Differentiëren

Functiebegrip, activatiefuncties en helling bepalen

Een functie geeft de relatie tussen 2 aangegeven verzamelingen. Een activatiefunctie bepaald de output aan de hand van een input of een set van inputs. Het bepaald of een neuron geactiveerd wordt of niet. Afgeleiden van activatiefuncties worden gebruikt voor optimalisatie zoals gradiënt descent om te bepalen wat er in de weights moet worden aangepast.

Differentiëren

Somregel:

$$f(x) = 5x^3 - 7x^4 + x^{\frac{1}{2}} + 14x + 17$$

$$f'(x) = 15x^2 - 28x^3 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + 14$$

Productregel:

$$f(x) = g(x) \cdot h(x) \rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h(x$$

$$f(x) = (2x+2)(x^2-3)$$

$$g(x) = 2x + 2 \qquad h(x) = x^2 - 3$$

$$g'(x) = 2 \qquad h'(x) = 2x$$

$$f'(x) = (2)(x^2-3) + (2x+2)(2x)$$

$$f'(x) = (2x^2-6) + (4x^2+4x)$$

$$f'(x) = 2x^2 + 4x^2 + 4x - 6$$

$$f'(x) = 6x^2 + 4x - 6$$

Quotiëntregel:

Quotientregel

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{h(x)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 5}{2x - 5}$$

$g(x) = x^2 - 5$ $\qquad$ $h(x) = 2x - 5$

$g'(x) = 2x$ $\qquad$ $h'(x) = 2$

$$f'(x) = \frac{2x(2x-5) - (x^2-5)2}{(2x-5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x^2 - 10x - 2x^2 - 10}{(2x-5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 10x - 10}{(2x-5)^2}$$

Kettingregel:

$$f(x) = g(h(x)) \rightarrow f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

$$f(x) = x(x^2-1)^3$$

$g(x) = x(\ldots)^3$ $\qquad$ $h(x) = x^2 - 1$

$g'(x) = 3x(\quad)^2$ $\qquad$ $h'(x) = 2x$

$$f'(x) = 3x(x^2-1)^2 \cdot 2x$$

$$f'(x) = 6x^2(x^2-1)^2$$

Activatiefuncties differentiëren

Sigmoid functie - Kettingregel:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \rightarrow f(x) = (1+e^{-x})^{-1}$$

$$g(x) = (\;)^{-1} \qquad h(x) = 1+e^{-x}$$

$$g'(x) = -1(\;)^{-2} \qquad h'(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) = -(1+e^{-x})^{-2} \cdot e^{-x}$$

$$f'(x) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \cdot \frac{e^{-x}+(1-1)}{1+e^{-x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \cdot \left(\frac{1+e^{-x}}{1+e^{-x}} - \frac{1}{1+e^{-x}}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-x}}\right)$$

$$f'(x) = f(x) \cdot (1-f(x))$$

Lineare functie:

$$f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$$

Partieel differentieren

De $\frac{\partial z}{\partial x}$ en $\frac{\partial z}{\partial y}$ voor de volgende functies

$Z(x,y) = x^6 + x^2y^8 + y^6 + 8$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 6x^5 + 2xy^8$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 8x^2y^7 + 6y^5$

$Z(x,y) = x^4 + xy^7 - y^3$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 + y^7$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 7xy^6 - 3y^2$

$Z(x,y) = -7x^2y^7 + 8$

$\frac{\partial z}{\partial x} = -14xy^7$

$\frac{\partial z}{\partial y} = -49x^2y^6$