用拉伸法测量钢丝的杨氏模量

【Latex 代码在下面，请向下翻阅】

标尺到平面镜的距离 D 的平均值

$$\overline{D}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}D_i=\frac{99.78+99.9+99.86}{3}\ \mathrm{cm}=99.847\ \mathrm{cm}$$

标尺到平面镜的距离 D 的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_D&=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(D_i-\overline{D})^2}\\&=\sqrt{\frac{(99.78-99.847)^2+(99.9-99.847)^2+(99.86-99.847)^2}{3-1}}\ \mathrm{cm}\\&=0.061101\ \mathrm{cm}\end{aligned}$$

标尺到平面镜的距离 D 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,D}=\sqrt{\Delta_{仪}^2+\Delta_{估}^2}=\sqrt{0.12^2+0.05^2}\ \mathrm{cm}=0.13\ \mathrm{cm}$$

标尺到平面镜的距离 D 的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{D,P}&=\sqrt{(t_P\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}})^2+(k_P\frac{\Delta_{B,D}}{C})^2}=\sqrt{(4.3\times\frac{0.061101}{\sqrt{3}})^2+(1.96\times\frac{0.13}{3})^2}\ \mathrm{cm}\\&=0.17385\ \mathrm{cm},P=0.95\end{aligned}$$

光杠杆的臂长 l 的平均值

$$\bar{l}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}l_i=\frac{7.15+7.17+7.16}{3}\ \mathrm{cm}=7.16\ \mathrm{cm}$$

光杠杆的臂长 l 的标准差

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{(7.15-7.16)^2+(7.17-7.16)^2+(7.16-7.16)^2}{3-1}}\ \mathrm{cm}$$
$$= 0.01\ \mathrm{cm}$$

光杠杆的臂长 l 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\Delta_{仪}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2}\ \mathrm{cm} = 0.13\ \mathrm{cm}$$

光杠杆的臂长 l 的展伸不确定度

$$U_{l,P} = \sqrt{(t_P\frac{\sigma_l}{\sqrt{n}})^2 + (k_P\frac{\Delta_{B,l}}{C})^2} = \sqrt{(4.3\times\frac{0.01}{\sqrt{3}})^2 + (1.96\times\frac{0.13}{3})^2}\ \mathrm{cm} = 0.088487\ \mathrm{cm},\ P$$
$$= 0.95$$

钢丝原长 L 的平均值

$$\bar{L} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L_i = \frac{138.33+138.56+138.6}{3}\ \mathrm{cm} = 138.5\ \mathrm{cm}$$

钢丝原长 L 的标准差

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(L_i - \bar{L})^2}$$
$$= \sqrt{\frac{(138.33-138.5)^2+(138.56-138.5)^2+(138.6-138.5)^2}{3-1}}\ \mathrm{cm}$$
$$= 0.14572\ \mathrm{cm}$$

钢丝原长 L 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,L} = \sqrt{\Delta_{仪}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.12^2 + 0.05^2}\ \mathrm{cm} = 0.13\ \mathrm{cm}$$

钢丝原长 L 的展伸不确定度

$$U_{L,P} = \sqrt{(t_P \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}})^2 + (k_P \frac{\Delta_{B,L}}{C})^2} = \sqrt{(4.3 \times \frac{0.14572}{\sqrt{3}})^2 + (1.96 \times \frac{0.13}{3})^2}\ \text{cm} = 0.37159\ \text{cm},\ P = 0.95$$

钢丝直径 d 的平均值

$$\overline{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i = \frac{0.295 + 0.298 + 0.296 + 0.296 + 0.299 + 0.298}{6}\ \text{mm} = 0.297\ \text{mm}$$

钢丝直径 d 的标准差

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \overline{d})^2}$$
$$= \sqrt{\frac{(0.295-0.297)^2 + (0.298-0.297)^2 + (0.296-0.297)^2 + (0.296-0.297)^2 + (0.299-0.297)^2 + (0.298}{6-1}}$$
$$= 0.0015492\ \text{mm}$$

钢丝直径 d 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,d} = \sqrt{\Delta_{仪}^2 + \Delta_{估}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.005^2}\ \text{mm} = 0.0064031\ \text{mm}$$

钢丝直径 d 的展伸不确定度

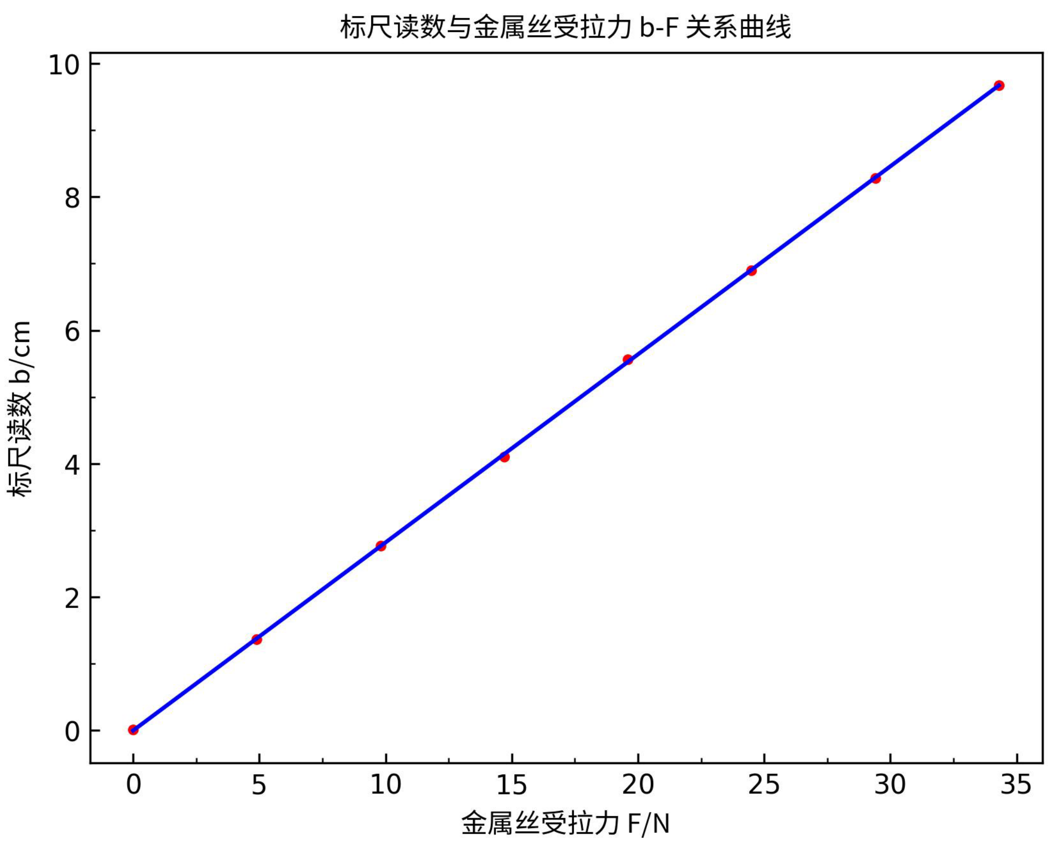
$$U_{d,P} = \sqrt{(t_P \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}})^2 + (k_P \frac{\Delta_{B,d}}{C})^2} = \sqrt{(2.57 \times \frac{0.0015492}{\sqrt{6}})^2 + (1.96 \times \frac{0.0064031}{3})^2}\ \text{mm} = 4.4881 \times 10^{-3}\ \text{mm},\ P = 0.95$$

金属丝受拉力 F 与标尺读数 b 的关系：

砝码总质量 m/g	金属丝受拉力 F/N	标尺读数平均值 b/cm
0	0	0.01
500	4.9	1.365
1000	9.8	2.765

1500	14.7	4.1
2000	19.6	5.565
2500	24.5	6.895
3000	29.4	8.285
3500	34.3	9.68

最小二乘法拟合：



斜率

$$m = 0.28218 \text{ cm/N}$$

截距

$$b = -0.00625 \text{ cm}$$

线性拟合的相关系数

$$r=\frac{\overline{Fb}-\overline{F}\cdot\overline{b}}{\sqrt{(\overline{F^2}-\overline{F}^2)(\overline{b^2}-\overline{b}^2)}}=0.99997481$$

斜率的延伸不确定度

$$u_m=t_P\cdot|m|\cdot\sqrt{(\frac{1}{r^2}-1)/(n-2)}=0.0020034\ \mathrm{cm/N},P=0.95$$

截距的延伸不确定度

$$u_b=u_m\cdot\sqrt{\overline{F^2}}=0.041065\ \mathrm{cm},P=0.95$$

这里我们只考虑了 A 类不确定度；至于由 x 物理量和 y 物理量的 B 类不确定度如何推出斜率的 B 类不确定度，这个问题非常复杂，且物理实验教学中心并未对其作出解释。

杨氏模量

$$E=\frac{8DL}{\pi d^2lm}=1.9759\times10^7\ \mathrm{N/cm^2}$$

杨氏模量 E 的延伸不确定度

$$U_{E,P}=\sqrt{(\frac{\partial E}{\partial D}U_{D,P})^2+(\frac{\partial E}{\partial L}U_{L,P})^2+(\frac{\partial E}{\partial d}U_{d,P})^2+(\frac{\partial E}{\partial l}U_{l,P})^2+(\frac{\partial E}{\partial m}U_{m,P})^2}$$
$$=\sqrt{(\frac{8L}{\pi d^2lm}U_{D,P})^2+(\frac{8D}{\pi d^2lm}U_{L,P})^2+(-\frac{16DL}{\pi d^3lm}U_{d,P})^2+(-\frac{8DL}{\pi d^2l^2m}U_{l,P})^2+(-\frac{8DL}{\pi d^2lm^2}U_{m,P})^2}$$
$$=6.6325\times10^5\ \mathrm{N/cm^2},P=0.95$$

杨氏模量最终结果

$$E=(1.98\pm0.07)\times10^7\ \mathrm{N/cm^2}$$

【Latex 代码】

标尺到平面镜的距离 D 的平均值

$$
\overline{D}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}D_i=\frac{99.78+99.9+99.86}{3}\,\mathrm{cm}=99.847\,\mathrm{cm}
$$

标尺到平面镜的距离 D 的标准差

$$
\begin{aligned}
\sigma_{D}&=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n\left(D_i-\overline{D}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{(99.78-99.847)^2+(99.9-99.847)^2+(99.86-99.847)^2}{3-1}}\,\mathrm{cm}\\
&=0.061101\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

标尺到平面镜的距离 D 的 B 类不确定度

$$
\Delta_{B,D}=\sqrt{\Delta_\text{仪}^2+\Delta_\text{估}^2}=\sqrt{0.12^2+0.05^2}\,\mathrm{cm}=0.13\,\mathrm{cm}
$$

标尺到平面镜的距离 D 的展伸不确定度

$$
\begin{aligned}
U_{D,P}&=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma_{D}}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta_{B,D}}{C}\right)^2}\\
&=\sqrt{\left(4.3\times\frac{0.061101}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.13}{3}\right)^2}\,\mathrm{cm}\\
&=0.17385\,\mathrm{cm},P=0.95

\end{aligned}
$$

光杠杆的臂长 l 的平均值

$$
\overline{l}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}l_i=\frac{7.15+7.17+7.16}{3}\,\mathrm{cm}=7.16\,\mathrm{cm}
$$

光杠杆的臂长 l 的标准差

$$
\begin{aligned}
\sigma_{l}&=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n\left(l_i-\overline{l}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{(7.15-7.16)^2+(7.17-7.16)^2+(7.16-7.16)^2}{3-1}}\,\mathrm{cm}\\
&=0.01\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

光杠杆的臂长 l 的 B 类不确定度

$$
\Delta_{B,l}=\sqrt{\Delta_\text{仪}^2+\Delta_\text{估}^2}=\sqrt{0.12^2+0.05^2}\,\mathrm{cm}=0.13\,\mathrm{cm}
$$

光杠杆的臂长 l 的展伸不确定度

$$
\begin{aligned}
U_{l,P}&=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma_{l}}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta_{B,l

}}{C}\right)^2}\\
&=\sqrt{\left(4.3\times\frac{0.01}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.13}{3}\right)^2}\,\mathrm{cm}\\
&=0.088487\,\mathrm{cm},P=0.95
\end{aligned}
$$

钢丝原长 L 的平均值

$$
\overline{L}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}L_i=\frac{138.33+138.56+138.6}{3}\,\mathrm{cm}=138.5\,\mathrm{cm}
$$

钢丝原长 L 的标准差

$$
\begin{aligned}
\sigma_{L}&=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n\left(L_i-\overline{L}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{(138.33-138.5)^2+(138.56-138.5)^2+(138.6-138.5)^2}{3-1}}\,\mathrm{cm}\\
&=0.14572\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

钢丝原长 L 的 B 类不确定度

$$
\Delta_{B,L}=\sqrt{\Delta_\text{仪}^2+\Delta_\text{估}^2}=\sqrt{0.12^2+0.05^2}\,\mathrm{cm}=0.13\,\mathrm{cm}
$$

钢丝原长 L 的展伸不确定度

$$
\begin{aligned}
U_{L,P}&=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma_{L}}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta_{B,L}}{C}\right)^2}\\
&=\sqrt{\left(4.3\times\frac{0.14572}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.13}{3}\right)^2}\,\mathrm{cm}\\
&=0.37159\,\mathrm{cm},P=0.95
\end{aligned}
$$

钢丝直径 d 的平均值

$$
\overline{d}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}d_i=\frac{0.295+0.298+0.296+0.296+0.299+0.298}{6}\,\mathrm{mm}=0.297\,\mathrm{mm}
$$

钢丝直径 d 的标准差

$$
\begin{aligned}
\sigma_{d}&=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n\left(d_i-\overline{d}\right)^2}\\
&=\sqrt{\frac{(0.295-0.297)^2+(0.298-0.297)^2+(0.296-0.297)^2+(0.296-0.297)^2+(0.299-0.297)^2+(0.298-0.297)^2}{6-1}}\,\mathrm{mm}\\
&=0.0015492\,\mathrm{mm}
\end{aligned}
$$

钢丝直径 d 的 B 类不确定度

$$
\Delta_{B,d}=\sqrt{\Delta_\text{仪}^2+\Delta_\text{估}^2}=\sqrt{0.004^2+0.005^2}\,\mathrm{mm}=0.0064031\,\mathrm{mm}
$$

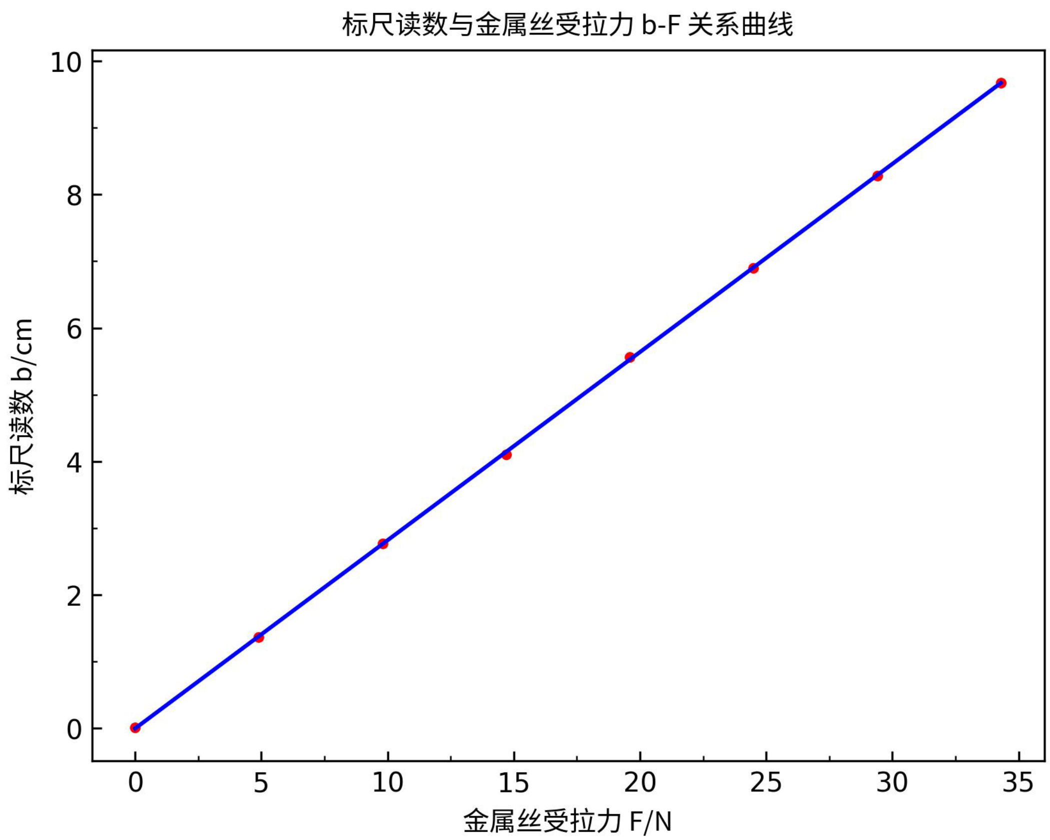
钢丝直径 d 的展伸不确定度

$$
\begin{aligned}
U_{d,P}&=\sqrt{\left(t_P\frac{\sigma_{d}}{\sqrt{n}}\right)^2+\left(k_P\frac{\Delta_{B,d}}{C}\right)^2}\\
&=\sqrt{\left(2.57\times\frac{0.0015492}{\sqrt{6}}\right)^2+\left(1.96\times\frac{0.0064031}{3}\right)^2}\,\mathrm{mm}\\
&=4.4881 \times 10^{-3}\,\mathrm{mm},P=0.95
\end{aligned}
$$

金属丝受拉力 F 与标尺读数 b 的关系：

砝码总质量 m/g	金属丝受拉力 F/N	标尺读数平均值 b/cm
0	0	0.01
500	4.9	1.365
1000	9.8	2.765
1500	14.7	4.1
2000	19.6	5.565
2500	24.5	6.895
3000	29.4	8.285
3500	34.3	9.68

最小二乘法拟合：



斜率

$$
m=0.28218\,\mathrm{cm/N}
$$

截距

$$
b=-0.00625\,\mathrm{cm}
$$

线性拟合的相关系数

$$

r=\frac{\overline{Fb}-\overline{F}\cdot\overline{b}}{\sqrt{\left(\overline{F^2}-

\overline{F}^2\right)\left(\overline{b^2}-\overline{b}^2\right)}}=0.99997481
$$

斜率的延伸不确定度

$$
u_m=t_P\cdot\lvert m\rvert\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{r^2}-1\right)/(n-2)}=0.0020034\,\mathrm{cm/N},P=0.95
$$

截距的延伸不确定度

$$
u_b=u_m\cdot\sqrt{\overline{F^2}}=0.041065\,\mathrm{cm},P=0.95
$$

这里我们只考虑了 A 类不确定度；至于由 x 物理量和 y 物理量的 B 类不确定度如何推出斜率的 B 类不确定度，这个问题非常复杂，且物理实验教学中心并未对其作出解释。

杨氏模量

$$
E=\frac{8 D L}{\pi d^{2} l m}=1.9759 \times 10^{7}\,\mathrm{N/cm^2}
$$

杨氏模量 E 的延伸不确定度

$$
\begin{aligned}
U_{E,P}&=\sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial D}U_{D,P}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial L}U_{L,P}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial d}U_{d,P}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial l}U_{l,P}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial m}U_{m,P}\right)^2}\\

&=\sqrt{\left(\frac{8 L}{\pi d^{2} l m}U_{D,P}\right)^2+\left(\frac{8 D}{\pi d^{2} l m}U_{L,P}\right)^2+\left(- \frac{16 D L}{\pi d^{3} l m}U_{d,P}\right)^2+\left(- \frac{8 D L}{\pi d^{2} l^{2} m}U_{l,P}\right)^2+\left(- \frac{8 D L}{\pi d^{2} l m^{2}}U_{m,P}\right)^2}\\
&=6.6325 \times 10^{5}\,\mathrm{N/cm^2},P=0.95
\end{aligned}
$$

杨氏模量最终结果

$$
E=\left(1.98 \pm 0.07\right) \times 10^{7}\,\mathrm{N/cm^2}
$$