

凯特摆实验报告

崔士强 PB22151743

2023 年 11 月 22 日

摘要

本实验利用凯特摆共轭点的特性测量重力加速度. 实验中对凯特摆等效摆长 l , 两个转轴对应的周期 T_1, T_2 , 以及转轴到重心的距离进行测量, 最终测得重力加速度 $g = (9.7585 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$. 本实验的误差主要来源于 T_1 与 T_2 并不严格相等, 以及在测量过程中存在的误差, 后者为主要因素.

关键词: 凯特摆, 重力加速度.

1 引言

对于一复摆, 设其质量为 m , 转轴为 O , 绕 O 的转动惯量为 I , O 到重心 G 的距离为 h , 则有:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

设复摆绕平行于 O 轴并且通过重心 G 的转动惯量为 I_G , 根据平行轴定理则有:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_G + mh^2}{mgh}}$$

可设等效摆长

$$l = \frac{I_G + mh^2}{mh}$$

若测出周期以及等效摆长则可测出重力加速度. 由复摆的共轭特性可以知道, 在复摆重心两侧, 并且和重心处于同一条直线上的两个点 O, O' , 分别测量以 O, O' 为悬点的摆动周期 T_1, T_2 , 当 T_1, T_2 相等时, OO' 就是等效摆长.

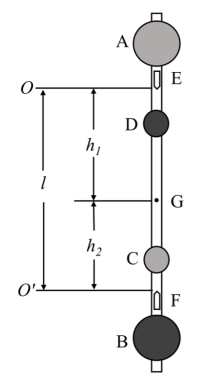


图 1: 凯特摆示意图

在如图 1 所示的凯特摆中通过调节 A, B, C, D 的位置可以使以 O, O' 为悬点的摆动周期相等, 此时有:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_G + mh_1^2}{mgh_1}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_G + mh_2^2}{mgh_2}}$$

消去 I_G 可得:

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2l} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(h_1 - h_2)}$$

实验中由于凯特摆的不对称设计, 第二项很小, 同时减小了其带来的误差.

2 实验

2.1 实验仪器

本实验所用仪器包括凯特摆, 光电探头, 多用数字测试仪, 钢卷尺.

其中钢卷尺的最大允差 $\Delta_{app} = 0.2\text{cm}$, 估计误差 $\Delta_{est} = 0.05\text{cm}$. 多用数字测试仪的最大允差 $\Delta_{app} = 0.0001\text{s}$.

2.2 数据

实验中测量了 T_1, T_2, h_1, l 的值, 数据如下表所示:

$10T_1(\text{s})$	$10T_2(\text{s})$	$h_1(\text{cm})$	$l(\text{cm})$
17.3992	17.3938	30.30	74.70
17.3998	17.3956	30.28	74.69
17.3951	17.3948	30.33	74.70
17.4026	17.3951		
17.4017	17.3942		

表 1: 实验数据

3 实验结果讨论

3.1 数据分析

T_1 的平均值

$$\overline{T_1} = \frac{1}{10n} \sum_{n=1}^5 10T_{1n} = 1.73997\text{s}$$

T_1 的标准差

$$\sigma_{T_1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^5 (T_{1n} - \overline{T_1})^2} = 2.60108 \times 10^{-4}\text{s}$$

T_2 的平均值

$$\overline{T_2} = \frac{1}{10n} \sum_{n=1}^5 10T_{2n} = 1.73947\text{s}$$

T_2 的标准差

$$\sigma_{T_2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^5 (T_{2n} - \overline{T_2})^2} = 6.38749 \times 10^{-5}\text{s}$$

T 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,T} = 10^{-5}\text{s}$$

T_1 的展伸不确定度

$$U_{T_1,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_{T_1}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,T}}{C}\right)^2} = 3.23446 \times 10^{-4}\text{s}, P = 0.95$$

T_2 的展伸不确定度

$$U_{T_2,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_{T_2}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,T}}{C}\right)^2} = 7.96810 \times 10^{-5}\text{s}, P = 0.95$$

h_1 的平均值

$$\overline{h_1} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^3 h_{1n} = 30.30\text{cm}$$

h_1 的标准差

$$\sigma_{h_1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^3 (h_{1n} - \overline{h_1})^2} = 2.055 \times 10^{-2}\text{cm}$$

h_1 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,h_1} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{app}}{10}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{est}}{10}\right)^2} = 0.206155\text{cm}$$

h_1 的展伸不确定度

$$U_{h_1,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_{h_1}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,h_1}}{C}\right)^2} = 0.138668\text{cm}, P = 0.95$$

l 的平均值

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^3 h_l = 74.70\text{cm}$$

l 的标准差

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^3 (l_n - \bar{l})^2} = 4.714 \times 10^{-2}\text{cm}$$

l 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{app}}{10}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{est}}{10}\right)^2} = 0.206155\text{cm}$$

l 的展伸不确定度

$$U_{l,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,l}}{C}\right)^2} = 0.154484\text{cm}, P = 0.95$$

由以上数据可得

$$g = 9.7585\text{m/s}^2$$

g 的不确定度

$$U_{g,P} = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l} U_{l,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T_1} U_{T_1,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T_2} U_{T_2,P}\right)^2} = 0.020272\text{m/s}^2$$

最终测量结果

$$g = (9.7585 \pm 0.02) \text{m/s}^2$$

相对合肥地区重力加速度参考值 $g = 9.7947\text{m/s}^2$ 误差为 0.37%

3.2 误差分析

本实验的误差来源如下

1. T_1 与 T_2 并不严格相等. 这个误差可以通过增大 h_1 与 h_2 的差值来减小.
2. 在各个物理量的测量过程中存在误差, 这里主要是钢卷尺测量 l 和 h_1 的误差.
3. h_1 的确定需要找到凯特摆的重心, 这个过程中存在误差.

4 总结

4.1 实验总结

本实验利用凯特摆共轭点的特性测量重力加速度. 实验中对凯特摆等效摆长 l , 两个转轴对应的周期 T_1, T_2 进行测量, 最终测得重力加速度 $g = (9.7585 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$. 本实验的误差主要来源于 T_1 与 T_2 并不严格相等, 以及在测量过程中存在的误差, 推测后者为主要因素.

4.2 思考题

1. 实验设计上的特点为通过改变一些物理量来降低误差; 另外利用复摆的共轭特性避免了转动惯量的测量; 降低了摆长的测量精度; 利用凯特摆的不对称设计实现.
2. 影响精度的主要因素为长度的测量. 与参考值对比, 测量值偏小, 可能是由于等效摆长的测量值偏小导致.

参考文献

- [1] 谢行恕, 康士秀, 霍剑青. 大学物理实验. 北京: 高等教育出版社, 2005.11: 8-11.
- [2] 王红理, 俞晓红, 肖国宏. 大学物理实验. 西安: 西安交通大学出版社, 2014.8, 94-97.
- [3] 沙振舜, 周进, 周非. 当代物理实验手册. 南京: 南京大学出版社, 2012.1, 36-37.
- [4] 袁长坤, 张静华, 袁文峰. 物理量测量. 北京: 科学出版社, 2014.12, 51-54.
- [5] 潘之胜, 冯璧华, 于瑶. 大学物理实验(第二册). 南京: 南京大学出版社, 2004.01, 23-26.
- [6] 杨述武, 孙迎春, 沈国土, 赵立竹. 普通物理实验(1). 北京: 高等教育出版社, 2016.3, 81-83.
- [7] 吕斯骅段家牴. 新编基础物理实验. 北京: 北京高等教育出版社, 2006.1, 122-127.