

**ĐỀ THI PHƯƠNG PHÁP TOÁN**  
(120 phút – được phép dùng tài liệu)

**Bài 1.**

- a) Tập hợp  $U(\mathbb{Z}_{135})$  có bao nhiêu phần tử? Hãy liệt kê 5 phần tử lớn hơn 10 của tập này.
- b) Những cặp số nguyên dương  $(E, D)$  thỏa mãn  $(a^E)^D = a$  với mọi  $a \in U(\mathbb{Z}_{135})$  phải thỏa mãn điều kiện gì?
- c) Hãy chỉ ra 3 cặp số nguyên dương  $(E, D)$  với  $E < D$  mà ta có thể mã hóa các phần tử của  $U(\mathbb{Z}_{135})$  bằng  $E$  để có các bản mã và giải mã các bản mã bằng  $D$  để có các bản rõ.

**Bài 2.**

- a) Trong vành đa thức  $\mathbb{Z}_9[x]$ , hãy đơn giản đa thức  $f(x) = (\overline{3}x^2 + \overline{1})^3$ .
- b) Cho ví dụ về một vài đa thức trong  $U(\mathbb{Z}_9[x])$ .

**Bài 3.** Xét trường  $\mathbf{GF}(2^5)$  có 32 phần tử.

- a) Trường này có thể sinh ra bởi một đa thức bất khả quy bậc mấy trong  $\mathbb{Z}_2[x]$  ?
- b) Trình bày mô hình mã hóa công khai có thể thực hiện được nhờ phép nhân trong  $\mathbf{GF}(2^5)$ .
- c) Những cặp số nguyên dương  $(E, D)$  thỏa mãn  $(a^E)^D = a$  với mọi  $a \in \mathbf{GF}(2^5)$  phải thỏa mãn điều kiện gì?
- d) Tìm 3 cặp số nguyên dương  $(E, D)$  như điều kiện trong câu c) nói trên.

**HẾT**