Date. /

9.

(1) $m+n$ 阶零点.

(2) $m>n$, n 阶零点, $m=n$ 不低于 n 阶零点

(3) $m-n$ 阶零点. $(m>n)$

~~$(m=n)$~~

~~无零~~

~~在这点处不是零点.~~ $(m=n)$

可去奇点.

11. ~~$\frac{1}{(z-a)(z-b)} = \frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z-a} - \frac{1}{z-b}\right)$~~

~~(1) $= \frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z-a} - \frac{1}{z-a+a-b}\right)$~~

11

(1) $\frac{1}{(z-a)(z-b)} = \frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z-a} - \frac{1}{z-b}\right)$

$= \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a-z} - \frac{1}{b-z}\right)$

$= \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a(1-\frac{z}{a})} - \frac{1}{b(1-\frac{z}{b})}\right)$

$= \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{a^n} - \frac{1}{b}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{b^n}\right)$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a^{n+1}}-\frac{1}{b^{n+1}}\right)z^n$$

(3) $$\frac{1}{(z-a)(z-b)}=\frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z}\frac{1}{1-\frac{a}{z}}-\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\frac{b}{z}}\right)$$

$$=\frac{1}{a-b}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{a^n}{z^{n+1}}-\frac{b^n}{z^{n+1}}\right)$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^n-b^n}{a-b}\cdot\frac{1}{z^{n+1}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^n-b^n}{a-b}\cdot\frac{1}{z^n}$$

(5) $$\frac{1}{(z-a)(z-b)}=\frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z-a}-\frac{1}{z-a+a-b}\right)$$

$$=\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-a}-\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-a}\cdot\frac{1}{1-\frac{b-a}{z-a}}$$

$$=\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-a}-\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-a}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{b-a}{z-a}\right)^n$$

$$=\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-a}+\sum_{n=0}\frac{(b-a)^{n-1}}{(z-a)^{n+1}}$$

$$=\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(b-a)^{n-2}}{(z-a)^n}$$

$$=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(b-a)^{n-2}}{(z-a)^n}$$

(7) $$\frac{1}{(z-a)(z-b)} = \frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z-a} - \frac{1}{z-b}\right)$$

$$= \frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{z-b-(-b+a)} - \frac{1}{z-b}\right)$$

$$= \frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-b}\cdot\frac{1}{1-\frac{a-b}{z-b}} - \frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-b}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a-b)^{n-1}}{(z-b)^{n+1}} - \frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{z-b}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(a-b)^{n-2}}{(z-b)^{n}}$$

13.

(1) $z = \pm 2i$ 1阶~~零点~~ 极点

$z = \infty$ 本性奇点

(3) $z = 1$ 本性奇点

$z = \infty$ 可去奇点

(5) $z = 0$ 本性奇点

$z = \infty$ 本.

(7) $z=3$, 2阶极

$z=1$ 3阶极

$z=0$ 1阶极

$z=\infty$ 本性.

(9) $n\le 0$ $z=\infty$ 本性奇点

$n=1$ or 2 $z=0$ 可去奇点.

$z=\infty$ 本性奇点.

$n\ge 3$ $z=0$ $n-2$阶极

$z=\infty$ 本性