

## 重力加速度的测量

重力加速度 $g$ 是指一个物体受重力作用时具有的加速度，也称自由落体加速度。20 世纪 70 年代初，国际上通过绝对重力的测量，建立了国际重力标准网（International Gravity Standardization Net, 简称 IGSN）。IGSN 在全球共有 1854 个点，平均精度优于  $10^{-7} m/s^2$ 。下表给出了一些城市的重力加速度值。

表 1 一些城市的重力加速度

城市	重力加速度 $m/s^2$	城市	重力加速度 $m/s^2$
新加坡	9.781	广州	9.788
上海	9.794	北京	9.801
纽约	9.803	巴黎	9.809
莫斯科	9.816	北极	9.832

地球上质量为 $m$ 的物体受到万有引力 $F_{\text{引}}$ 作用，由于地球自转， $F_{\text{引}}$ 的一部分用于提供重力，另一部分用于提供向心力 $F_{\text{向}}$ ：

$$F_{\text{向}} = ma_{\text{向}} = m\omega^2(R + h) \cdot \cos \theta$$

式中地球平均半径 $R = 6370km$ ， $h$ 为物体所处的海拔高度， $\theta$ 为纬度。

重力加速度 $g$ 与物体所处的纬度、海拔高度及附近的矿藏分布等因素有关，并相继为实验所证实。纬度越大，重力加速度 $g$ 越大，海拔越高， $g$ 越小，但最大和最小值相差仅约 1/300。

由上式可知，赤道附近海平面处 $a_{\text{向}} = 0.0337 m/s^2$ ，因此物体所受的重力 $F$ 约等于万有引力 $F_{\text{引}}$ ，可得重力加速度 $g$ ：

$$g = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

式中 $G$ 为引力常数， $M$ 为地球质量。

由于地球不是完整的球形，精确测量重力加速度，特别是研究重力加速度的分布，在勘查地下资源、提高导弹和卫星精度等应用领域具有十分重要的意义。

## 1、自由落体法测重力加速度

### 待研究的问题

仅在重力作用下，物体由静止开始竖直下落的运动称为自由落体运动。本实验利用自由落体测量本地的重力加速度 $g$ 。

### 实验原理

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

其中 $h$ 是下落距离， $t$ 是下落时间。但在实际工作中， $t$ 的测量精度不高，利用（1）式很难精确测量重力加速度 $g$ 。

本实验用卷尺测 $h$ ，采用双光电门法测 $t$ ，其原理见图1。光电门1的位置固定，即小球通过光电门1时的速度 $v_0$ 保持不变，小球通过光电门1与光电门2的高度差为 $h_i$ ，时间差为 $t_i$ ，改变光电门2的位置，则有：

$$h_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$$

.....

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2$$

两端同时除以 $t_i$ ：

$$\bar{v}_1 = \frac{h_1}{t_1} = v_0 + \frac{1}{2}gt_1$$

$$\bar{v}_2 = \frac{h_2}{t_2} = v_0 + \frac{1}{2}gt_2$$

.....

$$\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$$

测出系列 $h_i$ 、 $t_i$ ，利用线性拟合即可求出当地的重力加速度 $g$ 。

## 实验装置

自由落体实验装置见右图，立柱底座的调节螺栓用于调节竖直，立柱上端有一电磁铁，用于吸住小钢球。电磁铁一旦断电，小球即作自由落体运动。由于电磁铁有剩磁，因此小球下落的初始时间不准确（最大不确定度约 20 ms）。立柱上装有两个可上下移动的光电门，其位置可利用卷尺测量。数字毫秒计显示 3 个值，分别对应：从电磁铁断电到小球通过光电门 1 的时间差、从电磁铁断电到小球通过光电门 2 的时间差、小球通过两个光电门的时间差，单位为 ms。

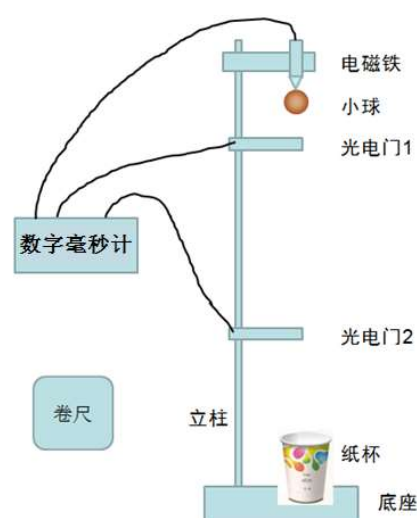


图 2.4-1 自由落体法测重力加速度

## 实验要求

请利用实验室提供的自由落体实验装置，自己设计原始数据表格，测量所在地的重力加速度 $g$ 。要求测 6~8 组数据（光电门 2 置于 6~8 个不同位置）。

实验完毕，整理实验装置，并打乱底座平衡。

利用线性拟合求出当地的重力加速度 $g$ 及其标准差（作图+最小二乘法拟合）。

## 思考题

1. 在实际工作中，为什么利用（1）式很难精确测量重力加速度 $g$ ？
2. 为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？
3. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 $g$ 的实验方案吗？

## 参考资料

1. 江美福、方建兴，大学物理实验教程，2009 年，科学出版社

## 2、单摆法测重力加速度

### 待研究的问题

单摆实验是一个经典实验，许多著名的物理学家如伽利略、牛顿、惠更斯等都对单摆实验进行过细致的研究。伽利略发现了摆的等时性原理，指出摆的周期与摆长的平方根成正比，而与摆的质量和材料无关，为后来摆钟的设计与制造奠定了基础。1673 年荷兰科学家惠更斯制造的惠更斯摆钟就运用了摆的等时性原理。摆的等时性原理应用于时钟上，作为稳定的“定时器”，使机械钟能够指示出“秒”，从而将计时精度提高了近 100 倍。

本实验利用经典的单摆周期公式和给出的实验器材设计一个合理的实验方案，测量本地的重力加速度 $g$ 。

### 实验原理

理想的单摆，是一根没有质量、没有弹性的线，系住一个没有体积的质点，在真空中由于重力作用而在与地面垂直的平面内做摆角趋于零的自由振动。这种理想的单摆，实际上是不存在的。在实际的单摆实验中，悬线是一根有质量（弹性很小）的线，摆球是有质量有体积的刚性小球，摆角不为零，摆球的运动还受到空气的影响。

单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[ 1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left( 1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

式中 $T$ 是单摆的周期， $l$ 、 $m_0$ 是单摆摆线的长度和质量， $d$ 、 $m$ 、 $\rho$ 是摆球的直径、质量和密度， $\rho_0$ 是空气密度， $\theta$ 是摆角。一般情况下，摆球几何形状、摆线的质量、空气浮力、摆角（ $\theta < 5^\circ$ ）对 $T$ 的修正都小于 $10^{-3}$ 。若实验精度要求在 $10^{-3}$ 以内，则这些修正项都可以忽略不计，反之，则这些因素不可忽略。

在一级近似下，单摆周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

通过测量周期 $T$ 、摆长 $l$ 可求出重力加速度 $g$ 。

## 实验装置

钢卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（带标尺、平面镜；摆线长度可调，其可调的上限约为 100 cm）。

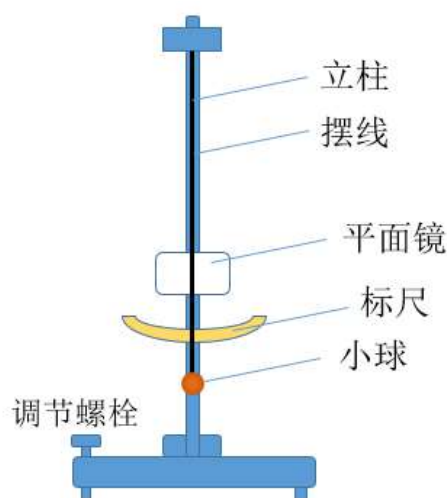


图 2.4-5 单摆测重力加速度实验装置

各测量仪器的最大允差如下：

游标卡尺 $\Delta_{\text{卡}} \approx 0.002 \text{ cm}$ ；千分尺 $\Delta_{\text{千}} \approx 0.001 \text{ cm}$ ；秒表 $\Delta_{\text{秒}} \approx 0.01 \text{ s}$ ；

用钢卷尺测量单摆摆长时难以将被测物两端与测量仪器的刻线对齐，作为保守估计，一般可取最大 B 类不确定度 $\Delta_B \approx 0.2 \text{ cm}$ ；

根据统计分析，实验人员开启或停止秒表的反应时间为 0.1s 左右，所以实验人员测量时间的精度近似为 $\Delta_{\text{人}} \approx 0.2 \text{ s}$ 。

开始实验前，应调节螺栓使立柱竖直，并调节标尺高度，使其上沿中点距悬挂点 50cm。

## 实验要求

1. 参考附件“不确定度均分原理”，设计一个单摆装置，测量本地的重力加速度 $g$ ，要求测量精度 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ：

(1) 根据不确定度均分原理自行设计实验方案，合理选择测量仪器和方法。

(2) 根据设计方案，用单摆装置测量本地的重力加速度 $g$ 。

(3) 实验结束，打乱支架平衡、标尺及平面镜位置。

2. 对重力加速度 $g$ 的测量结果进行不确定度分析，检验实验结果是否达到设计要求。

## 实验方案设计要求：

实验设计方案需在实验前交给上课老师检查，没有设计实验方案不能做实验！

在实验方案设计中要包含以下内容：

1. 利用不确定度均分原理设计的过程（精度要求： $\Delta g/g < 1\%$ ）
2. 摆长至少需要多长？增加摆长是否可以提高测量精度？
3. 摆长用什么仪器测量？需要用游标卡尺测量摆球直径吗？
4. 至少需要测多少个周期？

## 思考题

1. 分析实验测量误差的主要来源，提出可能的改进方案。

## 参考资料

1. 吴泳华，霍剑青，浦其荣，大学物理实验（第一册 第二版），2005 年，高等教育出版社

## 附件

### 不确定度均分原理

在间接测量中，每个独立测量量的不确定度都会对最终结果的不确定度有贡献。如果已知各物理量之间的函数关系，可写出不确定度传递公式，并将测量结果的总不确定度均匀分配到各个测量量中，由此分析各物理量的测量方法和使用的仪器，以指导实验，这就是不确定度均分原理。一般而言，这样做比较经济合理，对测量结果影响较大的物理量，应采用精度较高的仪器，而对影响结果影响不大的物理量，就不必追求高精度的仪器。下面以如何测量圆柱体的体积为例，进一步说明不确定度均分原理。

圆柱体的体积  $V$  可通过分别测量其直径  $D$  和高度  $h$  来得到。粗侧其直径  $D$  约为  $8.0\text{mm}$ ，高  $h$  约为  $32.0\text{mm}$ 。若要求  $\frac{\Delta V}{V} \leq 0.5\%$ ，应怎样选择测量仪器？

**解：**由于  $V = \frac{\pi}{4} D^2 h$ ，按最大不确定度公式估算，有

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h}$$

根据不确定度均分原理有  $2 \frac{\Delta D}{D} \leq 0.25\%$ ， $\frac{\Delta h}{h} \leq 0.25\%$ ，将  $D$  和  $h$  的粗侧值代入有：

$$\Delta D \leq 0.01\text{mm}, \quad \Delta h \leq 0.08\text{mm}$$

考虑到千分尺的最大允差为  $0.004\text{mm}$ ，游标卡尺的最大允差为  $0.02\text{mm}$ ，钢板尺的最大允差为  $0.1\text{mm}$ ，所以测量圆柱体的直径应选用千分尺，测量圆柱体的高应选用游标卡尺。

## 基本物理量的测量：长度

长度是物理学中的七个基本物理量之一。对长度的测量广泛应用于日常生产和生活中，其尺度范围小到基本粒子（ $<10^{-15}$  米），大到宇宙空间（ $>10^{24}$  米），并随着人类探索自然界的步伐而不断得以拓展。

为了方便交流，人们测量长度时需要建立一个标准，在 SI 制中，长度的单位是米。1983 年第 17 届国际计量大会通过了米的新标准：

1 米是真空中光在  $(1/299792458)$  秒内所走过的距离。

人们测量长度实际上就是统一用“米”这把“尺子”去度量空间，并在实践中陆续发明了许多测量长度的工具，如可用于观测原子的原子力显微镜、扫描隧道显微镜，生活中常见的各种刻度尺，进行大尺度测量时常用的激光测距仪等等。测量长度的仪器设备种类繁多，在此不一一列举，仅介绍大学物理实验中常用的几种长度测量仪器：游标卡尺、千分尺、读数显微镜。

### 1. 游标卡尺

游标卡尺是一种测量外径、内径、宽度、厚度、深度等长度量的量具，其量程有 150mm、300mm 等几种，结构示意图如上图，主体部分由主尺和沿主尺滑动的游标构成。

游标卡尺的主尺最小刻度为 1mm，游标根据分格数的不同可分为十分度、二十分度、五十分度三种。以十分度游标卡尺为例，游标上有 10 个均匀的刻度分格共 9mm，即每个分格与主尺的最小分格相差 0.1mm，这就是十分度游标卡尺的游标分度值。从主尺刻度与游标的刻度“0”对齐开始向右滑动游标，当游标的刻度“1”与主尺的刻度对齐时，游标刚好滑动了 0.1mm；当游标的刻度“2”与主尺的刻度对齐时，游标刚好滑动了 0.2mm；依此类推，根据与主尺刻度对齐的游标刻度数乘以游标分度值即可测出 0.1~0.9 mm 的长度量，即十分度游标卡尺精度为 0.1mm。



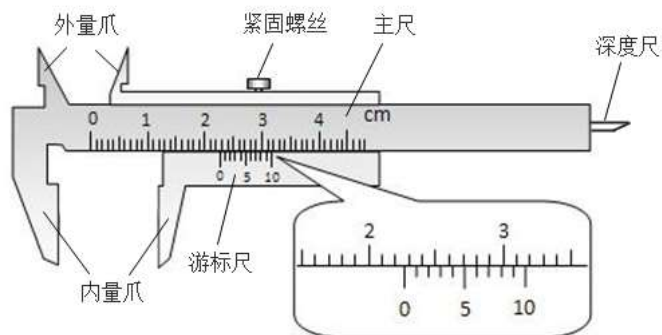


图 2.4-2 游标卡尺示意图

类似地，二十分度、五十分度游标卡尺的精度分别为 0.05mm、0.02mm。

用游标卡尺测量长度时，以右手持游标卡尺为例，先以游标的刻度“0”为参考，根据其左侧最近邻的主尺刻度值读出待测量的毫米值，再根据与主尺刻度对齐的游标刻度得到小数，最后将二者合起来就是待测的长度值，测量结果不需要估读。

另外，使用游标卡尺前应闭合量爪，检查主尺和游标的刻度“0”能否重合，若不能重合，应在测量时进行零点修正。

## 2. 千分尺

千分尺也叫螺旋测微器，量程有 25mm、50mm、75mm 等几种，常见的精度为 0.01mm，加上估读位，可读到千分位，是比游标卡尺更精密的长度测量仪器。

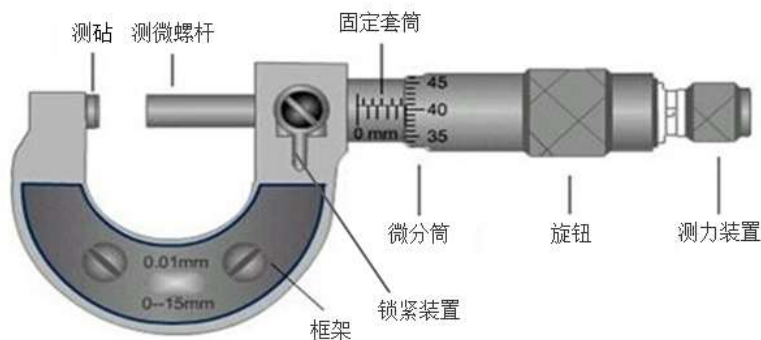


图 2.4-3 千分尺示意图

千分尺的结构如上图，U 型尺身的一侧有刚性连接的测砧，另一侧是螺纹间距为 0.5mm 的测微螺杆及与螺杆精密配合的固定套筒，固定套筒上有一条与轴线平行的刻度线，两侧分别标注整毫米和半毫米刻度，同时这条刻度线也充当微分筒的读数基准。微分筒与测微螺杆相连，其边缘是读取整毫米和半毫米值的基准。根据螺旋推进原理，微分筒每转一圈时，测微螺杆刚好移动 0.5mm，在微分筒圆周表面均匀刻有 50 个分度，每转一个分度，测微螺杆就移动  $0.5\text{mm}/50=0.01\text{mm}$ ，因此千分尺的分度值为 0.01mm。

用千分尺测量长度时，可分四步读数：首先读整毫米数，可根据固定套筒上与微分筒边缘最近邻的刻度读出该值；其次读半毫米数，若微分筒边沿与最近邻整毫米刻度之间出现了半毫米刻度，则半毫米数取 0.5mm，反之，半毫米数为 0mm；第三步读小数，以固定套筒上的刻度线为基准，读出微分筒上的刻度值（含估读位）并乘以千分尺的分度值，得到小数部分的值；最后，将以上三个读数相加，即为千分尺的测量结果。

需要注意的是，使用千分尺前，应闭合测微螺杆，检查固定套筒上的刻度线与微分筒的“0”刻度能否对齐，若不能对齐，应进行零点修正。此外，为避免损坏测微螺杆的螺纹，只能缓慢转动千分尺末端的测力装置（棘轮旋钮），当听到 2~3 声“吱吱”的声音时，应立即停止转动棘轮，并开始读数。

### 3. 读数显微镜

读数显微镜是将用于观察的显微镜和用于测量长度的螺旋测微装置结合起来，用于测量长度的精密仪器。

读数显微镜的螺旋测微装置原理与千分尺相同。测微螺杆的螺距为 1mm，对应测微鼓轮转动一周。测微鼓轮的圆周刻有 100 个分度，因此读数显微镜的分度值为 0.01mm。使用测微装置时，先从标尺读出整毫米数，再从测微鼓轮读出小数（估读到千分位），二者相加作为测量值。

与测微螺杆配合的套管上装有显微镜，转动测微鼓轮时，显微镜可随螺旋测微装置左右移动。显微镜由物镜、目镜、目镜焦平面的十字叉丝、调焦手轮及反光镜等部分组成。叉丝中的一条平行于显微镜筒的平移方向，另一条垂直于显微镜筒移动方向，作为观测的基准线。



图 2. 4-4 读数显微镜

读数显微镜的使用步骤：

- 1) 将待测物放置在显微镜工作台，调整反光镜角度，得到适当的视场亮度；
- 2) 转动调焦手轮，使待测物成像清晰；
- 3) 转动测微鼓轮，使叉丝对准待测物上的参考点，并记下此时的读数。继续转动鼓轮，使叉丝对准下一个参考点，再次记下读数。
- 4) 两个读数之差即为待测的长度值。

为了避免回程差，测量时应记住鼓轮的转动方向，只能向同一个方向转动，若超过了参考点，应重新测量。

## 基本物理量的测量：时间

时间是物理学的基本物理量之一，许多物理量的测量都离不开对时间的测量。在国际单位制中，时间的单位是秒。1967 年 10 月举行的第 13 届国际计量大会通过了对秒的最新定义，标志着人类进入了原子时。该定义为：

1 秒是指铯-133 原子基态的两个超精细能级间所对应辐射的  $9\,192\,631\,770$  个周期的持续时间。

时间包含时刻和时间间隔两个概念。在大学物理实验中，主要涉及利用电子秒表、数字毫秒计等装置对时间间隔进行测量。

### （1）电子秒表

电子秒表是常见的电子计时装置，其机芯由集成电路组成，用石英晶体振荡器作时标，液晶显示窗一般用六位数字显示时间，可连续累积计时  $59'59.99\text{s}$ ，分辨率为  $0.01\text{s}$ 。

### （2）数字毫秒计

数字毫秒计主要由集成元件和高频石英晶体振荡器构成，石英晶体作为时间信号发生器，不断产生标准的时基信号，与光电门配合计时，组成较精确的计时装置，其分辨通常为  $0.1\text{ms}$ ，计时误差小于  $0.5\text{ms}$ 。

（张宪锋、熊永红）