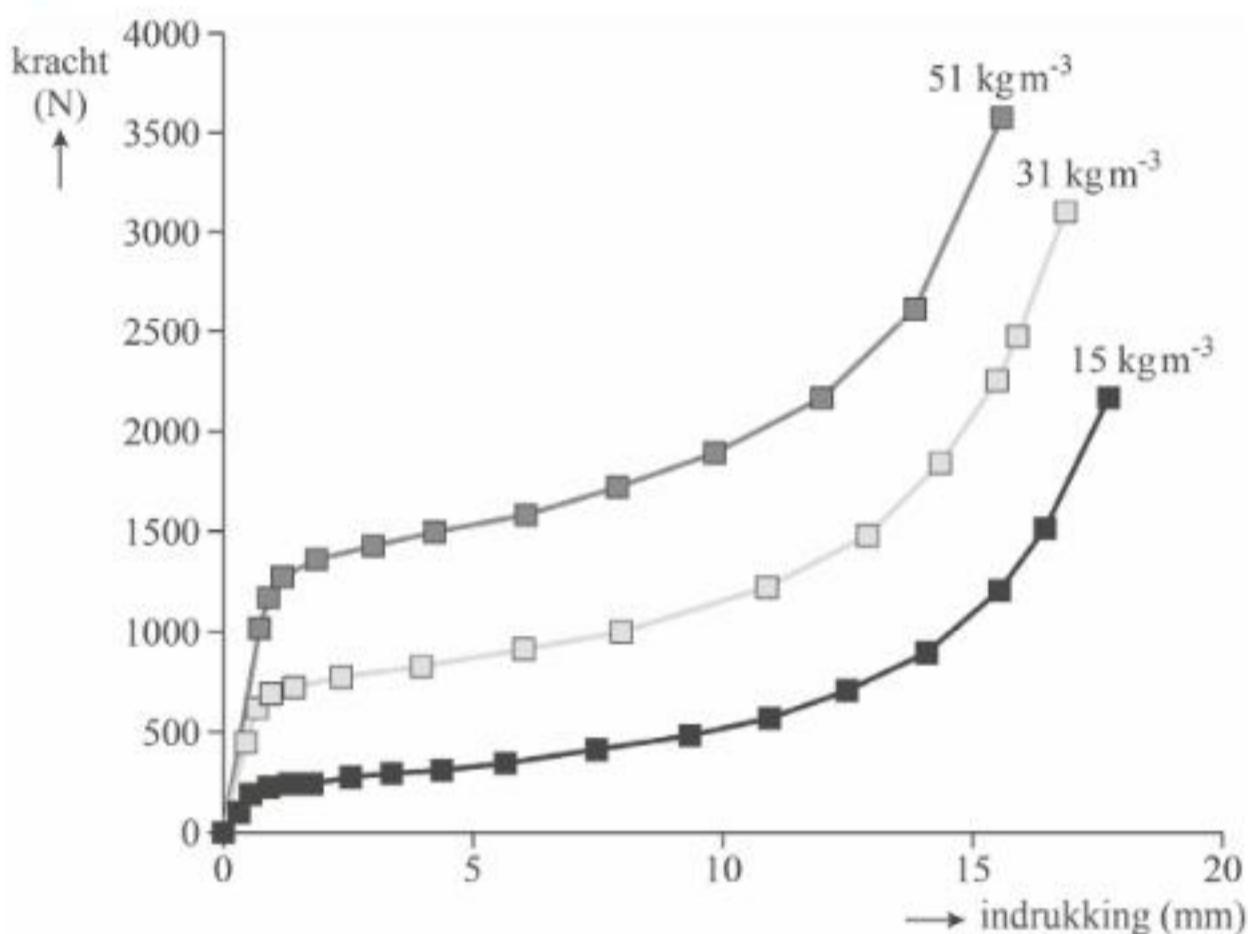
In deze opstelling valt een metalen plaat met een massa van 1,0 kg op een schijfje piepschuim, waardoor het piepschuim ingedrukt wordt. Tijdens deze impact worden zowel de indrukking van het piepschuim als de kracht op de grondplaat gemeten.

figuur 4



Het indrukgedrag van piepschuim is afhankelijk van de dichtheid van het piepschuim. Van piepschuim met drie verschillende dichthesen is het indrukgedrag gemeten. In figuur 5 is voor elk van de drie dichthesen het verband tussen kracht en indrukking weergegeven.

figuur 5



Hoewel de maximale remweg in een fietshelm 20 mm bedraagt is het belangrijk om te voorkomen dat deze hele afstand gebruikt wordt tijdens een impact.

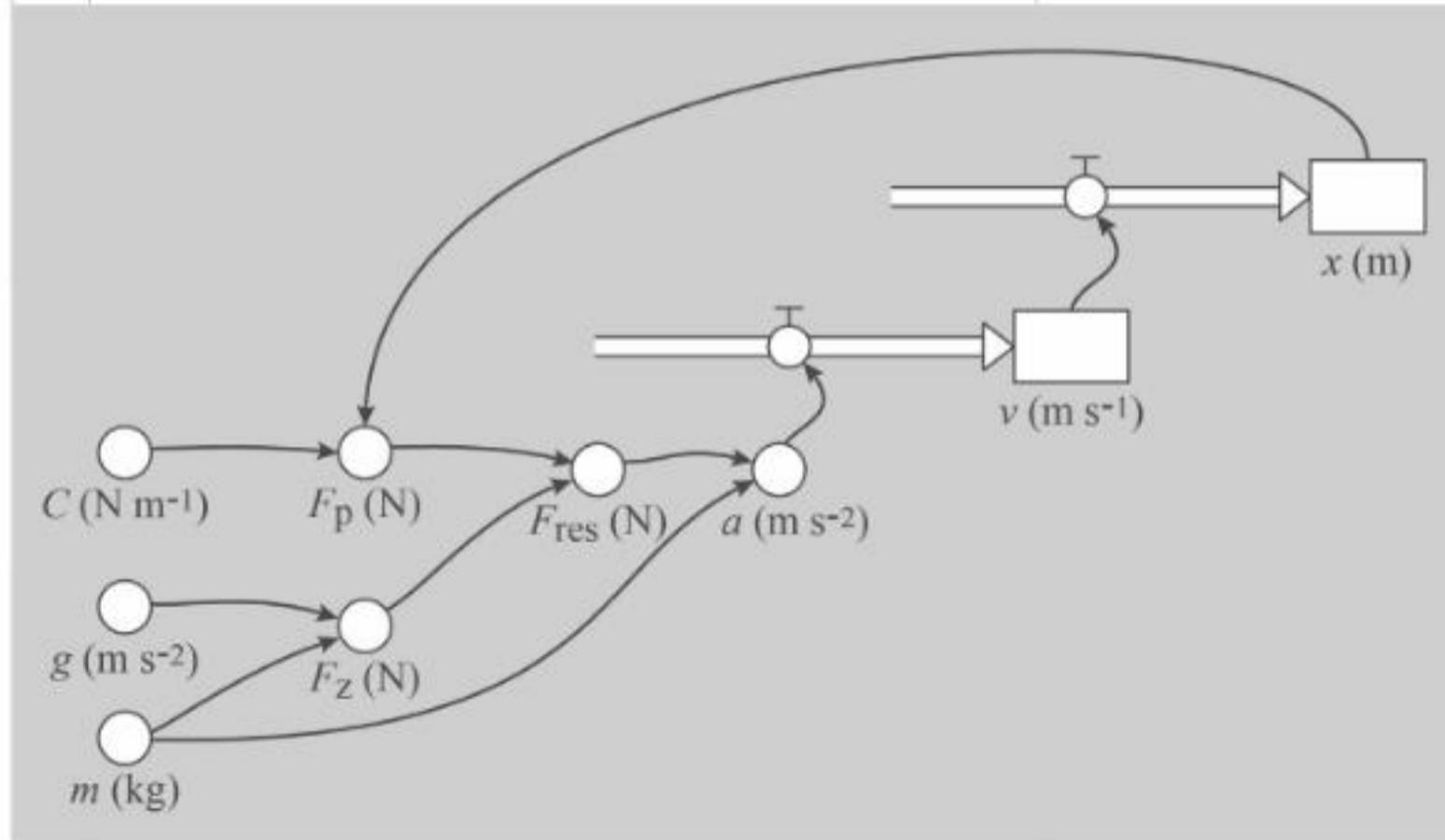
- 2p 4 Leg met behulp van figuur 5 uit waarom de remweg niet te groot mag worden.

De impact van de vallende plaat op het piepschuim kan gesimuleerd worden met een numeriek model. Zie figuur 6.

In dit model is x de indrukking van het piepschuim in m.

figuur 6

	Modelformules	startwaarden
1	Als $x < 0,001$ Dan	$x = 0$ (m)
2	$F_p = Cx$	$v = 5,42$ (ms^{-1})
3	Anders	$m = 1,0$ (kg)
4	$F_p = \frac{19,8}{(0,020 - x)^{0,9}}$	$g = 9,81$ (ms^{-2})
5	EindAls	$t = 0$ (s)
6	$F_z = mg$	$dt = 10^{-5}$ (s)
7	$F_{\text{res}} = \dots$	$C = \dots$ (N m^{-1})
8	$a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$	
9	$v = v + a dt$	
10	$x = x + v dt$	
11	Als $v < 0$ Dan	
12	stop	
13	EindAls	
14	$t = t + dt$	



In de regels 2 en 4 van het model staan de formules die de grafieken van figuur 5 beschrijven. Voor indrukkingen kleiner dan 1 mm geldt dat de kracht evenredig is met de indrukking (regel 2). Voor grotere waarden van x geldt een ingewikkeldere formule (regel 4). De formules in het model van figuur 6 gelden voor piepschuim met een dichtheid van 31 kg m^{-3} .

- 2p 5 Bereken met behulp van de formules in de modelregels 2 en 4 de waarde van C voor dit type piepschuim.

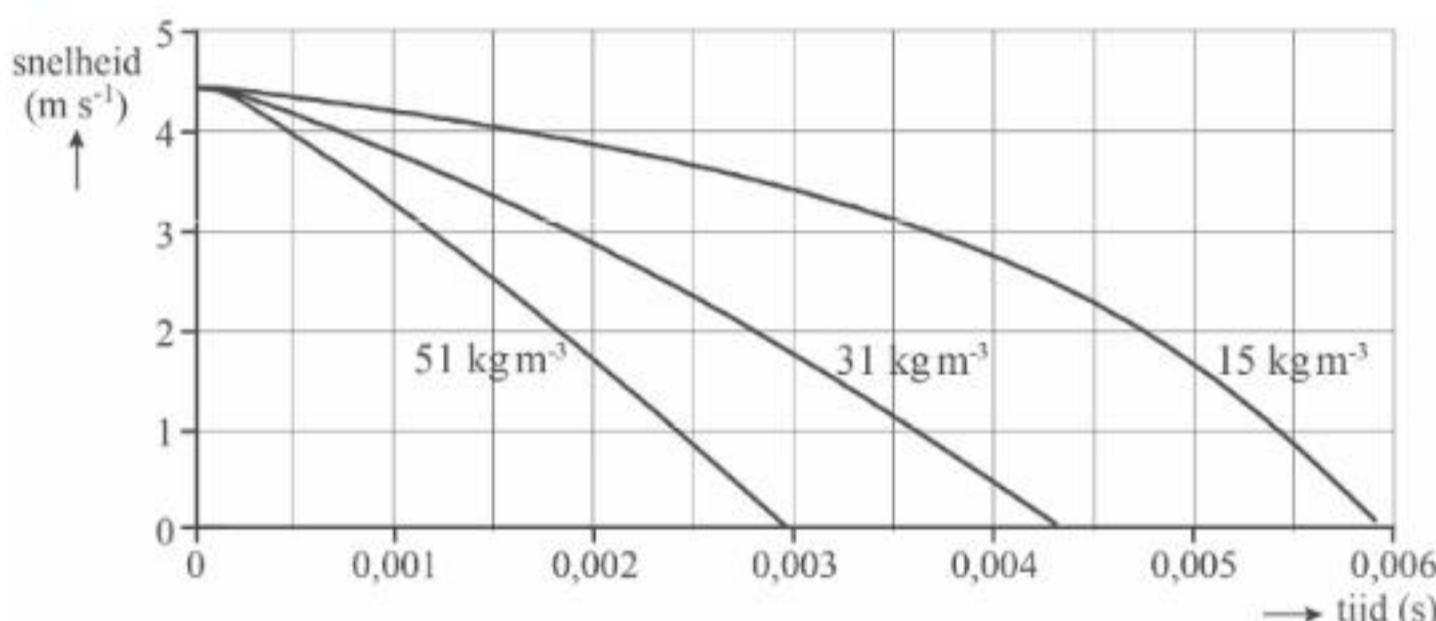
Regel 7 van het model is nog niet compleet.

- 2p 6 Geef aan wat er in regel 7 van het model moet staan.

Het numerieke model wordt gebruikt om te onderzoeken wat het effect is van de dichtheid van piepschuim op de beweging van de vallende plaat.

De impact is drie keer doorgerekend, waarbij de formules voor het indrukgedrag zijn aangepast voor de drie verschillende dichthesden. In figuur 7 is voor elk van deze dichthesden de berekende snelheid uitgezet tegen de tijd.

figuur 7



- 2p 7 Leg uit bij welke dichtheid van het piepschuim de maximale versnelling van de vallende plaat het kleinste is geweest.

Deuterium

Een klein deel van alle waterstof in het heelal heeft naast een proton ook nog een neutron in de kern. Dit isotoop ^2H wordt deuterium genoemd, vaak kortweg aangeduid als D. Sterrenkundigen denken dat al het deuterium in het heelal vlak na de oerknal is gevormd. Sindsdien is de hoeveelheid deuterium in het heelal afgenomen door kernfusie in sterren. Bij deze reactie fuseert een deuteriumkern met een proton tot een nieuw, zwaarder deeltje.

- 3p 8 Geef de reactievergelijking van dit proces.

Sterrenkundigen willen graag weten hoe snel de hoeveelheid deuterium in het heelal afneemt. In gaswolken waar nog nooit een ster is ontstaan is de verhouding tussen de hoeveelheden D en H sinds de oerknal niet veranderd. Sterrenkundigen willen daarom de verhouding D/H in zulke gaswolken vergelijken met de verhouding D/H op andere plaatsen in het heelal.

Een veelgebruikte manier om de verhouding van het aantal atomen deuterium en waterstof in een gaswolk te bepalen is door te kijken naar het emissiespectrum van zo'n wolk. Wanneer een waterstof- of deuteriumatoom terugvalt van de 2^e naar de 1^e aangeslagen toestand, zendt het zichtbaar licht uit. Deze spectraallijn wordt bij waterstof aangeduid met H_{α} en bij deuterium met D_{α} . De verhouding tussen de intensiteiten van D_{α} en H_{α} is dus een maat voor de verhouding D/H in de wolk.

De energieniveaus van waterstof en deuterium zijn gegeven door:

$$E_n = -\frac{k}{n^2}$$

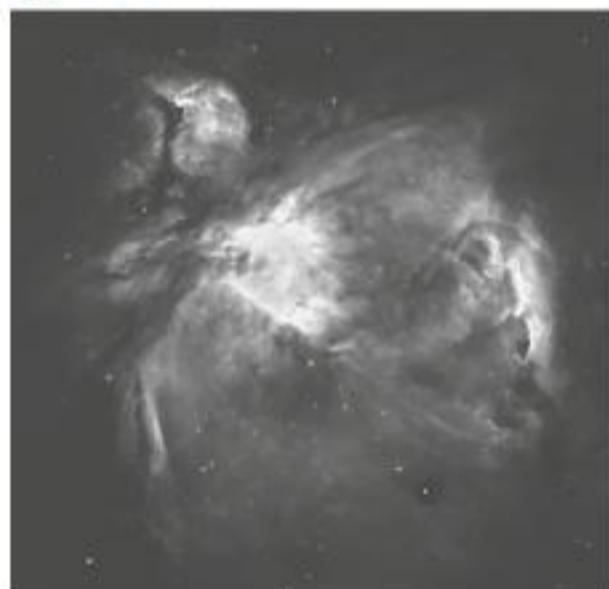
Hierin is

- E_n het energieniveau van de toestand n in eV
- k een constante, die voor waterstof gelijk is aan 13,606 eV en voor deuterium gelijk is aan 13,609 eV
- n de toestand

- 4p 9** Toon aan dat de golflengte van D_{α} gelijk is aan 655,95 nm.

De Orionnevel is een grote wolk van gloeiend gas in het sterrenbeeld Orion. Zie figuur 1. Het emissiespectrum van deze gaswolk is nauwkeurig onderzocht.

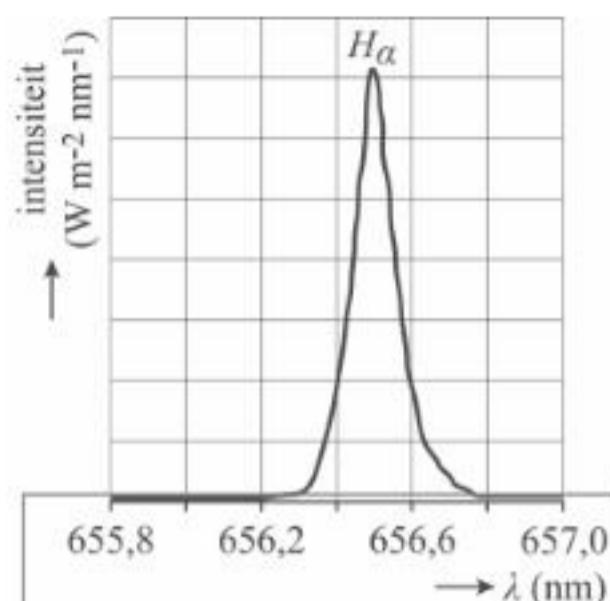
figuur 1



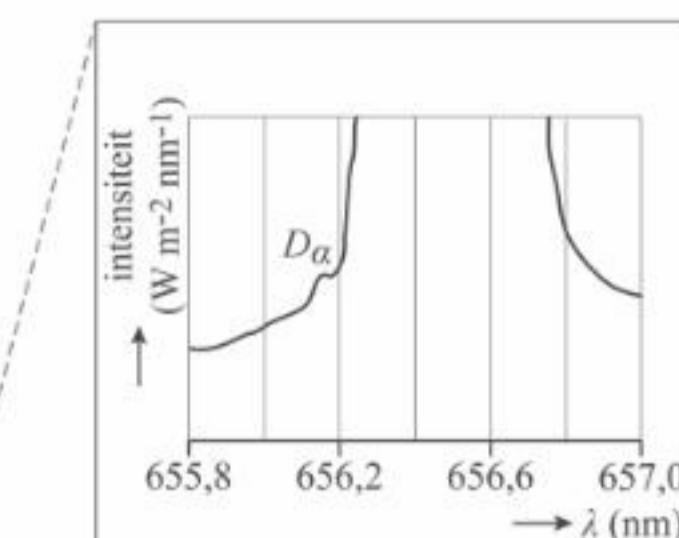
- De waargenomen golflengte van D_{α} in de Orionnevel is 656,14 nm.
- 5p 10** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit of de Orionnevel van ons af beweegt of naar ons toe beweegt.
 - Bereken de radiale snelheid van de Orionnevel. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

In figuur 2 staat een deel van het waargenomen spectrum van de Orionnevel afgebeeld. De golflengte van D_{α} is iets kleiner dan de golflengte van H_{α} . De totale intensiteit van H_{α} is vele malen groter dan de totale intensiteit van D_{α} , waardoor D_{α} niet zichtbaar is in deze figuur. In figuur 3 staat het spectrum nogmaals afgebeeld, maar is op de verticale as alleen het onderste deel van het diagram weergegeven. Hierop is D_{α} wel zichtbaar.

figuur 2



figuur 3

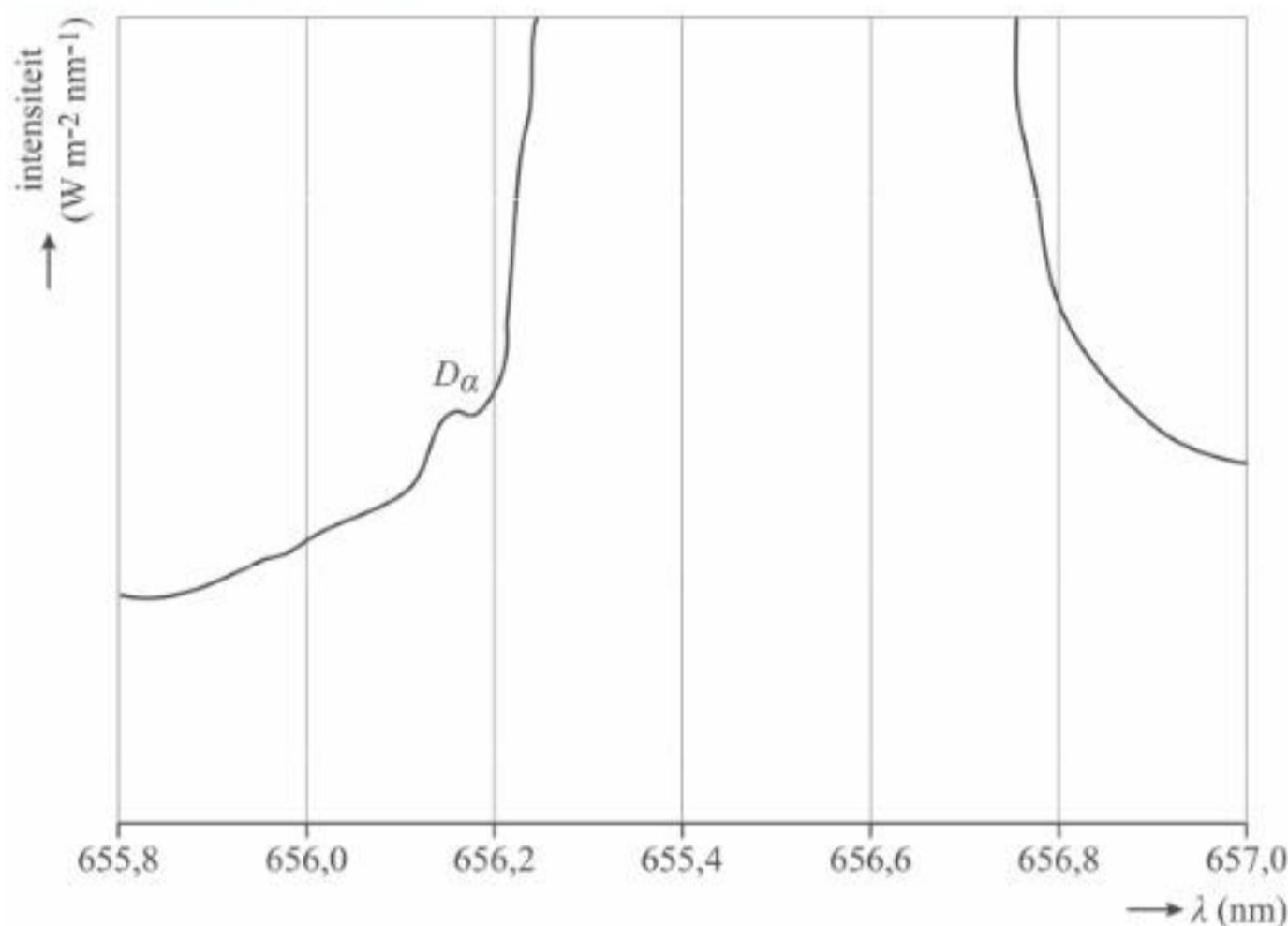


Uit de figuren 2 en 3 kunnen de wetenschappers de totale intensiteit bepalen voor H_α en D_α . De intensiteit in een bepaald golflengte-interval is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek tussen de grenzen van dit interval.

Figuur 3 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

- 1p 11 Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de oppervlakte aan die bepaald moet worden om de totale intensiteit van D_α te bepalen.

uitwerkbijlage bij vraag 11



Uit de figuren 2 en 3 kan de verhouding tussen het aantal atomen deuterium en het aantal atomen waterstof in de Orionnevel bepaald worden. Om de hypothese te toetsen dat deuterium verloren gaat bij het ontstaan van sterren hebben wetenschappers vergelijkbare metingen uitgevoerd aan grote gaswolken met een lage dichtheid. Door deze lage dichtheid weten wetenschappers dat hier nog nooit sterren gevormd zijn.

Met behulp van deze metingen hebben de wetenschappers een model opgesteld waarmee het verloop van de hoeveelheid deuterium in het heelal beschreven kan worden. Volgens dit model neemt elke 15 miljard jaar de hoeveelheid deuterium af met een factor tussen 2 en 3. Dit model gaat dus uit van een exponentiële afname. De tijd waarin de helft van de hoeveelheid deuterium in het heelal verloren is gegaan noemen we de halveringstijd.

- 3p 12 Bereken de ondergrens voor de halveringstijd die uit deze gegevens volgt.

Treinwielen

Een trein blijft nooit precies in het midden van het spoor rijden. Er is ruimte tussen de wielen en het spoor waardoor de trein enigszins heen en weer kan slingeren. Om te voorkomen dat treinen ontsporen zijn de wielen als volgt ontworpen:

- 1 Beide wielen zitten vast aan dezelfde as. De wielen en de as vormen een star geheel.
- 2 Beide wielen hebben een conische vorm: de diameter van het wiel is aan de binnenkant groter dan aan de buitenkant. Zie figuur 1.

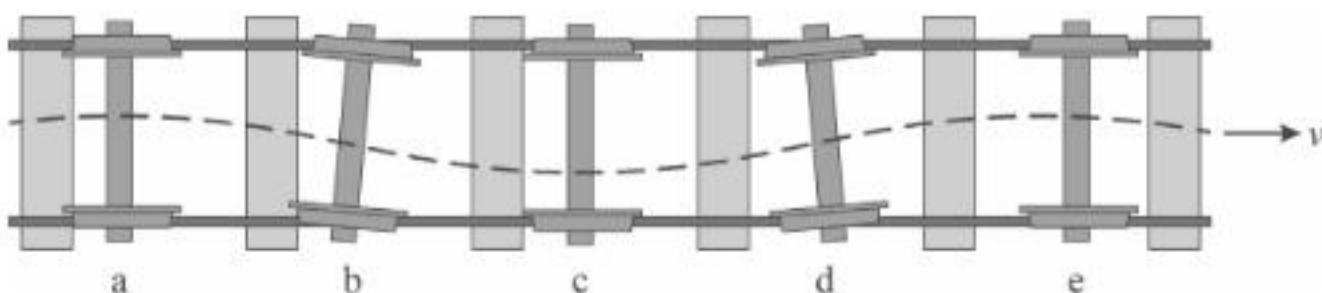
figuur 1



Een as die zich niet precies in het midden van het spoor bevindt zal door deze constructie van de wielen tijdens het rijden vanzelf terug naar het midden bewegen.

In figuur 2 is een schematisch bovenaanzicht van de treinwielen weergegeven op verschillende tijdstippen (a t/m e). Op tijdstip a staat de as uit het midden. Even later is de as enigszins geroteerd en beweegt richting het midden van het spoor. Zie tijdstip b. Vervolgens schiet de as een stukje door, zie tijdstip c, waarna aan de andere kant hetzelfde effect optreedt. De trein gaat dus een slingerende zijwaartse beweging uitvoeren. Hij "waggelt" een beetje over het spoor. Men noemt deze golfbeweging de sinusloop.

figuur 2



- 3p 13 Leg uit hoe de ontwerkenmerken 1 en 2 er samen voor zorgen dat een rijdende trein de sinusloop van figuur 2 zal uitvoeren.

Voor de golflengte λ van de sinusloop geldt de formule van Klingel:

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{d r_0}{2\gamma}}$$

Hierin is:

- d de afstand tussen de twee spoorrails in m
- r_0 de gemiddelde straal van het wiel in m, dus gemeten in het midden van het loopvlak
- γ de wielbandconiciteit

De wielbandconiciteit is een maat voor het verschil tussen binnen- en buitendiameter van een wiel.

- 2p 14 Toon aan dat de wielbandconiciteit geen eenheid heeft.

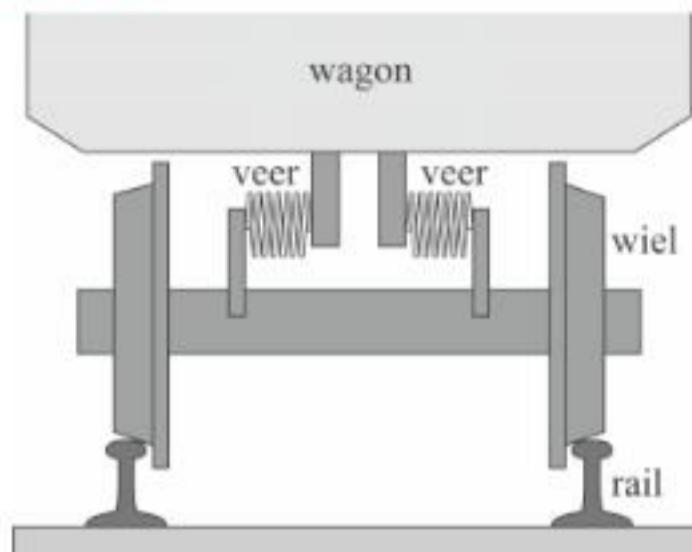
In Nederland gelden de volgende gegevens:

Treinen rijden meestal met een snelheid van 140 km/h. De afstand tussen twee spoorrails is 1435 mm. De waarde van de wielbandconiciteit is 0,050. De gemiddelde diameter van een treinwiel is 95 cm.

- 3p 15 Toon aan dat de periode van de sinusloop bij deze snelheid 0,42 s is.

Om in de wagon geen last te hebben van oneffenheden op het spoor zijn er veren geplaatst tussen de wagon en de wielen. We kunnen het geheel benaderen als een massa-veersysteem. Zie figuur 3.

figuur 3



Bij een bepaalde snelheid gaat het massa-veersysteem resoneren met de sinusloop. Om comfortabel te rijden bij een snelheid van 140 km/h wordt de totale veerconstante van de veren zo gekozen dat het massaveersysteem een eigentrilling heeft die sterk afwijkt van 0,42 s. Voor het massaveersysteem van de wagon met wielen geldt:

$$m_{\text{wagon}} = 21,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$C_{\text{totaal}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}$$

- 3p 16 Bereken de snelheid waarbij resonantie optreedt.

Wervelstroomrem

Voor het remmen zijn sommige treinen uitgerust met wervelstroomremmen. Hierin wordt een draaiende metalen schijf afgeremd met behulp van een magneetveld. In figuur 4 is een wervelstroomrem geschetsst. De metalen schijf zit vast aan de as en draait mee met de wielen. Met een elektromagneet wordt een magneetveld loodrecht op de draaiende schijf opgewekt. De elektromagneet bestaat uit een weekijzeren kern die gemagnetiseerd wordt door het magnetisch veld van een spoel die eromheen gewikkeld is. Zie figuur 4.

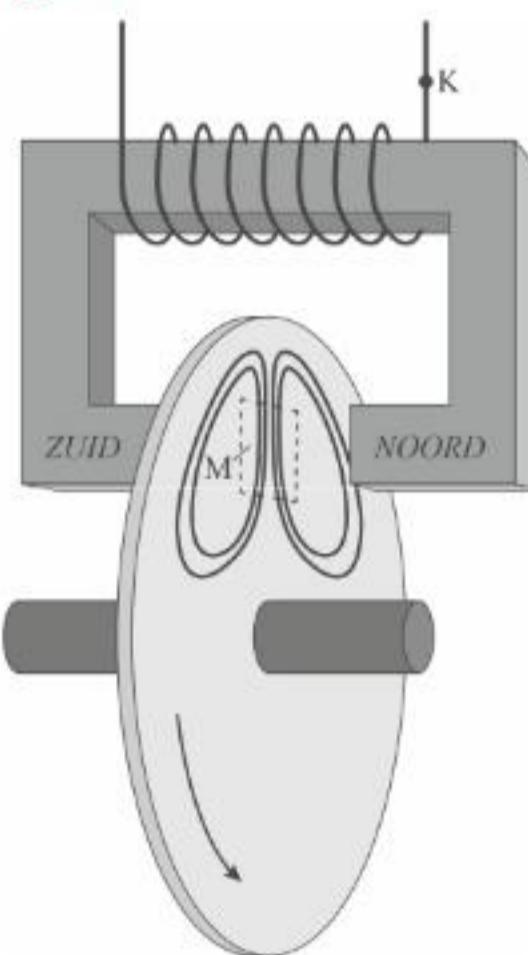
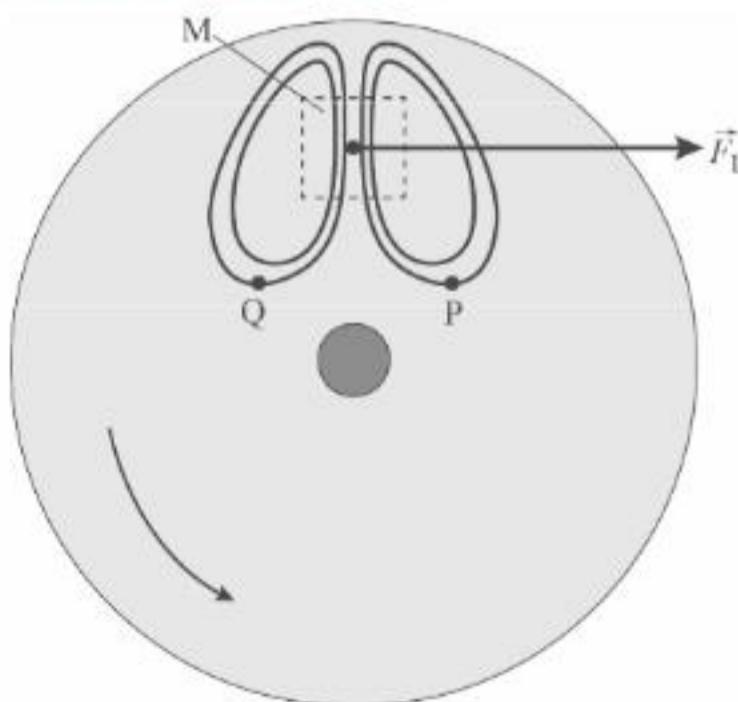
- 1p 17 Geef in figuur 4 de stroomrichting in punt K weer.

Door het draaien van de schijf, beweegt steeds een gedeelte van de schijf het magneetveld in. De elektronen in de schijf ondervinden dan een lorentzkracht waardoor de elektronen in de schijf gaan bewegen. Op deze manier ontstaan zogenaamde wervelstromen in de metalen schijf. Vier voorbeelden van deze stromen zijn schematisch weergegeven in figuur 4.

De wervelstromen zorgen op hun beurt weer voor een lorentzkracht die de schijf, en daarmee ook het wiel, afremt.

Op de uitwerkbijlage staat een vooraanzicht van de schijf. Hierin is de lorentzkracht op het schijfdeel M weergegeven.

- 1p 18 Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de richting aan van de wervelstromen in de punten P en Q.

figuur 4**uitwerkbijlage bij vraag 18**

De snelheid van de trein heeft invloed op de remkracht van de wervelstroomrem. Om bij elke snelheid toch dezelfde remkracht te krijgen kan de magneetveldsterkte worden aangepast.

- 3p 19 Leg uit of de magneetveldsterkte bij lage snelheid groter of kleiner moet zijn dan bij hoge snelheid.

Geleidende klei

Op internet zijn instructies te vinden om geleidende ‘klei’ te maken. Dit is een deeg waaraan keukenzout is toegevoegd. Ameera en Noa onderzoeken diverse eigenschappen van deze geleidende klei. Daarvoor maken ze een kleirol zoals te zien is in figuur 1.

figuur 1

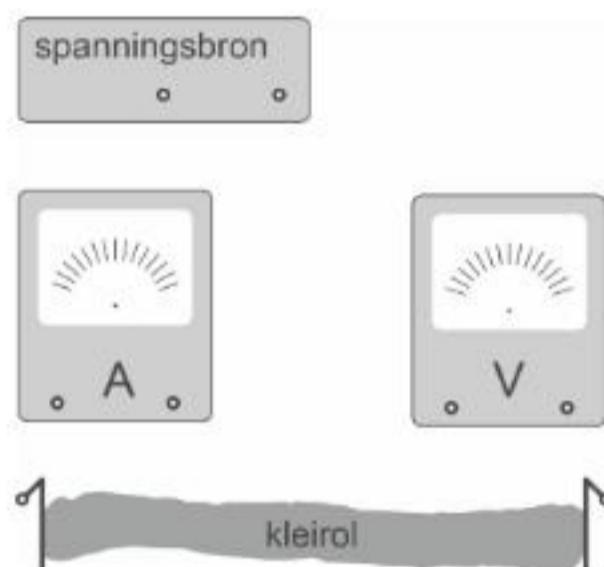


Om de soortelijke weerstand te bepalen bouwen Ameera en Noa een schakeling met de kleirol, een gelijkspanningsbron van 12,0 V, een stroommeter en een spannimeters.

Deze componenten staan schematisch weergegeven op de uitwerkbijlage.

- 2p **20** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de verbindingssnoeren die voor deze schakeling nodig zijn.

uitwerkbijlage bij vraag 20



Ameera en Noa doen de volgende metingen:

lengte van de kleirol:	21 cm
diameter van de kleirol:	4 cm
spanning over de kleirol:	12,0 V
stroomsterkte door de kleirol:	0,186 A

- 5p **21** Bereken de soortelijke weerstand van de klei. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

Ameera en Noa rollen de kleirol uit totdat deze twee keer zo lang is geworden.

- 3p **22** Berechtere hoeveel keer zo groot of klein de weerstand van de kleirol is geworden.

Hawkingstraling

Een zwart gat is een object waarvan de zwaartekracht zo groot is dat zelfs licht er niet meer aan kan ontsnappen: de ontsnappingssnelheid is groter dan de lichtsnelheid. Onlangs is het wetenschappers gelukt om uit een enorme hoeveelheid afzonderlijke opnamen een beeld van een zwart gat te construeren. Op 10 april 2019 werd de eerste foto ooit van een zwart gat gepubliceerd. Zie figuur 1.

De massa van een ster uit de hoofdreeks is af te leiden uit het stralingsvermogen met behulp van de volgende formule:

$$\frac{P}{P_{\text{zon}}} = \left(\frac{M}{M_{\text{zon}}} \right)^{3.8} \quad (1)$$

hierin is:

- P het stralingsvermogen van de ster
- P_{zon} het stralingsvermogen van de zon
- M de massa van de ster
- M_{zon} de massa van de zon

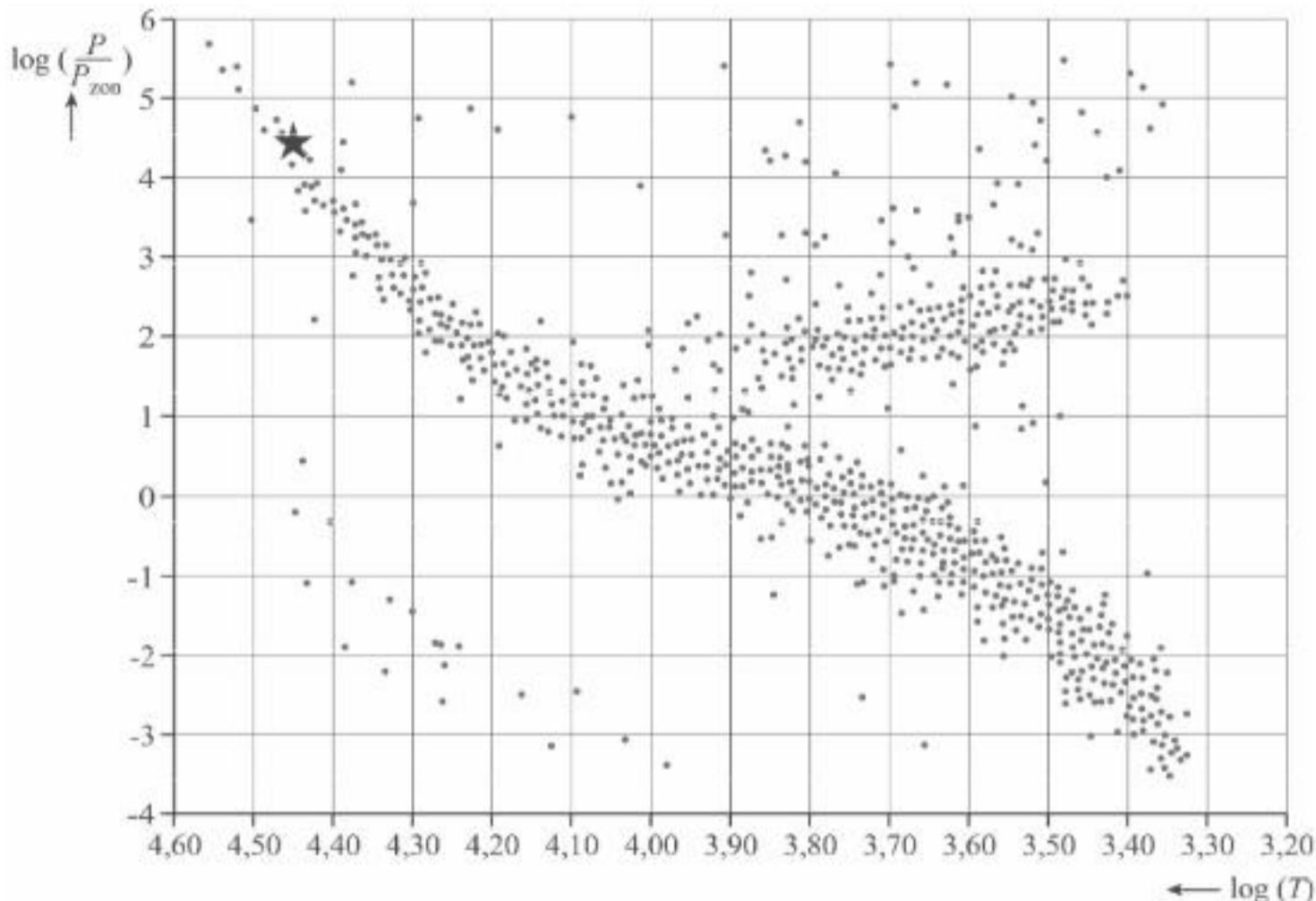
Als de massa van een ster groter is dan 12 keer de massa van de zon, zal deze uiteindelijk een zwart gat worden. Op de uitwerkbijlage staat een Hertzsprung-Russell diagram. Hierin is een ster gemarkeerd.

- 3p 23 Bepaal of deze ster zal eindigen als een zwart gat.

figuur 1



uitwerkbijlage bij vraag 23



Om te kunnen ontsnappen aan de gravitatiekracht van een zwaar hemellichaam moet de snelheid groter zijn dan de ontsnappingssnelheid van dat hemellichaam. Deze is te berekenen met de volgende formule:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (2)$$

hierin is:

- v de ontsnappingssnelheid in m s^{-1}
- G de gravitatieconstante in $\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$
- M de massa van het hemellichaam in kg
- r de afstand tot aan het middelpunt in m

- 3p 24** Leid formule (2) af met behulp van formules uit het informatieboek.

Bij een zwart gat geldt dat op een bepaalde afstand van het middelpunt de benodigde ontsnappingssnelheid gelijk is aan de lichtsnelheid. Deze afstand wordt de schwartzschildstraal r_s genoemd. Alles wat dichterbij komt dan r_s zal nooit meer aan het zwarte gat kunnen ontsnappen.

Hoewel er bij snelheden in de buurt van de lichtsnelheid rekening moet worden gehouden met de relativiteitstheorie blijkt je voor de berekening van de schwartzschildstraal de klassieke formule (2) te kunnen gebruiken.

- 2p 25** Bereken de schwartzschildstraal van een zwart gat met een massa die 20 keer zo groot is als die van de zon.

Onder andere Stephen Hawking voorspelde in 1974 dat zwarte gaten in staat zijn om straling uit te zenden, ondanks het feit dat niets aan een zwart gat kan ontsnappen. Deze straling wordt hawkingstraling genoemd. Als gevolg hiervan verliest een zwart gat energie, wat ten koste gaat van de massa. Zwarte gaten 'verdampen' als het ware. Hawkingstraling is tot nu toe nog niet experimenteel waargenomen. De reden daarvoor is dat de straling, als de voorspelling klopt, zeer moeilijk waarneembaar is.

Om het verdampen van een zwart gat te beschrijven beschouwde Hawking dit als een zwarte straler met straal r_s en temperatuur T . De hawkingstraling wordt in dit model dus beschreven met een planck-kromme. Voor de temperatuur geldt dan:

$$T = \frac{1,227 \cdot 10^{23}}{M} \quad (3)$$

- 2p **26** Leg uit waarom hawkingstraling moeilijk waarneembaar is.

Voor het verband tussen het uitgestraalde vermogen door een zwart gat en de massa bestaat het volgende verband:

$$P \propto M^{-2} \quad (4)$$

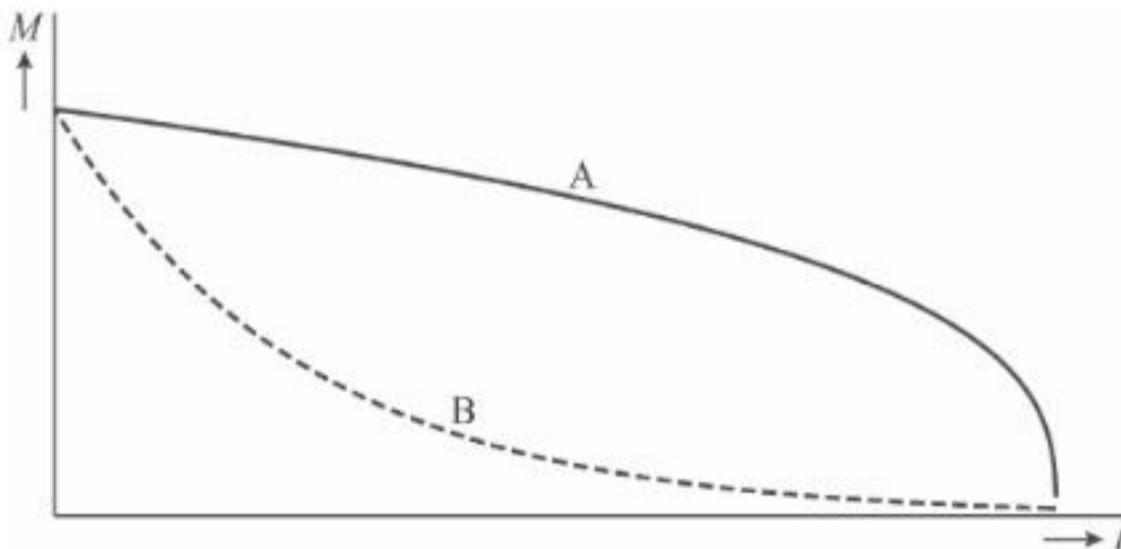
hierin betekent het symbool \propto 'evenredig met'.

- 3p **27** Toon met behulp van formule (2) en formule (3) en een formule uit het informatieboek aan dat het verband in formule (4) klopt.

Door de hawkingstraling verliest een zwart gat voortdurend energie en daarmee ook massa. Hierbij geldt dat het massaverlies evenredig is met de uitgestraalde energie van het zwarte gat.

In figuur 2 zijn twee (M,t) -grafieken getekend.

figuur 2



- 2p **28** Leg uit welke grafiek, A of B, het juiste verband weergeeft tussen de massa van een zwart gat en de tijd.

 Je kunt dit examen nakijken met de uitwerkingen hierna óf online op mijnexamenbundel.nl. Je ziet dan je totaalscore en je score per onderwerp. Deze worden bewaard.



Hints bij examen 2023-II

- 1 Welke energie-omzetting vindt hier plaats?
- 2 Maak gebruik van de wet van arbeid en energie.
- 3 Hoe bepaal je de snelheidsverandering Δv uit een (a,t)-diagram?
- 4 Vergelijk de krachten die het hoofd bij grote en kleine indrukking ervaart.
- 5 De regels 2 en 4 moeten dezelfde uitkomst geven bij $x = 0,001$.
- 6 Moet de waarde van a positief of negatief zijn?
- 7 Hoe bepaal je de versnelling a uit een (v,t)-diagram?
- 8 Bij kernfusie smelten twee kernen samen.
- 9 Bij de eerste aangeslagen toestand van een atoom hoort $n = 2$.
- 10 – De waargenomen golflengte is kleiner dan de verwachte golflengte.
– Denk aan de regel voor significante cijfers bij plus en min.
- 11 –
- 12 Bij de minimale halveringstijd hoort de snelste afname.
- 13 Vergelijk de omlooptijd en de omtrek van beide wielen in situatie a.
- 14 Schrijf de formule van Klingel eerst om naar $\gamma = \dots$
- 15 Combineer het verband tussen T en f met het verband tussen v , λ en f .
- 16 Wat is het verband tussen v en T bij de sinusloop?
- 17 –
- 18 –
- 19 Als de trein langzamer rijdt, bewegen de elektronen in het wiel ook langzamer.
- 20 Bedenk voor elk van de meters of deze in serie of parallel moet worden aangesloten.
- 21 Gebruik het verband tussen ρ , R , A en ℓ .
- 22 Het volume V van de klei verandert niet.
- 23 Bepaal het stralingsvermogen van de ster met behulp van het HR-diagram.
- 24 Gebruik formules voor de kinetische energie en de gravitatie-energie.
- 25 Voor $r = r_s$ is de ontsnappingssnelheid gelijk aan de lichtsnelheid c .
- 26 Bereken welke temperatuur een zwart gat volgens formule (3) ongeveer heeft.
- 27 Gebruik de wet van Stefan-Boltzmann.
- 28 Wordt het vermogen P groter of kleiner als de massa M afneemt?

Uitwerkingen bij examen 2023-II

Fietshelm

- 3p 1 Bereken de valhoogte h met de wet van behoud van energie [1p] (Binas 35A4):

$$E_{\text{tot,in}} = E_{\text{tot,uit}} \Rightarrow \Delta E_z = \Delta E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad [1p], \text{ waarin:}$$

ΔE_z = zwaarte-energie van het hoofd vóór de val

ΔE_k = kinetische energie van het hoofd bij de impact

m = massa van het hoofd

g = valversnelling = $9,81 \text{ ms}^{-2}$ (Binas 7A)

v = snelheid van het hoofd bij de impact = $5,42 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{Invullen: } h = \frac{5,42^2}{2 \cdot 9,81} = 1,50 \text{ m} \quad [1p]$$

- 4p 2 Om te bepalen of de normwaarde van 250 g wordt overschreden, bereken je de versnelling a van het hoofd met gebruik van de wet van arbeid en energie:

$$W = \Delta E_k \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow F_{\text{res}} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m \cdot a) \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A3}) \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}, \text{ waarin:}$$

W = arbeid van de remkracht tijdens de impact

ΔE_k = verandering van kinetische energie tijdens de impact

F_{res} = gemiddelde remkracht tijdens de impact

s = afstand waarover de helm wordt ingedeukt = $20 \text{ mm} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

m = massa van het hoofd

v = snelheid van het hoofd bij impact = $5,42 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{Invullen: } a = \frac{5,42^2}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 7,34 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-2} \quad [1p]$$

$$1 \text{ g is gelijk aan } 9,81 \text{ ms}^{-2} \quad (\text{Binas 7A}), \text{ dus } a = \frac{7,34 \cdot 10^2}{9,81} \text{ g} = 75 \text{ g} \quad [1p]$$

Dit is kleiner dan 250 g , dus de helm voldoet aan de veiligheidsnorm.

- 2p 3 In beide gevallen wordt het hoofd afgeremd van een beginsnelheid naar stilstand ($v = 0$). De snelheidsverandering Δv tijdens de impact bepaal je door de oppervlakte onder het (a,t) -diagram te bepalen. [1p] Door een inschatting te maken van de oppervlakte onder de grafieklijnen in figuur 3 is te zien dat deze oppervlakte bij beide impacts even groot is. [1p] De snelheidsverandering is dus in beide gevallen even groot.

- 2p 4 In figuur 5 is te zien dat, voor alle dichthesen van piepschuim, de grafieklijn bij grotere indrukkingen sterk omhoog afbuigt. [1p] Deze grote indrukkingen worden veroorzaakt door een grote kracht F_{res} . Volgens de tweede wet van Newton $F_{\text{res}} = m \cdot a$ (Binas 35A3) veroorzaakt dit een grote versnelling a . [1p] De norm zou daar dus het makkelijkst overschreden kunnen worden.

- 2p 5 Als x gelijk is aan $0,001 \text{ m}$, dan moeten de formules in regels 2 en 4 dezelfde uitkomst geven [1p] (zodat de waarde van F_p geen discontinuïteit vertoont).

$$\text{Bereken daarom de waarde van } C \text{ met: } C \cdot x = \frac{19,8}{(0,020 - x)^{0,9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{19,8}{(0,020 - 0,001)^{0,9} \cdot 0,001} = 7,0 \cdot 10^5 \quad [1p] \quad (\text{N m}^{-1})$$

- 2p 6 Er werken twee krachten op het hoofd: de zwaartekracht F_z naar beneden en de remkracht door het piepschuim F_p omhoog. [1p] Het hoofd wordt afgeremd en heeft dus een negatieve versnelling a . Dat betekent dat de resulterende kracht F_{res} wordt gegeven door: $F_{\text{res}} = F_z - F_p$ [1p]
- 2p 7 De kleinste maximale versnelling a is te vinden door in het (v,t) -diagram de steilheid van de lijnen met elkaar te vergelijken. [1p]
De lijn bij $\rho = 31 \text{ kg m}^{-3}$ heeft de kleinste maximale steilheid. [1p] Dit soort piepschuim voldoet dus het best.

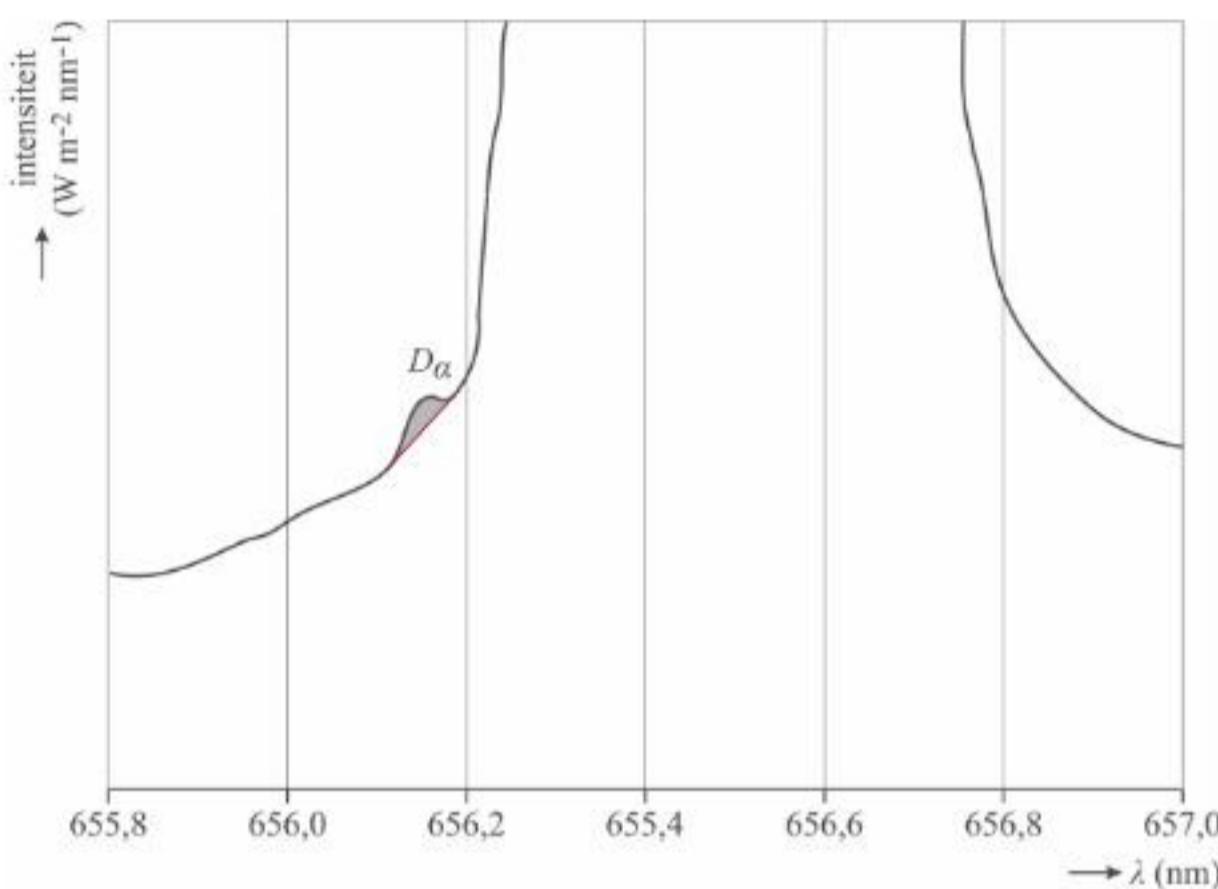
Deuterium

- 3p 8 ${}_1^2\text{H} + {}_1^1\text{p} \rightarrow {}_2^3\text{He}$
- Een proton is een kerndeeltje met lading +1e: atoomnummer 1 en massagetal 1 [1p] (Binas 25A of 99).
 - Er treedt fusie op, dus de deuteriumkern en het proton staan beide links van de pijl. [1p]
 - Rechts van de pijl ontstaat een deeltje met atoomnummer 2 en massagetal 3. Dit is helium (Binas 25A of 99). [1p]
- 4p 9 Bereken de golflengte λ van D_α met: $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ [1p] (Binas 35E2) $\Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f}$, waarin:
 E_f = fotonenergie = energievergiffelijktussen de 2^e en de 1^e aangeslagen toestand van deuterium [1p] $= |E_3 - E_2| = \left| \left(-\frac{k}{3^2} \right) - \left(-\frac{k}{2^2} \right) \right| = -\frac{13,609}{9} + \frac{13,609}{4} =$
 $= 1,89014 \text{ eV}$ [1p] $= 1,89014 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5) $= 3,02834 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 h = constante van Planck $= 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (Binas 7A)
 c = lichtsnelheid $= 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)
Invullen: $\frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792 \cdot 10^8}{3,02834 \cdot 10^{-19}} = 6,5595 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 655,95 \text{ nm}$ [1p]

- 5p 10 – De waargenomen golflengte λ_{Orion} is groter dan de verwachte golflengte $\lambda_{\text{verwacht}}$. Bij een grotere golflengte hoort een rodere kleur (Binas 19A of 20). [1p] Er is dus sprake van roodverschuiving \Rightarrow de wolk beweegt van ons af. [1p]
- Voor de radiale snelheid v_{rad} van de wolk geldt: $v_{\text{rad}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ [1p] (Binas 35E1), waarin:
- $\Delta\lambda$ = verschil tussen de waargenomen golflengte en de verwachte golflengte =
 $= 656,14 - 655,95 = 0,19 \text{ nm}$
- λ = verwachte golflengte = 655,95 nm
- c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)
- Invullen: $v_{\text{rad}} = \frac{0,19}{655,95} \cdot 3,00 \cdot 10^8 = 8,7 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ [2p]

Bij het berekenen van $\Delta\lambda$ wordt een uitkomst met twee significante cijfers verkregen (0,19 nm). Daarom moet het eindantwoord op twee significante cijfers worden afgerond.

- 1p 11 Zie de tekening.



Zonder de D_{α} -lijn zou de H_{α} -lijn een vloeiende kromme zijn. De intensiteit van de D_{α} -lijn komt daar bovenop.

- 3p 12 Om een ondergrens te bepalen voor de halveringstijd $t_{\frac{1}{2}}$ van deuterium in het heelal, gaan we ervan uit dat de hoeveelheid deuterium in 15 miljard jaar afneemt met een factor 3 (een kleinere factor zou tot een langere halveringstijd leiden). [1p]

Bereken de minimale halveringstijd van deuterium met:

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}} \quad [1p] \quad (\text{Binas 35E3}) \Rightarrow \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \log \frac{N}{N_0} = \frac{\log\left(\frac{N}{N_0}\right)}{\log\left(\frac{1}{2}\right)}, \text{ waarin:}$$

$$N = \text{aantal deuteriumkernen nu} = \frac{1}{3}N_0$$

$$N_0 = \text{aantal deuteriumkernen 15 miljard jaar geleden}$$

$$t = \text{tijdsduur} = 15 \text{ miljard jaar} = 15 \cdot 10^9 \text{ y}$$

$$\text{Invullen: } \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{\log\left(\frac{1}{3}\right)}{\log\left(\frac{1}{2}\right)} = 1,585 \Rightarrow t_{\frac{1}{2}} = \frac{t}{1,585} = \frac{15 \cdot 10^9}{1,585} = 9 \cdot 10^9 \text{ y} \quad [1p]$$

Treinwielen

- 3p 13 Doordat de wielen met de as een star geheel vormen, hebben beide wielen altijd dezelfde omlooptijd T . [1p] In situatie a bevindt het linkerwiel zich dichter bij de rail dan het rechterwiel. In figuur 1 is te zien dat de omtrek van het linkerwiel dan groter is dan die van het rechterwiel. [1p] In dezelfde omlooptijd T legt het linkerwiel daarom een grotere afstand af dan het rechterwiel \Rightarrow de trein stuurt bij naar rechts. [1p]

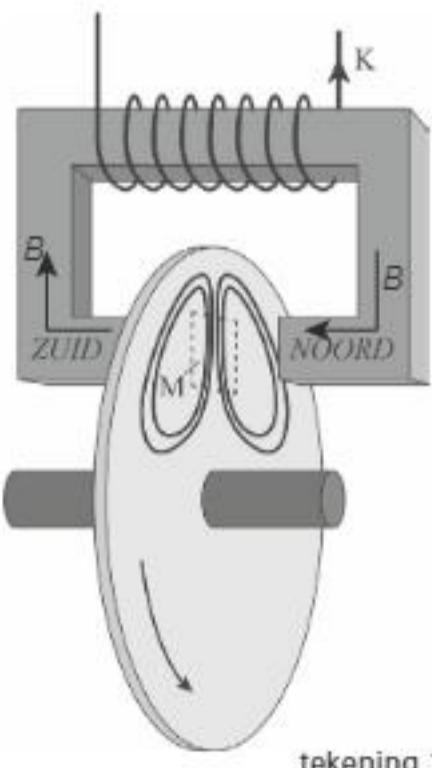
- 2p 14 Voor de wielbandconiciteit γ geldt: $\lambda = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d \cdot r_0}{2 \cdot \gamma}} \Rightarrow \gamma = 4\pi^2 \cdot \frac{d \cdot r_0}{2 \cdot \lambda^2} \quad [1p]$

$$\text{De eenheid van } \gamma \text{ is dan: } [\gamma] = \frac{[d] \cdot [r_0]}{[\lambda]^2} = \frac{\text{m} \cdot \text{m}}{\text{m}^2} = 1 \quad [1p]$$

De wielbandconiciteit γ heeft dus geen eenheid.

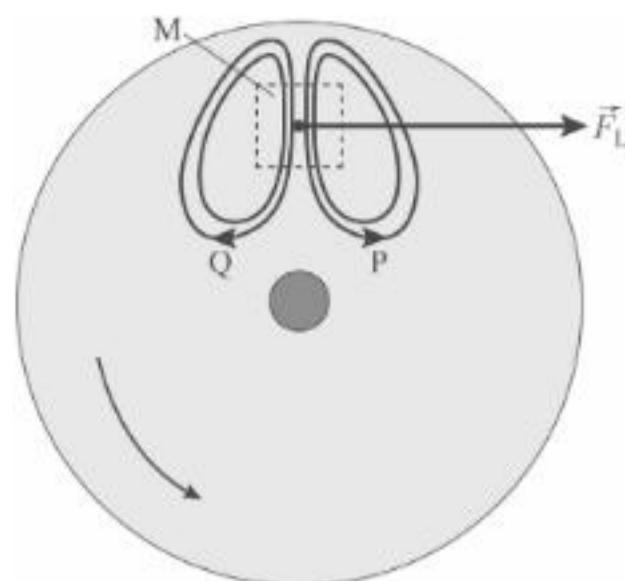
- 3p 15 Bereken de periode T van de sinusloop met: $f = \frac{1}{T}$ (Binas 35B1) en
 $v = \lambda \cdot f$ (Binas 35B2) [1p] $\Rightarrow T = \frac{\lambda}{v}$, waarin:
 f = frequentie van de sinusloop
 v = snelheid van de trein = $140 \text{ km h}^{-1} = \frac{140000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 38,9 \text{ m s}^{-1}$
 λ = golflengte van de sinusloop. Hiervoor geldt: $\lambda = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d \cdot r_0}{2 \cdot \gamma}}$ [1p], met:
 d = afstand tussen de twee spoorrails = $1435 \text{ mm} = 1,435 \text{ m}$
 r_0 = gemiddelde straal van het wiel = $\frac{1}{2} \cdot \text{diameter van het wiel} = \frac{1}{2} \cdot 95 \text{ cm} = 47,5 \text{ cm} = 0,475 \text{ m}$
 γ = wielbandconiciteit = 0,050
zodat: $\lambda = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1,435 \cdot 0,475}{2 \cdot 0,050}} = 16,4 \text{ m}$
Invullen: $T = \frac{16,4}{38,9} = 0,42 \text{ s}$ [1p]
- 3p 16 Er treedt resonantie op als de trillingstijden van de vering en van de sinusloop aan elkaar gelijk zijn: $T_{\text{vering}} = T_{\text{sinusloop}}$.
De trillingstijd van de vering T_{vering} is een constante.
De trillingstijd van de sinusloop $T_{\text{sinusloop}}$ hangt af van de snelheid v van de trein volgens:
 $v = \lambda \cdot f$ (Binas 35B2) en $f = \frac{1}{T_{\text{sinusloop}}}$ (Binas 35B1) $\Rightarrow v = \frac{\lambda}{T_{\text{sinusloop}}}$
 $T_{\text{sinusloop}}$ is dus omgekeerd evenredig met $v \Rightarrow T_{\text{sinusloop}} \cdot v$ is constant, want λ is constant.
Bereken de trillingstijd van de vering T_{vering} met:
 $T_{\text{vering}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{wagon}}}{C_{\text{totaal}}}}$ [1p] (Binas 35B1), waarin:
 $m_{\text{wagon}} = 21,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$
 $C_{\text{totaal}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}$
Invullen: $T_{\text{vering}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{21,5 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 10^5}} = 2,91 \text{ s}$
Voor $T_{\text{sinusloop}}$ geldt: $T_{\text{sinusloop}} \cdot v = \text{constant}$. [1p] Je weet uit de opgave dat bij een snelheid $v = 140 \text{ km h}^{-1}$ een $T_{\text{sinusloop}}$ van 0,42 s hoort. De snelheid waarbij resonantie optreedt $v_{\text{resonantie}}$ bereken je daarom met: $0,42 \cdot 140 = 2,91 \cdot v_{\text{resonantie}} \Rightarrow$
 $\Rightarrow v_{\text{resonantie}} = \frac{0,42 \cdot 140}{2,91} = 20 \text{ km h}^{-1}$ [1p]

- 1p 17 Zie tekening 1.
De noordpool van de elektromagneet moet aan de kant van de noordpool in de tekening zitten. De magnetische veldlijnen lopen buiten de magneet van noord naar zuid. Met een rechterhandregel is af te leiden dat de stroom dan in de tekening van links naar rechts door de spoel moet lopen \Rightarrow in punt K is de stroomrichting naar boven.



1p **18** Zie tekening 2.

Maak gebruik van een linkerhandregel voor de lorentzkracht. De magnetische veldlijnen gaan in het vooraanzicht het papier in, de lorentzkracht wijst naar rechts. Dit leidt tot een stroomrichting naar beneden \Rightarrow de elektronen bewegen in de linker kring met de klok mee en in de rechter kring tegen de klok in.



tekening 2

3p **19** Bij een lagere snelheid van de trein is de snelheid van de elektronen kleiner. [1p]

De lorentzkracht op de elektronen $F_L = B \cdot q \cdot v$ (Binas 35D3) is dan ook kleiner. [1p]

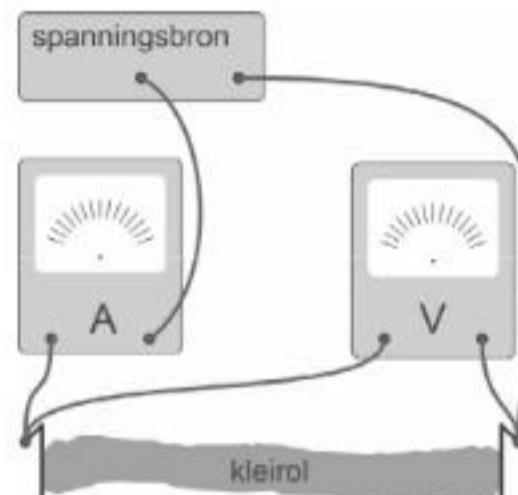
Om de remkracht even groot te houden, moet de magnetische inductie B daarom groter worden. [1p]

Geleidende klei

2p **20** Zie de tekening.

De stroommeter moet in serie met de kleirol worden aangesloten. Van de spanningsbron loopt dus een snoer naar de stroommeter, van de stroommeter naar de kleirol en van de kleirol terug naar de spanningsbron. [1p]

De spanningsmeter moet parallel aan de kleirol worden aangesloten. Van de spanningsmeter lopen dus snoeren naar beide zijden van de kleirol. [1p]



5p **21** Bereken de soortelijke weerstand van de klei ρ_{klei} met:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \quad [\text{1p}] \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ waarin:}$$

R = weerstand van de kleirol. Er geldt: $U = I \cdot R$ [1p] (Binas 35D1) \Rightarrow

$$\Rightarrow R = \frac{U}{I}, \text{ met:}$$

U = spanning over de kleirol = 12,0 V

I = stroomsterkte door de kleirol = 0,186 A

$$\text{zodat: } R = \frac{12,0}{0,186} = 64,5 \Omega$$

A = oppervlakte van de doorsnede van de kleirol = $\pi \cdot r^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2$ [1p] (Binas 36B) met:

r = straal van de kleirol

d = diameter van de kleirol = 4 cm = 0,04 m

$$\text{zodat: } A = \frac{1}{4}\pi \cdot 0,04^2 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

ℓ = lengte van de kleirol = 21 cm = 0,21 m

$$\text{Invullen: } \rho = \frac{64,5 \cdot 1,3 \cdot 10^{-3}}{0,21} = 0,4 \Omega \cdot \text{m} \quad [2p]$$

De diameter van de kleirol is gegeven met 1 significant cijfer. De uitkomst van de berekening heeft daarom ook 1 significant cijfer.

- 3p 22 Voor de weerstand R van de kleirol geldt: $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}$
Als de kleirol wordt uitgerold naar een twee keer zo grote lengte ℓ , blijft het volume V van de klei constant. De oppervlakte van de doorsnede A verandert daardoor wel:

$$V_{\text{cilinder}} = \ell \cdot A \quad (\text{Binas 36B}) \Rightarrow A = \frac{V}{\ell} \quad [1p]$$

De soortelijke weerstand ρ van de kleirol is constant. [1p]

$$\text{Voor de weerstand } R \text{ van de kleirol geldt daarom: } R = \frac{\rho \cdot \ell}{A} = \frac{\rho \cdot \ell^2}{V} = \text{constante} \cdot \ell^2$$

Een twee keer zo grote lengte zorgt dus voor een $2^2 = 4$ keer zo grote weerstand. [1p]

Hawkingstraling

- 3p 23 Voor de ster in het Hertzsprung-Russelldiagram geldt: $\log\left(\frac{P}{P_{\text{zon}}}\right) = 4,5$ [1p] \Rightarrow
 $\Rightarrow \frac{P}{P_{\text{zon}}} = 10^{4,5} \Rightarrow$ het stralingsvermogen P van deze ster is $10^{4,5}$ keer zo groot als dat van de zon.

Volgens formule (1) geldt dan:

$$10^{4,5} = \left(\frac{M}{M_{\text{zon}}}\right)^{3,8} \Rightarrow \left(\frac{M}{M_{\text{zon}}}\right) = (10^{4,5})^{\frac{1}{3,8}} = 15 \quad [1p]$$

De massa van deze ster is dus 15 keer zo groot als die van de zon \Rightarrow deze ster zal eindigen als een zwart gat. [1p]

- 3p 24 Om uit het zwaartekrachtsveld van een ster te ontsnappen, moet de positieve kinetische energie van een voorwerp groot genoeg zijn om de negatieve gravitatie-energie te overwinnen. [1p]

$$\text{Er geldt dus: } E_{\text{kin}} + E_{\text{grav}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot m \cdot M}{r} = 0 \quad (\text{Binas 35A4 en A5}) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}} \quad [1p]$$

- 2p 25 Bereken de schwartschildstraal r_s met $c = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r_s}} \Rightarrow r_s = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2}$, [1p] waarin:
 c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-2}$ (Binas 7A)
 G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)
 M = massa van de ster = $20 \cdot M_{\text{zon}} = 20 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (Binas 32C) = $3,98 \cdot 10^{31} \text{ kg}$
Invullen: $r_s = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,98 \cdot 10^{31}}{(3,00 \cdot 10^8)^2} = 5,9 \cdot 10^4 \text{ m}$ [1p]

- 2p 26 De massa van een zwart gat heeft een orde van grootte van $20 \cdot M_{\text{zon}} = 10^{31} \text{ kg}$ (Binas 32C).

$$\text{De temperatuur heeft dan een orde van grootte van } \frac{1,227 \cdot 10^{23}}{10^{31}} = 10^{-8} \text{ K.} \quad [1p]$$

Een voorwerp met zo'n lage temperatuur zendt bijna geen straling uit. [1p]

Uit de wet van Wien, $\lambda_{\max} \cdot T = k_w$, volgt dat bij extreem lage temperatuur een extreem grote λ_{\max} hoort. Ook deze λ_{\max} is uiterst lastig waar te nemen.

- 3p **27** Voor het uitgestraalde vermogen P van een ster geldt de wet van Stefan-Boltzmann: $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ (Binas 35E1)

Om de evenredigheid in formule (4) aan te tonen, moet je bepalen hoe A en T afhangen van M .

Voor de oppervlakte van het zwarte gat A geldt: $A = 4\pi \cdot r_s^2$ (Binas 36B) met

$$r_s = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2} \text{ (zie de afleiding bij opgave 25). Er geldt dus: } A \propto M^2 \quad [1p]$$

Voor de temperatuur van het zwarte gat T geldt formule (3): $T \propto \frac{1}{M} = M^{-1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow T^4 \propto M^{-4} \quad [1p]$$

$$\text{Combineren: } P \propto M^2 \cdot M^{-4} = M^{-2} \quad [1p]$$

- 2p **28** Volgens formule (4) is het vermogen P waarmee het zwarte gat hawkingstraling uitzendt groter als de massa M kleiner is. [1p]

De massa van het zwarte gat neemt af, waardoor het vermogen toeneemt. De massa van het zwarte gat zal dus steeds sneller afnemen [1p] \Rightarrow grafiek A geeft het juiste verloop weer.

Deel 2b

Examen 2024-I

Oefenen met het examen van 2024-I.



Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift op mijnexamenbundel.nl.

Snelheidsrecord op de fiets

In 2018 verbrak Denise Mueller-Korenek het wereldsnelheidsrecord op de fiets, op een hooggelegen zoutvlakte in de Verenigde Staten. Tijdens de recordpoging legde ze een afstand van vijf mijl af en werd haar snelheid tijdens de laatste mijl nauwkeurig bepaald. Deze laatste mijl is heel nauwkeurig gemeten, zodat de meetwaarde te schrijven is als 1,000 000 mijl. Denise haalde hier een gemiddelde snelheid van 183,932 mijl per uur.

- 3p 1 Bereken in hoeveel seconden Denise de laatste mijl afgelegd heeft. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

Om haar recordsnelheid te kunnen halen, fietste Denise vlak achter een raceauto. Zie figuur 1. In drie significante cijfers kunnen we haar snelheid tijdens de laatste mijl als constant beschouwen. Deze was, omgerekend naar SI-eenheden, $82,2 \text{ m s}^{-1}$.

figuur 1



figuur 2



De luchtweerstandskracht die Denise zou hebben ondervonden wanneer er geen auto voor haar had gereden, kan theoretisch bepaald worden. In figuur 2 zie je een vooraanzicht van Denise op haar fiets. De wielen van de fiets hebben een diameter van 0,46 m. Neem aan dat de c_w -waarde van Denise met fiets gelijk is aan 0,70. De dichtheid van de lucht op deze zoutvlakte is gelijk aan $1,1 \text{ kg m}^{-3}$.

Het vooraanzicht staat ook weergegeven op de uitwerkbijlage.

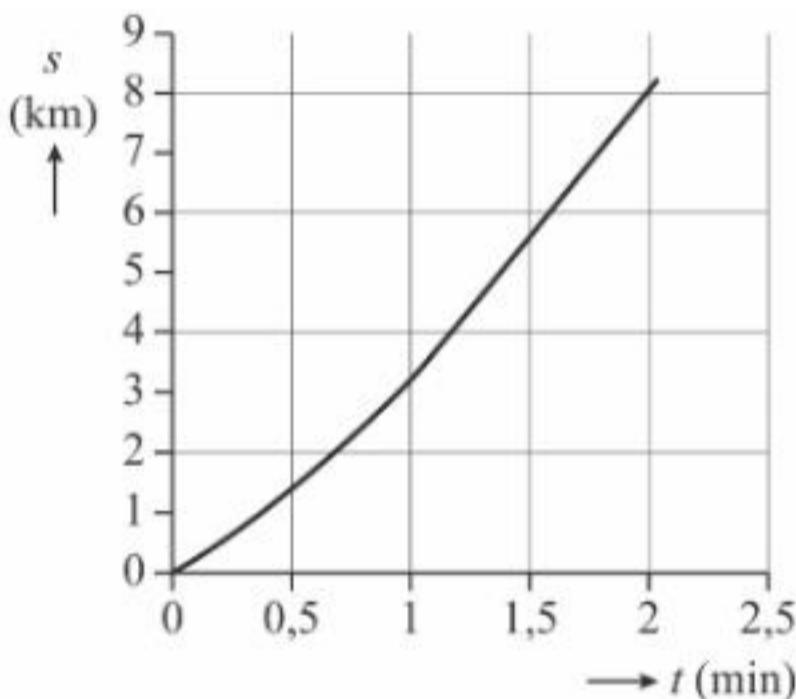
- 4p 2 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage het frontaal oppervlak van Denise met haar fiets. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
 - Bereken hiermee de luchtweerstandskracht die bij de recordsnelheid op Denise zou hebben gewerkt zonder auto.

Denise reed tijdens haar recordpoging vlak achter een auto. Hierdoor was de totale weerstandskracht die ze ondervond veel kleiner. Tijdens de laatste mijl leverde Denise een vermogen van 700 W.

- 2p 3 Bereken de totale weerstandskracht die Denise tijdens de laatste mijl ondervond.

Om bij het begin van de recordpoging snelheid te krijgen, was de fiets van Denise met een kabel vastgemaakt aan de auto. Na één mijl (1609 m) werd deze kabel automatisch losgekoppeld.

figuur 3



In figuur 3 staat het (s, t)-diagram van de recordpoging. Deze figuur staat vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

- 3p 4 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de snelheid van Denise in km h^{-1} op het moment van loskoppelen. Noteer je antwoord in twee significante cijfers. Laat in de figuur zien hoe je aan je antwoord komt.

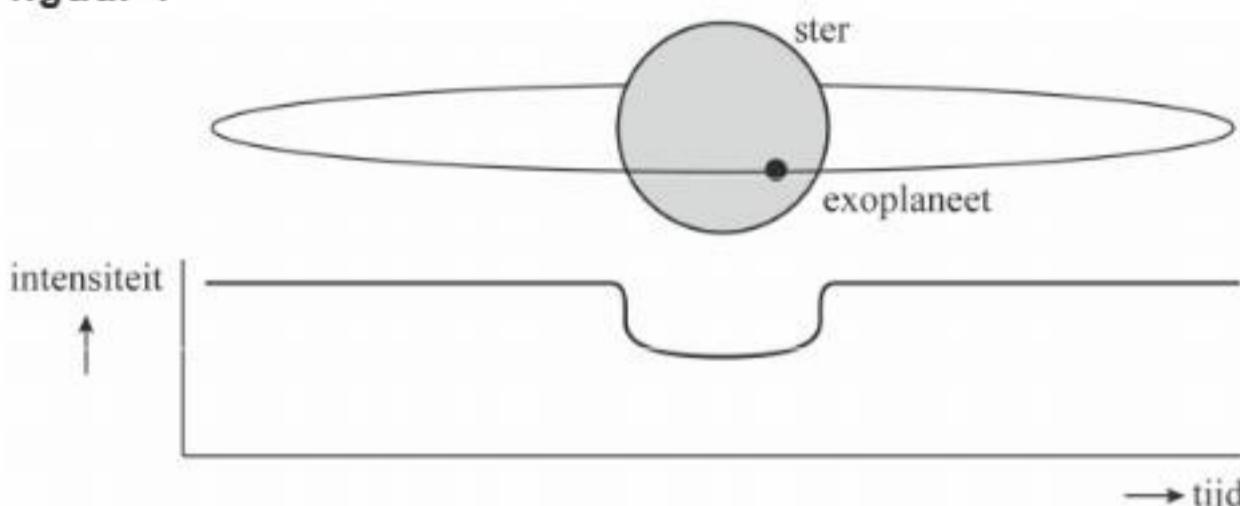
Na de recordpoging remde de bestuurster van de raceauto voorzichtig af, totdat de fiets van Denise contact maakte met de auto. De auto remde vervolgens over een afstand van 1,5 km af van $82,2 \text{ m s}^{-1}$ tot 50 m s^{-1} . De massa van Denise en de fiets samen was 71 kg.

- 3p 5 Bereken de gemiddelde resulterende remkracht op Denise en haar fiets tijdens het afremmen.

Goudlokje

Exoplaneten zijn planeten die om een andere ster draaien dan onze zon. In 2018 werd de ruimtetelescoop TESS gelanceerd om met de zogenaamde transit-methode nieuwe exoplaneten te ontdekken. Bij een transit beweegt een exoplaneet voor de ster langs. Hierbij zal de (licht)intensiteit die vanaf de aarde wordt waargenomen tijdelijk afnemen. TESS meet deze afname in intensiteit. Zie figuur 1.

figuur 1



Een van de eerste ontdekkingen van TESS was de exoplaneet HD21749b (in het vervolg van de opgave aangeduid met ‘exoplaneet’). Deze exoplaneet is groter dan de aarde en cirkelt rond de ster HD21749 (in het vervolg ‘ster’ genoemd). De massa van deze ster is 67% van de massa van de zon.

Via de transit-methode is de omlooptijd T van de exoplaneet bepaald op 36 dagen. Met behulp van de derde wet van Kepler kan vervolgens de baanstraal van de exoplaneet berekend worden.

De derde wet van Kepler luidt:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (1)$$

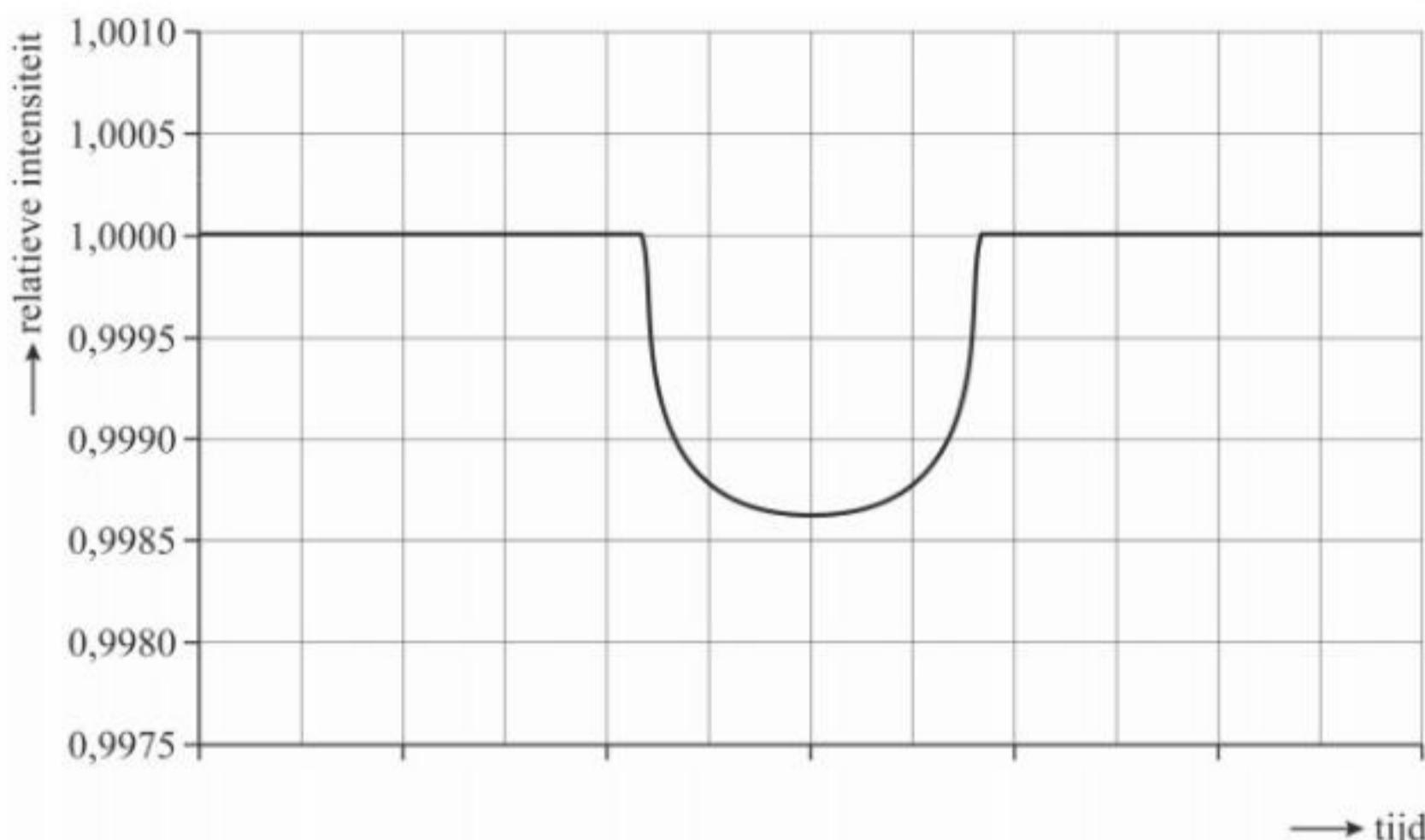
Hierin is:

- r de baanstraal
- T de omlooptijd
- M de massa van de ster waar de exoplaneet omheen draait
- G de gravitatieconstante

- 3p 6 Toon aan dat de baanstraal van de exoplaneet gelijk is aan $2,8 \cdot 10^{10}$ m.

In figuur 2 is een gemiddelde van een groot aantal metingen van een transit van de exoplaneet te zien. Op de verticale as staat de zogenaamde relatieve intensiteit. Dit is de verhouding tussen de gemeten intensiteit op een bepaald moment en de maximaal gemeten intensiteit. Wanneer er geen transit plaatsvindt, is de relatieve intensiteit dus 1,0000.

figuur 2



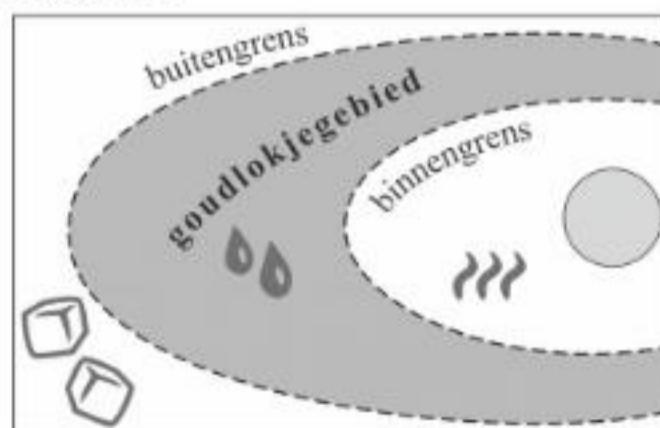
Met behulp van figuur 2 kan de verhouding tussen de straal van de exoplaneet en de straal van de ster bepaald worden.

- 4p 7 Bepaal deze verhouding. Noteer je antwoord in drie significante cijfers.

Aangenomen wordt dat op een exoplaneet alleen leven mogelijk is als de gemiddelde oppervlaktetemperatuur tussen 0 °C en 100 °C ligt, dus als er vloeibaar water zou kunnen zijn. Daarvoor moet de exoplaneet niet te dicht bij de ster staan waar hij omheen draait, maar er ook niet te ver van af.

figuur 3

Het gebied rondom een ster waarin de gemiddelde oppervlaktetemperatuur tussen 0 °C en 100 °C ligt, wordt het goudlokjegebied genoemd. Zie figuur 3. De grenzen van het goudlokjegebied volgen uit de eigenschappen van zowel de ster als de exoplaneet.

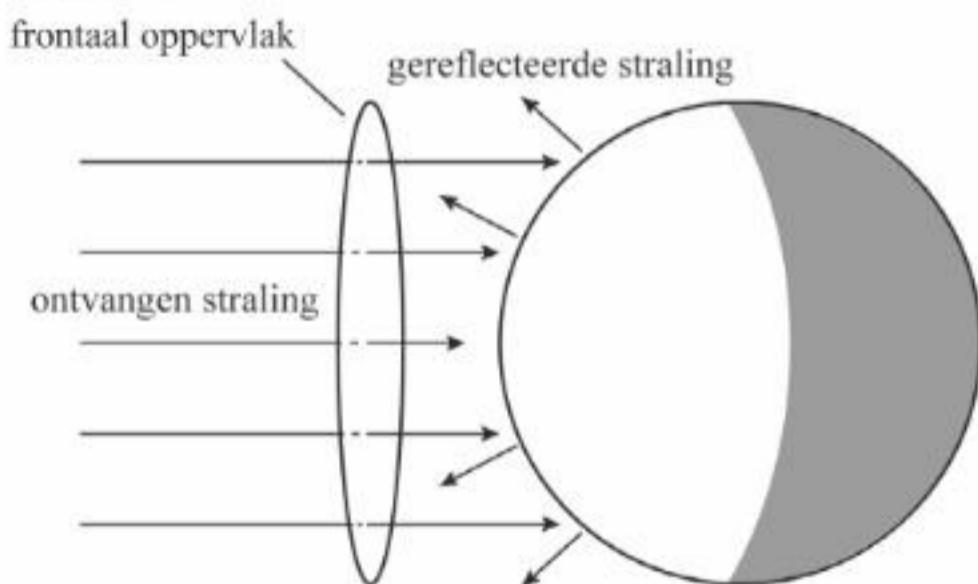


In deze opgave onderzoeken we met een model of de door TESS ontdekte exoplaneet binnen het goudlokjegebied van de bijbehorende ster ligt. In dit model wordt aangenomen dat de exoplaneet geen atmosfeer heeft.

De gemiddelde oppervlaktetemperatuur op een exoplaneet volgt uit het feit dat een exoplaneet in thermisch evenwicht is met zijn omgeving. Dat betekent dat de exoplaneet per seconde evenveel energie uitstraalt als hij absorbeert.

Het ontvangen stralingsvermogen is gelijk aan het deel van het stralingsvermogen van de ster dat op het frontaal oppervlak van de exoplaneet valt. Zie figuur 4.

figuur 4



De straling die door de exoplaneet wordt ontvangen wordt deels geabsorbeerd en deels gereflecteerd. Het gedeelte van het ontvangen stralingsvermogen dat wordt gereflecteerd heet de albedo α . Dit is een getal tussen 0 en 1 zonder eenheid.

Voor het geabsorbeerde vermogen van de exoplaneet geldt:

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{ster}} \frac{R^2}{4r^2} (1 - \alpha) \quad (2)$$

Hierin is:

- P_{ster} het uitgestraalde vermogen van de ster
- r de baanstraal van de exoplaneet
- R de straal van de exoplaneet ($R \ll r$)
- α de albedo van de exoplaneet

- 4p 8 Leid formule (2) af. Maak daarbij gebruik van formules uit het informatieboek.

De exoplaneet zendt continu, en over het gehele boloppervlak, straling uit. Bij een thermisch evenwicht is dit uitgezonden vermogen gelijk aan het geabsorbeerde vermogen. In formulevorm:

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{uit}} \quad (3)$$

Aan de hand van dit thermisch evenwicht kan onderzocht worden of de exoplaneet (met baanstraal $r = 2,8 \cdot 10^{10}$ m) in het goudlokjegebied ligt. Met behulp van formules (2) en (3) en de wet van Stefan-Boltzmann kan het verband tussen de gemiddelde oppervlaktetemperatuur T (in K) van de exoplaneet en de baanstraal r (in m) worden weergegeven als:

$$r = CT^{\beta} \quad (4)$$

Hierin is:

- C een constante die niet van r en T afhangt
- β een geheel getal zonder eenheid

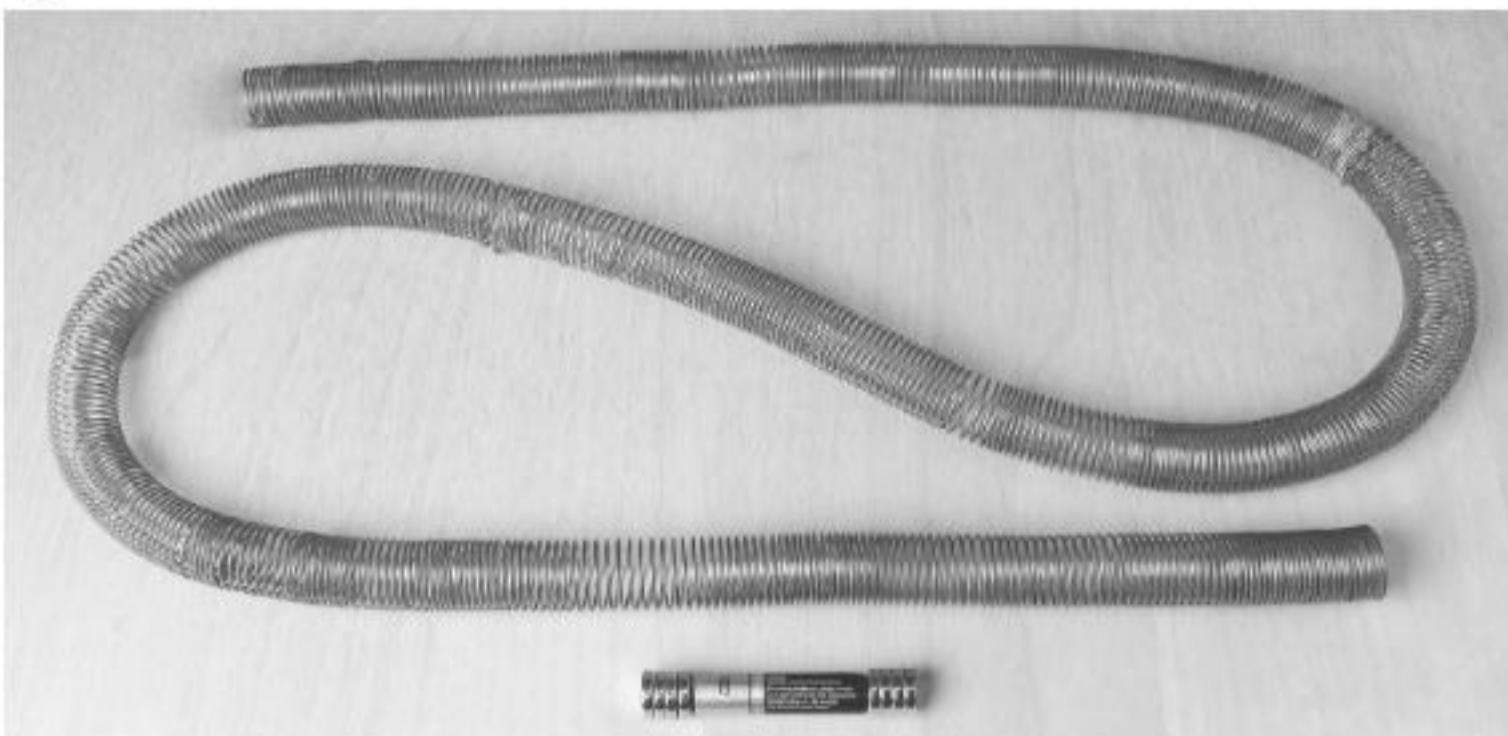
De buitengrens van het goudlokjegebied rondom de ster ligt op een afstand van $5,8 \cdot 10^{10}$ m van de ster.

5p 9 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat $\beta = -2$.
- Toon aan of de exoplaneet in het goudlokjegebied ligt.

Batterijtrein

figuur 1



Sari wil een batterijtrein maken. Ze gebruikt voor de trein een batterij en een aantal sterke magneten. Als spoel gebruikt ze een lange, flexibele veer van niet-geïsoleerd koperdraad. Zie figuur 1. De batterijtrein gaat door de spoel heen bewegen. Om de batterijtrein te maken voert Sari de volgende handelingen uit:



figuur 2a

Sari plaatst aan elke kant van de batterij een setje sterke magneten. Elk setje wordt in het vervolg van deze opgave gezien als één magneet.



figuur 2b

Ze schuift de voorkant van de batterijtrein in de spoel, waarbij de voorste magneet contact maakt met de spoel.



figuur 2c

Ze duwt de batterijtrein verder in de spoel totdat de achterste magneet contact maakt met de spoel.

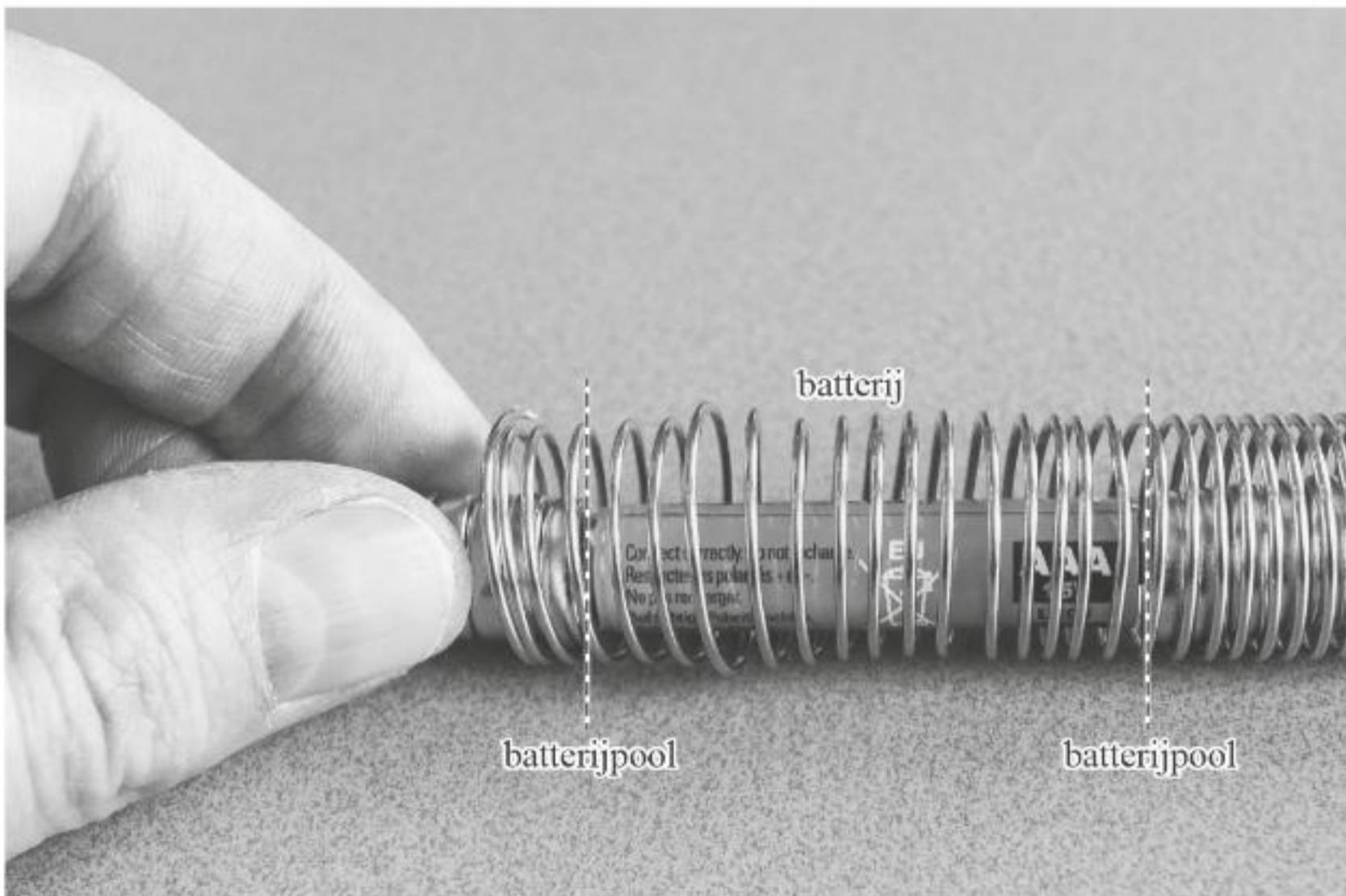


figuur 2d

De batterijtrein begint uit zichzelf door de spoel te bewegen.

De situatie van figuur 2c staat vergroot weergegeven in figuur 3. De magneten maken contact met de spoel. Hierdoor ontstaat er een gesloten stroomkring met daarin de batterij, de magneten en het stuk van de spoel tussen de batterijpolen. Dit stuk van de spoel gedraagt zich hierdoor als een elektromagneet met een weerstand R_{spoel} . In figuur 3 zijn de posities van beide batterijpolen met stippellijnen aangegeven. Wanneer de batterijtrein gaat bewegen door de spoel, beweegt deze stroomkring mee.

figuur 3

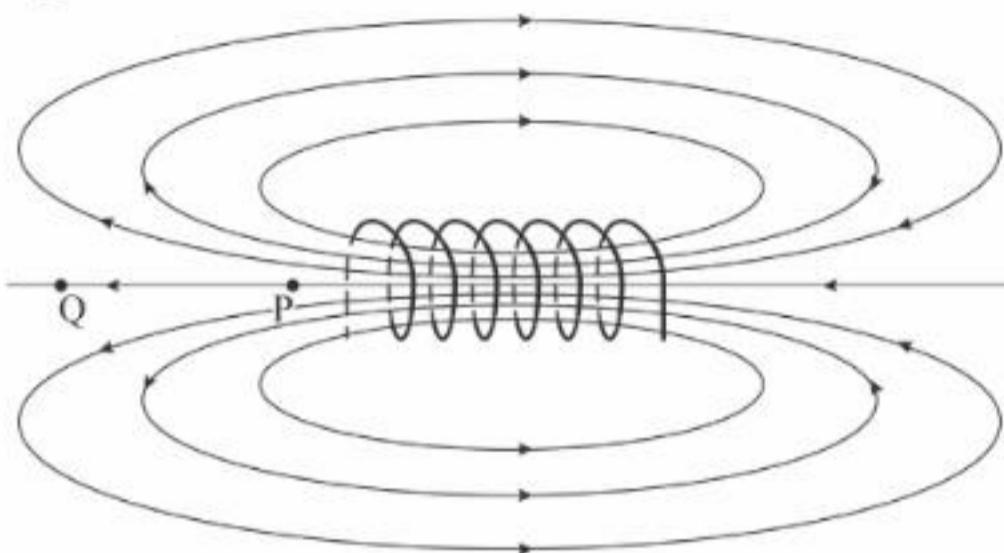


De dikte van de koperdraad is 1,1 mm. De gemiddelde diameter van de spoel is 1,9 cm.

- 4p 10 Bepaal R_{spoel} .

In figuur 4 is het magnetisch veld weergegeven dat ontstaat wanneer er een elektrische stroom door een spoel loopt.

figuur 4

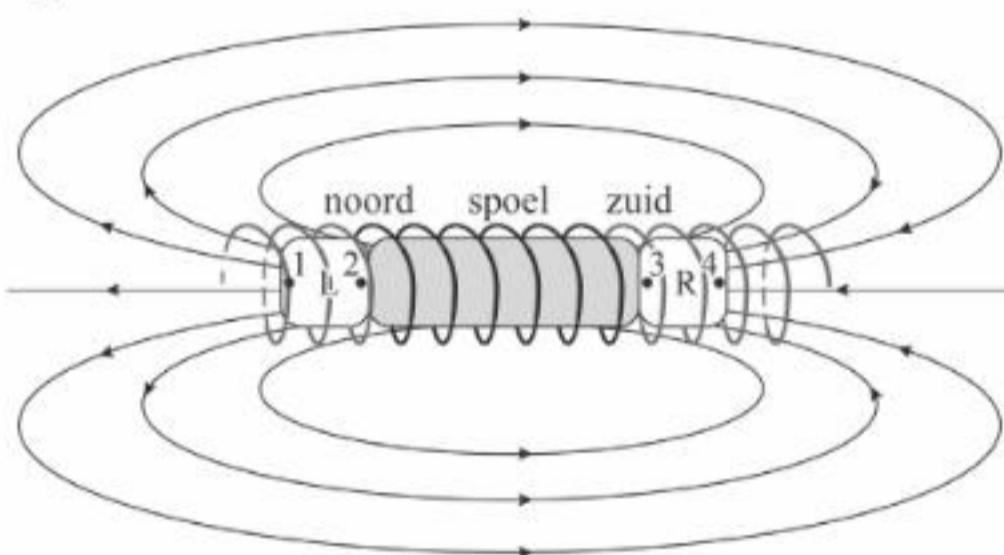


- 1p 11 Geef aan hoe uit figuur 4 blijkt dat de sterkte van het magnetisch veld in punt P groter is dan in punt Q.

Figuur 4 staat ook op de uitwerkbijlage.

- 1p 12 Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de richting van de elektrische stroom door de windingen van de spoel aan.

figuur 5



In figuur 5 is de complete batterijtrein schematisch weergegeven. Met 'noord' en 'zuid' zijn de magnetische polen van de spoel aangegeven. L en R zijn de twee magneten. Hierop zijn de punten 1 tot en met 4 aangegeven. Deze punten stellen de noord- en zuidpolen voor van de magneten. Beide magneten ondervinden een kracht doordat ze zich in het magnetisch veld van de spoel bevinden. De trein beweegt hierdoor naar rechts.

Op de uitwerkbijlage staan vijf afbeeldingen over deze situatie. In de bovenste afbeelding zijn de resulterende krachten op beide magneten, veroorzaakt door de spoel, aangegeven met pijlen. In de afbeeldingen eronder zijn de vier afzonderlijke magneetpolen weergegeven met de punten 1 tot en met 4. Ook de magnetische kracht in punt 1, veroorzaakt door de spoel, is weergegeven met een pijl. Alle pijlen zijn op dezelfde schaal getekend.

- 4p 13 Voer de volgende opdrachten uit:

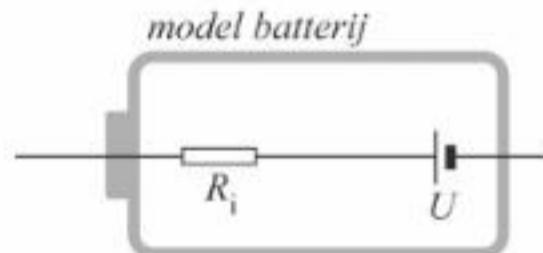
- Teken in de punten 2 tot en met 4 op de uitwerkbijlage zo nauwkeurig mogelijk de magnetische kracht die op het aangegeven punt werkt, veroorzaakt door het magnetisch veld van de spoel.
- Geef, op basis van je tekening, in de tabel op de uitwerkbijlage bij elk van de vier punten aan of er sprake is van een noordpool of een zuidpool.

Tijdens het experimenteren met de batterijtrein wordt de spoel wat warmer. Sari merkt echter op dat de batterij al na een paar seconden nog veel warmer wordt.

Blijkbaar ontstaat er niet alleen warmte in de **figuur 6**

spoel, maar ook in de batterij. Om dit te verklaren gebruikt Sari een model van een batterij waarin de batterij bestaat uit een spanningsbron U en een weerstand in serie. Deze weerstand wordt de inwendige weerstand R_i van de batterij genoemd. Zie figuur 6.

In de stroomkring van de batterijtrein bevinden zich dus twee weerstanden: R_i en R_{spoel} . De weerstand van de magneten wordt in dit model verwaarloosd.



Voor de ontwikkelde vermogens in de batterij en in de spoel geldt:

$$P_i \gg P_{\text{spoel}}$$

- 3p 14 Leg hiermee uit welke van de twee weerstanden in de stroomkring, R_i of R_{spoel} , het grootst is.

Temperatuurbepaling in een kernfusiereactor

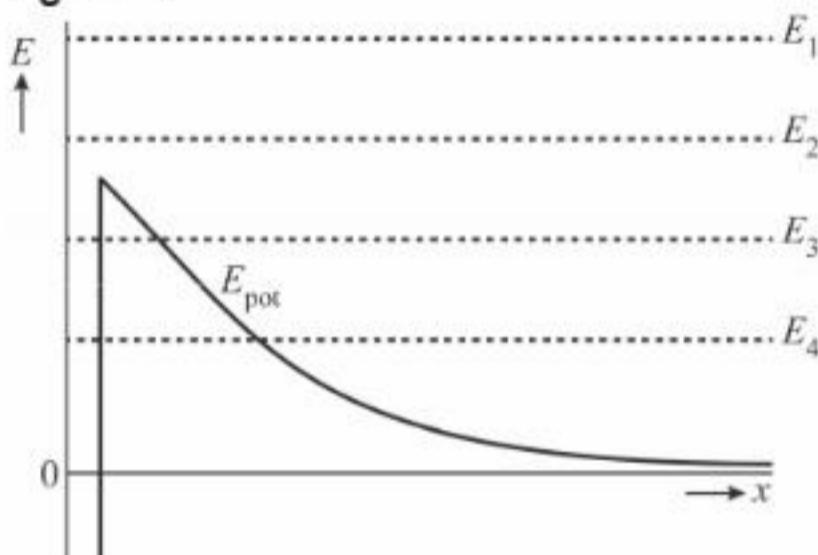
In een kernfusiereactor is het mogelijk om twee lichte atoomkernen te laten fuseren tot één zwaardere atoomkern. Hierbij komt veel energie vrij. Deuterium ($H-2$) en een tweede atoomkern kunnen gefuseerd worden tot een $He-4$ kern en een neutron.

- 3p 15 Geef de vergelijking van deze kernreactie.

In een kernfusiereactor is de temperatuur zo hoog dat de elektronen loskomen van de atoomkernen. Samen met de ontstane ionen vormen ze een mengsel dat plasma genoemd wordt. Ondanks de hoge temperatuur van het plasma is het volgens de klassieke natuurkunde erg onwaarschijnlijk dat de kernen fuseren. Met een quantumfysisch model kan verklaard worden waarom het optreden van kernfusie in werkelijkheid veel waarschijnlijker is.

In het quantumfysische model bekijken we een deuteriumkern die naar een andere kern toe beweegt. In figuur 1 is schematisch de potentiële energie E_{pot} van de deuteriumkern als functie van de afstand x tussen de twee kernen weergegeven. Met stippellijnen zijn vier verschillende mogelijke waarden aangegeven van de energie van de deuteriumkern (E_1 tot en met E_4).

figuur 1

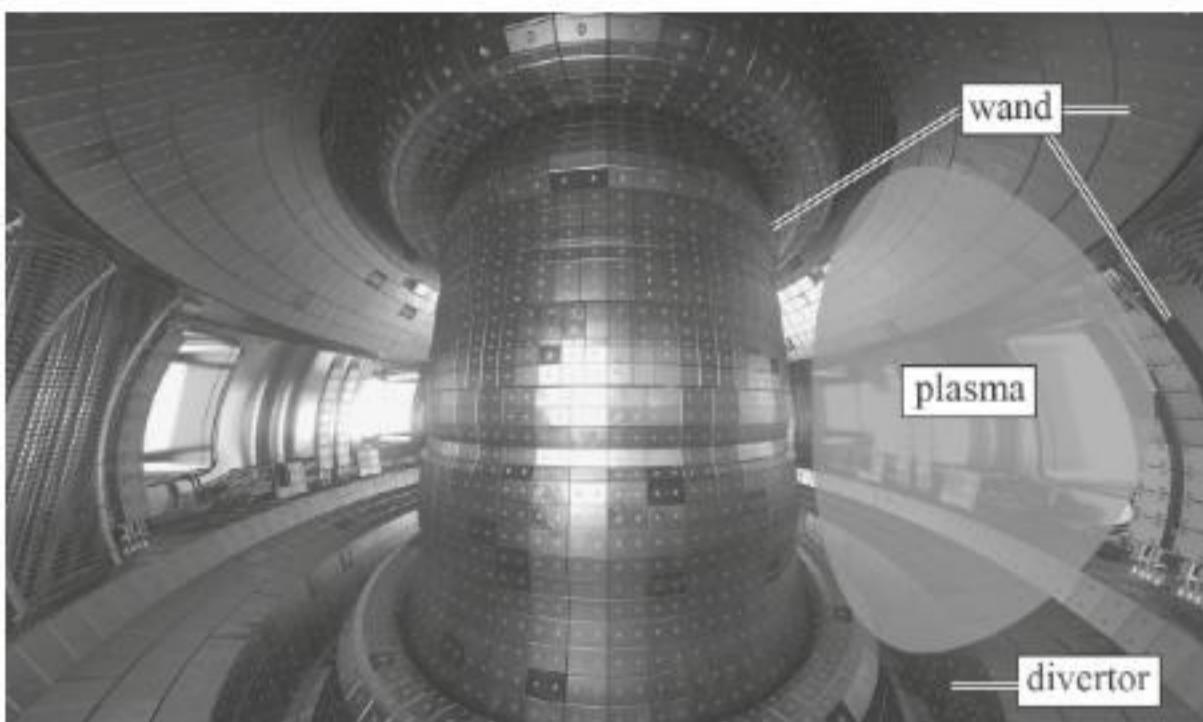


- 3p 16 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit bij welke energie of energieën (E_1 , E_2 , E_3 en/of E_4) de kernen volgens de klassieke natuurkunde kunnen fuseren.
- Geef aan waardoor volgens de quantumfysica een fusiereactie ook kan optreden bij de andere energieën.

De binnenkant van een kernfusiereactor is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



Wanneer de reactor aanstaat, zal hij volledig gevuld zijn met plasma. De atoomkernen in het plasma mogen niet botsen met de wand van de reactor, omdat de wand daardoor te veel beschadigd raakt. Met behulp van magneetvelden worden deze geladen deeltjes van de wand weggehouden. Hierbij worden de He-4 kernen naar een soort afvoergoot onder in de reactor, de divertor, geleid, terwijl de andere atoomkernen in de reactor blijven.

De neutronen die tijdens de fusie vrijkomen botsen wel met de wand. De energie die hierbij in de wand vrijkomt, wordt gebruikt om elektrische energie op te wekken.

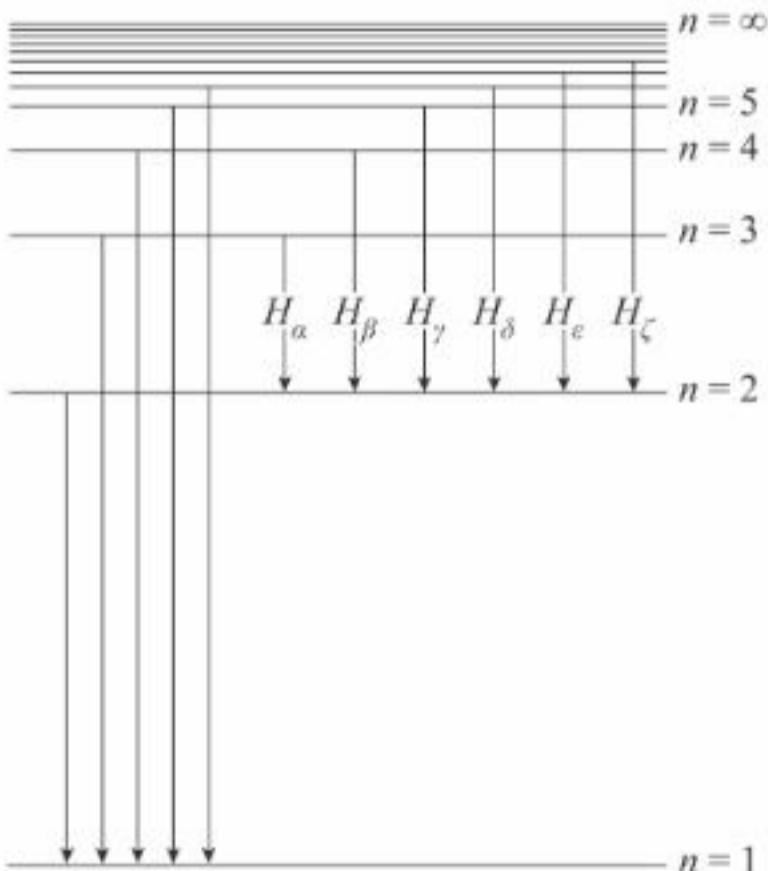
Elk atoom aan het oppervlak van de wand wordt gemiddeld eenmaal per 10^2 s geraakt door een neutron. De atoomdiameter van het gebruikte wandmateriaal heeft een orde van grootte van 10^2 pm. Het oppervlak van de wand heeft een orde van grootte van 10^3 m².

- 3p 17 Bereken de orde van grootte van het aantal neutronen dat per seconde de wand raakt.

De He-4 kernen die door de divertor worden afgevoerd hebben ook veel energie. Hierdoor dreigt de divertor oververhit te raken. Daarom wordt onderzocht of deze oververhitting kan worden voorkomen door gassen in de divertor te brengen. Door botsingen met de gasatomen raken de He-4 kernen energie kwijt, waardoor de divertor afkoelt.

Om de effectiviteit van het inspuiten van de gassen te onderzoeken, moet de temperatuur in de divertor bepaald kunnen worden. Onderzoekers uit Eindhoven doen dit door te kijken naar het licht dat uitgezonden wordt door de gassen die aanwezig zijn in de divertor. Een van de aanwezige gassen is (atomair) waterstof. In figuur 3 zie je het energieniveauschema van waterstof.

figuur 3

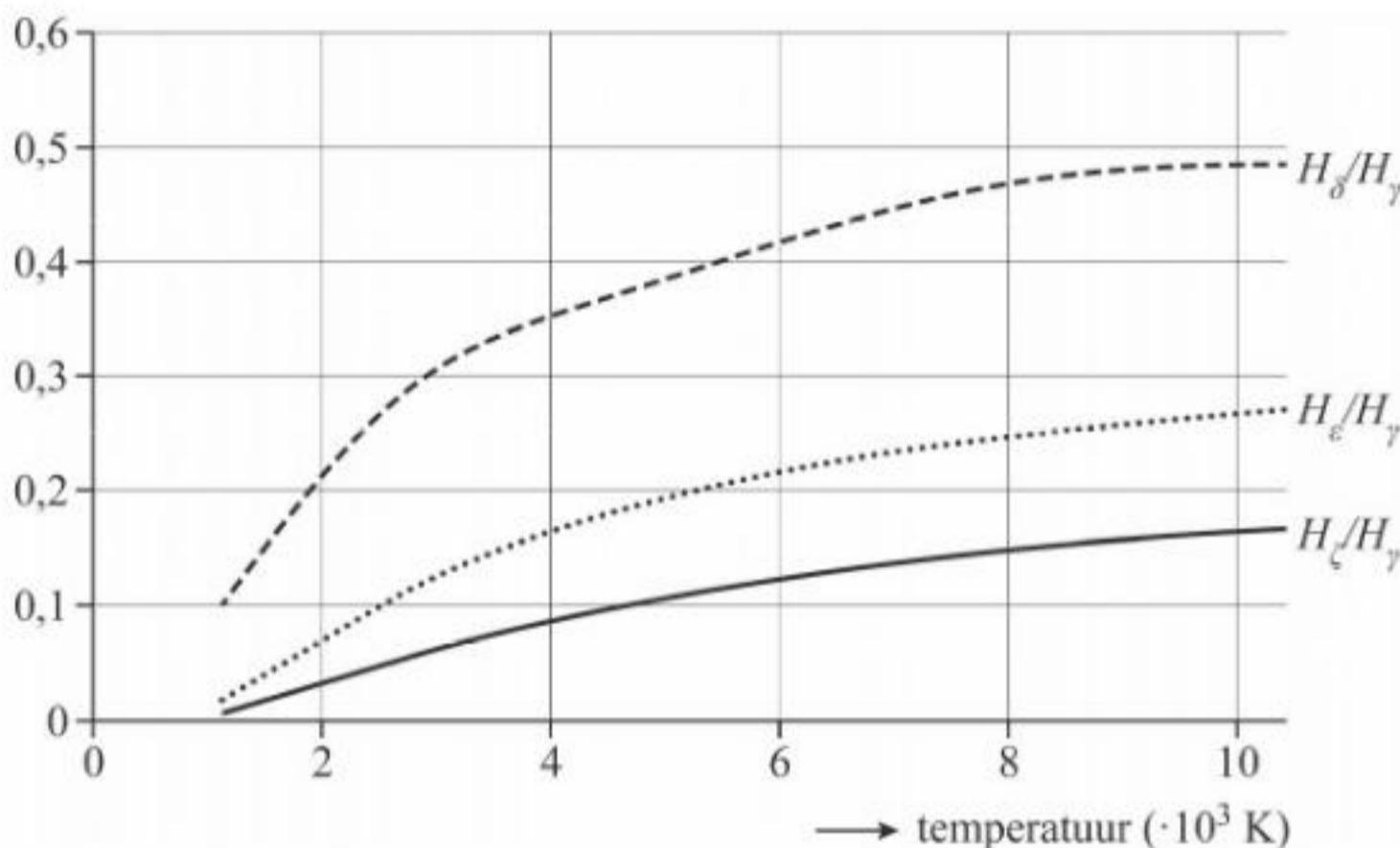


Wanneer een waterstofatoom terugvalt van een hogere aangeslagen toestand naar de eerste aangeslagen toestand, zendt het zichtbaar licht uit. Deze overgangen zijn aangegeven in figuur 3 met H_α , H_β , enzovoort. De bijbehorende spectraallijnen heten Balmerlijnen. Bij het onderzoek in Eindhoven wordt het licht van de overgangen H_γ tot en met H_ζ waargenomen.

- 4p 18 Bepaal met behulp van figuur 3 en een berekening de minimale golflengte die bij dit onderzoek waargenomen wordt.

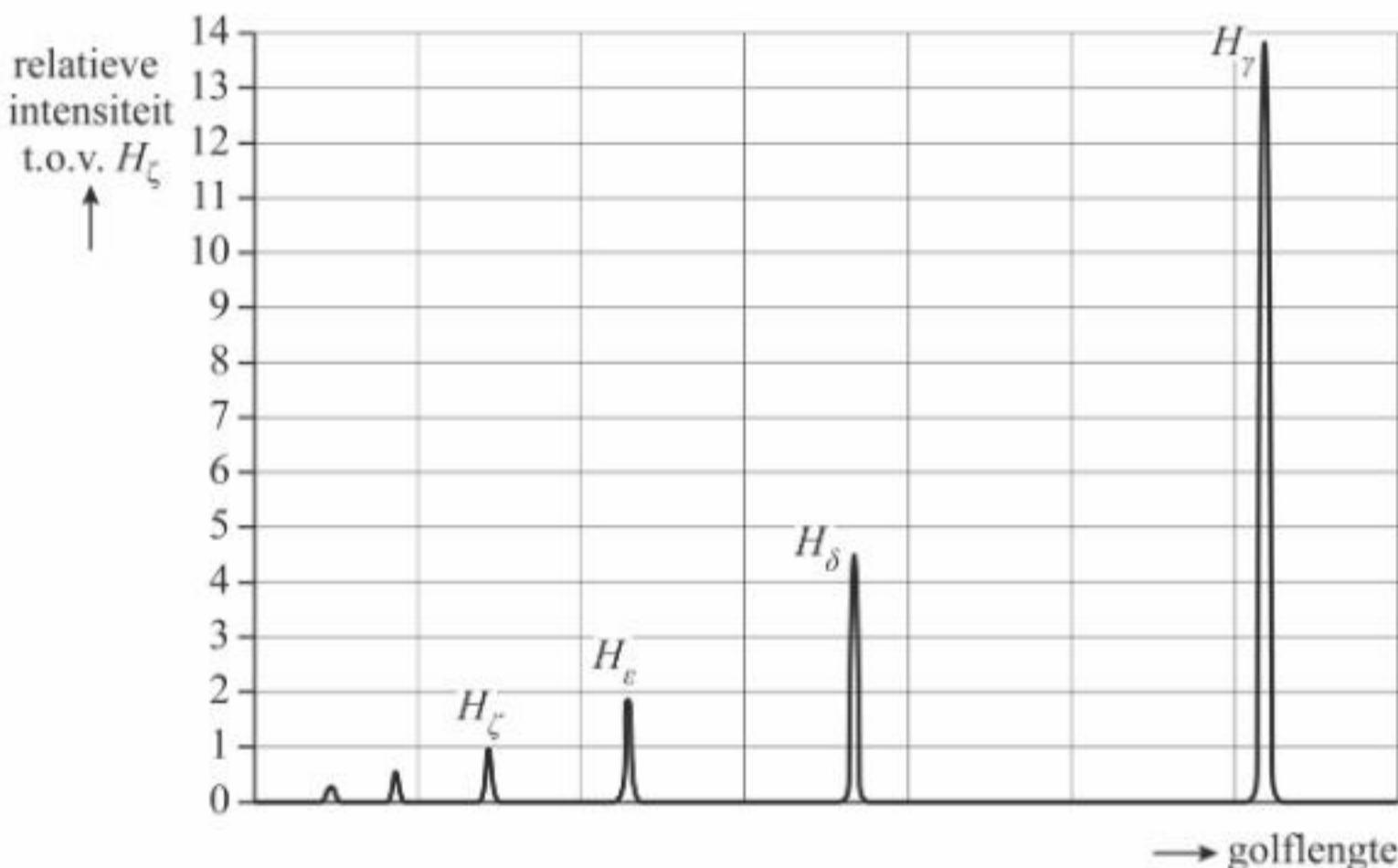
De verhoudingen tussen de intensiteiten van de verschillende Balmerlijnen blijken afhankelijk te zijn van de temperatuur in de divertor. In figuur 4 is een aantal van deze verhoudingen als functie van de temperatuur weergegeven.

figuur 4



De onderzoekers hebben het spectrum van de Balmerlijnen bepaald bij een bepaalde temperatuur van de divertor. In figuur 5 zie je een deel van het uitgezonden spectrum bij deze temperatuur.

figuur 5



- 3p 19 Bepaal met behulp van figuur 4 en figuur 5 de temperatuur die volgt uit het spectrum. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

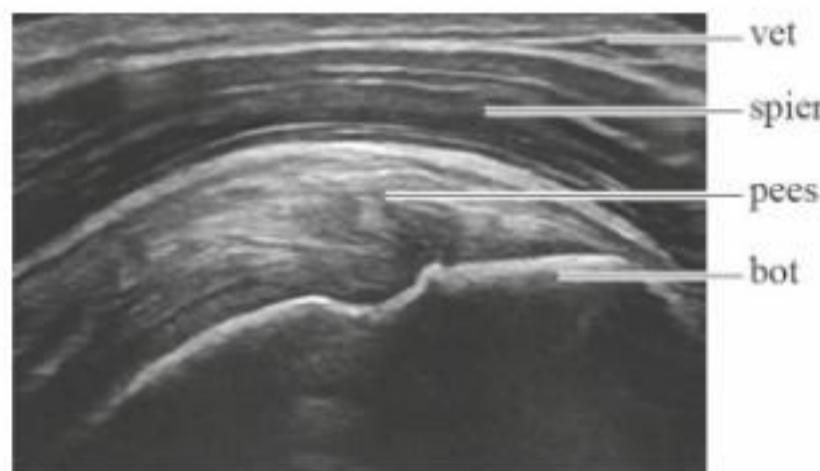
Echografie

Met behulp van echografie wordt een afbeelding gemaakt van weefsel onder de huid. Zie figuur 1 en 2.

figuur 1

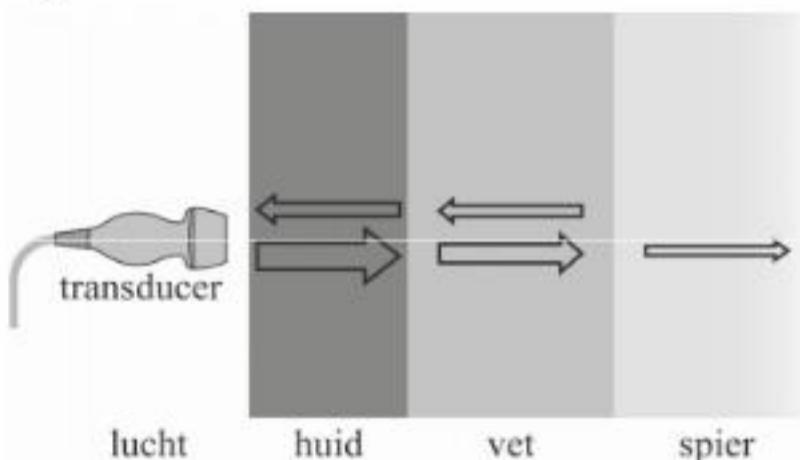


figuur 2



Een transducer zendt ultrasoon geluid uit, dat in het lichaam op elke grens tussen verschillende weefsellagen gedeeltelijk wordt teruggekaatst en doorgelaten. De transducer vangt het teruggekaatste geluid weer op en een computer verwerkt de informatie tot beelden. Zie figuur 3.

figuur 3



Hoeveel geluid wordt doorgelaten hangt af van het verschil in de akoestische weerstand Z van de opeenvolgende (weefsel)lagen. Bij een groot verschil in akoestische weerstand wordt weinig geluid doorgelaten. Voor de akoestische weerstand van een stof geldt:

$$Z = \rho \cdot v \quad (1)$$

Hierin is:

- ρ de dichtheid van de stof
- v de voortplantingssnelheid van geluid door de stof

De dichthesen van zachte lichaamsweefsels, zoals de huid en vetweefsel, zijn vergelijkbaar met die van water.

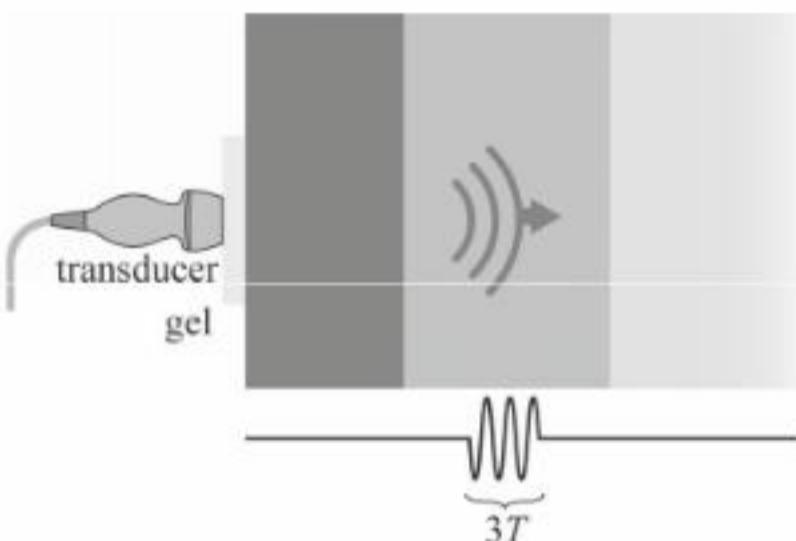
- Als eenheid van de akoestische weerstand wordt vaak Ns m^{-3} gebruikt.
- 3p 20 Leid af, met behulp van formule (1), dat Ns m^{-3} een eenheid is van Z .

- 4p 21 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit dat de akoestische weerstand van lucht veel kleiner is dan die van lichaamsweefsels.
- Leg hiermee uit dat het aanbrengen van een waterhoudende gel tussen de huid en de transducer leidt tot betere echo's van weefsels onder de huid.

Het ultrasone geluid heeft een frequentie van 8,5 MHz. Dit geluid wordt in pulsen van 3 trillingstijden uitgezonden. Dit is schematisch weergegeven in figuur 4. Figuur 4 is niet op schaal.

figuur 4



Vóórdat een nieuwe puls wordt uitgezonden moet de teruggekaatste geluidspuls in zijn geheel door de transducer ontvangen zijn. De zogenaamde herhaalfrequentie is het aantal pulsen dat per seconde wordt uitgezonden.

Bij een onderzoek moet een beeld gevormd worden van een laag vetweefsel met een dikte van 1,5 cm die direct onder de huid ligt. De tijd die de puls nodig heeft om door de gel en de huid te komen is $0,87 \mu\text{s}$. Neem voor de geluidssnelheid in vetweefsel $1,45 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$.

- 5p 22 Bereken de maximale herhaalfrequentie van de transducer bij dit onderzoek.

In het vetweefsel zitten kleine structuren. De minimale lengte van details die nog gezien kunnen worden, is gelijk aan de lengte van een halve puls.

- 3p 23 Bereken de minimale lengte van een detail in het vetweefsel dat nog gezien kan worden met deze echo.

In figuur 5 is eenbeeld van een echo van galstenen te zien. Deze liggen op een diepte van ongeveer 5 cm. In figuur 5 bewegen de uitgezonden geluidsgolven van boven naar beneden.

figuur 5



Op de uitwerkbijlage staat een tabel met beweringen die een mogelijke verklaring geven voor de schaduw van de galstenen in figuur 5.

- 2p 24 Geef in de tabel op de uitwerkbijlage van elke bewering aan of die een juiste verklaring kan zijn of niet.

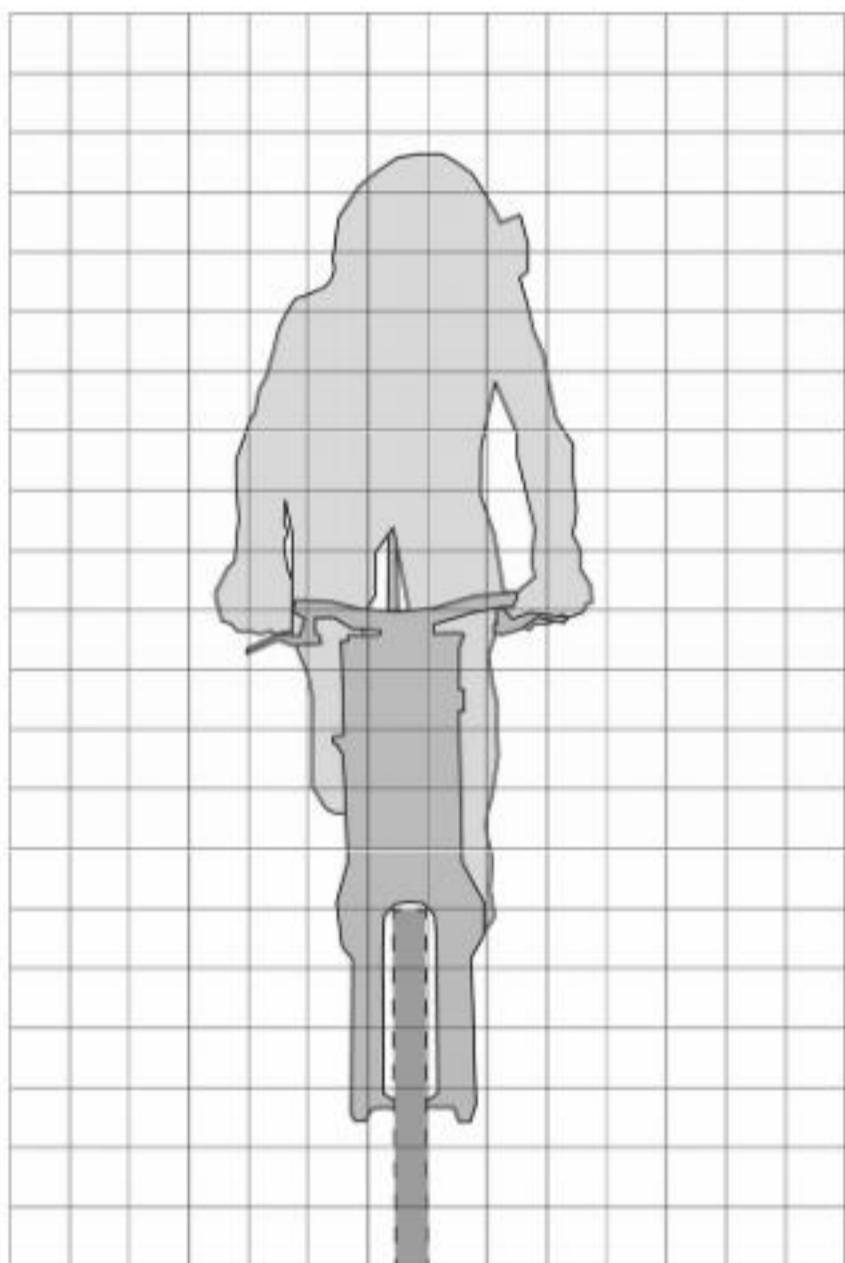


Wil je weten hoe je dit examen hebt gemaakt? Kijk het na met de antwoorden en uitwerkingen op mijnexamenbundel.nl. Je ziet dan je totaalscore en je score per onderwerp. Deze worden bewaard.

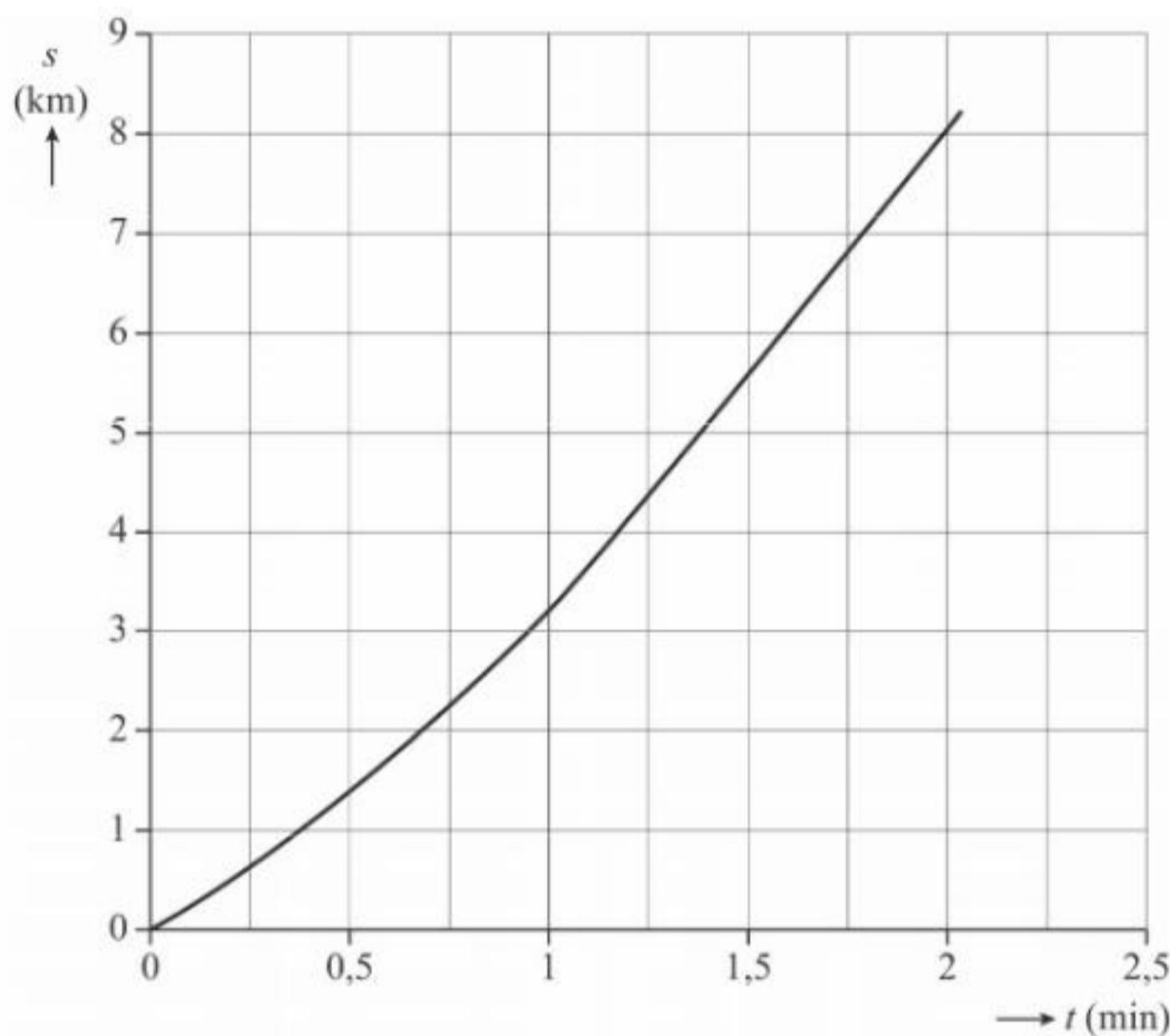


Uitwerkbijlage bij de vragen 2, 4, 12, 13 en 24

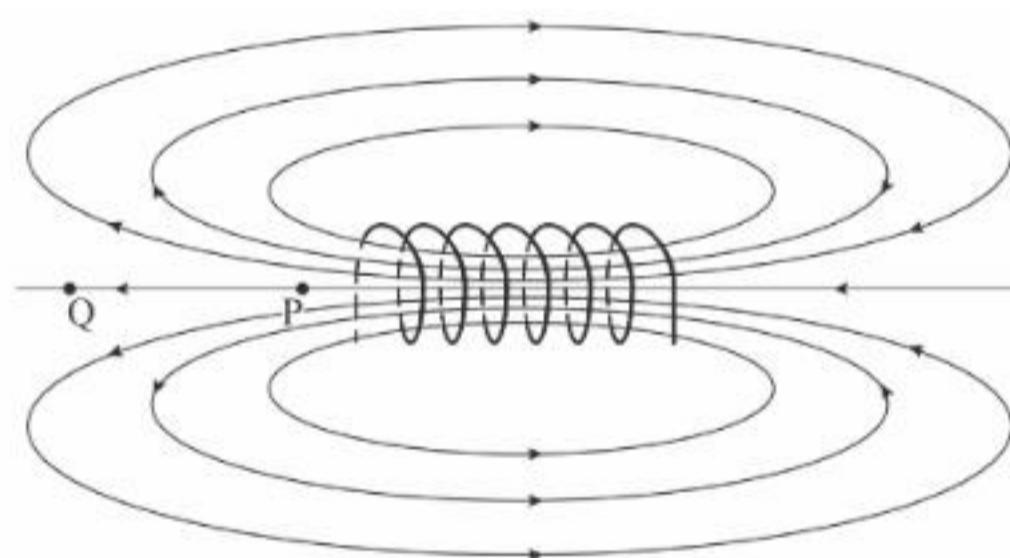
2



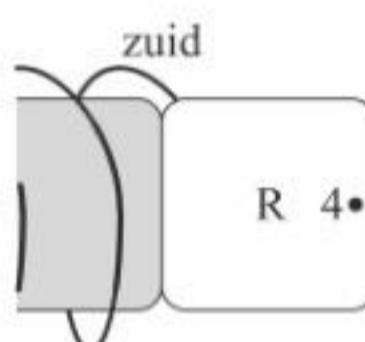
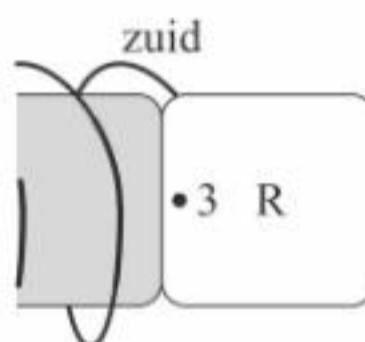
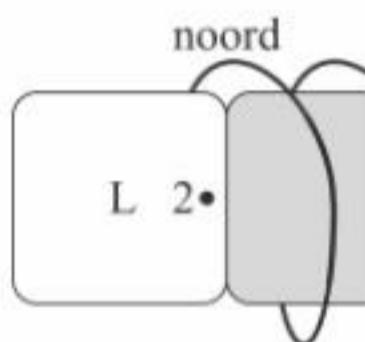
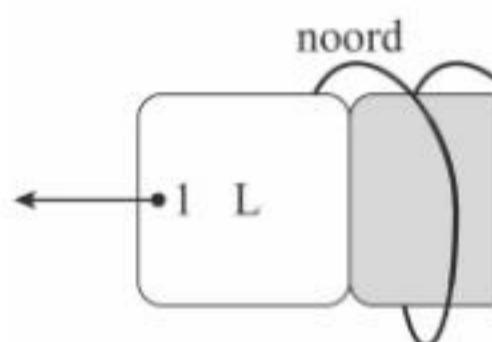
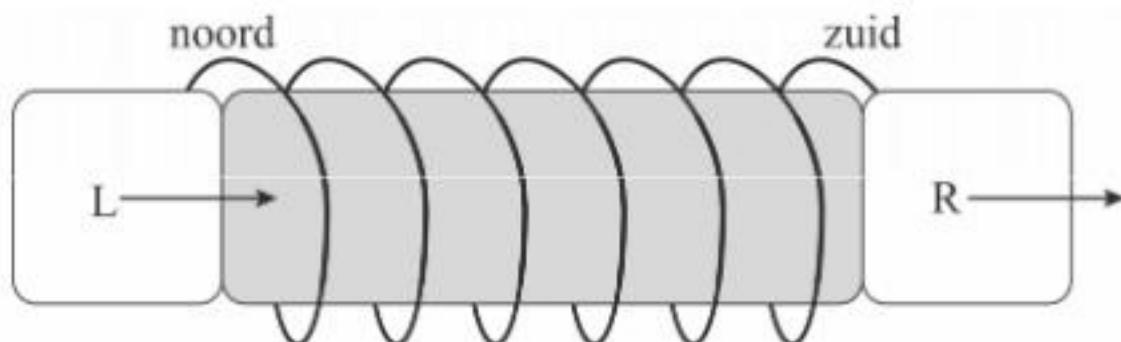
4



12



13



Geef, op basis van je tekening, in de tabel bij elk van de vier punten aan of er sprake is van een noordpool of een zuidpool. Zet steeds een kruisje in het juiste vak:

	noordpool	zuidpool
Punt 1 is een:		
Punt 2 is een:		
Punt 3 is een:		
Punt 4 is een:		

- 24** Geef in de tabel van elke bewering aan of die een juiste verklaring kan zijn voor de schaduw van de galstenen, of niet. Zet steeds een kruisje in het juiste vak:

bewering	kan een juiste verklaring zijn	kan geen juiste verklaring zijn
Het ultrasone geluid wordt door de galstenen geabsorbeerd.		
Het ultrasone geluid wordt door de galstenen gereflecteerd.		
Het ultrasone geluid buigt om de galstenen heen.		
Het ultrasone geluid kan niet verder dan 5 cm in weefsel doordringen.		



Bijlagen

Cijferbepaling

2021-I				2022-I				2022-II			
punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer
0	1,0	46	6,4	0	1,0	46	6,7	0	1,0	46	7,3
1	1,2	47	6,5	1	1,2	47	6,8	1	1,2	47	7,4
2	1,3	48	6,6	2	1,5	48	6,9	2	1,5	48	7,5
3	1,4	49	6,8	3	1,7	49	7,1	3	1,7	49	7,6
4	1,6	50	6,9	4	1,9	50	7,2	4	2,0	50	7,8
5	1,7	51	7,0	5	2,0	51	7,3	5	2,2	51	7,9
6	1,8	52	7,1	6	2,1	52	7,4	6	2,3	52	8,0
7	1,9	53	7,2	7	2,2	53	7,5	7	2,5	53	8,1
8	2,0	54	7,3	8	2,3	54	7,6	8	2,6	54	8,3
9	2,1	55	7,4	9	2,4	55	7,7	9	2,7	55	8,4
10	2,3	56	7,6	10	2,6	56	7,9	10	2,8	56	8,5
11	2,4	57	7,7	11	2,7	57	8,0	11	3,0	57	8,6
12	2,5	58	7,8	12	2,8	58	8,1	12	3,1	58	8,8
13	2,6	59	7,9	13	2,9	59	8,2	13	3,2	59	8,9
14	2,7	60	8,0	14	3,0	60	8,3	14	3,3	60	9,0
15	2,8	61	8,1	15	3,1	61	8,4	15	3,4	61	9,1
16	2,9	62	8,3	16	3,2	62	8,6	16	3,6	62	9,2
17	3,1	63	8,4	17	3,4	63	8,7	17	3,7	63	9,4
18	3,2	64	8,5	18	3,5	64	8,8	18	3,8	64	9,4
19	3,3	65	8,6	19	3,6	65	8,9	19	3,9	65	9,5
20	3,4	66	8,7	20	3,7	66	9,0	20	4,1	66	9,6
21	3,5	67	8,8	21	3,8	67	9,1	21	4,2	67	9,6
22	3,6	68	8,9	22	3,9	68	9,2	22	4,3	68	9,7
23	3,8	69	9,1	23	4,1	69	9,4	23	4,4	69	9,8
24	3,9	70	9,2	24	4,2	70	9,5	24	4,6	70	9,8
25	4,0	71	9,3	25	4,3	71	9,6	25	4,7	71	9,9
26	4,1	72	9,4	26	4,4	72	9,7	26	4,8	72	9,9
27	4,2	73	9,5	27	4,5	73	9,7	27	4,9	73	10,0
28	4,3	74	9,6	28	4,6	74	9,8	28	5,1		
29	4,4	75	9,8	29	4,7	75	9,8	29	5,2		
30	4,6	76	9,9	30	4,9	76	9,9	30	5,3		
31	4,7	77	9,9	31	5,0	77	9,9	31	5,4		
32	4,8	78	10,0	32	5,1	78	10,0	32	5,5		
33	4,9			33	5,2			33	5,7		
34	5,0			34	5,3			34	5,8		
35	5,1			35	5,4			35	5,9		
36	5,3			36	5,6			36	6,0		
37	5,4			37	5,7			37	6,2		
38	5,5			38	5,8			38	6,3		
39	5,6			39	5,9			39	6,4		
40	5,7			40	6,0			40	6,5		
41	5,8			41	6,1			41	6,7		
42	5,9			42	6,2			42	6,8		
43	6,1			43	6,4			43	6,9		
44	6,2			44	6,5			44	7,0		
45	6,3			45	6,6			45	7,1		

Bedenk dat het toekennen van punten aan een antwoord enige deskundigheid vereist. De hier behaalde scores zijn dus vooral een indicatie van hoeveel je op dit moment weet over het vak.

2023-I				2023-II			
punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer
0	1,0	46	6,4	0	1,0	46	6,7
1	1,1	47	6,6	1	1,2	47	6,8
2	1,2	48	6,7	2	1,3	48	6,9
3	1,4	49	6,8	3	1,5	49	7,1
4	1,5	50	6,9	4	1,6	50	7,2
5	1,6	51	7,0	5	1,7	51	7,3
6	1,7	52	7,2	6	1,8	52	7,4
7	1,8	53	7,3	7	2,0	53	7,5
8	1,9	54	7,4	8	2,1	54	7,7
9	2,1	55	7,5	9	2,2	55	7,8
10	2,2	56	7,6	10	2,3	56	7,9
11	2,3	57	7,8	11	2,4	57	8,0
12	2,4	58	7,9	12	2,6	58	8,2
13	2,5	59	8,0	13	2,7	59	8,3
14	2,7	60	8,1	14	2,8	60	8,4
15	2,8	61	8,2	15	2,9	61	8,5
16	2,9	62	8,3	16	3,0	62	8,6
17	3,0	63	8,5	17	3,2	63	8,8
18	3,1	64	8,6	18	3,3	64	8,9
19	3,3	65	8,7	19	3,4	65	9,0
20	3,4	66	8,8	20	3,5	66	9,1
21	3,5	67	8,9	21	3,7	67	9,2
22	3,6	68	9,1	22	3,8	68	9,4
23	3,7	69	9,2	23	3,9	69	9,5
24	3,8	70	9,3	24	4,0	70	9,6
25	4,0	71	9,4	25	4,1	71	9,7
26	4,1	72	9,5	26	4,3	72	9,9
27	4,2	73	9,6	27	4,4	73	9,9
28	4,3	74	9,8	28	4,5	74	10,0
29	4,4	75	9,9	29	4,6		
30	4,6	76	10,0	30	4,7		
31	4,7			31	4,9		
32	4,8			32	5,0		
33	4,9			33	5,1		
34	5,0			34	5,2		
35	5,1			35	5,4		
36	5,3			36	5,5		
37	5,4			37	5,6		
38	5,5			38	5,7		
39	5,6			39	5,8		
40	5,7			40	6,0		
41	5,9			41	6,1		
42	6,0			42	6,2		
43	6,1			43	6,3		
44	6,2			44	6,5		
45	6,3			45	6,6		

Onderwerpregister

In het volgende schema wordt verwezen naar de nummers van vragen uit hoofdstukken en examens.

natuurkunde	deel 1	deel 2a	
		2021-I	2022-I
A-Vaardigheden	hoofdstuk 1 1 - 12	12, 13, 14	1, 2, 5, 9, 12, 20
B1-Informatie-overdracht	hoofdstuk 2 1 - 22	8-12	23, 24, 25
B2-Medische beeldvorming	hoofdstuk 3 1 - 18	15-20	16, 17, 21, 22
C1-Kracht en beweging	hoofdstuk 4 1 - 19		1, 3, 4, 5
C2-Energie en wisselwerking	hoofdstuk 5 1 - 16	16, 18	2
C3-Gravitatie	hoofdstuk 6 1 - 15	2-6	19
D1-Elektrische systemen	hoofdstuk 7 1 - 15	21, 22	11, 12
D2-Elektrische en magnetische velden	hoofdstuk 8 1 - 17		18, 19, 20
E2-Elektrromagnetische straling en materie	hoofdstuk 9 1 - 17	1, 7, 24, 25	6, 7, 10, 13, 14, 15
F1-Quantumwereld	hoofdstuk 10 1 - 19	23-25	8, 9

deel 2a (vervolg)

2022-II	2023-I	2023-II
4, 11, 17, 22, 23	3, 4, 15, 18, 19, 20	5, 14, 15, 20, 24, 27
3, 4, 8	16, 17, 19, 20	15, 16
9	21, 22	8, 12
1, 2	1, 2, 4, 10	2, 3, 4, 6, 7
5, 6, 7, 21	3	1, 2
19, 20, 22, 23, 24	9, 13	13, 24, 25
	5 – 8	20 – 22
10	11 – 13	17 – 19
12, 13, 14, 15, 16, 17, 18	14, 15	9 – 11, 23, 26 – 28
	23 – 25	

Aantekeningen

examen
bundel®

Slim leren, zeker slagen



JE KUNT
HET!

! Veel succes #
met je examens!

Meer hulp nodig? Op [examenbundel.nl](https://www.examenbundel.nl)
vind je alles om je optimaal voor te
bereiden op je examens.

#ikgazekerslagen #geenexamenstress [examenbundel.nl](https://www.examenbundel.nl)

examenbundel >

vwo Nederlands
vwo Engels
vwo Duits
vwo Frans
vwo Economie
vwo Bedrijfseconomie
vwo Maatschappijwetenschappen
vwo Geschiedenis
vwo Aardrijkskunde
vwo Wiskunde A
vwo Wiskunde B
vwo Wiskunde C
vwo Scheikunde
vwo Biologie
vwo Natuurkunde

samengevat }

vwo Economie
vwo Bedrijfseconomie
vwo Maatschappijwetenschappen
vwo Geschiedenis
vwo Aardrijkskunde
vwo Wiskunde A
vwo Wiskunde B
vwo Wiskunde C
vwo Scheikunde
vwo Biologie
vwo Natuurkunde
havo/vwo Nederlands 3F/4F
havo/vwo Rekenen 3F

Tips, tricks en informatie die jou helpen bij het slagen voor je eindexamen vind je op examenbundel.nl! Nog meer kans op slagen? Volg ons ook op social media. #geenexamenstress



examenidioom + examenbundel + samengevat + zeker slagen! = #geenexamenstress

examenidioom

vwo Engels
vwo Duits
vwo Frans

zeker slagen!

voor vwo, havo én vmbo

