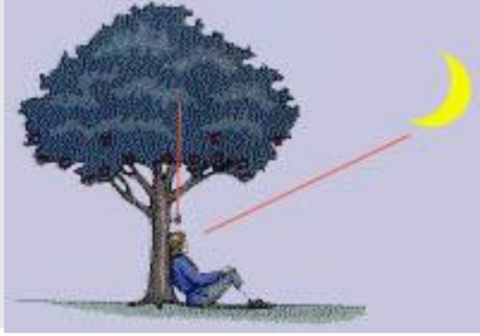
中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

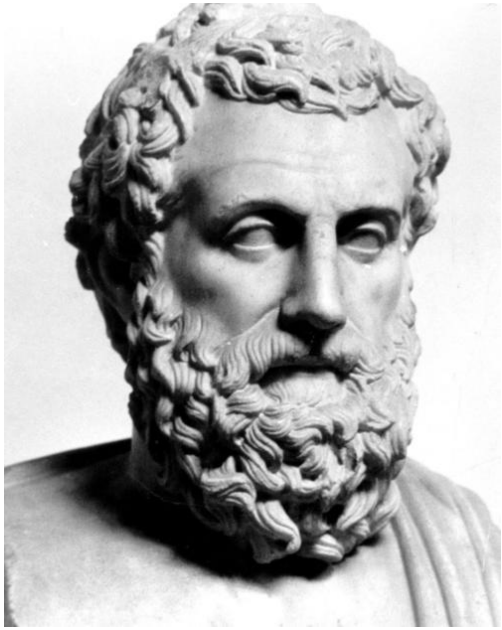


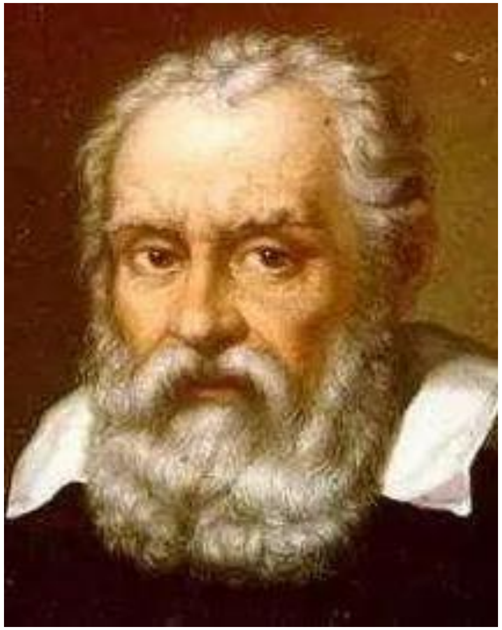
University Physics
大 学 物 理

第二章　质点动力学

一、运动和力关系的认知过程

"自然与自然规律隐匿于黑暗之中，上帝说，'让牛顿出世吧'，于是，一切都变得光明"。





力是产生和维持运动的原因。

只要没有增加或减小速度的外部原因，运动的物体会保持这种速度。

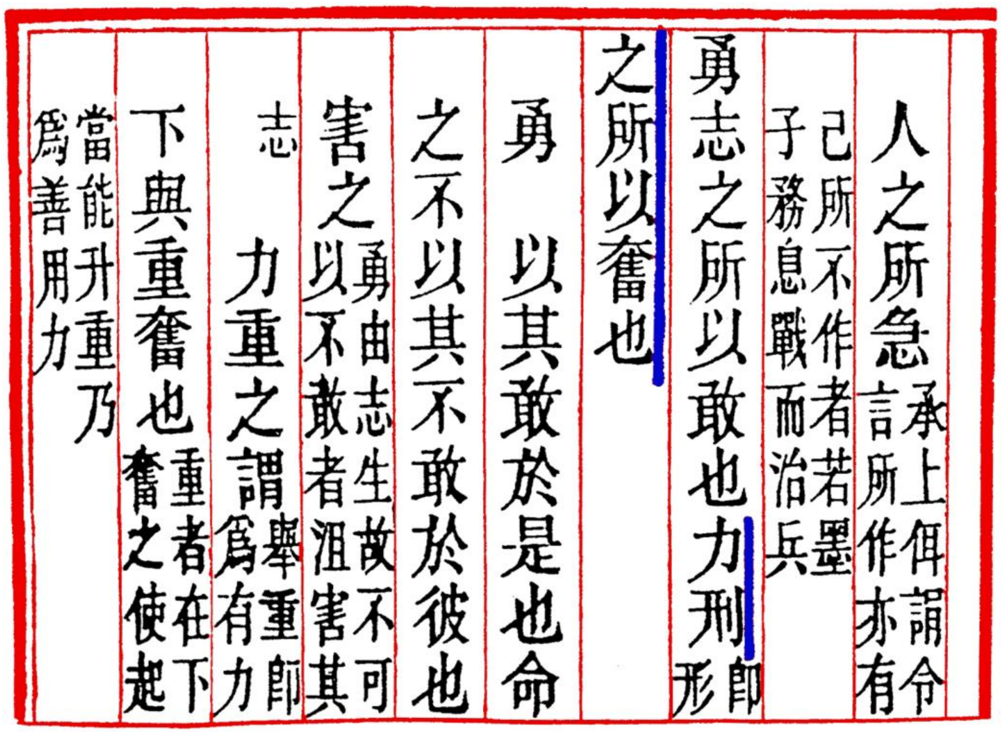
力是改变运动状态的原因。

力决定速度

惯性维持速度

力决定加速度

“力，形之所奋也。”—墨子



人之所急承上偁謂令言所作亦有己所不作者若墨子務息戰而治兵

勇志之所以敢也力刑即形之所以奮也

勇　以其敢於是也命之不以其不敢於彼也

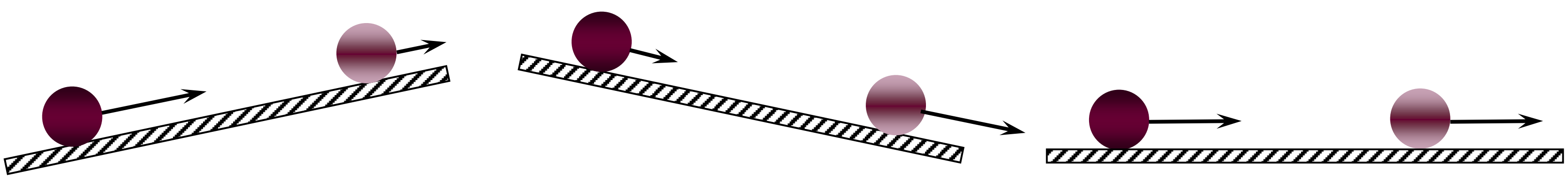
害之勇由志生故不可以不敢者沮害其志

力重之謂舉重即爲有力下與重奮也重者在下奮之使起當能升重乃爲善用力

（公元前476—公元前390）

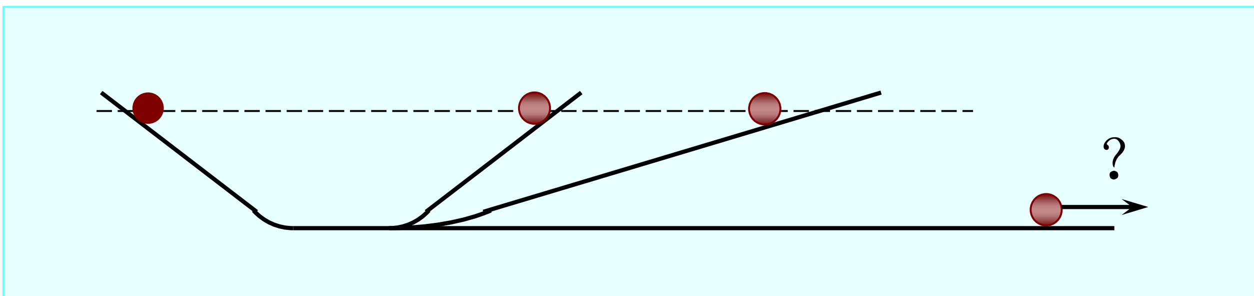
二、伽利略理想实验

球沿斜面往上滚动时速度减小，沿斜面往下滚动时速度增大，若沿水平面滚动则速度不变。小球将永远保持匀速直线运动的状态。



实际速度变小的原因是摩擦力的存在。

球沿一斜面滚下，沿另一斜面往上滚动到同一高度，若减小后一斜面坡度，则小球将滚得更远。若将后一斜面放平则小球将永远滚动下去并保持匀速直线运动的状态。

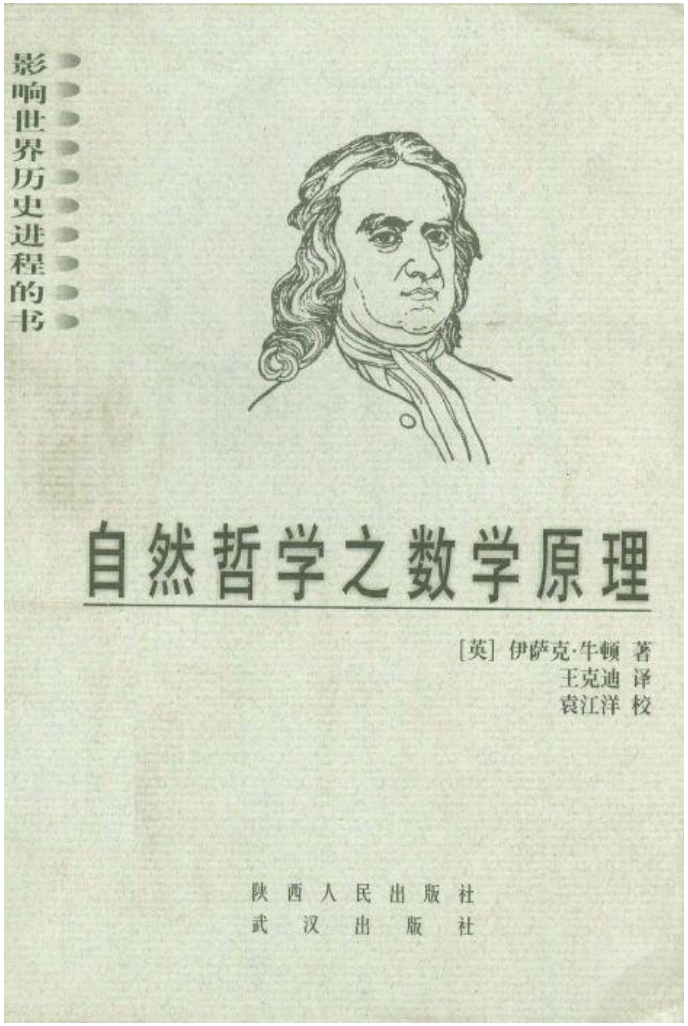


不受任何外界作用的小球是不存在的，伽利略的理想实验不可能由实验严格验证，它们是理想化抽象思维的产物。

爱因斯坦说：“伽利略的发现以及他所用的科学推理方法是人类思想史上最伟大的成就之一，而且标志着物理学的真正开端。”

§ 2-2 牛顿运动定律

1687年《自然哲学的数学原理》出版



- 数学贡献：微积分
- 物理贡献
  - 运动三定律、
  - 物理概念：惯性、质量、力、万有引力
- 科学和哲学的贡献
  - 数学物理结合，为科学提供了一个样板
  - 把天体的运动和地球上的运动统一起来，使科学的信誉和权威骤然倍增

一、牛顿三定律：

牛顿第一定律： 每个物体继续其静止或匀速直线运动状态，除非施加在其上的力迫使其改变状态。

牛顿第二定律： 运动的变化正比于所施加的力，并且发生在沿着所施加力的方向上。

这里的运动是速度和质量的乘积，就是“**动量**”：

$$\vec{F}=\frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}$$

当m为常数，有 $\vec{F}=m\vec{a}$

牛顿第三定律： 两个物体之间的相互作用，总是相等并方向相反。

$$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$$

1、牛顿第一定律也称惯性定律

自由质点永远保持静止或匀速直线运动的状态。

自由质点：不受任何其他物体的作用或其他物体的作用相互抵消。

第一定律指出：

(1)任何物体具有惯性，即保持其运动状态不变的性质；

(2)力是改变物体运动状态的原因，而不是维持运动的原因。

2. 惯性系

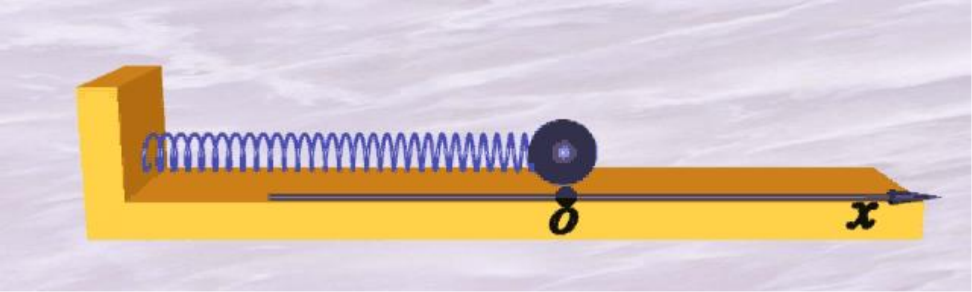
- 惯性定律并不是在任何参照系中都是成立的
- 惯性定律能成立的参照系称为惯性参照系(惯性系)
- 相对于惯性系作匀速直线运动的任何其他参照系也都是惯性系。

地球不是一个严格的惯性系，但是当所讨论问题涉及的空间范围不太大、时间不太长时，地球可看作一个近似程度相当高的惯性系。

三、关于第二定律

1. 惯性质量

质量就是质点所受外力与产生的加速度之比----**惯性质量**



考虑两个质点0和1，对于相同的拉伸长度，两个质点受力相同，则有：

$$\begin{cases} m_0 a_0 = F \\ m_1 a_1 = F \end{cases} \Rightarrow m_0 a_0 = m_1 a_1 \Rightarrow \boxed{m_1 = \frac{a_0}{a_1} m_0}$$

若取 $m_0 = 1$（国际计量局的千克原器），即以质点0作为“标准”质点，则 m_1 称为质点 1 的**质量**。

- 质点的质量越大就越不容易改变其运动状态，称该质点的“惯性”也越大。因此以上定义的质量称为惯性质量

- 国际单位制（SI制）中质量的单位为 *kg*

- 地球表面的物体所受的重力$P = mg$，这里的m由万有引力定律定义，称为引力质量

两者在10^{-11}的精度下精确相等！

2. 力的定义

质点所受到的作用力等于其动量的时间变化率。

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

单位：$N \quad \left({}^{kg \cdot m}\!/_{s^2} \right)$

3. 质点动力学方程

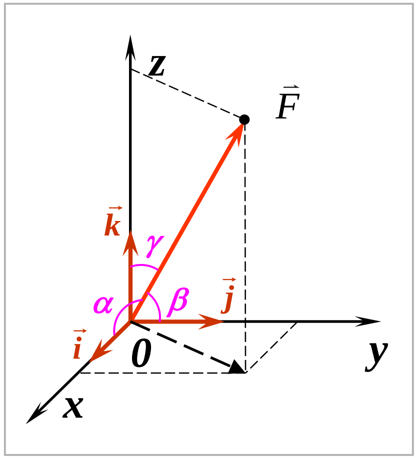
$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

又称质点的运动微分方程（牛顿方程）

动力学（微分）方程

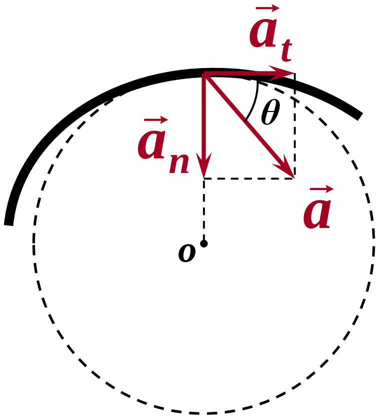
$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

直角坐标系中：



$$\begin{cases} F_x = ma_x = m\dfrac{dv_x}{dt} = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = ma_y = m\dfrac{dv_y}{dt} = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ F_z = ma_z = m\dfrac{dv_z}{dt} = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

自然坐标系中：



$$\begin{cases} F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{R} \\ F_t = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$

四、单位制和量纲：

1、单位制：

基本量：　　长度(*L*)、质量(*M*)、时间(*T*)

基本单位：米（*m*）、千克（*kg*）、秒（*s*）

※其它力学量的单位可依据物理规律由基本单位导出。

这些力学量称为导出量，它们的单位称为导出单位。

2、量纲：

量纲是物理量的基本属性，基本量是具有独立量纲，导出量是指其量纲可以表示为基本量量纲组合的物理量

量纲式： $[Q] = L^p M^q T^r$

p、q、r 称为Q的量纲指数

速度	$[v]=[s]/[t]=LT^{-1}$
加速度	$[a]=[v]/[t]=LT^{-2}$
动量	$[p]=[m][v]=LMT^{-1}$
力	$[f]=[p]/[t]=LMT^{-2}$

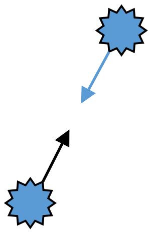
3、量纲法则：

※只有量纲相同的量才可以相加减或相等。

四、关于第三定律

- 惯性定律**确定了惯性系参考系**
- 第二定律描述**单质点动力学规律**
- 第三定律指出了**相互作用力的关系**

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{\mathbf{F}}_i=\frac{d(m\vec{\mathbf{v}})}{dt}$$



§2-3 常见的几种力

牛顿定律的出现，由 $\vec{F}=m\vec{a}$ 可以导出物体的运动，即，**力决定了物体的运动，**因此识别、分类、描述各种力就很重要。

通过实验和研究，得到了各种力的经验描述，它们有：**张力、弹力、粘滞力、摩擦力、电力、磁力**等等。

力 $\vec{F}$ 到底是什么？

哪些是基本力？各种力如何归并到基本力中？

一、自然界四种基本的相互作用

力的种类	相互作用的粒子	力的强度	力程
万有引力	一切物质	10^{-38}	无限远
弱力	大多数粒子	10^{-13}	小于10^{-17}m
电磁力	电荷	10^{-2}	无限远
强力	核子、介子等	1	10^{-15}m

以 10^{-15} 处强相互作用力的强度为1

强：原子核内部质子间相互作用；
弱：粒子间衰变、反应中的相互作用

强相互作用

电磁作用

弱相互作用

电弱作用

标准模型（ ？ ）

万有引力相互作用

大统一理论（GUT）？

Photo from the Nobel Foundation archive.
Sheldon Lee Glashow
Prize share: 1/3

Photo from the Nobel Foundation archive.
Abdus Salam
Prize share: 1/3

Photo from the Nobel Foundation archive.
Steven Weinberg
Prize share: 1/3

温伯格
格拉肖
萨拉姆

弱相互作用
电磁相互作用

电弱相互作用理论

三人于1979年获诺贝尔物理学奖

鲁比亚--范德米尔实验证明电弱相互作用，1984年获诺贝尔奖

二、力学中常见的作用力

1、重力（万有引力）

地球对表面附近物体的吸引力

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

重力实质上是万有引力：

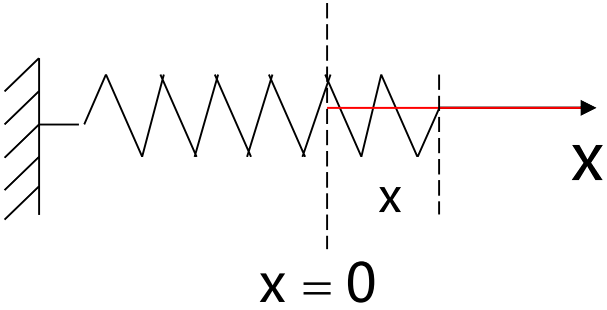
$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r$$

与引力相似的还有库仑力--电力

$$\vec{F} = k_e\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$

2、弹性力

常见弹性力有：正压力、张力、弹簧弹性力等。

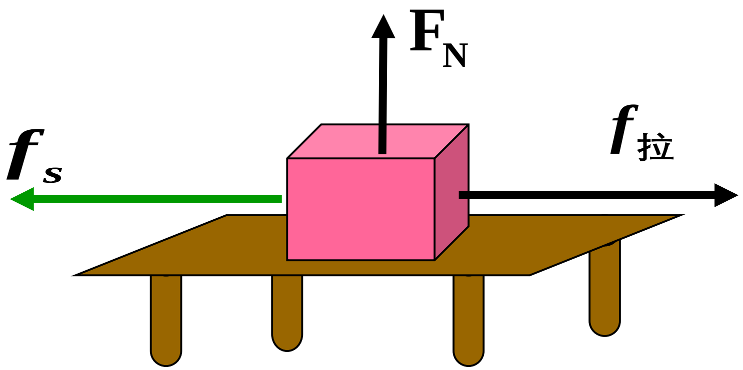


弹簧弹性力 $$f = -kx$$

——胡克定律

x:—偏离**平衡位置**的位移，即弹簧的形变

3、摩擦力



最大静摩擦力 $F_{smax} = \mu_s F_N$

静摩擦因数 μ_s

静摩擦力 $F_s \le F_{smax}$

未滑动： $\vec{f}_s = -\vec{f}_{拉}$

将滑动： $f_{拉} = \mu_s F_N$

滑动： $f_{拉} = \mu_k F_N$

滑动摩擦力 $F_k = \mu F_N$

滑动摩擦因数 μ_k

一般情况 $\mu_s \approx \mu_k$

种类	产生条件	方向	大小	作用点
1.重力	地球对物体的吸引	竖直向下	W = mg	重心（重心不一定在物体上）
2.弹力	a.相互接触 b.发生弹性形变	a.物体间的弹力垂直于接触面 b.沿着形变方向（绳子的弹力沿绳子）	a.牛顿定律计算 b.弹簧的弹力F=kx	a.接触面上 b. 与物体的接触点

种类	产生条件	方向	大小	作用点
3. 静摩擦力	*a*.接触面粗糙 *b*.存在弹力 *c*.相对静止且有相对运动趋势	沿接触面且与相对运动趋势方向相反	$0<f\le f_m$, $f_m=\mu_0 N$ 牛顿定律计算（平衡时等于除f外的切向合力）	接触面上
4. 滑动摩擦力	a.接触面粗糙 b.存在弹力 c.有相对运动	沿接触面且与相对运动方向相反	$f=\mu N$ （一般有$\mu_0>\mu$）	接触面上

质点动力学的两类问题：

（1）微分问题：由$m, \vec{r}=\vec{r}(t)$或$\vec{v}=\vec{v}(t) \quad \rightarrow \quad \vec{F}=\vec{F}(t)$

（2）积分问题：由$m, \vec{F}=\vec{F}(t) \quad \rightarrow \quad \vec{v}=\vec{v}(t), \quad \vec{r}=\vec{r}(t)$

解动力学问题的步骤：

（1）隔离物体，画受力图，分析运动情况；

（2）选择合适的坐标系；

（3）列方程，先求代数解，再求数值解。

例题： 静止在x_0处的质量为m的物体，在力$F=-k/x^2$的作用下沿x轴运动，证明物体在x处的速率为：$v^2=\dfrac{2k}{m}(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x_0})$

这是一个一维问题

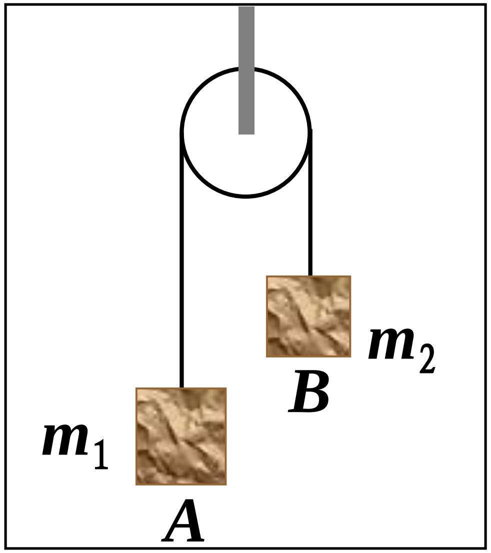
由牛顿第二定律： $F=ma$，即 $-\dfrac{k}{x^2}=m\dfrac{dv}{dt}$

而 $m\dfrac{dv}{dt}=m\dfrac{dv}{dx}\cdot\dfrac{dx}{dt}=m\dfrac{vdv}{dx}$

得 $mvdv=-\dfrac{k}{x^2}dx$

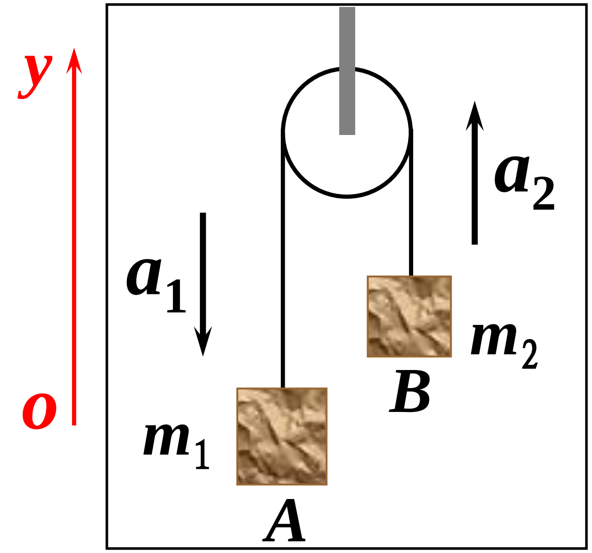
$\therefore\ \int_0^v vdv=-\dfrac{k}{m}\int_{x_0}^{x}\dfrac{dx}{x^2}$ $\qquad \dfrac{1}{2}v^2=-\dfrac{k}{m}(\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{1}{x})$

例　设电梯中有一质量可以忽略的滑轮，在滑轮两侧用轻绳悬挂着质量分别为m_1和m_2的重物A和B，已知$m_1>m_2$ 。当电梯(1)匀速上升，(2)匀加速上升时，求绳中的张力和物体A相对于电梯的加速度。



分别对A和B进行受力分析，列牛顿方程

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_1 \\ m_2\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_2 \end{cases}$$



以地面为参照系，y轴竖直向上建一维坐标系

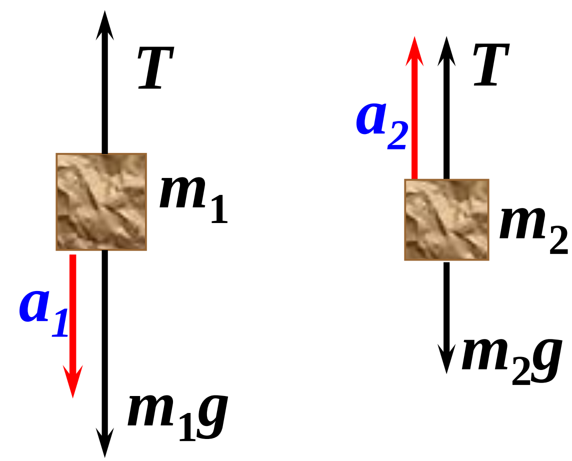
$$\begin{cases} m_1\left(-g\vec{j}\right) + T\vec{j} = m_1\left(-a_1\vec{j}\right) \\ m_2\left(-g\vec{j}\right) + T\vec{j} = m_2\left(a_2\vec{j}\right) \end{cases}$$

(1) 电梯匀速上升时： $a_1 = a_2 = a_r$

$$\begin{cases} T - m_1 g = -m_1 a_r \\ T - m_2 g = m_2 a_r \end{cases}$$

解得：

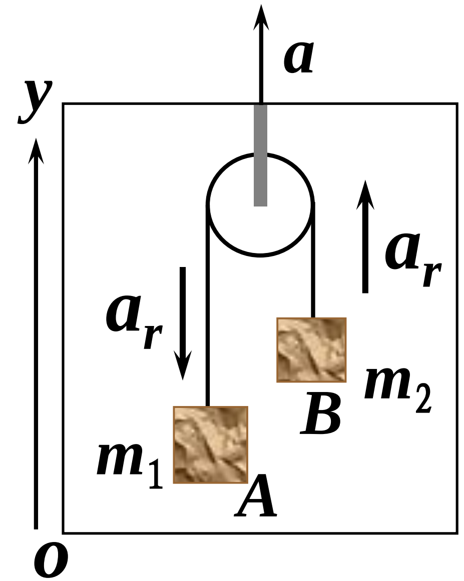
$$\begin{cases} a_r = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \\ T = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \end{cases}$$



(2) 电梯以加速度a上升时，A对地的加速度$a-a_r$，B对地的加速度为$a+a_r$，根据牛顿第二定律，对A和B分别得到：

$$\begin{cases} T-m_1g=m_1(a-a_r) \\ T-m_2g=m_2(a+a_r) \end{cases}$$

相对于地的绝对加速度



解得：

$$\begin{cases} a_r=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}(a+g) \\ T=\dfrac{2m_1m_2}{m_1+m_2}(a+g) \end{cases}$$

讨论： 1）由(2)的结果，令$a=0$，即回到(1)的结果

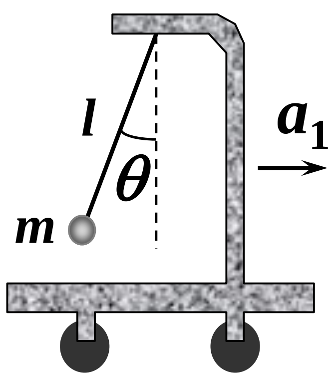
$$a_r=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g\,,\quad T=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}g$$

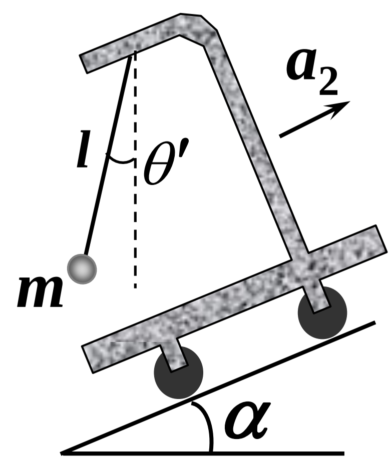
2）存在向上的a，使得绳中的张力增加。

例 一个质量为m、悬线长l的摆锤，挂在固定于小车的架子上，求下列情况下悬线与竖直方向所成的角θ和悬线中的张力：

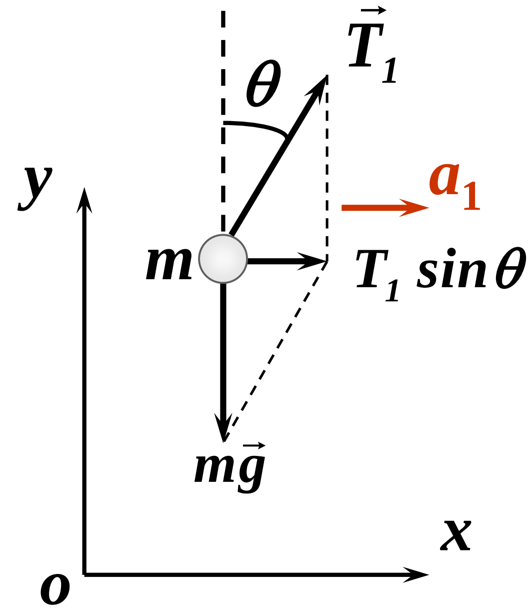
(1)小车沿水平方向以加速度a_1作匀加速直线运动。

(2)小车以加速度a_2沿坡度为α的斜面向上作匀加速直线运动。





(1)建立图示坐标系，以小球为研究对象，分析受力和运动。

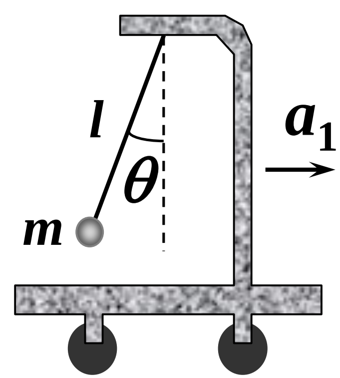


列方程：

$$\begin{cases} x\text{方向：} \; T_1\sin\theta = ma_1 \\ y\text{方向：} \; T_1\cos\theta = mg \end{cases}$$

解得：

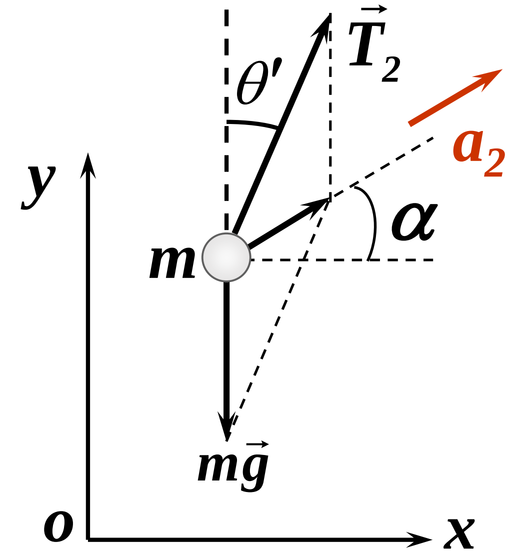
$$\begin{cases} T_1 = m\sqrt{g^2 + a_1^2} \\ \theta = \mathrm{arctg}\dfrac{a_1}{g} \end{cases}$$



(2)建立图示坐标系，以小球为研究对象，分析受力和运动。

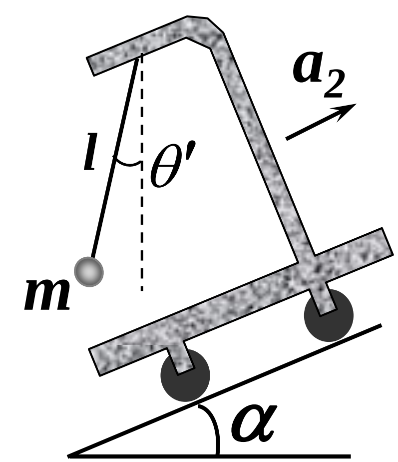
利用牛顿第二定律，列方程：

$$\begin{cases} x\text{方向：} T_2 \sin\theta' = ma_2 \cos\alpha \\ y\text{方向：} T_2 \cos\theta' - mg = ma_2 \sin\alpha \end{cases}$$



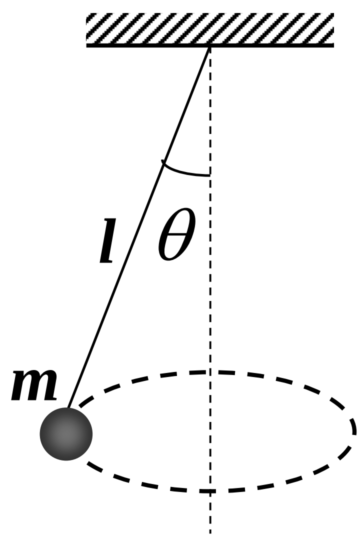
求解上面方程组，得到：

$$\begin{cases} \theta' = \arctan\dfrac{a_2 \cos\alpha}{g + a_2 \sin\alpha} \\ T_2 = m\sqrt{2ga_2^2 \sin\alpha + a_2^2 + g^2} \end{cases}$$

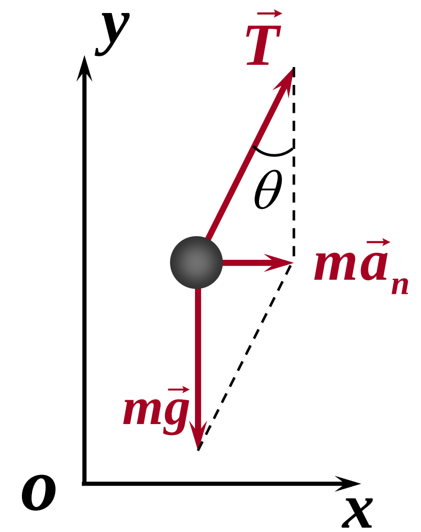


➢ 以上结果均和悬线长度 l 无关

例 一小球 m 用轻绳悬挂在天花板上，绳长 $l = 0.5m$，使小球在一水平面内作匀速率圆周运动，转速 $n = 1$ r/s。这种装置叫做圆锥摆。求这时绳和竖直方向所成的角度。



以小球为研究对象，进行受力分析：



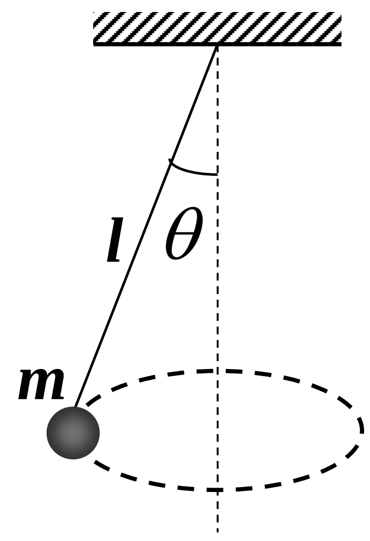
列方程：

$$\begin{cases} x\text{方向} & T\sin\theta = m\omega^2 r = m\omega^2 l\sin\theta \\ y\text{方向} & T\cos\theta = mg \end{cases}$$

求出张力：

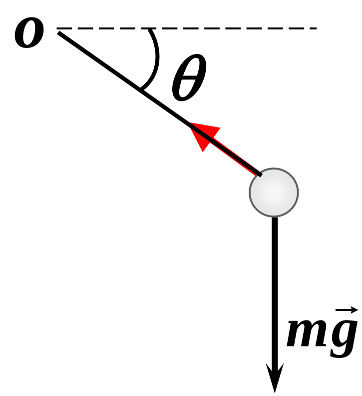
$$T = m\omega^2 l = m(2\pi n)^2 l$$

$$\therefore\quad \theta = \arccos\frac{g}{4\pi^2 n^2 l} = 60^\circ 13'$$



➢ θ与小球的质量m无关。

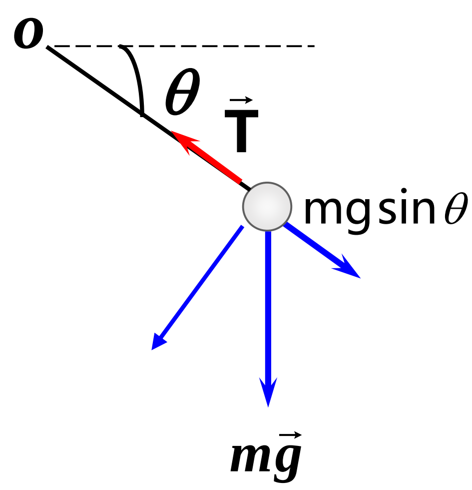
例 一个质量为m的珠子系在线的一端，线的另一端绑在墙上的钉子上，线长为l。先拉动珠子使线保持水平静止，然后松手使珠子下落。求线摆下至 θ 角时珠子的速率和线的张力。



选择极坐标系 $\vec{r} = r\vec{e}_r$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = r\frac{d\vec{e}_r}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{e}_\theta - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\vec{e}_r$$



列方程：在$\vec{e}_r$方向上 $\boxed{mg\sin\theta - T = -ml\omega^2}$

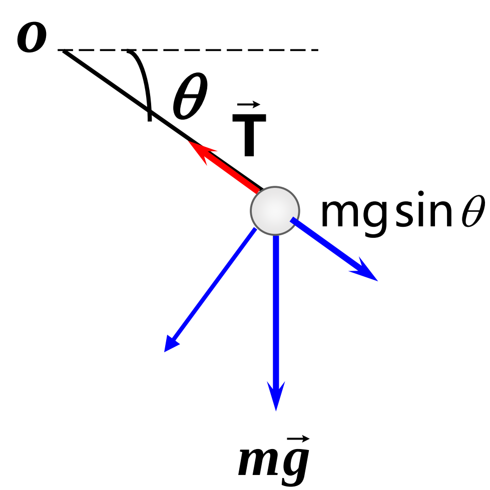
在$\vec{e}_\theta$方向上 $\boxed{-mg\cos\theta = ml\frac{d^2\theta}{dt^2}}$

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d}{dt}(l\frac{d\theta}{dt}) = \frac{d}{d\theta}(v)\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{l}(l\frac{d\theta}{dt})\frac{dv}{d\theta} = \frac{v}{l}\frac{dv}{d\theta}$$

因此： $-mg\cos\theta = m\dfrac{v}{l}\dfrac{dv}{d\theta}$

$$-\int_0^{-\theta} l\,g\cos\theta d\theta = \int_0^{v} v dv$$

即 $\boxed{v^2 = 2l\,g\sin\theta}$



在$\vec{e}_r$方向上

$$T = mg\sin\theta + ml\omega^2 = mg\sin\theta + m\frac{1}{l}(l\omega)^2$$

$$= mg\sin\theta + m\frac{1}{l}(2lg\sin\theta)$$

$$= 3mg\sin\theta$$

§2-5 非惯性系与惯性力

□ 惯性系中

$\vec{F}=m\vec{a}$ ，力必须是真实力，有施力物体。

□ 非惯性系中

- 在非惯性系下的力学系统存在着**惯性力**,无论处于什么状态（静止、运动）。

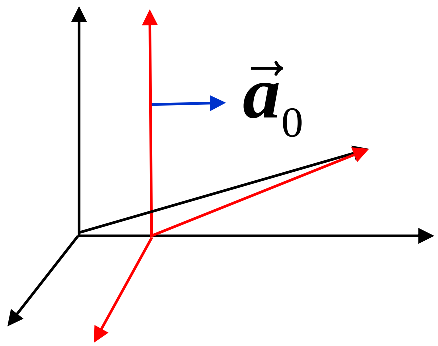
  比如：公共汽车在转弯的时候对车上的物体作用有离心惯性力, 这已是常识。

- 如果**在非惯性系内建立动力学方程**, 则**质量与非惯性系下的加速度乘积**, 除了与**真实力**有关, 还与非惯性系下产生**惯性力**有关。

$$m\vec{a}_{非}=\vec{F}_{真}+\vec{F}_{惯}$$

一、平动加速参照系

惯性系S系，平动加速系 S'系，由运动学的加速度合成公式, 有:



$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\left(\vec{a}' + \vec{a}_0\right) = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$$

则 $\boxed{\vec{F} + (-m\vec{a}_0) = m\vec{a}'}$

$-m\vec{a}_0$: 平移惯性力

"平移惯性力"特点：

- 由参照系选择"不恰当"导致，没有施力物体，也称为"虚拟力"
- 和质量成正比，与参照系加速度成正比，方向反平行于参照系加速度。

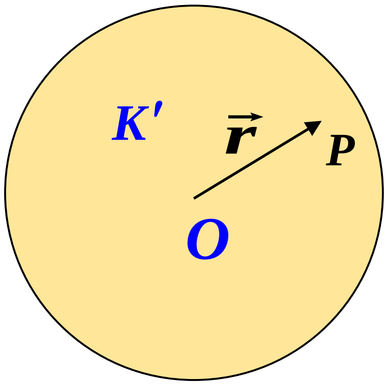
二、转动参考系惯性力

圆盘参照系K'以角速度 ω 对惯性系K作匀速转动

1. 圆盘中质点P，相对于圆盘静止，质量为m

$$\vec{F}_{总}=0 \quad 即 \quad \vec{F}_{真}+\vec{F}_{in}=0, \quad \vec{F}_{in}=-\vec{F}_{真}$$

$$\because \vec{F}=m\vec{a}=m\vec{a}_n=m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})=-m\omega^2 r\vec{e}_r$$



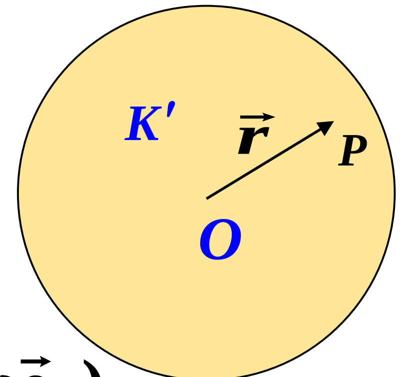
$\vec{a}_n$： 向心加速度，方向指向圆心

$$\therefore \vec{F}_{in}=m\omega^2 r\vec{e}_r$$

$\boxed{\text{惯性离心力：方向沿半径方向，背离圆心}}$

2. P相对圆盘沿半径方向匀速运动

圆盘参照系K'以角速度 ω对惯性系K作匀速转动



在 K' 系中看仍有 $\vec{F}+\vec{F}_{in}=0$

只要求出真实力F即可知道相应的虚拟力

K系： $\vec{F}=m\vec{a}$ $\vec{r}=r\vec{e}_r$

$$\vec{a}=\frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\vec{e}_r+r\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)=\frac{d}{dt}(v\vec{e}_r+r\omega\vec{e}_\theta)$$

$$=v\frac{d\vec{e}_r}{dt}+\frac{dr}{dt}\omega\vec{e}_\theta+r\omega\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}=v\omega\vec{e}_\theta+v\omega\vec{e}_\theta+r\omega^2(-\vec{e}_r)$$

$$=2v\omega\vec{e}_\theta-\omega r^2\vec{e}_r$$

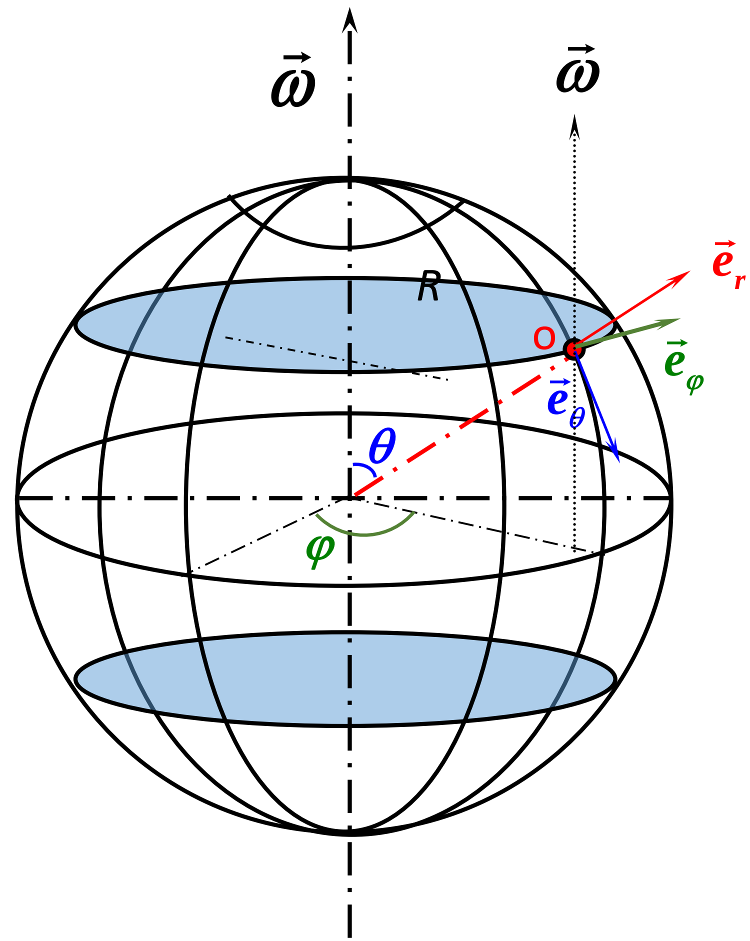
$$\therefore\vec{F}_{in}=-\vec{F}=-m\vec{a}=-2mv\omega\vec{e}_\theta+m\omega r^2\vec{e}_r$$

科里奥利力 惯性离心力

更一般地，可以得到：

$$\vec{F}_{离} = m\omega^2\vec{R}$$

$$\vec{F}_{科} = -2m(\vec{\omega}\times\vec{v}')$$



地球上这两个惯性力的效应：

- 惯性离心力是造成g 与纬度相关的原因之一

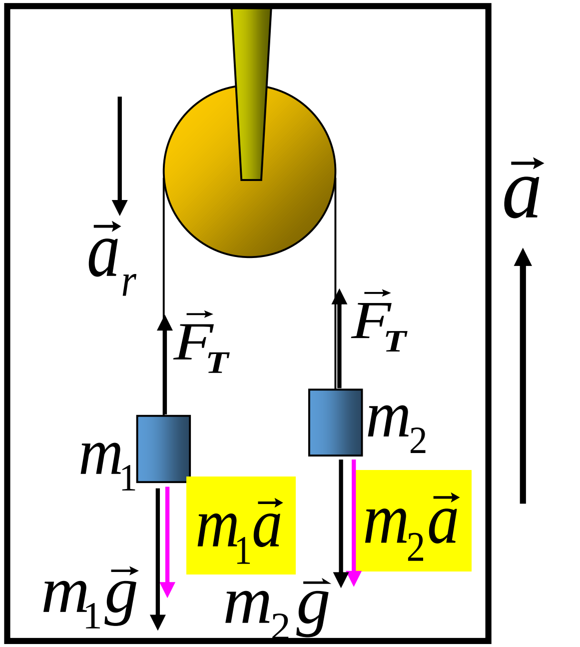
- 科里奥利力造成北半球河床冲刷右岸，导致右岸陡峭，南半球河床冲刷左岸，导致左岸陡峭。

假如你站在转动的圆盘上

例 升降电梯相对于地面以加速度a 沿铅直向上运动。电梯中有一轻滑轮绕一轻绳，绳两端悬挂质量分别为m_1和m_2的重物（ $m_1 > m_2$ ）。求：（1）物体相对于电梯的加速度；（2）绳子的张力。

解：
$$m_1 g + m_1 a - F_T = m_1 a_r$$
$$F_T - m_2 g - m_2 a = m_2 a_r$$

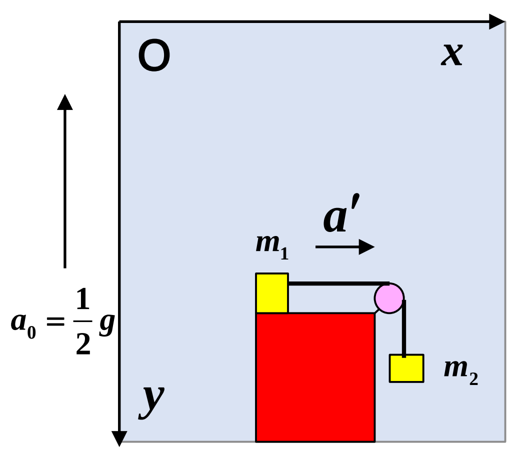
消去 $\vec{F}_T$
$$a_r = \frac{(m_1 - m_2)\cdot(g+a)}{m_1 + m_2}$$
$$F_T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}(g+a)$$



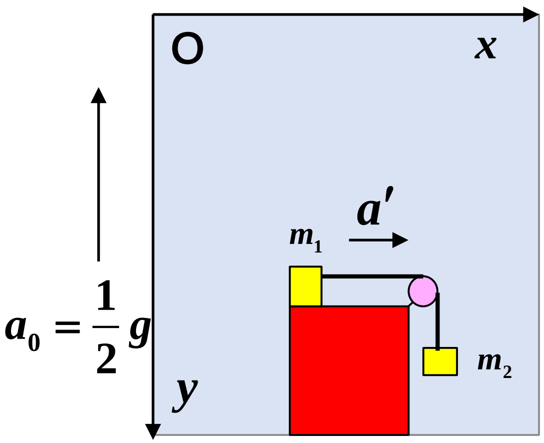
例 如图所示的升降机中，用滑轮连接两个物体 m_1=100g, m_2=200g, 升降机以加速度 $a_0=g/2=4.9\text{m/s}^2$上升，求：

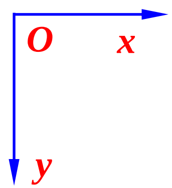
（1）在机内观测者看到这两个物体的加速度是多少？

（2）在机箱外观察者看到的加速度是多少？



以车厢为参照系，受力图如下：



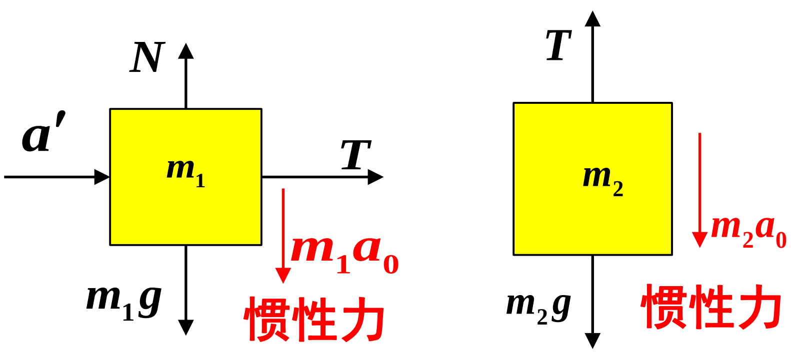


对于m_1：$T=m_1a'$

$$m_1g+m_1a_0-N=0$$

$$N=m_1(g+a_0)$$

$$a'=\frac{m_2(g+a_0)}{m_1+m_2}$$



（1）机厢内观察到m_1、m_2的加速度分别是水平和竖直方向，大小都为a'

（2）地面观察到的情况为：

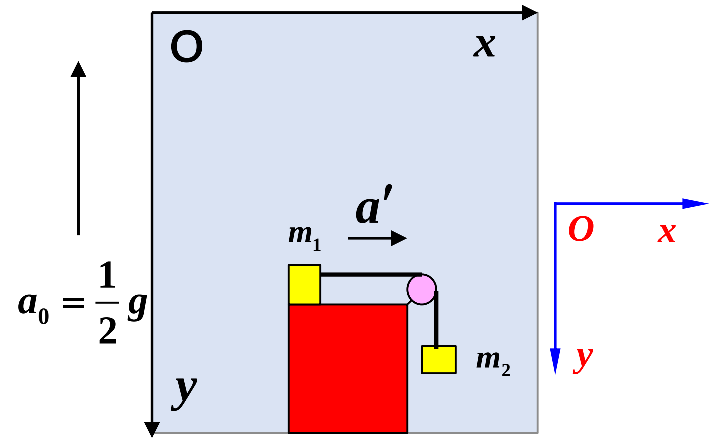
$$\vec{a}_1=\vec{a}_0+\vec{a}_1'=\frac{1}{2}g\left(-\vec{j}\right)+a'\vec{i}$$

$$\vec{a}_2=\vec{a}_0+\vec{a}_2'=\frac{1}{2}g\left(-\vec{j}\right)+a'\vec{j}$$

对于m_2：

$$m_2g+m_2a_0-T=m_2a'$$

以地面为参照系 $\vec{a}_1=\vec{a}_0+\vec{a}_1',\quad \vec{a}_2=\vec{a}_0+\vec{a}_2'$



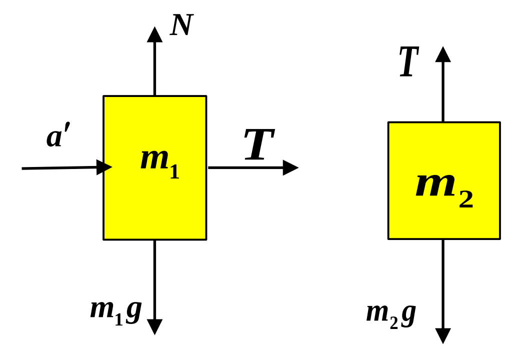
对于m_2： $m_2\vec{g}+\vec{T}_2=m_2\vec{a}_2$

$$m_2g-T=m_2a_2=m_2(-a_0+a')$$

对于m_1： $m_1\vec{g}+\vec{T}_1=m_1\vec{a}_1$

$$T=m_1a' \qquad m_1g-N=-m_1a_0$$

$$N=m_1(g+a_0) \qquad a'=\frac{m_2(g+a)}{m_1+m_2}$$

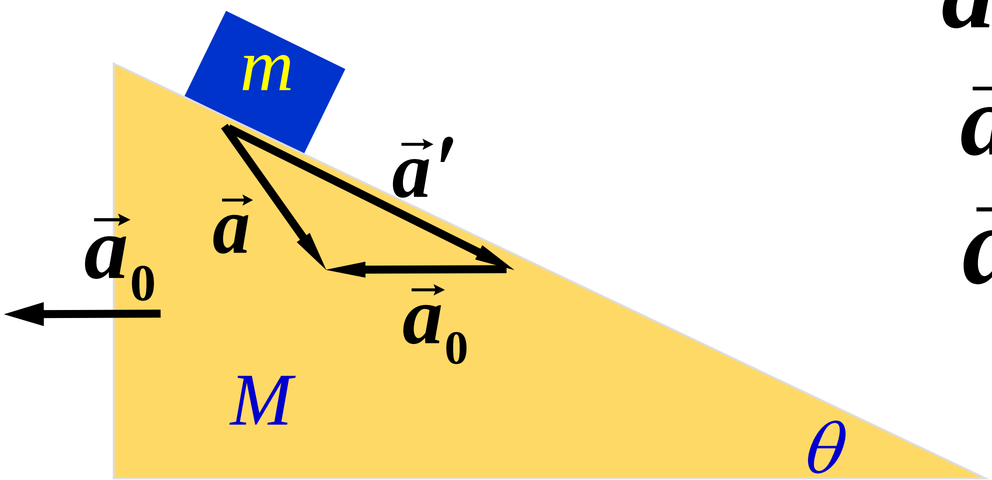


对于m_1： $a_1=\sqrt{a_0^2+a'^2}$

（1）机厢内观察的加速度 $\vec{a}_1'=\vec{a}_1-\vec{a}_0,\quad \vec{a}_2'=\vec{a}_2-\vec{a}_0$

（2）地面观察到的情况为 $\vec{a}_1$、$\vec{a}_2$

例 在光滑水平面上放一质量为M、底角为θ、斜边光滑的斜面。今在其斜边上放一质量为m的物体，求物体沿斜面下滑时对斜面和对地面的加速度。



$\vec{a}_0$：斜面对地面

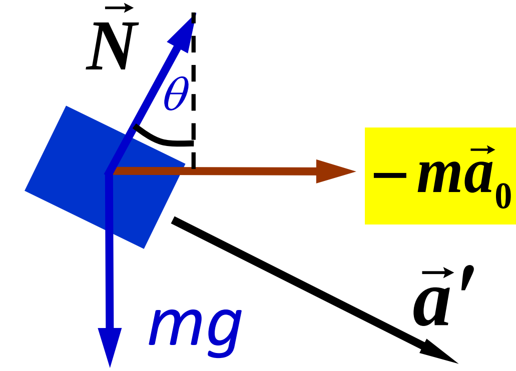
$\vec{a}'$：物体对斜面

$\vec{a}$：物体对地面

$$\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_0$$

以斜面（非惯性系）为参考系求解

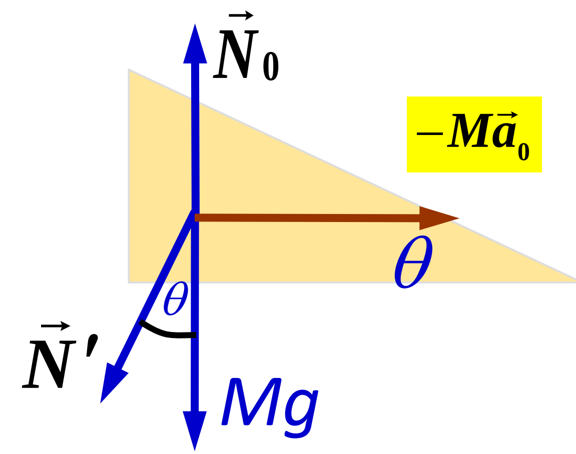
除真实力外，物体和斜面还分别受惯性力 $-m\vec{a}_0$ 和 $-M\vec{a}_0$



对物体：

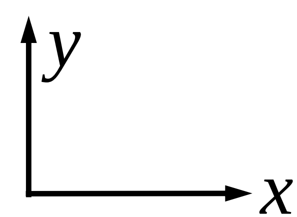
x方向：$N\sin\theta + ma_0 = ma'\cos\theta$

y方向：$N\cos\theta - mg = -ma'\sin\theta$



对斜面：

x方向：$-N\sin\theta + Ma_0 = 0$



联立求解，得：

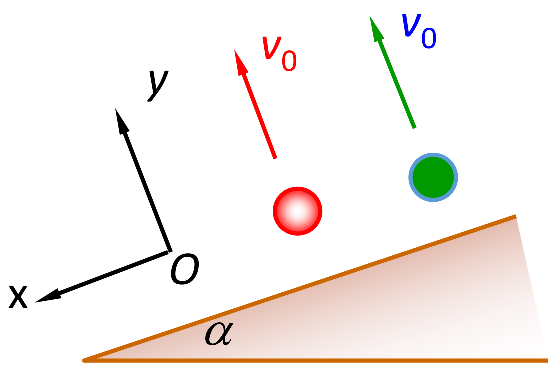
$$\boxed{\begin{aligned} a' &= \frac{(M+m)\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}g \\ a_0 &= \frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g \end{aligned}}$$

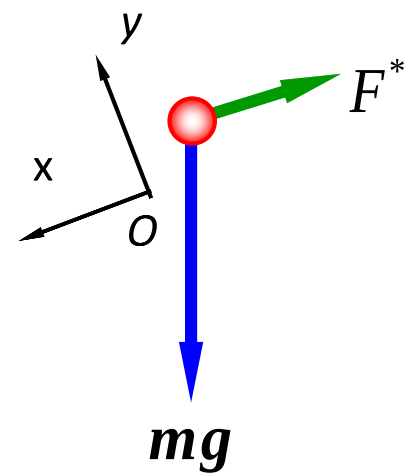
$$\vec{a}' = a'\cos\theta\vec{i} - a'\sin\theta\vec{j},\ \ \vec{a}_0 = -a_0\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{a} = (a'\cos\theta - a_0)\vec{i} - a'\sin\theta\vec{j}}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{\sin\theta\sqrt{M^2 + m(2M+m)\sin^2\theta}}{M+m\sin^2\theta}g$$

例 杂技演员站在沿倾角为 α 的斜面下滑的车厢内，以速率v_0 垂直于斜面上抛红球，经时间 t_0 后又以v_0 垂直于斜面上抛一绿球.车厢与斜面无摩擦.问二球何时相遇.

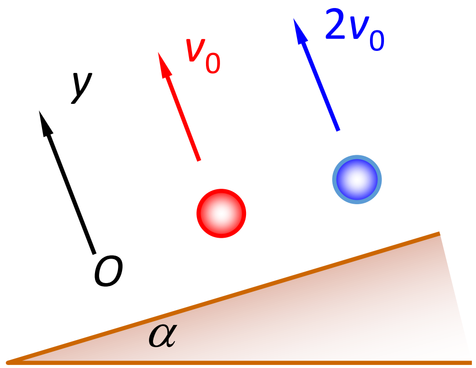




解： 以车厢为参考系，小球受力如图.

$$\vec{W}+\vec{F}^*=m\vec{a}' \Rightarrow \begin{cases} x: mg\sin\alpha - F^* = 0 \\ y: -mg\cos\alpha = ma_y' \\ \text{其中：} F^* = mg\sin\alpha \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{a}' = -g\cos\alpha\vec{j}}$$



$$\vec{a}' = -g\cos\alpha\vec{j}$$

在车厢参考系，小球沿垂直于斜面方向以重力加速度“ gcosα ”做竖直上抛运动

以出手高度为坐标原点建立坐标系Oy，以抛出红球时为计时起点.对红球和绿球分别有

$$y_1 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \cos\alpha$$

$$y_2 = v_0 (t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2 \cos\alpha$$

两球相遇时 $y_1 = y_2$ ，得相遇时间为

$$t_{遇} = \left(\frac{1}{2} + \frac{v_0}{g t_0 \cos\alpha}\right) t_0$$

三、等效原理

非惯性系引入的惯性力会涉及到更深入的问题。

万有引力 $\vec{F} = -G\dfrac{m_{引}M_{地}}{R^3}\vec{R}$

$m_{引}$ 是度量引力的量，称为引力质量

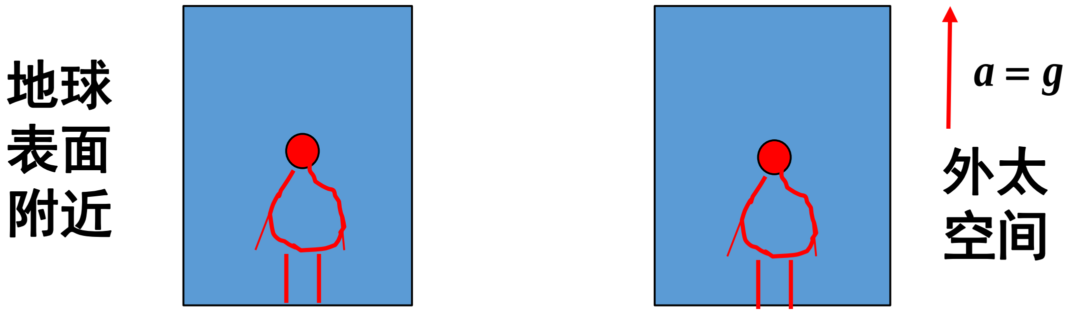
按牛顿定律 $m_{惯}\vec{a} = -G\dfrac{m_{引}M_{地}}{r^3}\vec{r}$

通常我们认为惯性质量与引力质量相同，现在在10^{-11} 精度范围内没有发现差别。

爱因斯坦不相信偶然性，认为一定有更深的原理在起作用，这个原理使引力质量和惯性质量相等成为一个简单的必然结果。

等效原理：从一个局部来看，我们无法区分引力场和加速度。引力质量和惯性质量相等，构成广义相对论的理论基础。

想象一个封闭的电梯厢

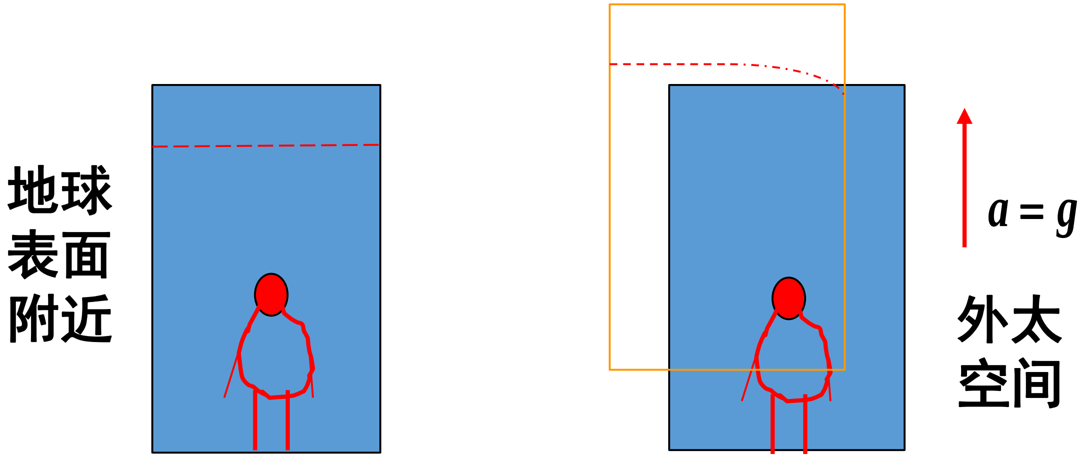


厢内的人不能通过任何实验来确定是在地面，或是在加速度为g的外太空。

这就会导致下一个问题：光的传播问题

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

设想厢内沿水平方向射出一束光



地面观察者看到
光沿直线传播

太空观察者看到
光沿抛物线传播

厢内的人不能确定是在地面引力场中，还是在加速度外太空中，两者结果应该相同。这样说来引力场将光传播弯曲！

如果光走的是曲线，那么直线是什么意思？爱因斯坦认为空间本身就是弯曲的。这些都有实验证实！