

DOKO  
UW

# ROZPRZESTRZENIANIE SIĘ EPIDEMII OKIEM FIZYKA

Starring

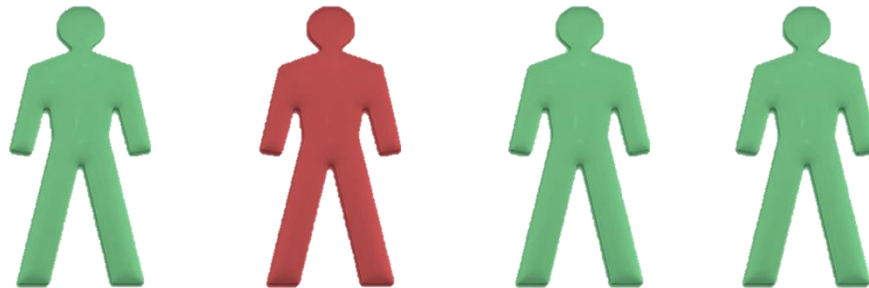
Cuba  
Gooding Jr

Mateusz  
Wiliński

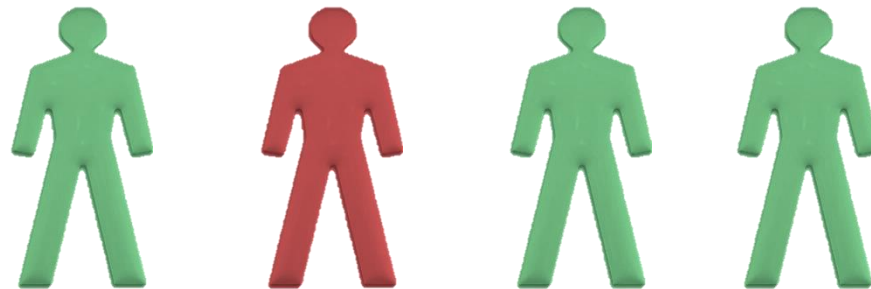
Tomasz  
Raducha



# Podstawowe modele epidemiologiczne



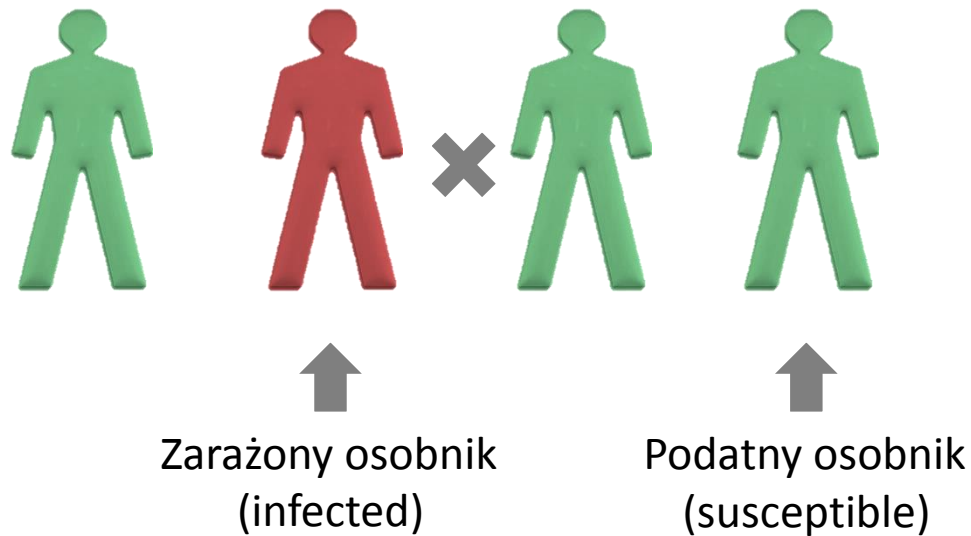
# Podstawowe modele epidemiologiczne



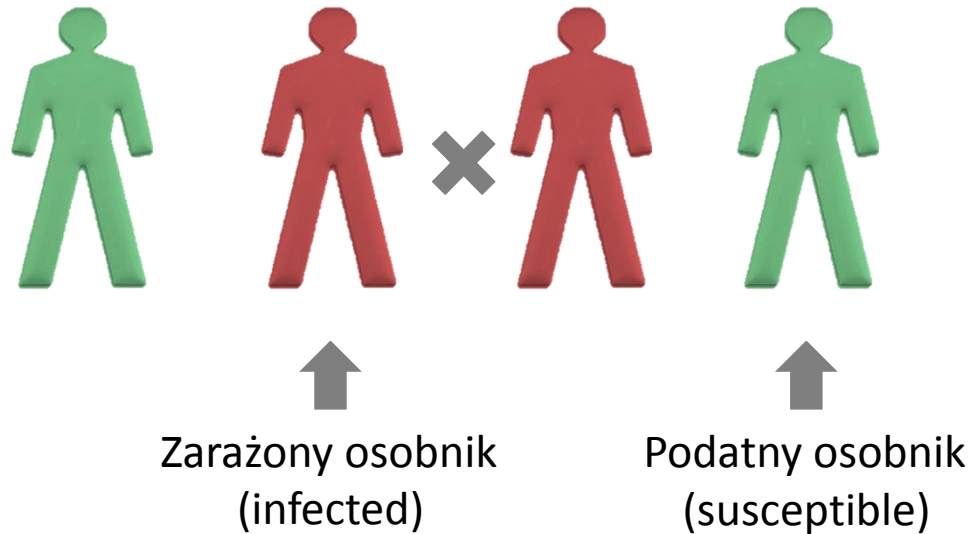
Zarażony osobnik  
(infected)

Podatny osobnik  
(susceptible)

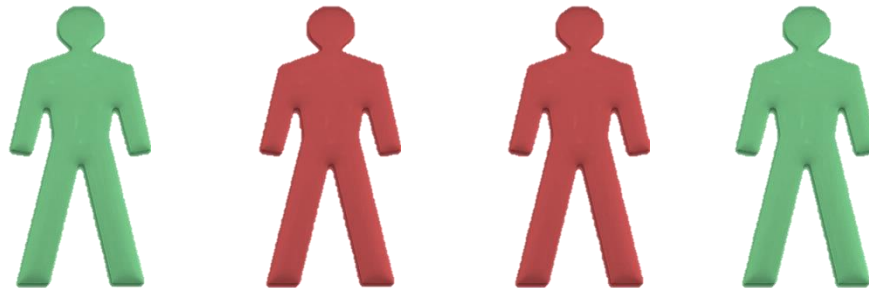
# Podstawowe modele epidemiologiczne



# Podstawowe modele epidemiologiczne

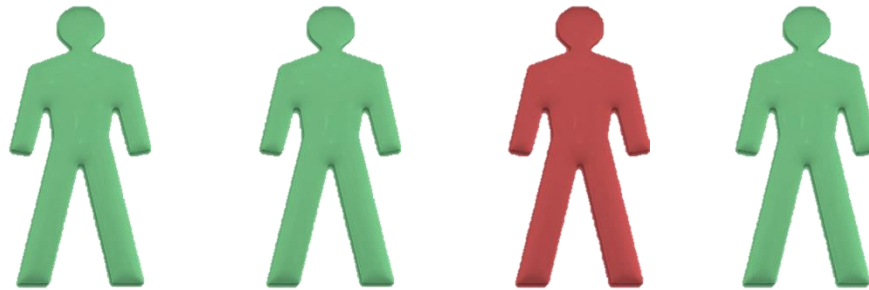


# Podstawowe modele epidemiologiczne



# Podstawowe modele epidemiologiczne

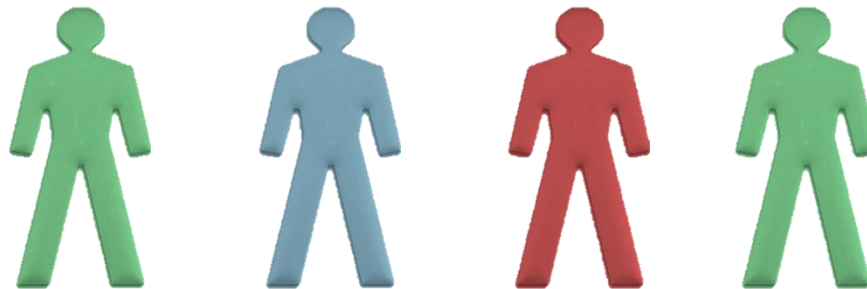
SIS model



Osobnik ponownie  
jest podatny  
(susceptible)

# Podstawowe modele epidemiologiczne

SIR model



Osobnik staje się  
odporny  
(resistant)



# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

$$\Delta S_i = ?$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

$$\Delta S_i = (-r S_{i-1} I_{i-1} + a I_{i-1}) \Delta t$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

$$\Delta S_i = \underbrace{(-r S_{i-1} I_{i-1})}_{\text{Interakcja}} + \underbrace{a I_{i-1}}_{\text{Zdrowienie}} \Delta t$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

$$\Delta S_i = (-r S_{i-1} I_{i-1} + a I_{i-1}) \Delta t$$

$$\Delta I_i = ?$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

$$\Delta S_i = (-r S_{i-1} I_{i-1} + a I_{i-1}) \Delta t$$

$$\Delta I_i = (+r S_{i-1} I_{i-1} - a I_{i-1}) \Delta t$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

# SIS model

Jak podejść do tego matematycznie?

$$\Delta S_i = (-r S_{i-1} I_{i-1} + a I_{i-1}) \Delta t$$

$$\Delta I_i = (+r S_{i-1} I_{i-1} - a I_{i-1}) \Delta t$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

$$S_i = N - I_i$$

$$I_i = I_{i-1} + \left( (N - I_{i-1}) I_{i-1} - a I_{i-1} \right) \Delta t$$

# SIS model

Proszę uzupełnić kod z symulacją modelu SIS.

$$S_i = N - I_i$$

$$I_i = I_{i-1} + \left( (N - I_{i-1}) I_{i-1} - a I_{i-1} \right) \Delta t$$

$$r \approx 0.004$$

$$a \approx 1.000$$



# SIS model

Proszę uzupełnić kod z symulacją modelu SIS.

$$S_i = N - I_i$$

$$I_i = I_{i-1} + \left( (N - I_{i-1}) I_{i-1} - a I_{i-1} \right) \Delta t$$

$$r \approx 0.004$$

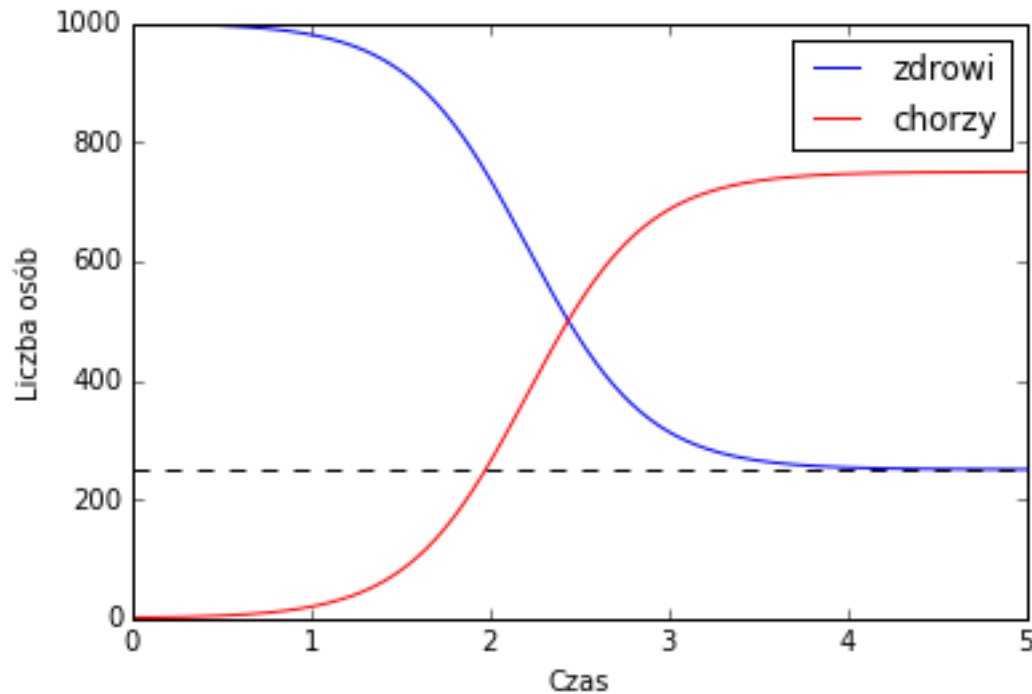
$$a \approx 1.000$$

Poprawne rozwiązanie:

**556c90d1.py**

1 sis sir.py

# SIS model



Poprawne rozwiązanie:

**556c90d1.py**

1 sis sir.py

# SIR model

Jak bardzo różni się od poprzedniego?

# SIR model

Jak bardzo różni się od poprzedniego?

$$\Delta S_i = ?$$

$$\Delta I_i = ?$$

$$\Delta R_i = ?$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

$R_i$  - liczba odpornych w chwili  $i$

# SIR model

Jak bardzo różni się od poprzedniego?

$$\Delta S_i = ?$$

$$\Delta I_i = (+r S_{i-1} I_{i-1} - a I_{i-1}) \Delta t$$

$$\Delta R_i = ?$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

$R_i$  - liczba odpornych w chwili  $i$

# SIR model

Jak bardzo różni się od poprzedniego?

$$\Delta S_i = -r S_{i-1} I_{i-1} \Delta t$$

$$\Delta I_i = (+r S_{i-1} I_{i-1} - a I_{i-1}) \Delta t$$

$$\Delta R_i = ?$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

$R_i$  - liczba odpornych w chwili  $i$

# SIR model

Jak bardzo różni się od poprzedniego?

$$\Delta S_i = -r S_{i-1} I_{i-1} \Delta t$$

$$\Delta I_i = (+r S_{i-1} I_{i-1} - a I_{i-1}) \Delta t$$

$$\Delta R_i = +a I_{i-1} \Delta t$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

$R_i$  - liczba odpornych w chwili  $i$

# SIR model

Ostatecznie równania przyjmują postać:

$$S_i = N - I_i - R_i$$

$$I_i = I_{i-1} + (r(N - S_{i-1} - R_{i-1}) - a) I_{i-1} \Delta t$$

$$R_i = R_{i-1} + a I_{i-1} \Delta t$$

$S_i$  - liczba zdrowych w chwili  $i$

$r$  - szansa zarażenia

$I_i$  - liczba zarażonych w chwili  $i$

$a$  - szansa wyzdrowienia

$R_i$  - liczba odpornych w chwili  $i$



# SIR model

Proszę zmodyfikować kod SIS do postaci modelu SIR.

$$S_i = N - I_i - R_i$$

$$I_i = I_{i-1} + (r(N - S_{i-1} - R_{i-1}) - a) I_{i-1} \Delta t$$

$$R_i = R_{i-1} + a I_{i-1} \Delta t$$

$$r \approx 0.002$$

$$a \approx 1.000$$

# SIR model

Proszę zmodyfikować kod SIS do postaci modelu SIR.

$$S_i = N - I_i - R_i$$

$$I_i = I_{i-1} + (r(N - S_{i-1} - R_{i-1}) - a) I_{i-1} \Delta t$$

$$R_i = R_{i-1} + a I_{i-1} \Delta t$$

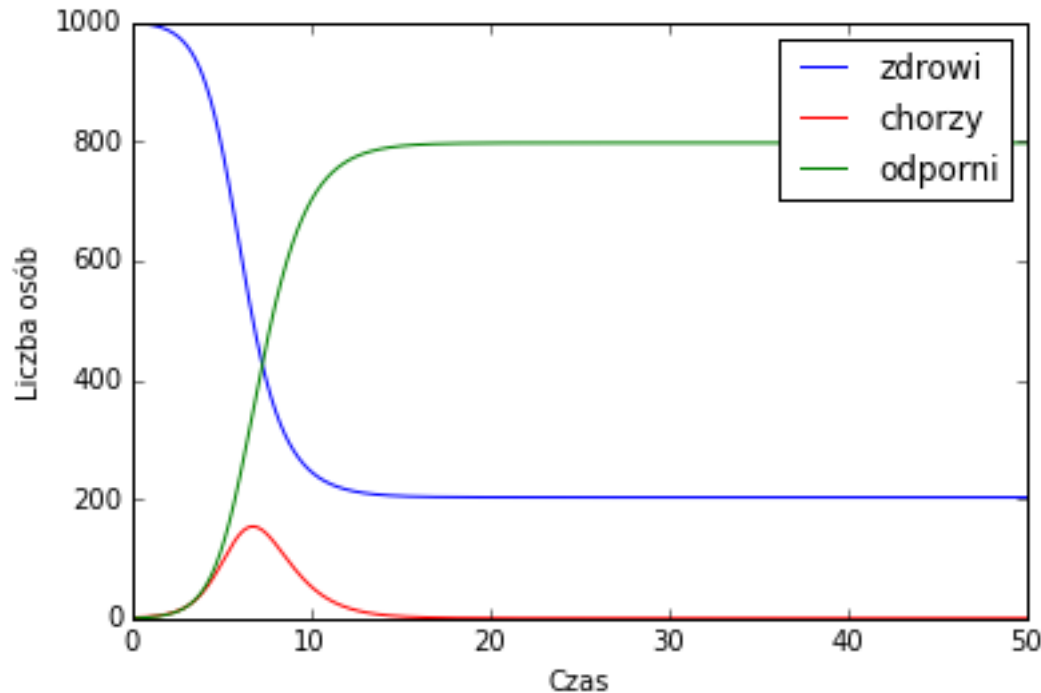
$$r \approx 0.002$$

$$a \approx 1.000 \quad \text{Poprawne rozwiązanie:}$$

**c219f506.py**

1 sis sir.py

# SIR model



Poprawne rozwiązanie:

**c219f506.py**

1 sis sir.py

# Inicjalizacja sieci w pakiecie *igraph*

Sieć typu Erdos-Renyi (ER):

```
ig.Graph.Erdos_Renyi(n,m)
```

gdzie „n” to liczba wierzchołków,  
zaś „m” to liczba krawędzi.

# Inicjalizacja sieci w pakiecie *igraph*

Sieć typu Erdos-Renyi (ER):

`ig.Graph.Erdos_Renyi(n,m)`

gdzie „n” to liczba wierzchołków,  
zaś „m” to liczba krawędzi.

Sieć typu Barabasi-Albert (BA):

`ig.Graph.Barabasi(n,m)`

gdzie „n” to liczba wierzchołków,  
ale „m” to parametr modelu.

[2\\_grafy.py](#)

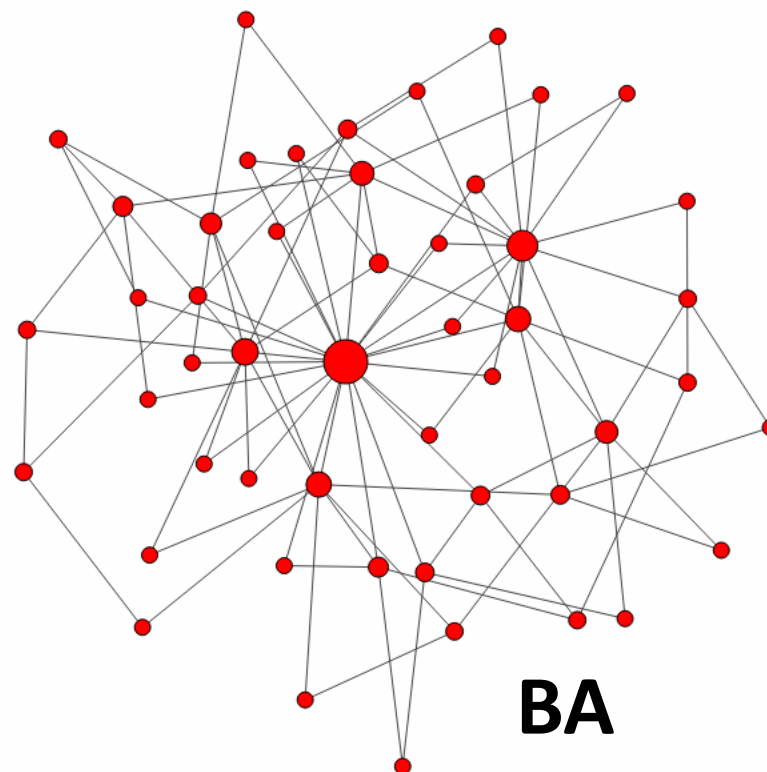
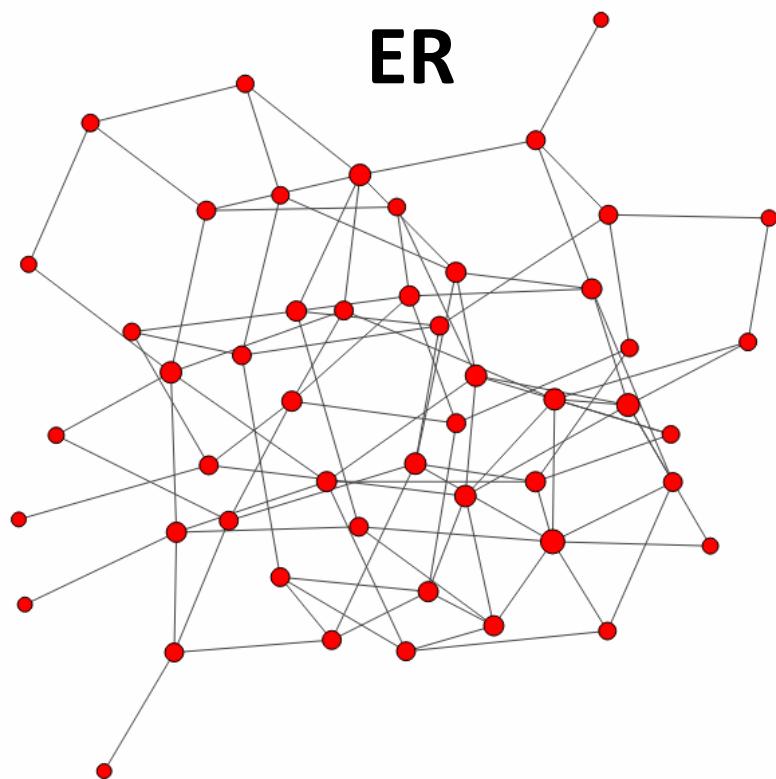
# Inicjalizacja sieci w pakiecie *igraph*

Poprawne rozwiązanie:

**d9c76665.py**

2\_grafy.py

# Inicjalizacja sieci w pakiecie *igraph*



Poprawne rozwiązanie:

**d9c76665.py**

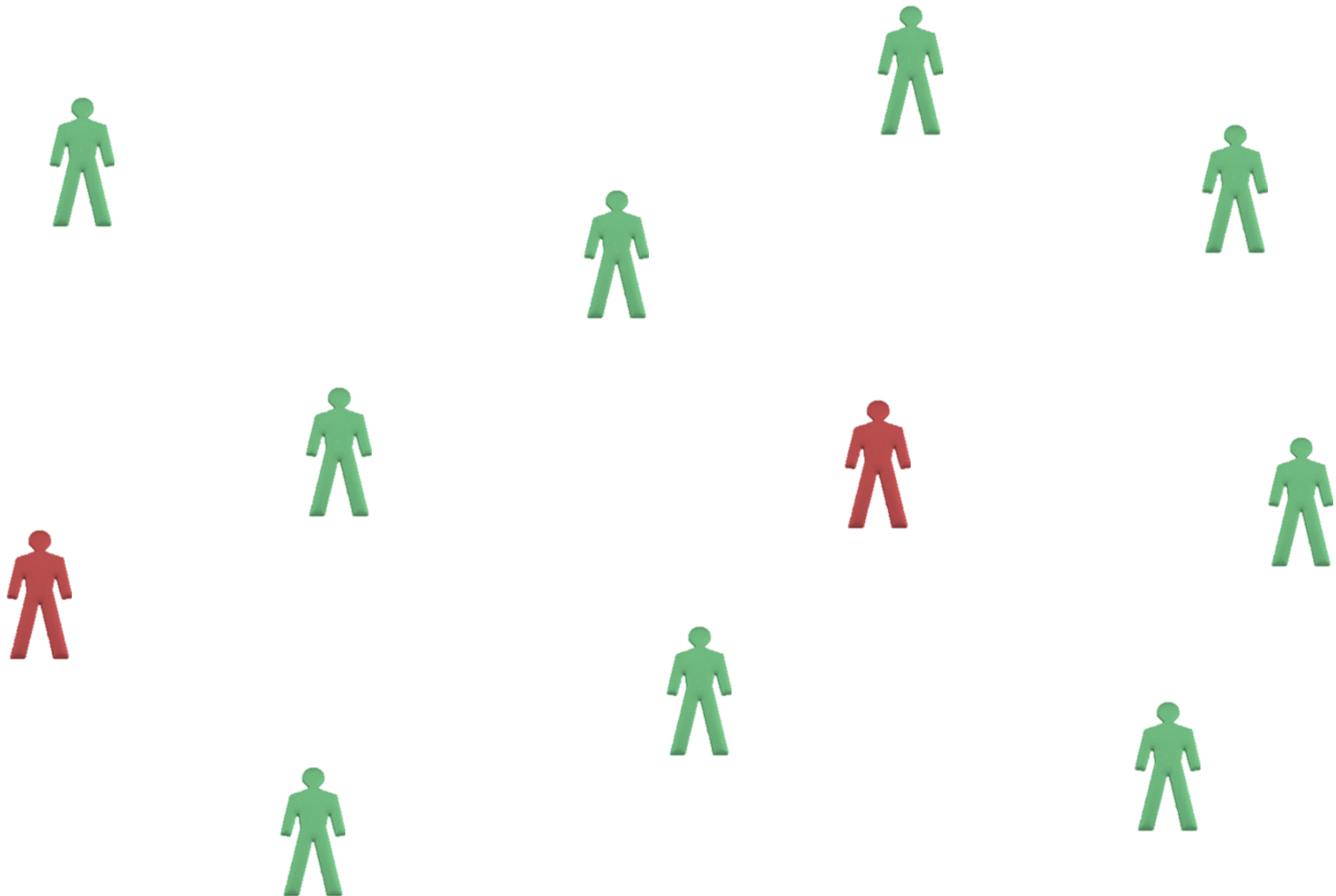
2\_grafy.py

# SIS model na sieci

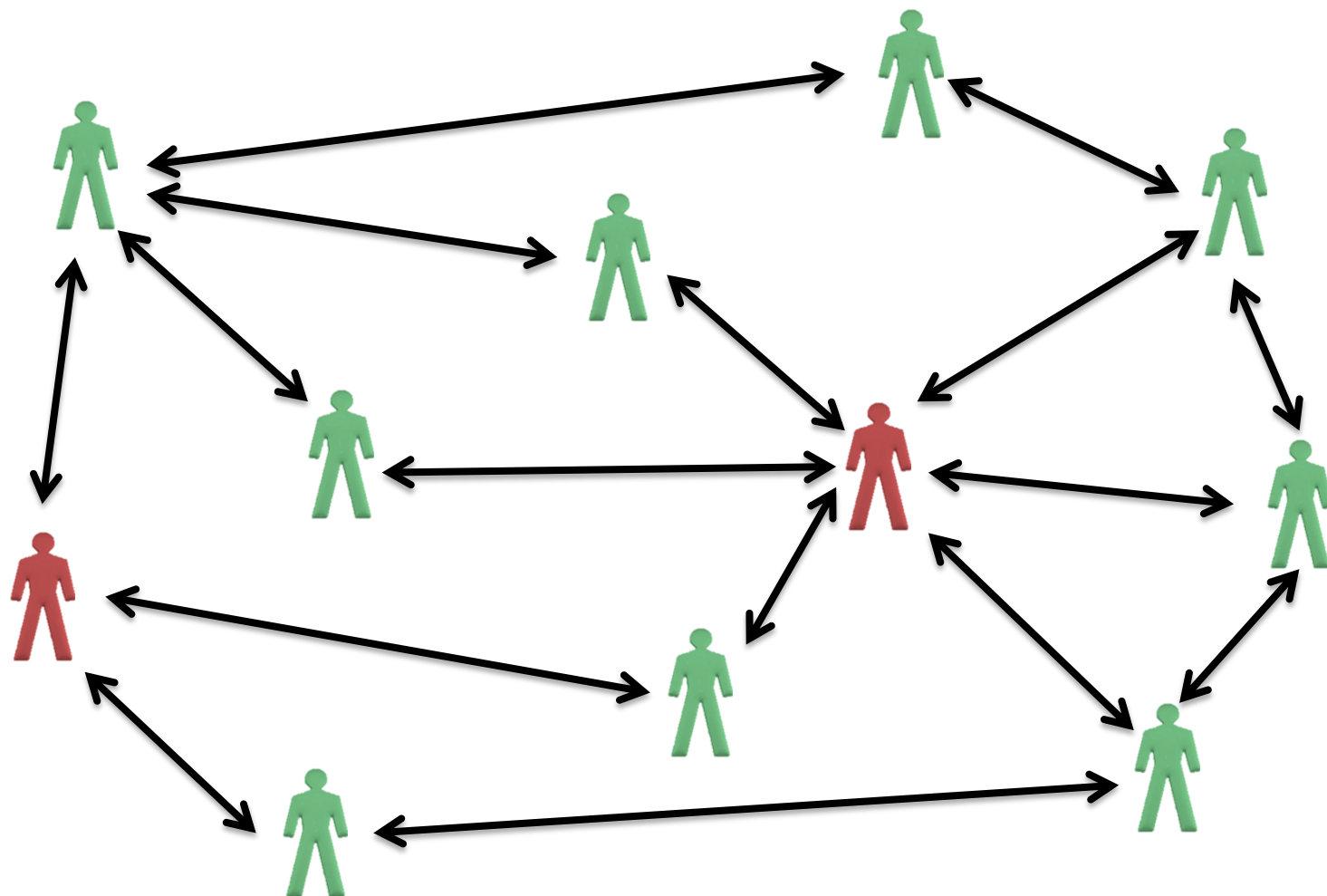




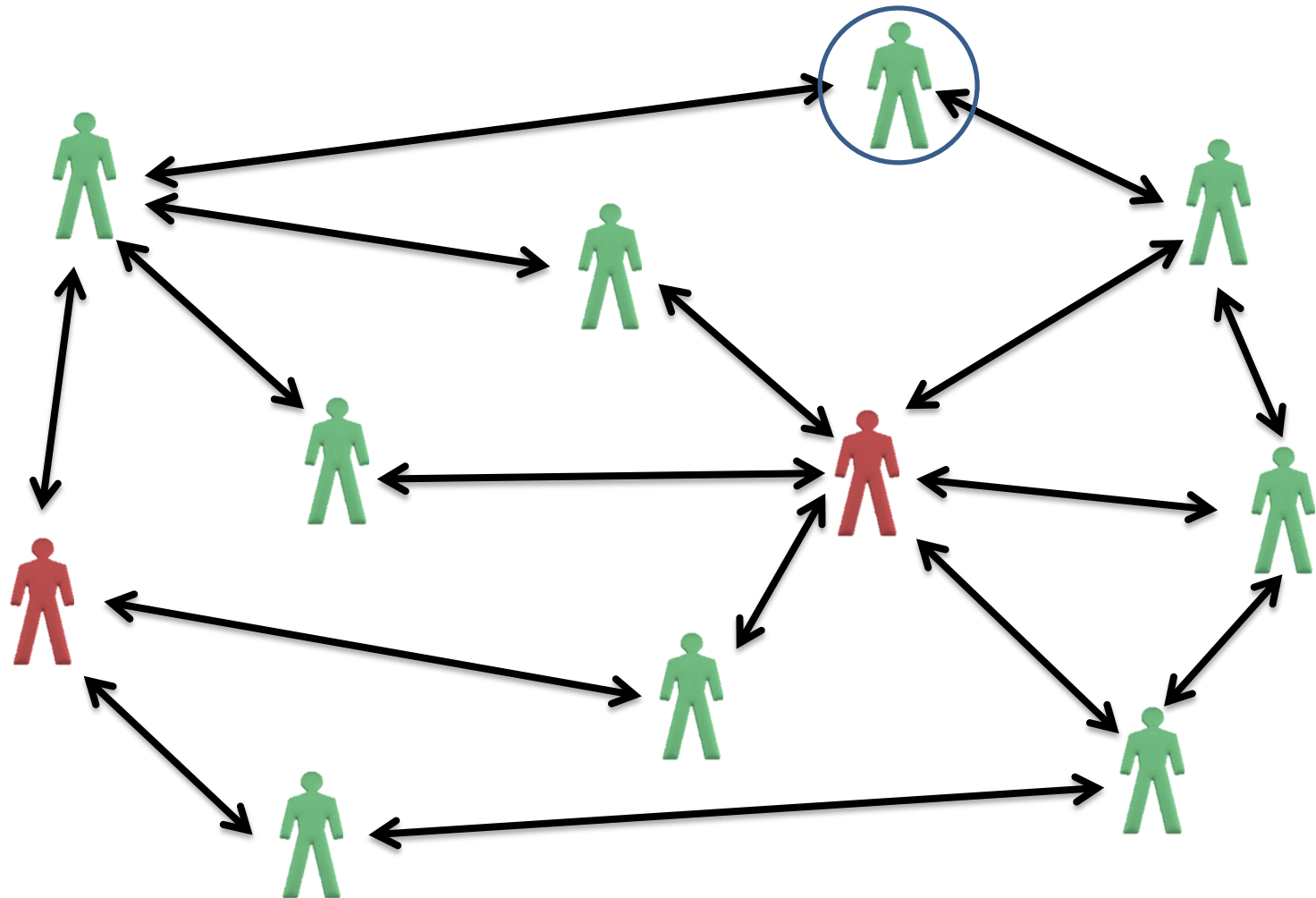
# SIS model na sieci



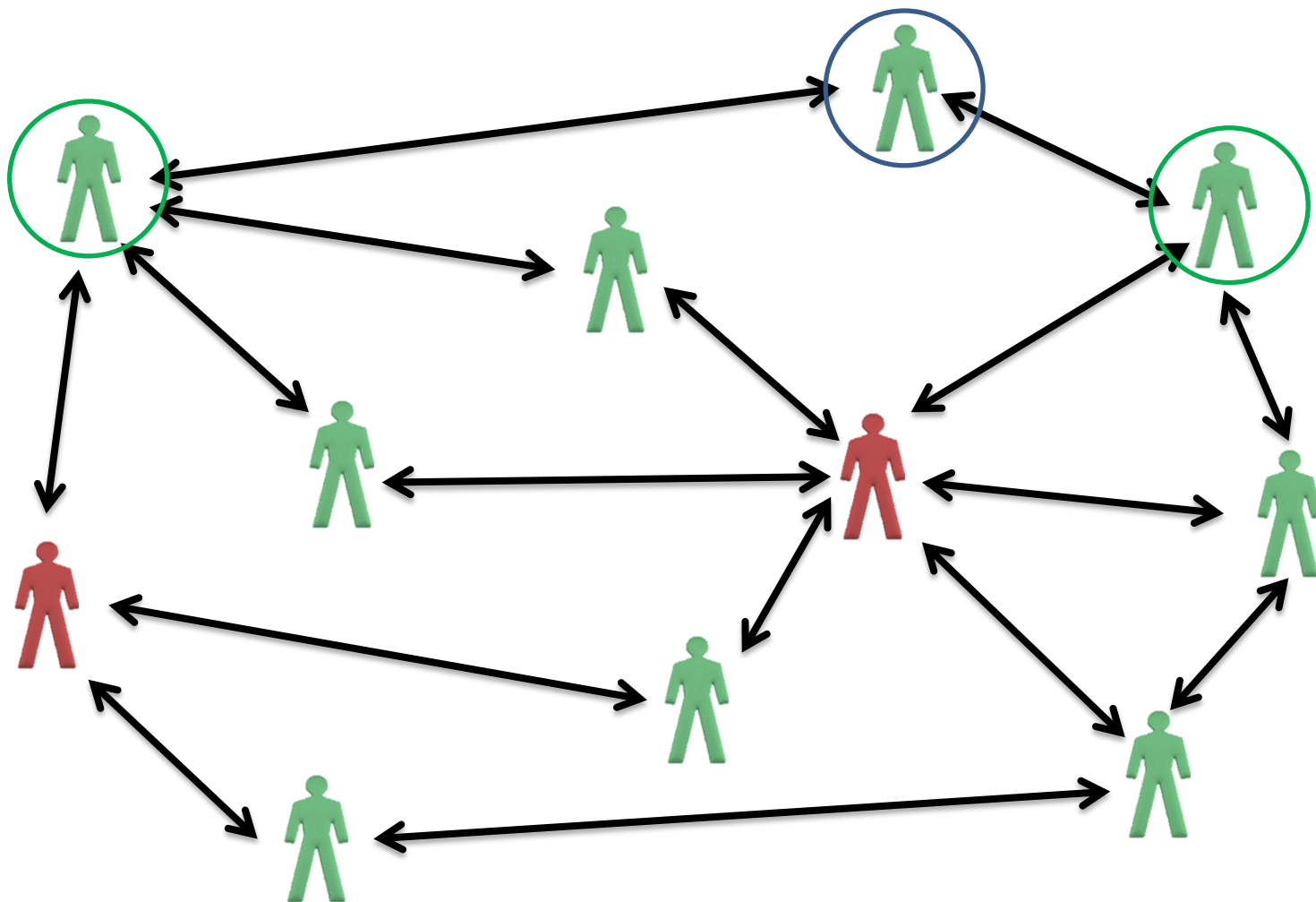
# SIS model na sieci



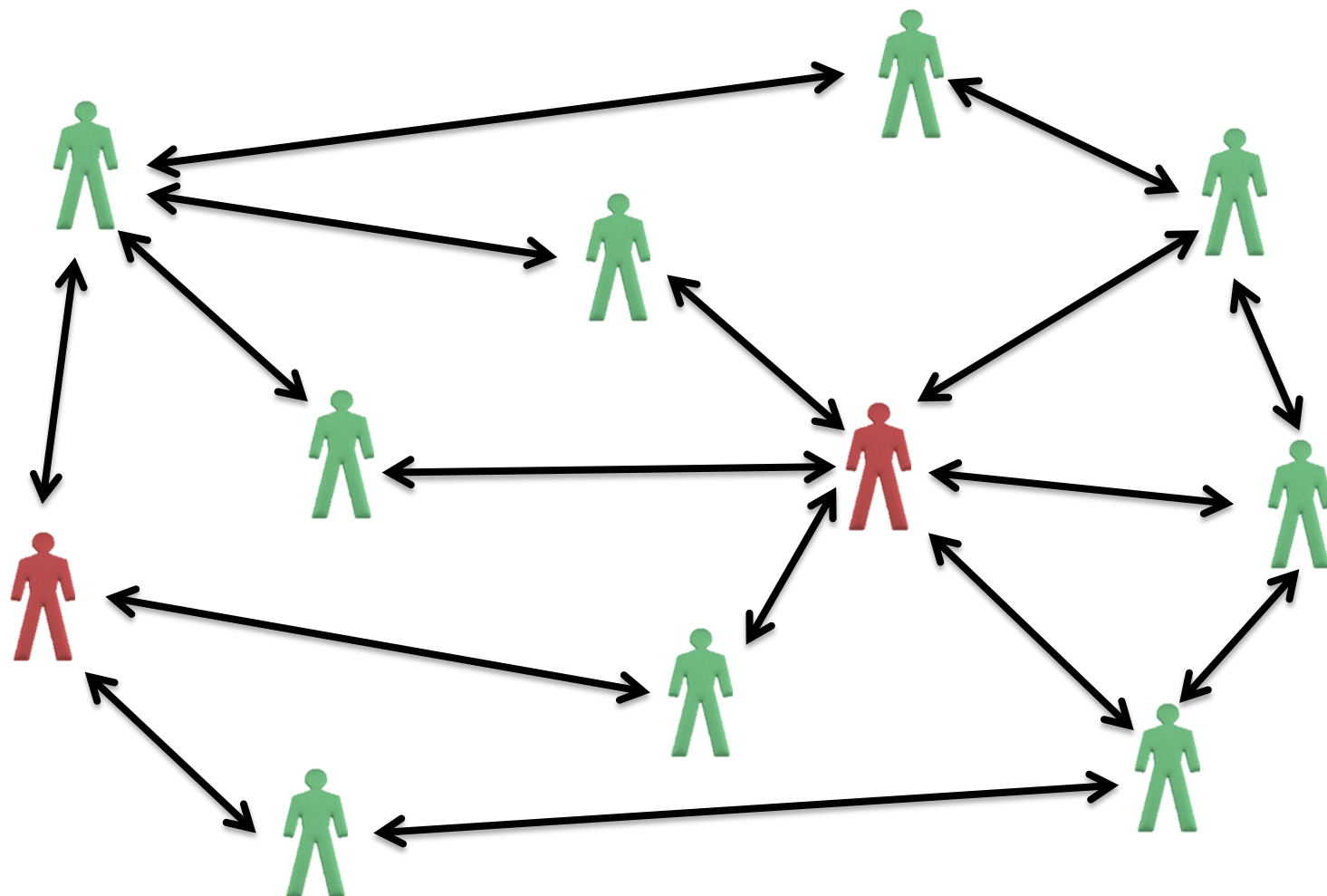
# SIS model na sieci



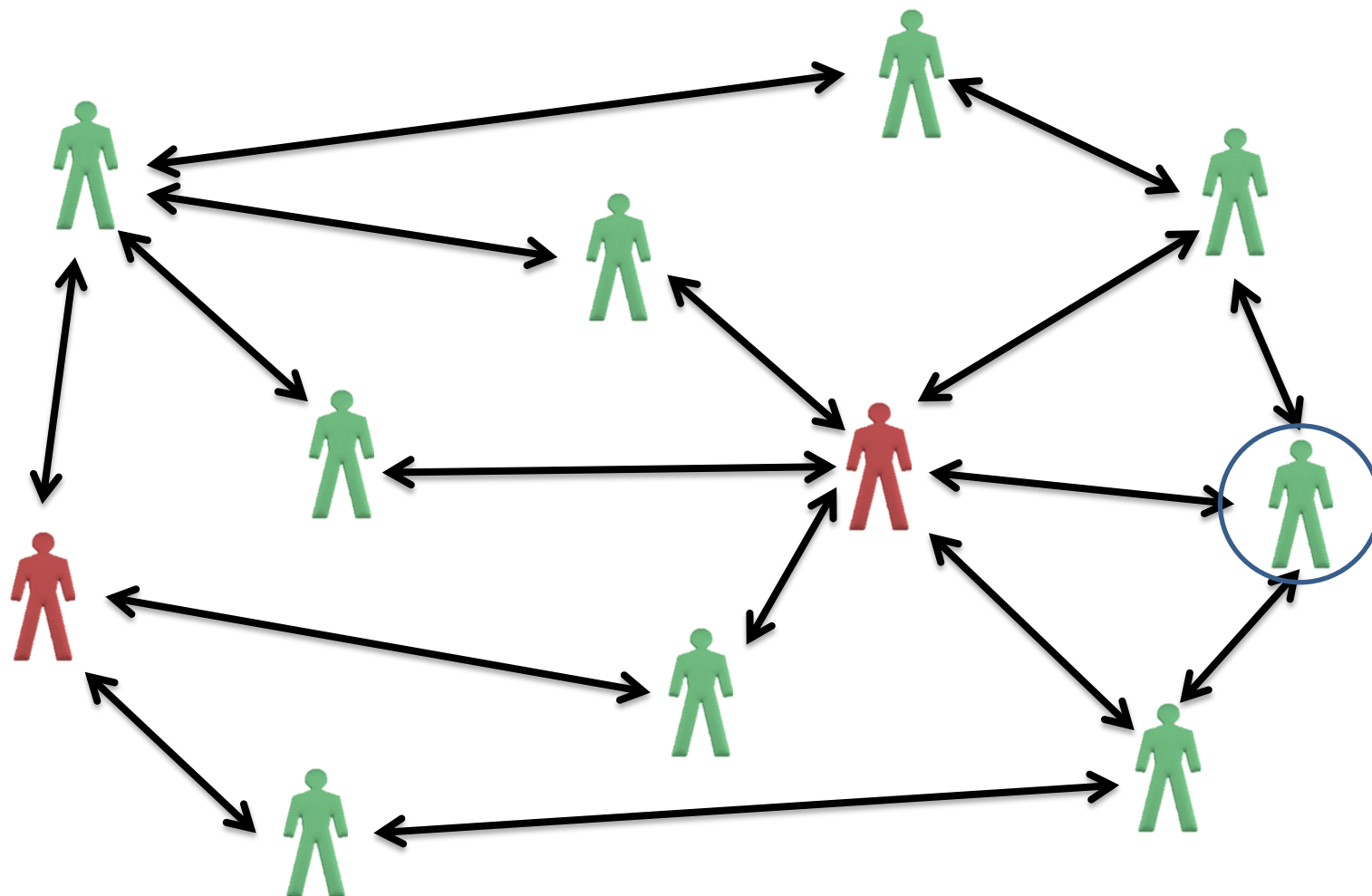
# SIS model na sieci



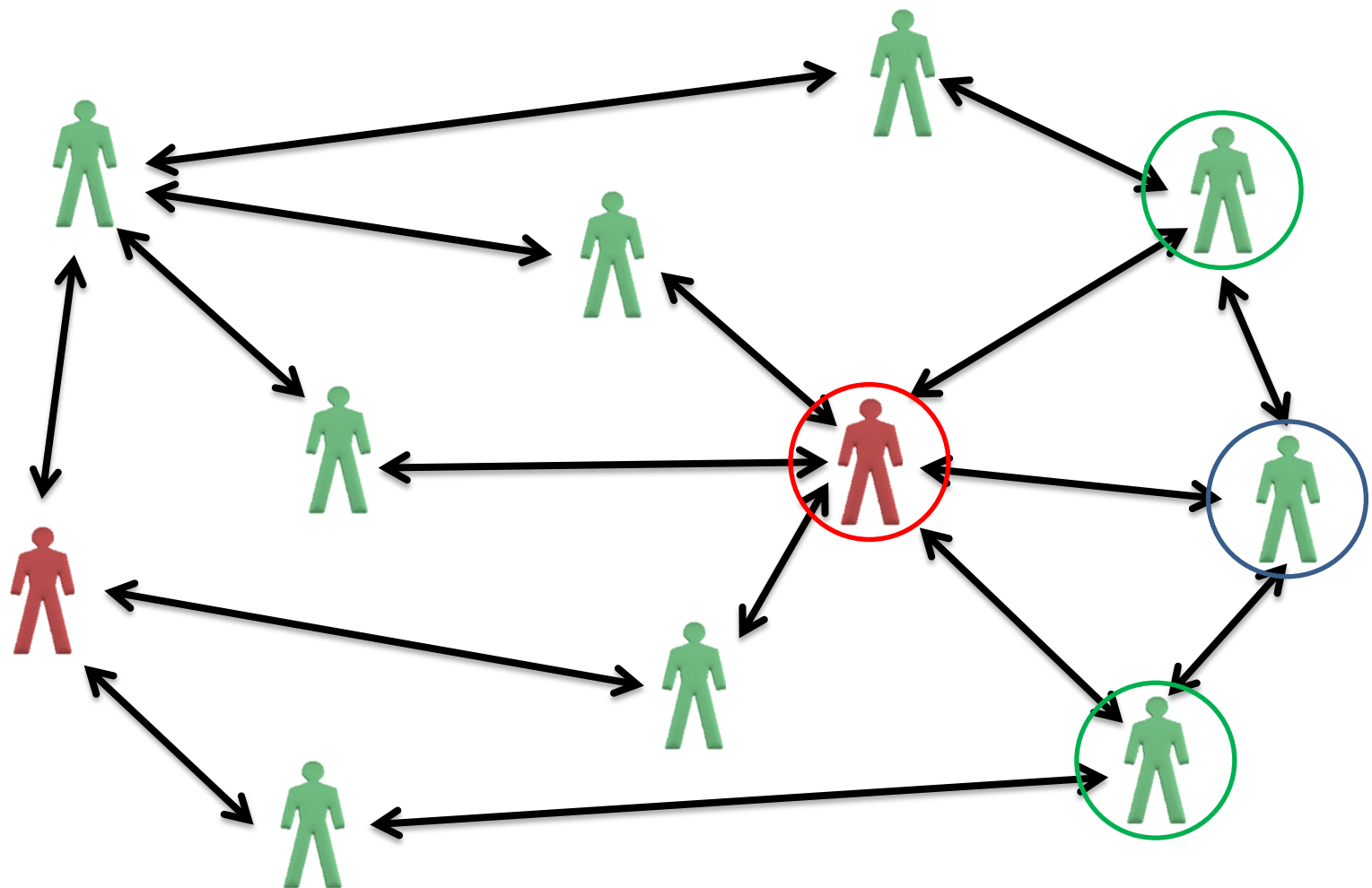
# SIS model na sieci



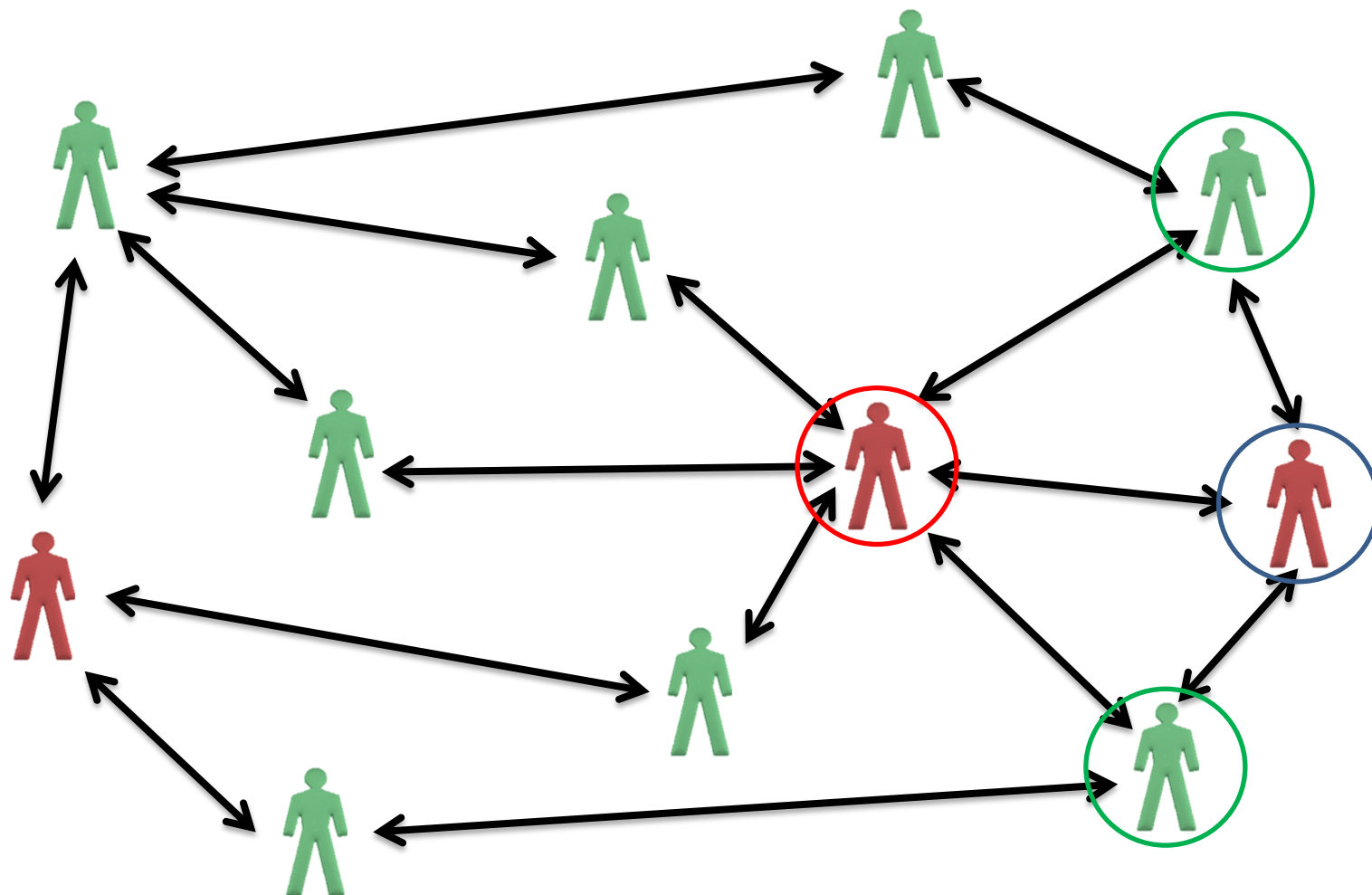
# SIS model na sieci



# SIS model na sieci

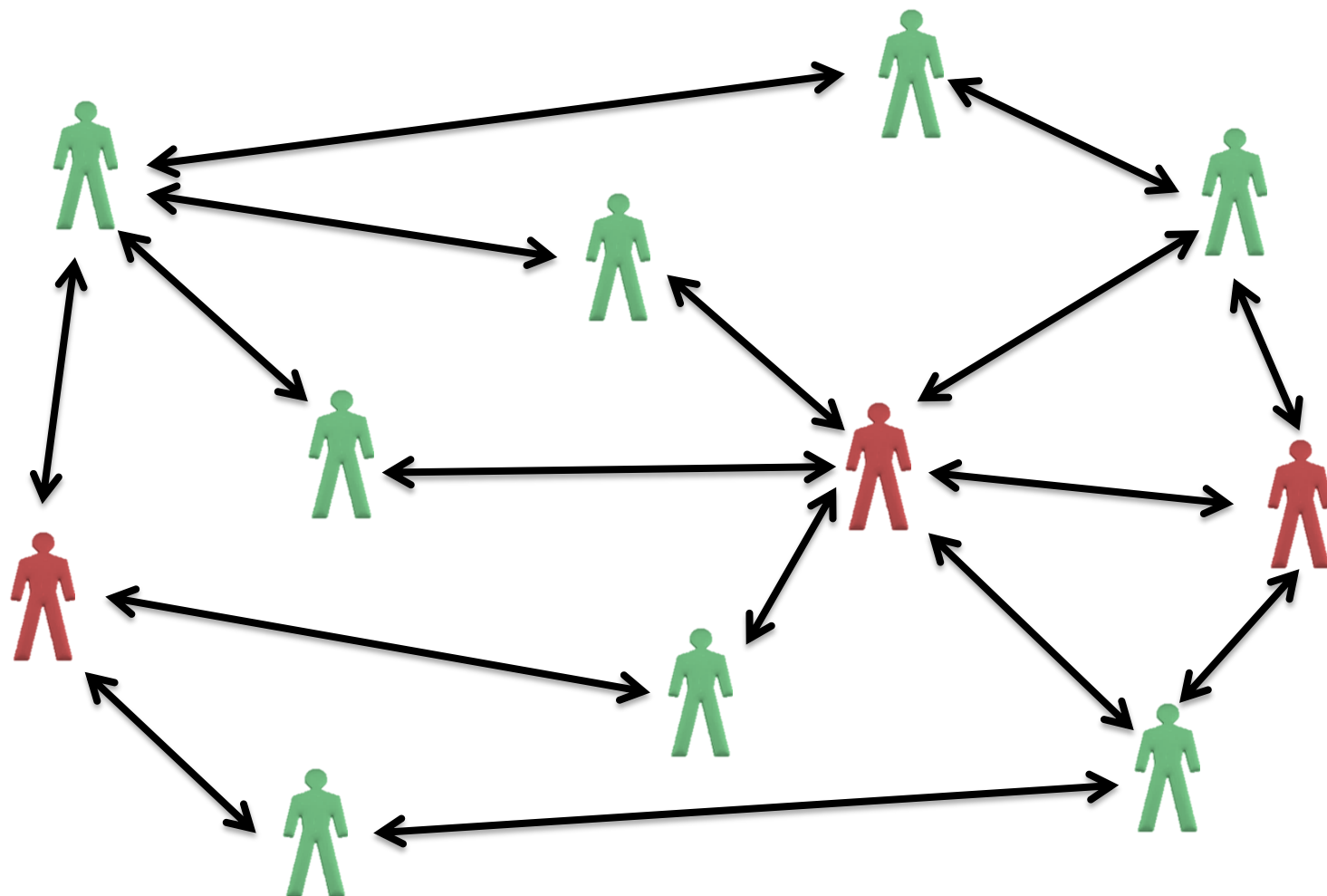


# SIS model na sieci

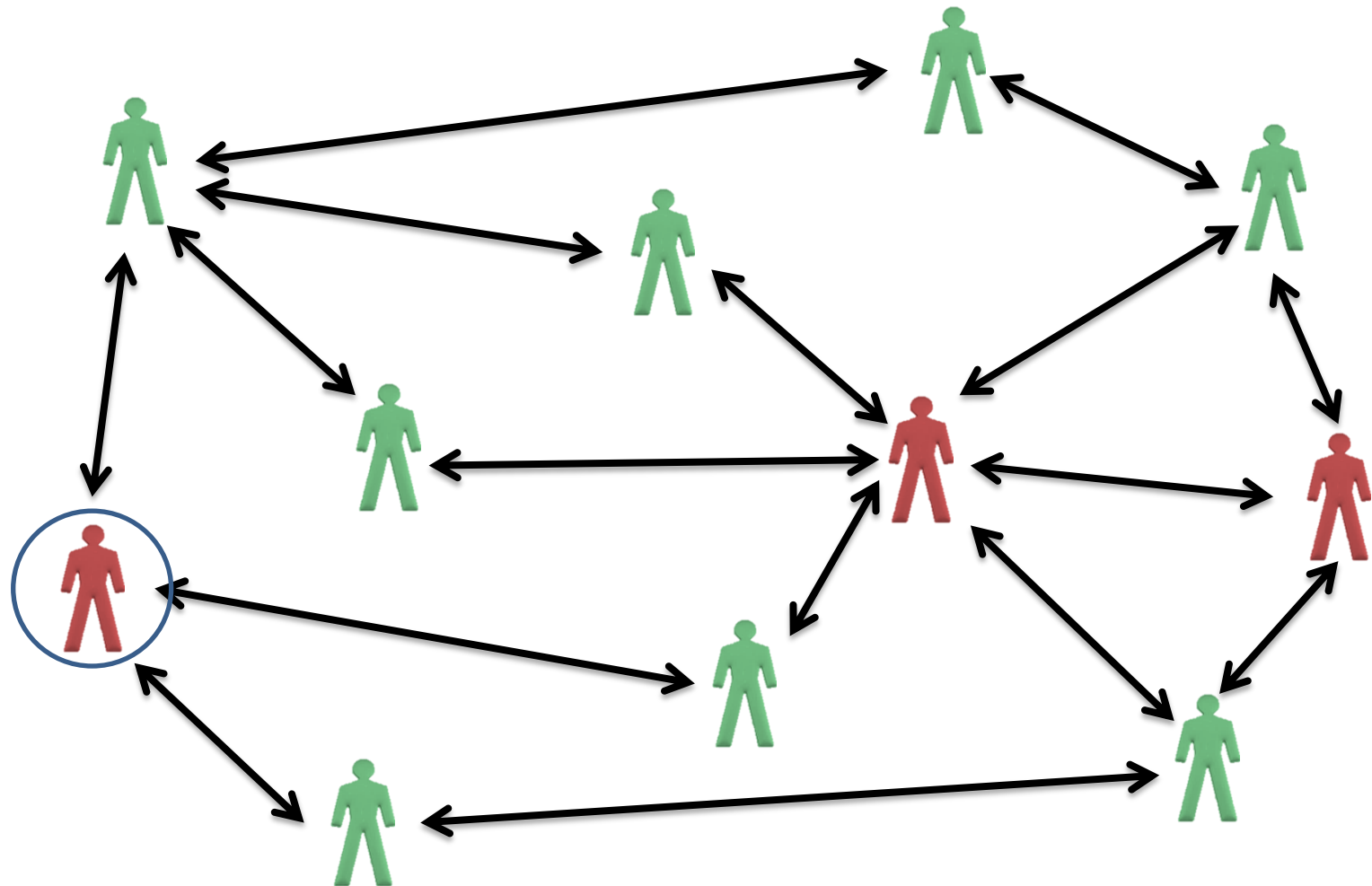




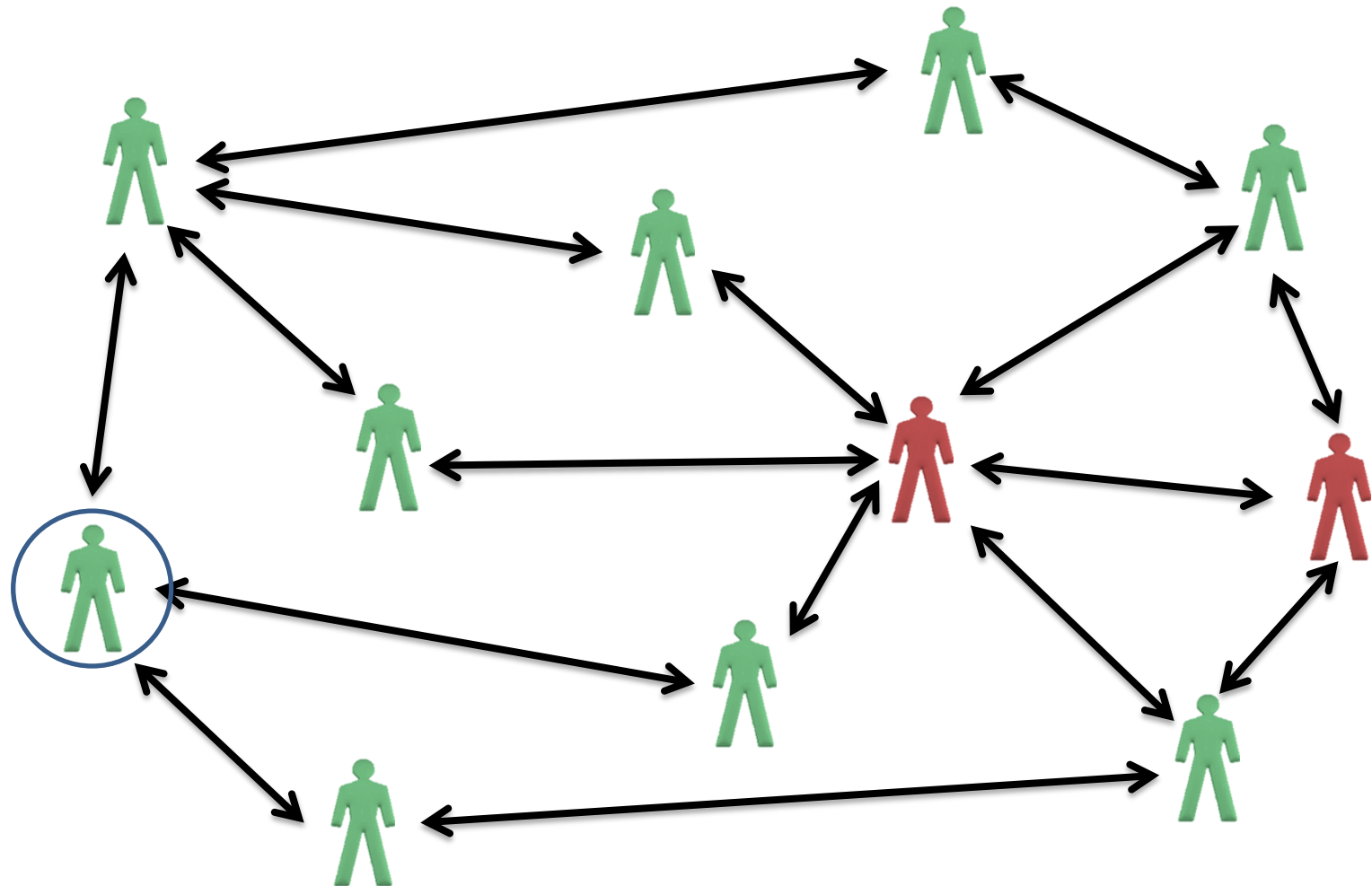
# SIS model na sieci



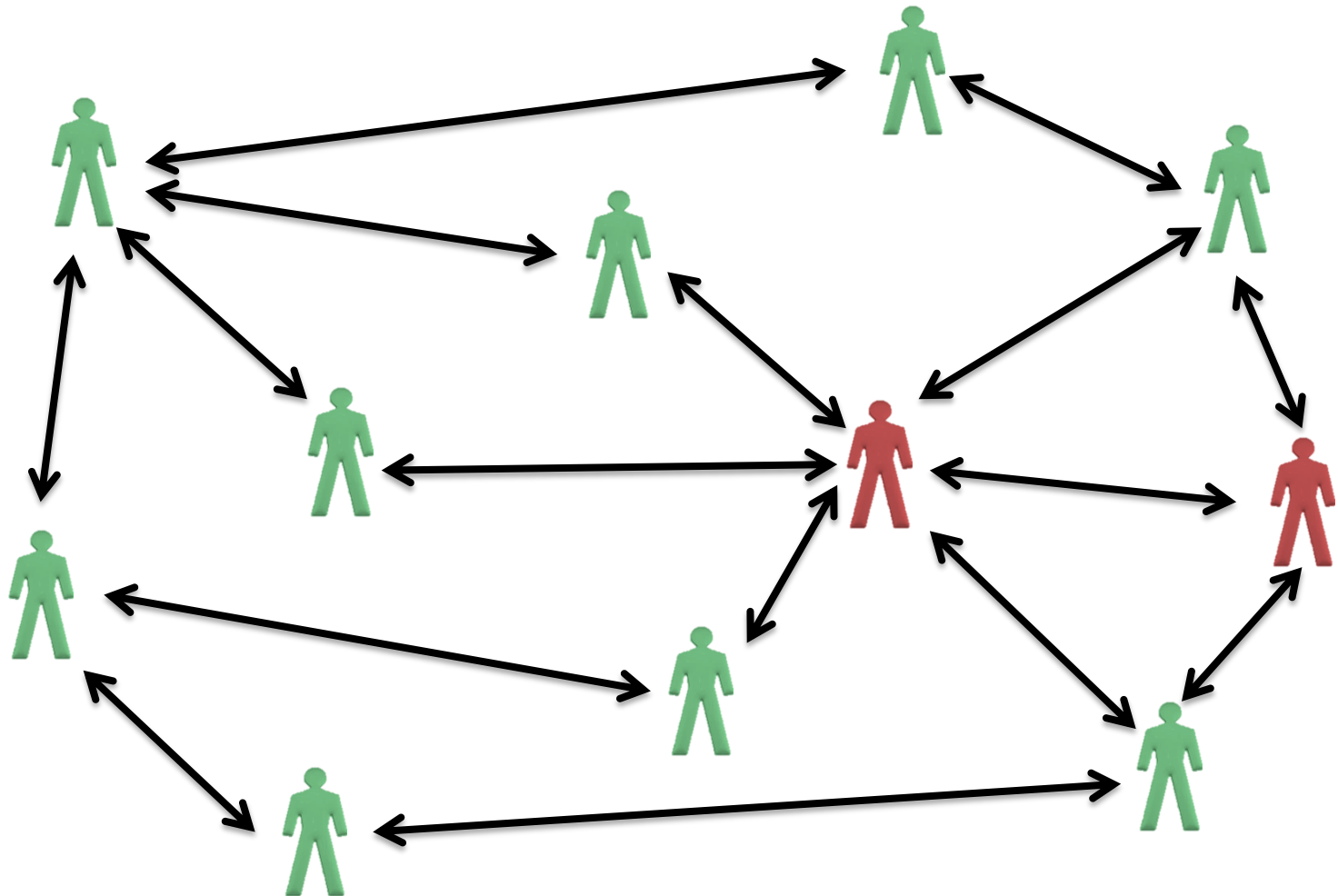
# SIS model na sieci



# SIS model na sieci



# SIS model na sieci



# SIS model na sieci

1. Wybieramy parametry modelu (szansa zarażenia, liczba zarażonych na starcie itd.).
2. Losowo wybieramy jeden wierzchołek.
  - a) Jeżeli jest zarażony to z prawdopodobieństwem „ $a$ ” zdrowieje.
  - b) Jeżeli jest zdrowy, ale ma zarażonego sąsiada to z prawdopodobieństwem „ $r$ ” również zostaje zarażony.
3. Powracamy do kroku 2iego.

Przydatna funkcja: *g.neighbors(node)* – zwraca listę sąsiadów.

# SIS model na sieci

1. Wybieramy parametry modelu (szansa zarażenia, liczba zarażonych na starcie itd.).
2. Losowo wybieramy jeden wierzchołek.
  - a) Jeżeli jest zarażony to z prawdopodobieństwem „ $a$ ” zdrowieje.
  - b) Jeżeli jest zdrowy, ale ma zarażonego sąsiada to z prawdopodobieństwem „ $r$ ” również zostaje zarażony.
3. Powracamy do kroku 2iego.

Przydatna funkcja: *g.neighbors(node)* – zwraca listę sąsiadów.

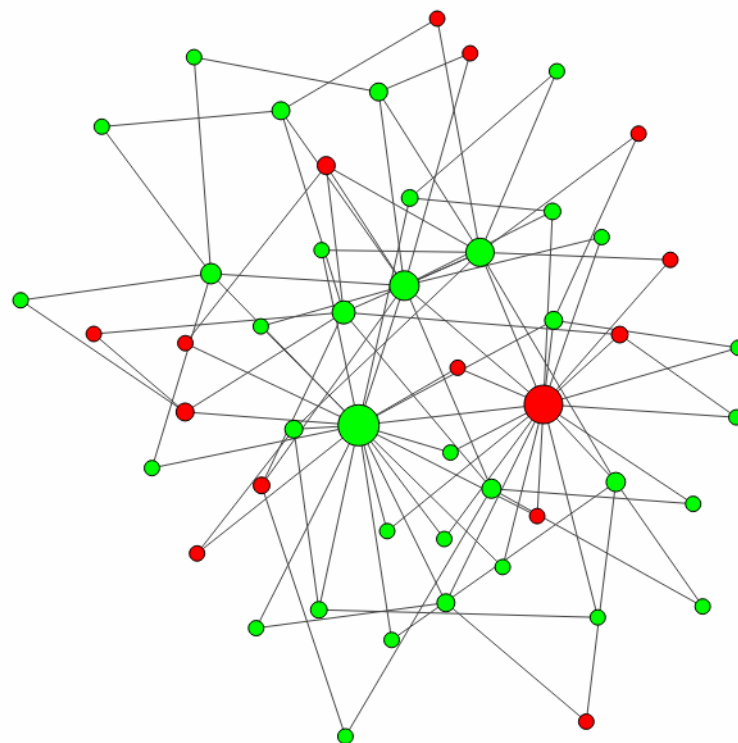
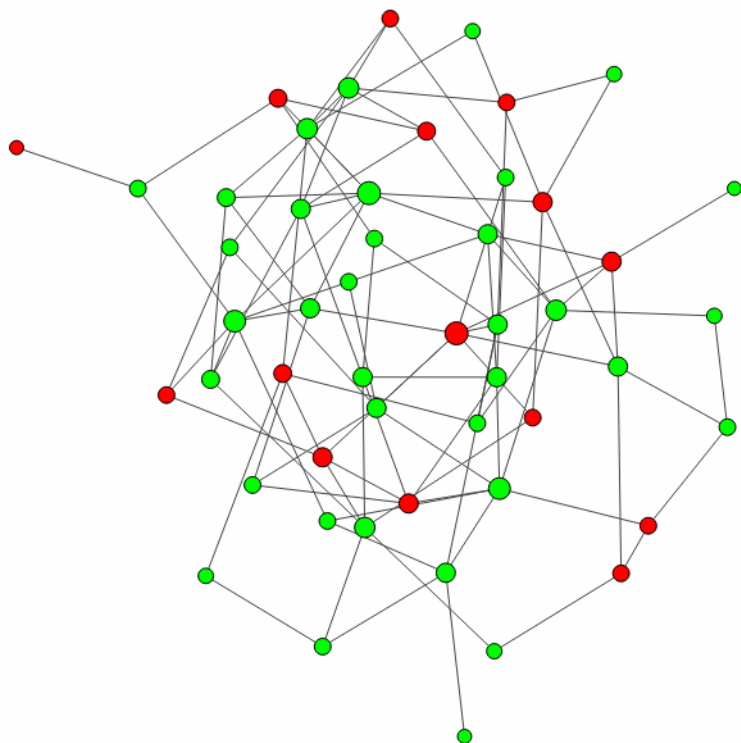
Poprawne rozwiązanie:

**2712b4ef.py**

3\_epidemia\_animacja.py

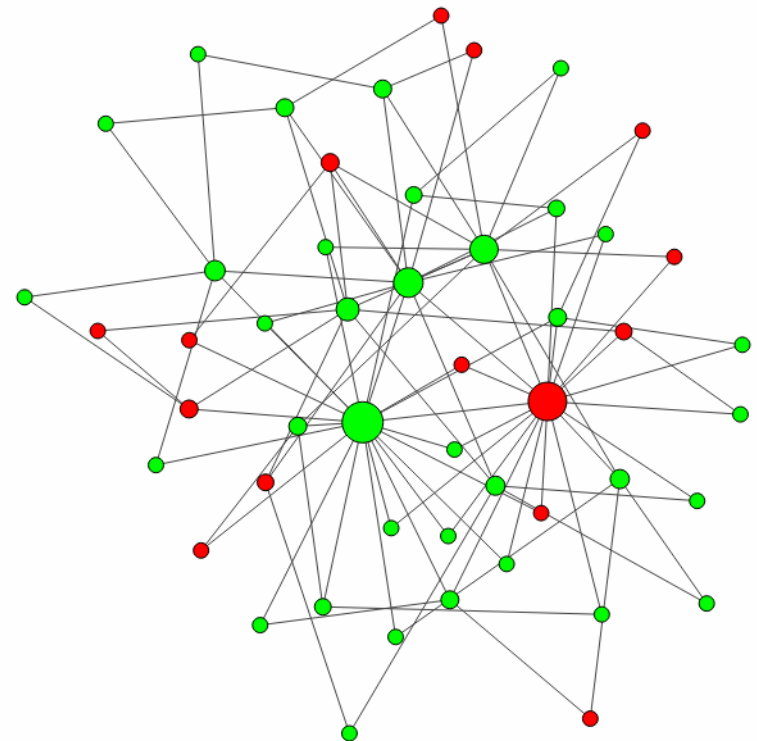
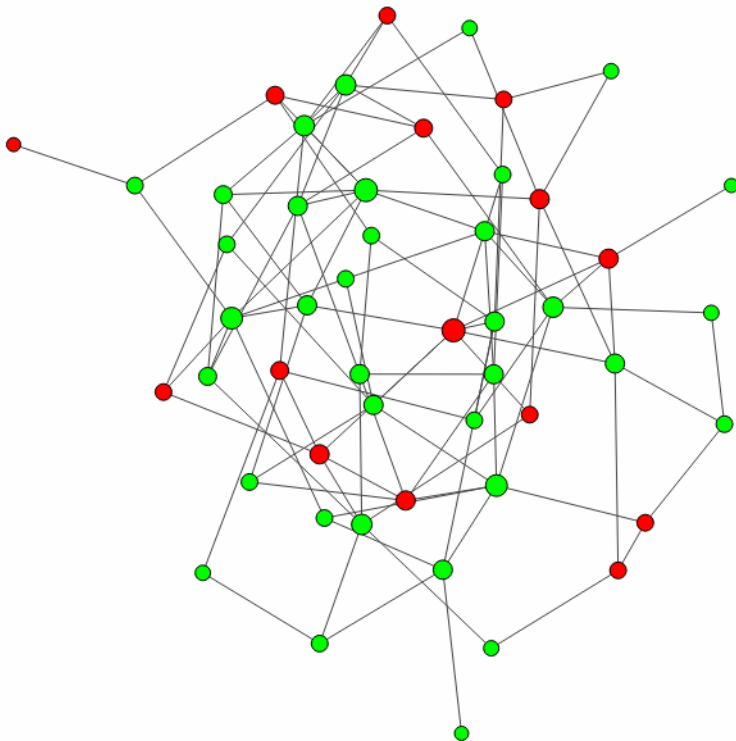
# Epidemie na sieciach różnego typu

Czy epidemia przebiega tak samo na sieci ER i BA?



# Epidemie na sieciach różnego typu

Czy epidemia przebiega tak samo na sieci ER i BA?



Poprawne rozwiązanie:

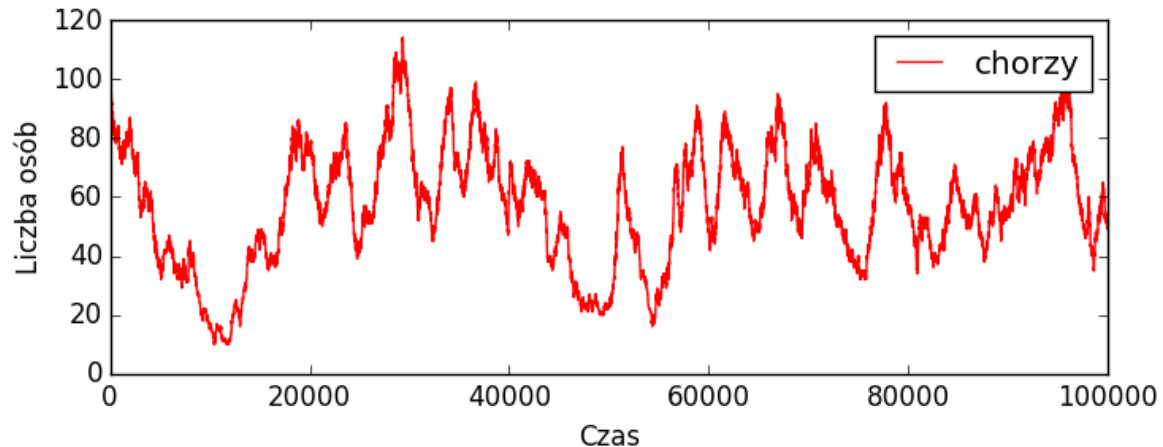
4\_epidemia\_przebieg.py

**7d2a1023.py**

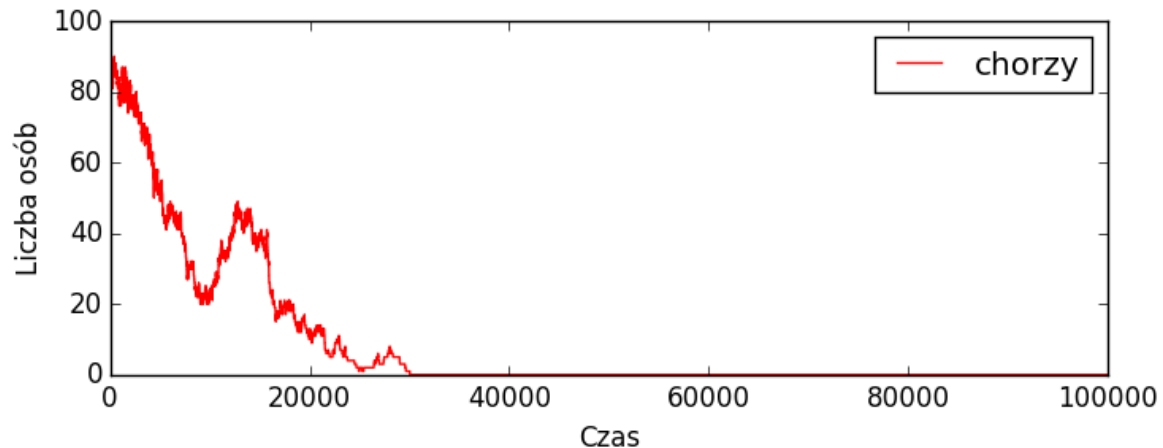


# Epidemie na sieciach różnego typu

**BA**



**ER**



Poprawne rozwiązanie:

**7d2a1023.py**

4\_epidemia\_przebieg.py

# Dziękujemy za udział w warsztatach

