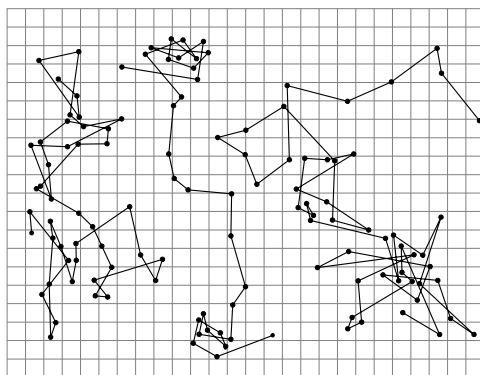


Brownovo gibanje

Matej Rojec

1 Uvod

Brownovo gibanje (več v [1]) je intuitivno slučajen proces, ki predstavlja naključno gibanje delcev v mediju.



Slika 1: Reprodukcijska slika iz Jean Baptiste Perrin, *Mouvement brownien et réalité moléculaire*, Ann. de Chimie et de Physique (VIII) 18, 5-114, 1909

2 Definicije

Definicija 2.1 (Standardno Brownovo gibanje). *Standardno Brownovo gibanje $\{B_t\}_{t \geq 0}$ je slučajen proces z naslednjimi lastnostmi:*

- $B_0 = 0$,
- Prirastki $B_{t_n} - B_{t_{n-1}}, B_{t_{n-1}} - B_{t_{n-2}}, \dots, B_2 - B_1, B_1 - B_0$ so neodvisne slučajne spremenljivke za vsak $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$,
- Za vsak $t \geq 0$ in $h > 0$ velja $B_{t+h} - B_t \sim \mathcal{N}(0, h)$,
- Funkcija $t \mapsto B_t$ je zvezna skoraj gotovo.

Definicija 2.2 (Čas ustavljanja). *Slučajna spremenljivka τ na verjetnostnem prostoru (Ω, \mathcal{F}, P) z vrednostmi v \mathbb{R}^+ je čas ustavljanja glede na filtracijo $(\mathcal{F}_t)_{t \in T}$, če velja:*

$$\forall t \in T : \{\tau \leq t\} \in \mathcal{F}_t.$$

3 Izrek

Izrek 3.1 (Sklep o ustavljenem Brownovem gibanju). *Naj bo $\{B_t\}_{t \geq 0}$ standardno Brownovo gibanje, τ čas ustavljanja glede na $(\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$ in naj velja $P[\tau < \infty] = 1$. Potem je tudi proces*

$$\hat{B} := \{B_{T+t} - B_T \mid t \geq 0\}$$

standardno Brownovo gibanje in neodvisen od \mathcal{F}_T .

V besedilu se na izrek sklicujemo kot 3.1.

Literatura

- [1] Ioannis Karatzas and Steven E. Shreve. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer, 1991.