

# 单摆法测量重力加速度——实验报告

崔士强 PB22151743

2023 年 4 月 20 日

## 1 实验目的

利用单摆测量所在地的重力加速度.

## 2 实验原理

本实验中满足以下条件:

1. 细绳质量  $\ll$  小球质量
2. 小球直径  $\ll$  细绳长度
3. 摆角  $\theta < 5^\circ$

因此有近似公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

测出摆长及周期即可得出重力加速度.

## 3 实验仪器

本实验中用到的仪器有: 钢卷尺, 电子秒表, 单摆 (带标尺, 平面镜, 摆线长度可调), 所使用仪器的最大允差以及估计误差如下表所示

钢卷尺		秒表	
$\Delta_{\text{仪}}/cm$	$\Delta_{\text{估}}/cm$	$\Delta_{\text{仪}}/s$	$\Delta_{\text{估}}/s$
0.2	0.05	0.01	0.2

表 1: 仪器的最大允差及估计误差

## 4 实验数据及处理

实验数据见下表，原始数据记录照片见文档尾.

次数	摆长 $l/cm$	总时间 $t/s$	
1	70.00	84.12	
2	70.05	83.91	$(n = 50)$
3	70.03	84.09	
4	70.20	84.03	
5	70.05	84.13	

表 2: 实验数据

摆线长度  $l$  的平均值

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = \frac{70 + 70.05 + 70.03 + 70.2 + 70.05}{5} \text{ cm} = 70.066 \text{ cm}$$

摆长  $l$  的标准差

$$\begin{aligned} \sigma_l &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(70 - 70.066)^2 + (70.05 - 70.066)^2 + (70.03 - 70.066)^2 + (70.2 - 70.066)^2 + (70.05 - 70.066)^2}{5-1}} \text{ cm} \\ &= 0.077653 \text{ cm} \end{aligned}$$

摆长  $l$  的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.20616 \text{ cm}$$

摆长  $l$  的展伸不确定度

$$\begin{aligned} U_{l,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,l}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(2.78 \times \frac{0.077653}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.20616}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.16571 \text{ cm}, P = 0.95 \end{aligned}$$

周期  $T$  的平均值

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{1.6824 + 1.6782 + 1.6818 + 1.6806 + 1.6826}{5} \text{ s} = 1.6811 \text{ s}$$

周期  $T$  的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(1.6824 - 1.6811)^2 + (1.6782 - 1.6811)^2 + (1.6818 - 1.6811)^2 + (1.6806 - 1.6811)^2 + (1.6826 - 1.6811)^2}{5-1}} \text{ s} \\ &= 0.0018089 \text{ s}\end{aligned}$$

周期  $T$  的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,T} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\text{仪}}}{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{估}}}{n}\right)^2} = \sqrt{0.0002^2 + 0.004^2} \text{ s} = 0.004005 \text{ s}$$

周期  $T$  的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{T,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,T}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(2.78 \times \frac{0.0018089}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.004005}{3}\right)^2} \text{ s} \\ &= 3.4502 \times 10^{-3} \text{ s}, P = 0.95\end{aligned}$$

重力加速度  $g$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 0.70066}{1.6811^2} \text{ m/s}^2 = 9.7874 \text{ m/s}^2$$

重力加速度  $g$  的延伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{g,P} &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l} U_{l,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} U_{T,P}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} U_{l,P}\right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 l}{T^3} U_{T,P}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4 \times \pi^2}{1.6811^2} \times 0.0016571\right)^2 + \left(-\frac{8 \times \pi^2 \times 0.70066}{1.6811^3} \times 0.0034502\right)^2} \text{ m/s}^2 \\ &= 0.046367 \text{ m/s}^2, P = 0.95\end{aligned}$$

重力加速度  $g$  最终结果

$$g = (9.7874 \pm 0.05) \text{ m/s}^2$$

## 5 误差分析

本实验中

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2 \times U_{g,P}}{g} \approx 0.0095$$

满足  $\Delta g/g < 1\%$  的要求，实验误差的来源可能有以下几点<sup>1</sup>：

- 1). 摆长，总时间的测量存在误差
- 2). 空气阻力对实验产生影响

因此可作如下改进：

- 1). 利用电脑软件对全过程的录像进行分析
- 2). 适当减少周期数

## 6 原始数据记录

摆长: ~~70.00cm~~ 70.00cm 70.05cm 70.03cm 70.20cm 70.05cm

次数	总时间(s)		$\Delta h$	$\Delta t$ (ms)
1	84.12	大球 {	40cm	165.8
2	83.91		50cm	195.4
3	84.09		45cm	180.8
4	84.03		35cm	149.7
5	84.13	小球 {	35cm	148.8
			40cm	164.7
			45cm	179.8
			50cm	194.4

周期数  $n = 50$

✓ 3.31

<sup>1</sup>这里包括思考题的回答