编程作业一实验报告

崔士强 PB22151743

2024 年 3 月 17 日

1 算法

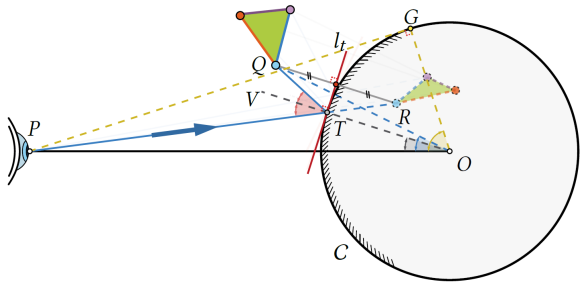

图 1: 示意图

在 Computational Mirror Cup and Saucer Art 中有以下结论:

当 $\angle POT$ 从 0 增加到 $\min \angle POQ, \angle POG$ 时，其中 $G \in \mathbb{C}$ 且满足 $PG \perp OG$，$\angle PTV$ 严格增加而 $\angle QTV$ 严格减小，并且 $\angle PTV - \angle QTV$ 从负值严格增加到正值.

因此，我们可以采用二分法找到点 T, 使得 $\angle PTV - \angle QTV = 0$. 以 $\angle POQ$ 为上界，0 为下界，取角平分线，若 $\angle PTV - \angle QTV > 0$，则取左半边，否则取右半边，直到 $\angle PTV - \angle QTV$ 足够小.

Algorithm 1 Binary search for T

Input: x_P, x_Q, y_Q

Output: $T \in \mathbb{C}$, $\angle PTV - \angle QTV = 0$

$l \leftarrow 0$
$r \leftarrow \angle POQ$
while $\angle PTV - \angle QTV > \varepsilon$ **do**
    $m \leftarrow (l + r)/2$
    if $\angle PTV - \angle QTV > 0$ **then**
        $l \leftarrow m$
    else
        $r \leftarrow m$
    end if
end while
return T

找到 T 后，通过延长 PT 可以找到 R，延长的长度为 QT

2 实验结果

实验中对 8 个测试样例进行计算，通过`np.set_printoptions(precision=20, suppress=True)`设置输出精度以及格式. 上述算法中 $\varepsilon = 10^{-8}$. 程序实现中使用递归实现二分法查找，输出结果包括递归深度，T, R 的坐标以及每个样例的计算时间. 结果如下图所示:

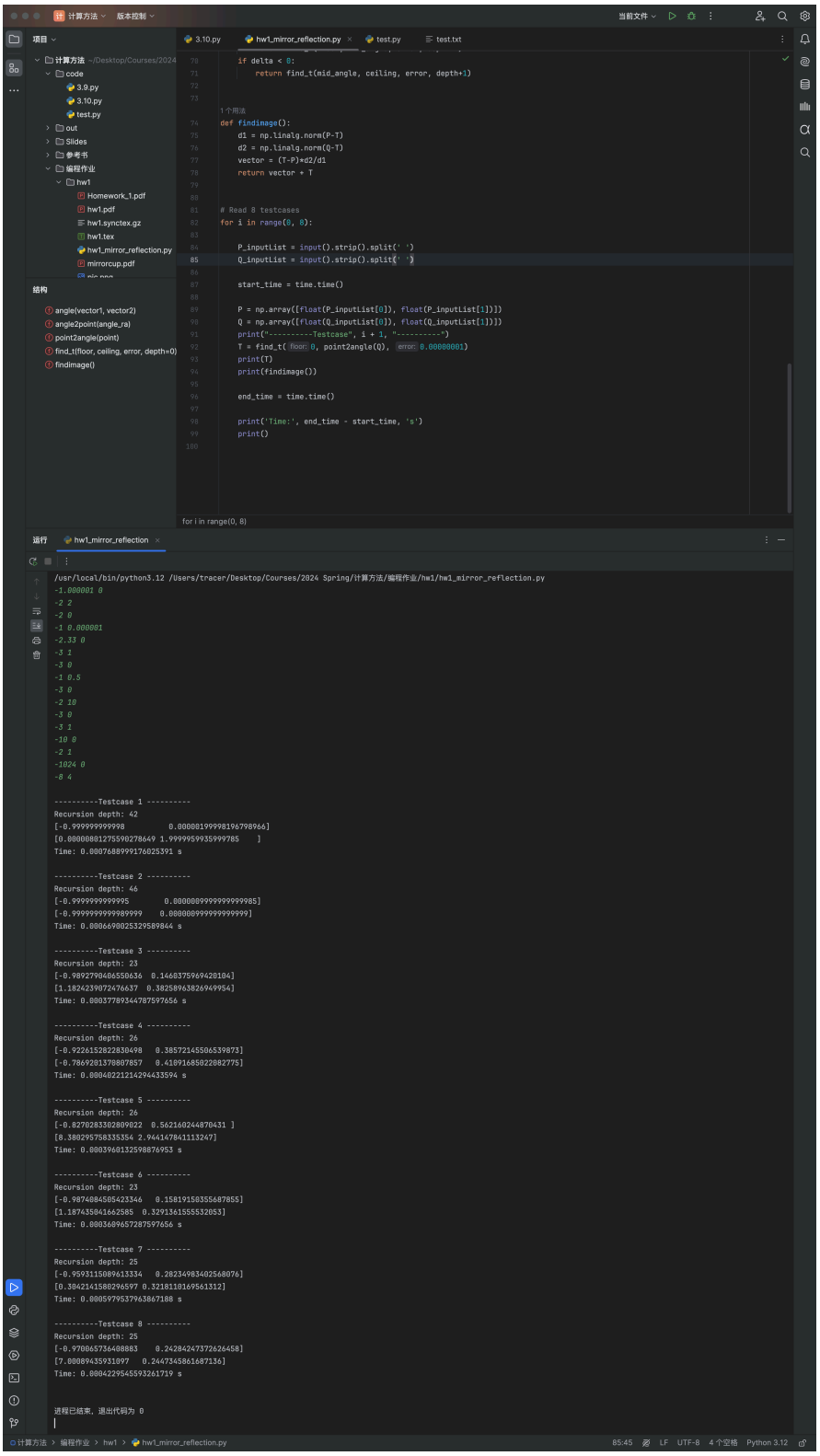

图 2: 计算结果

3 实验分析

3.1 精确度

本算法的精度问题主要来自于二分法中设置的判定阈值 ε 以及`int`类型的精确度.

3.2 稳健性分析

1. 此程序并未对不合法输入进行处理，默认输入的两个点符合规则
2. 对于边缘情况，程序中通过提高输出精度的方法保证结果准确度. 可以看到对于边缘情况的处理需要更多层的递归.