

钢丝杨氏模量——实验报告

PB22151743 崔士强

2023 年 6 月 14 日

1 实验目的

用拉伸法测量钢丝的杨氏模量.

2 实验原理及装置

杨氏模量为钢丝应力与应变之比, 即:

$$E = \frac{FL}{S\Delta L}$$

考虑到钢丝形变 ΔL 较小, 难以测出, 因此利用光学放大法放大.

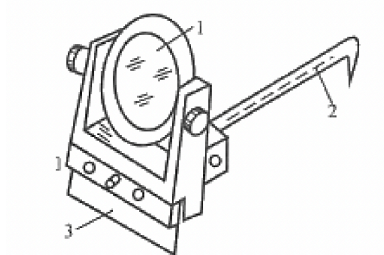


图 1: 光杠杆示意图

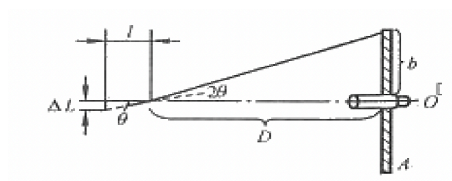


图 2: 光路图

光杠杆结构如图 1 所示。杠杆支脚与被测物接触, 当被测物发生微小形变时支脚发生移动, 平面镜角度随之变化。光路图如图 2 所示, 当角度变化 θ 时, 入射光角度变化 2θ , 而这里的 θ 很小, 因此有:

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{\Delta L}{l}$$

$$2\theta \approx \tan 2\theta = \frac{b}{D}$$

结合上面给出的 E 的表达式可以得到：

$$E = \frac{8DLF}{\pi d^2 lb}$$

此处使用望远镜观测平面镜成像，望远镜处竖直放置一标尺，用于测量 b ，实验装置如图 3.

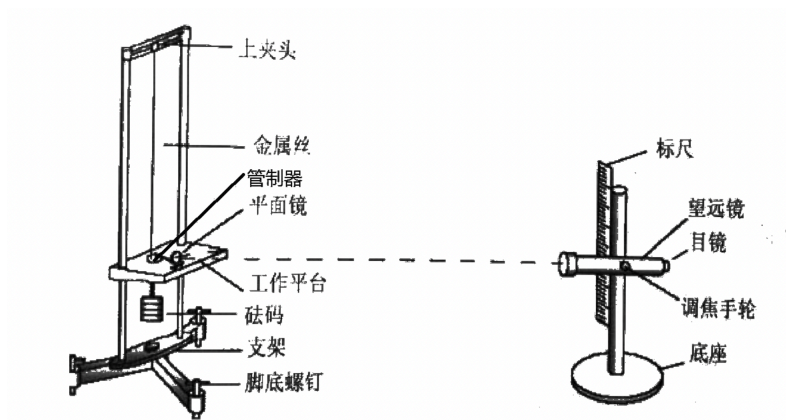


图 3: 实验装置示意图

因此需要测量的物理量有：钢丝长度 L ，钢丝直径 d ，光杠杆臂长 l ，标尺示数变化 b ，作用力 F ，标尺到平面镜距离 D 。而从上面的表达式可以看出， F 与 b 存在线性关系：

$$b = \frac{8DL}{\pi d^2 l E} F$$

测出若干组 b 和 F 的值，便能通过线性拟合得到的斜率计算出杨氏模量 E 。

3 实验数据及计算

数据如下表

测量次数	d/mm	L/cm	D/cm	l/cm
1	0.295	138.33	99.78	7.15
2	0.298	138.56	99.90	7.17
3	0.296	138.60	99.86	7.16
4	0.296			
5	0.299			
6	0.298			

表 1: d, L, D, l 的测量值

此处螺旋测微器零误差为 -0.025mm ，已对 d 做修正。

i	b_i	b'_i
0	0.00	0.02
1	1.30	1.43
2	2.68	2.85
3	4.00	4.20
4	5.45	5.68
5	6.88	6.91
6	8.28	8.29
7	9.68	

表 2: b_i 及 b'_i 的测量值

每个砝码重 500g，取 $g = 9.8\text{m/s}^2$ ，可得到如下结果：

砝码总质量 m/g	F/N	b/cm
0	0	0.01
500	4.9	1.365
1000	9.8	2.765
1500	14.7	4.1
2000	19.6	5.565
2500	24.5	6.895
3000	29.4	8.285
3500	34.3	9.68

表 3: F 与 b 的值

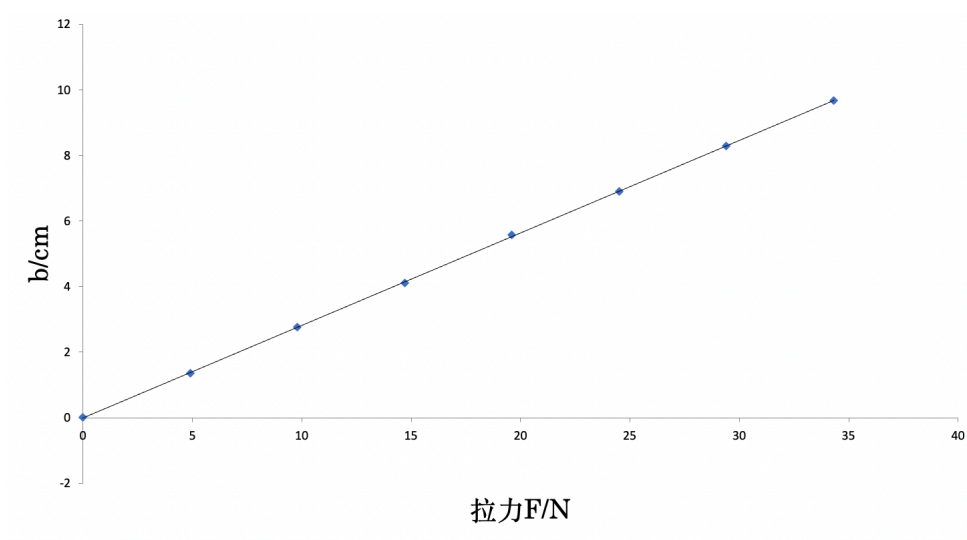


图 4: 线性拟合图像

图 4 给出了 b 与 F 的线性拟合图像, 拟合得到的斜率与截距为:

$$M = 0.28218 \text{ cm/N}$$

$$b = -0.00625 \text{ cm}$$

相关系数

$$r = \frac{\overline{Fb} - \overline{F} \cdot \overline{b}}{\sqrt{(\overline{F^2} - \overline{F}^2)(\overline{b^2} - \overline{b}^2)}} = 0.99997481$$

斜率的展伸不确定度

$$U_M = t_P \cdot |M| \cdot \sqrt{\frac{(\frac{1}{r^2} - 1)}{n - 2}} = 0.0020034 \text{ cm/N}, P = 0.95$$

截距的展伸不确定度

$$U_b = U_M \cdot \sqrt{\overline{F^2}} = 0.041065 \text{ cm}, P = 0.95$$

下面对所测得的其他物理量进行处理

1. 钢丝直径 d

$$\overline{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 0.297 \text{ mm}$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \overline{d})^2} = 0.0015492 \text{ mm}$$

$$\Delta_{B,d} = \sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.005^2} \text{ mm} = 0.0064031 \text{ mm}$$

$$U_{d,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,d}}{C}\right)^2} = 4.4881 \times 10^{-3} \text{ mm}, P = 0.95$$

2. 钢丝长度 L

$$\overline{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i = 138.5 \text{ cm}$$

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (L_i - \overline{L})^2} = 0.14572 \text{ cm}$$

$$\Delta_{B,L} = \sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2} = 0.13 \text{ cm}$$

$$U_{L,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,L}}{C}\right)^2} = 0.37159 \text{ cm}, P = 0.95$$

3. 标尺到平面镜距离 D

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i = 99.847 \text{ cm}$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2} = 0.061101 \text{ cm}$$

$$\Delta_{B,D} = \sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2} = 0.13 \text{ cm}$$

$$U_{D,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,D}}{C}\right)^2} = 0.17385 \text{ cm}, P = 0.95$$

4. 光杠杆臂长 l

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = \frac{7.15 + 7.17 + 7.16}{3} \text{ cm} = 7.16 \text{ cm}$$

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} = 0.01 \text{ cm}$$

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\Delta_{app}^2 + \Delta_{est}^2} = 0.13 \text{ cm}$$

$$U_{l,P} = \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,l}}{C}\right)^2} = 0.088487 \text{ cm}, P = 0.95$$

最终可以得到:

$$E = \frac{8DL}{\pi d^2 l M} = 1.9759 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

展伸不确定度

$$\begin{aligned} U_{E,P} &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial D} U_{D,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L} U_{L,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} U_{d,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial l} U_{l,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial M} U_{M,P}\right)^2} \\ &= 6.6325 \times 10^5 \text{ N/cm}^2, P = 0.95 \end{aligned}$$

杨氏模量的测量值为

$$E = (1.98 \pm 0.07) \times 10^7 \text{ N/cm}^2$$

相对不确定度为 3.535%，符合实验要求。

4 思考题

1. 提高放大率可以使现象更明显，减小因读数产生的误差，但是放大率过大可能会导致超出标尺量程的情况
2. 长度量的测量与这个长度的大小有关。 d 非常小，只能使用螺旋测微器，如果使用其他仪器会导致相对误差过大其余量较大，可以使用钢卷尺。