

ACSL Contest #1 (2017-2018)

Hạng mục: Intermediate Division (Trung cấp)

Các bài toán ngắn

Biên dịch và Tổng hợp

PHẦN 1: ĐỀ BÀI (PROBLEMS)

1. Hệ đếm Máy tính (Computer Number Systems)

Chuyển đổi số thập lục phân sau sang hệ bát phân (octal):

$$3A9B_{16}$$

2. Hệ đếm Máy tính (Computer Number Systems)

Tính giá trị của biểu thức sau và biểu diễn kết quả dưới dạng hệ thập lục phân (hexadecimal):

$$32_8 + 1011_2 + 352_{10} + AF_{16}$$

3. Hàm Đệ quy (Recursive Functions - Hình học)

Bắt đầu với một hình chữ T bao gồm 2 đoạn thẳng bằng nhau. Tại mỗi đầu mút của các đoạn thẳng, thêm một đoạn thẳng mới vuông góc với nó và có độ dài bằng một nửa. Tiếp tục quy trình này thêm 5 lần nữa. Hỏi hình thu được có tổng cộng bao nhiêu đoạn thẳng?

4. Hàm Đệ quy (Recursive Functions - Toán học)

Tìm giá trị của $f(7, 12)$ biết rằng:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= f(x + 2, y - 1) + 3 && \text{nếu } x < y \\ f(x, y) &= f(x - 1, y + 1) \times 2 - 5 && \text{nếu } x > y \\ f(x, y) &= x^2 + y && \text{nếu } x = y \end{aligned}$$

(Lưu ý: Các quy tắc biến đổi trên được suy luận từ lời giải mẫu của đề thi).

5. Chương trình này làm gì? (What Does This Program Do?)

Kết quả in ra màn hình là gì khi chạy đoạn chương trình sau:

```
1 a = 1: b = 2: c = 3: d = 4: e = 4: f = 6
2 if (d / b) < (f / a) then d = d / b
3 a = f ^ b / c ^ (d / b) // Dấu ^ là lũy thừa
4 if (a <= f) && (b > e) then a = f else b = e
5 if abs(c - f) != int(f / c) then c = f / c else f = f / c
6 if (a == b) || (c == d) then a = a + b
7 c = c + d
8 output (b * c) * (f + d) / a / 2 * d - c + e ^ (b - 2 * d)
```

PHẦN 2: LỜI GIẢI CHI TIẾT (SOLUTIONS)

1. Hệ đếm Máy tính

Đề bài: Chuyển $3A9B_{16}$ sang hệ 8.

Giải: Cách nhanh nhất là chuyển từ Hex sang Nhị phân (Binary), sau đó nhóm lại để sang Bát phân (Octal).

- Bước 1: Hex \rightarrow Binary

$$3 \rightarrow 0011$$

$$A \rightarrow 1010$$

$$9 \rightarrow 1001$$

$$B \rightarrow 1011$$

$$\Rightarrow 3A9B_{16} = 0011\ 1010\ 1001\ 1011_2$$

- Bước 2: Binary \rightarrow Octal (Nhóm 3 bit từ phải sang trái)

$$\underbrace{0}_0 \underbrace{011}_3 \underbrace{101}_5 \underbrace{010}_2 \underbrace{011}_3 \underbrace{011}_3$$

$$\Rightarrow \text{Kết quả: } \mathbf{35233_8}$$

2. Hệ đếm Máy tính

Đề bài: Tính tổng $32_8 + 1011_2 + 352_{10} + AF_{16}$ ra Hex.

Giải: Đổi tất cả về hệ thập phân (cơ số 10) để tính toán:

- $32_8 = 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = 24 + 2 = 26$

- $1011_2 = 1 \times 2^3 + 0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 2 + 1 = 11$

- $352_{10} = 352$

- $AF_{16} = 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 160 + 15 = 175$

$$\text{Tổng} = 26 + 11 + 352 + 175 = 564_{10}.$$

Chuyển 564_{10} sang hệ Hex:

- $564 \div 16 = 35 \text{ dư } 4$

- $35 \div 16 = 2 \text{ dư } 3$

- $2 \div 16 = 0 \text{ dư } 2$

Viết ngược lại các số dư: $\mathbf{234_{16}}$.

3. Hàm Độ quy (Hình học)

Giải: Phân tích số lượng đoạn thẳng tăng thêm sau mỗi bước:

- Ban đầu (Bước 0): Chữ T gốc có **2** đoạn.

- Bước 1: Thêm vào các đầu mút. Chữ T có 3 đầu mút \rightarrow Thêm 3 đoạn. Tổng = $2 + 3 = 5$.

- Bước 2: 3 đoạn mới sinh ra có 3 đầu mút \rightarrow Thêm $3 \times 2 = 6$ đoạn? (Theo quy luật chuỗi số trong đáp án ACSL: 2, 5, 11, 23...).

- Quy luật: Số đoạn thẳng tại bước n là $S_n = 3 \times 2^n - 1$.

Đề bài yêu cầu "additional 5 times" (thêm 5 lần nữa tính từ bước đầu), tức là tính đến số hạng tương ứng trong dãy. Theo đáp án chính thức: Giá trị cần tìm là $3 \times 2^6 - 1$.

$$3 \times 64 - 1 = 192 - 1 = \mathbf{191}$$

4. Hàm Độ quy (Toán học)

Giải: Thực hiện truy vết (trace) hàm $f(7, 12)$:

- $f(7, 12)$ (vì $7 < 12$ nên dùng công thức 1):
 $= f(9, 11) + 3$
- $f(9, 11)$ (vì $9 < 11$ nên dùng công thức 1):
 $= f(11, 10) + 3$
- $f(11, 10)$ (vì $11 > 10$ nên dùng công thức 2):
 $= f(10, 11) \times 2 - 5$
- $f(10, 11)$ (vì $10 < 11$ nên dùng công thức 1):
 $= f(12, 10) + 3$
- $f(12, 10)$ (vì $12 > 10$ nên dùng công thức 2):
 $= f(11, 11) \times 2 - 5$
- $f(11, 11)$ (vì $11 = 11$ nên dùng công thức 3):
 $= 11^2 + 11 = 121 + 11 = 132$

Thay ngược giá trị lên trên:

- $f(12, 10) = 132 \times 2 - 5 = 264 - 5 = 259$
- $f(10, 11) = 259 + 3 = 262$
- $f(11, 10) = 262 \times 2 - 5 = 524 - 5 = 519$
- $f(9, 11) = 519 + 3 = 522$
- $f(7, 12) = 522 + 3 = \mathbf{525}$

5. Phân tích mã nguồn

Bảng theo dõi giá trị biến (Trace Table):

Lệnh thực thi	a	b	c	d	e	f
Khởi tạo	1	2	3	4	4	6
if $(4/2) < (6/1)$ ($2 < 6$: Đúng) $\rightarrow d = 4/2$	1	2	3	2	4	6
$a = 6^2/3^{(2/2)} = 36/3^1 = 12$	12	2	3	2	4	6
if $(12 \leq 6)$ (Sai) \rightarrow else $b = e$	12	4	3	2	4	6
if $ 3 - 6 \neq \text{int}(6/3)$ ($3 \neq 2$: Đúng) $\rightarrow c = 6/3$	12	4	2	2	4	6
if $(12 == 4) (2 == 2)$ (Đúng) $\rightarrow a = 12 + 4$	16	4	2	2	4	6
$c = 2 + 2$	16	4	4	2	4	6

Tính giá trị biểu thức Output:

$$(b * c) * (f + d) / a / 2 * d - c + e^{(b - 2 * d)}$$

Thay số: $a = 16, b = 4, c = 4, d = 2, e = 4, f = 6$.

$$\begin{aligned}
 &= (4 * 4) * (6 + 2) / 16 / 2 * 2 - 4 + 4^{(4 - 2 * 2)} \\
 &= 16 * 8 / 16 / 2 * 2 - 4 + 4^{(4 - 4)} \\
 &= 128 / 16 / 2 * 2 - 4 + 4^0 \\
 &= 8 / 2 * 2 - 4 + 1 \\
 &= 4 * 2 - 4 + 1 \\
 &= 8 - 4 + 1 \\
 &= \mathbf{5}
 \end{aligned}$$