

Họ và tên: ..... Lớp: ..... SBD: ..... 112

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

**Câu 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{15}$  bằng

- A. 27.      B. 31.      C. 35.      D. 29.

**Câu 2.** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3$ ,  $q = \frac{2}{3}$ . Tính  $u_5$ ?

- A.  $u_5 = \frac{-27}{16}$ .      B.  $u_5 = \frac{-16}{27}$ .      C.  $u_5 = \frac{16}{27}$ .      D.  $u_5 = \frac{27}{16}$ .

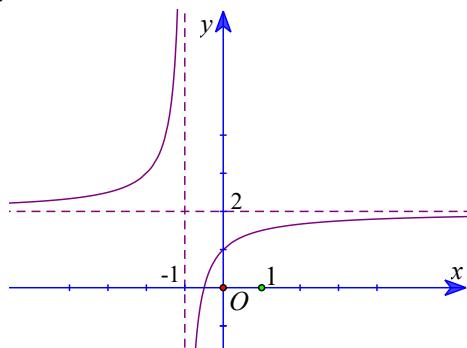
**Câu 3.** Cho đường thẳng  $a$  nằm trong  $mp(\alpha)$  và đường thẳng  $b \not\subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $b \parallel (\alpha)$  thì  $b \parallel a$ .  
 B. Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$ .  
 C. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \parallel (\alpha)$ .  
 D. Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  và  $mp(\beta)$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$ .

**Câu 4.** Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

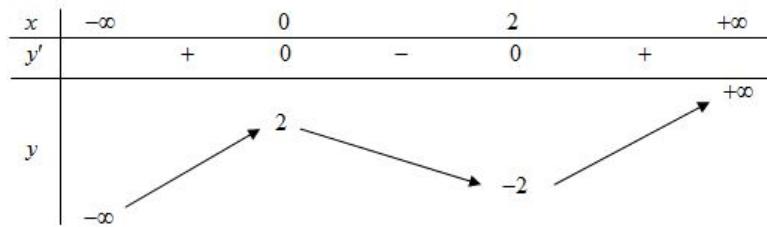
- A.  $\frac{12}{36}$ .      B.  $\frac{11}{36}$ .      C.  $\frac{6}{36}$ .      D.  $\frac{8}{36}$ .

**Câu 5.** Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào?



- A.  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .      B.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .      C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .      D.  $y = \frac{x+3}{1-x}$ .

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ



- A.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .      B.  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .      C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ .      D.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ ,  $\vec{v} = (2; 3; -1)$ ,  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ . Chọn mệnh đề đúng.

A.  $2\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{3} - 1$ .

B.  $2\cot\alpha + \cos\alpha = 0$ .

C.  $2\sin\alpha + \tan\alpha = 0$ .

D.  $\sin\alpha + \cos\alpha = 1 + \sqrt{3}$ .

**Câu 8.** Thời gian luyện tập thể thao của bác Hưng trong các ngày gần đây được cho bởi mẫu số liệu sau

Thời gian (phút)	[20;25]	[25;30]	[30;35]	[35;40]	[40;45]
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 20.

B. 25.

C. 15.

D. 30.

**Câu 9.** Cho các số thực  $a, b$  và các mệnh đề:

I.  $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$ .

II.  $\int_a^b 2f(x)dx = 2 \int_a^b f(x)dx$ .

III.  $\int_a^b f^2(x)dx = \left[ \int_a^b f(x)dx \right]^2$ .

IV.  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$ .

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là:

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ .

Tính bán kính  $r$  của mặt cầu.

A.  $r = 2\sqrt{2}$ .

B.  $r = \sqrt{26}$ .

C.  $r = 4$ .

D.  $r = \sqrt{2}$ .

**Câu 11.** Gọi  $d$  là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $d$  song song với đường thẳng  $y = 3$

B.  $d$  song song với đường thẳng  $x = 3$

C.  $d$  có hệ số góc âm

D.  $d$  có hệ số góc dương

**Câu 12.** Biết rằng  $\int_2^3 \frac{3x+1}{2x^2-x-1} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$  trong đó  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Tính  $P = a + b + c$ ?

A.  $\frac{4}{3}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{5}{3}$ .

D.  $\frac{7}{6}$

## PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = x \ln x$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $y' = 0$  khi  $x = -1$ .

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $(0; +\infty)$  bằng 0.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $(0; +\infty)$  là  $-\frac{1}{e}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(e^x + e^{-x})$  bằng  $f(2)$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;0;-1)$ ,  $B(-1;1;0)$ ,  $C(1;0;1)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điểm  $I(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{-1}{2})$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

b) Khi tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì  $OD = \sqrt{6}$ .

c) Điểm  $H(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{-1}{3})$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  xuống cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$ .

d) Biết điểm  $M(x; y; z)$  để biểu thức  $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó  $4x - 2y + z = -5$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(x) + 2xf(x^2) = 2x^7 + 3x^3 - x - 1$  với  $x \in \mathbb{R}$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $f(0) = -1$ .

b)  $f(1) = 2$ .

c)  $f(2) + f(-2) = -2$ .

d)  $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 2025 = 0$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; -2; -3)$

b) Góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $90^\circ$ .

c) Đường thẳng  $d_1$  là giao tuyến của  $(P)$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d_1$  và mặt phẳng  $(Oxz)$ . Khi đó  $\alpha > 30^\circ$ .

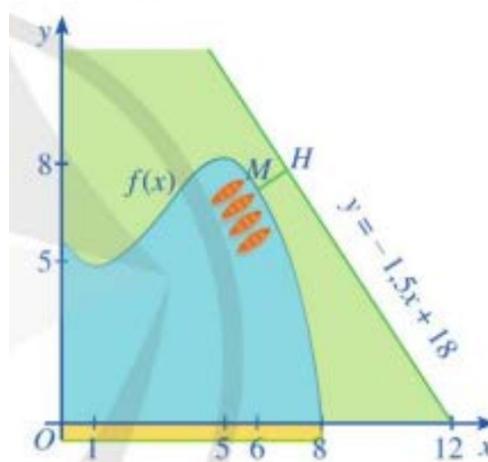
d) Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $(P)$  và tạo với  $(Q): x + my - 3 = 0$  một góc  $30^\circ$ . Khi đó tổng các giá trị của tham số  $m$  bằng  $\frac{8}{5}$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

**Câu 1.** Lúc 12 giờ, kim giờ và kim phút của một chiếc đồng hồ trùng nhau. Hỏi từ lúc đó đến khi hai kim trùng nhau lần đầu tiên, kim phút quay được một góc lượng giác bao nhiêu radian (làm tròn đến phần hàng chục)?

**Câu 2.** Để đủ tiền mua nhà, anh Bình quyết định vay tiền ngân hàng với số tiền là 500 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% một tháng. Sau mỗi tháng kể từ thời điểm vay, anh Bình sẽ trả nợ ngân hàng với số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi và tiền gốc. Biết rằng lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình anh Bình trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh Bình trả hết nợ ngân hàng? (tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

**Câu 3.** Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong công viên giải trí. Trong mô hình minh họa sau, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$



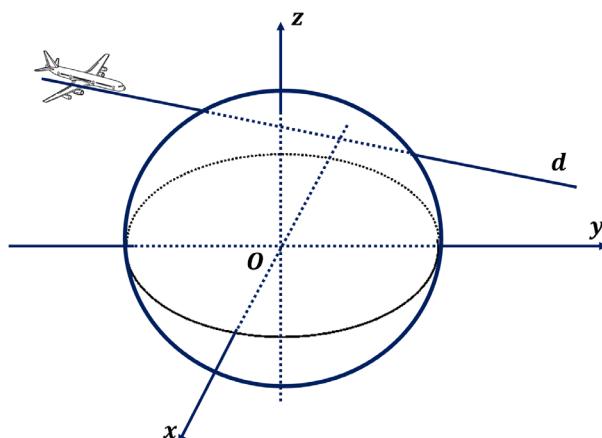
Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100m. Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị của hàm số  $y = -\frac{3}{2}x + 18$ . Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đạp nước

sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường là ngắn nhất. Khi đó tọa độ của điểm để xây bến thuyền là  $M(a; b)$ . Tính  $T = a - b$ .

- Câu 4.** Một nhà máy nhiệt điện sử dụng 90 máng Parabol thu nhiệt năng lượng mặt trời có cùng kích thước, bề mặt cong đều nhau (*tham khảo hình vẽ*). Mỗi máng có chiều rộng  $2m$ , bề dày của khối silic làm mặt máng là  $2dm$ , chiều dài  $3m$ . Đặt máng tiếp giáp mặt đất có điểm cao nhất của khối silic làm mặt máng so với mặt đất là  $5dm$ . Khi đó thể tích (tính theo đơn vị  $m^3$ ) của khối silic làm 90 mặt máng bằng bao nhiêu ?



- Câu 5.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh - Khánh Hòa ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa  $600\text{km}$ . Một máy bay của hãng Vietnam Airlines đang ở vị trí  $M(-1000;-200;10)$  chuyển động với vận tốc không đổi  $900\text{km/h}$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (100; 80; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



Hỏi trên đường bay của mình, thời gian nhiêu phút thì máy bay, bay qua vùng kiểm soát không lưu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

- Câu 6.** Nhà nghiên cứu chọn một nhóm người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	472	y

Hỏi nhà nghiên cứu phải tiến hành kiểm tra tối thiểu bao nhiêu người đàn ông thì xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá không vượt quá  $\frac{1}{7}$ .

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT THANH HÓA  
TRƯỜNG THPT HOÀNG HÓA 3

ĐÁP ÁN KHẢO SÁT ÔN THI TỐT  
NGHIỆP  
Năm học 2024 – 2025  
Môn: Toán. Lớp: 12

PHẦN I

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
D	B	C	B	B	D	C	B	C	A	A	A

PHẦN II

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng Sai
b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Sai	c) Đúng	c) Sai
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Sai

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-6,9	66	-1,4	108	50	5292

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

Câu 1. Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{15}$  bằng

- A. 27.                   B. 31.                   C. 35.                   D. 29.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$  suy ra ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$ .

Vậy  $u_{15} = u_1 + 14d = 29$ .

Câu 2. Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3$ ,  $q = \frac{2}{3}$ . Tính  $u_5$ ?

- A.  $u_5 = \frac{-27}{16}$ .                   B.  $u_5 = \frac{-16}{27}$ .                   C.  $u_5 = \frac{16}{27}$ .                   D.  $u_5 = \frac{27}{16}$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \left( \frac{2}{3} \right)^4 = -\frac{16}{27}$ .

Câu 3. Cho đường thẳng  $a$  nằm trong  $mp(\alpha)$  và đường thẳng  $b \not\subset (\alpha)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $b // (\alpha)$  thì  $b // a$ .  
B. Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  thì  $b$  cắt  $a$ .  
C. Nếu  $b // a$  thì  $b // (\alpha)$ .  
D. Nếu  $b$  cắt  $(\alpha)$  và  $mp(\beta)$  chứa  $b$  thì giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là đường thẳng cắt cả  $a$  và  $b$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} a \subset (\alpha) \\ b \not\subset (\alpha) \\ a // b \end{array} \right\} \Rightarrow b // (\alpha).$$

- Câu 4.** Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

A.  $\frac{12}{36}$ .

B.  $\frac{11}{36}$ .

C.  $\frac{6}{36}$ .

D.  $\frac{8}{36}$ .

Lời giải.

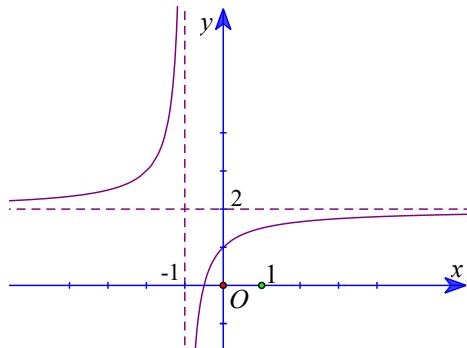
#### Chọn B

$n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$ . Gọi  $A$  : "ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm".

Khi đó  $\bar{A}$  : "không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm".

Ta có  $n(\bar{A}) = 5 \cdot 5 = 25$ . Vậy  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ .

- Câu 5.** Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào?



A.  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

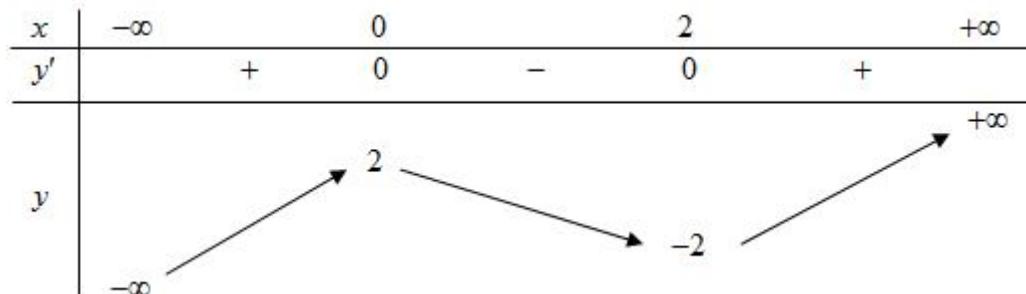
D.  $y = \frac{x+3}{1-x}$ .

Lời giải

#### Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng  $x = -1$  và đường tiệm cận ngang  $y = 2$  nên chọn phương án B.

- Câu 6.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ



A.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .

B.  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .

C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ .

D.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Lời giải

#### Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $y(0) = 2$  nên chỉ có hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  là thỏa mãn.

- Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ ,  $\vec{v} = (2; 3; -1)$ ,  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ . Chọn mệnh đề đúng.

- A.**  $2\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{3} - 1$ .  
**C.**  $2\sin\alpha + \tan\alpha = 0$ .  
**B.**  $2\cot\alpha + \cos\alpha = 0$ .  
**D.**  $\sin\alpha + \cos\alpha = 1 + \sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có  $\cos\alpha = \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{2 - 6 - 3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{14}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ$ .

Vậy  $2\sin\alpha + \tan\alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (-\sqrt{3}) = 0$ .

**Câu 8.** Thời gian luyện tập thể thao của bác Hưng trong các ngày gần đây được cho bởi mẫu số liệu sau

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A.** 20 .      **B.** 25 .      **C.** 15 .      **D.** 30 .

**Lời giải**

**Chọn B**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $45 - 20 = 25$  (phút).

Chọn đáp án B.

**Câu 9.** Cho các số thực  $a, b$  và các mệnh đề:

**I.**  $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$ .

**II.**  $\int_a^b 2f(x)dx = 2 \int_b^a f(x)dx$ .

**III.**  $\int_a^b f^2(x)dx = \left[ \int_a^b f(x)dx \right]^2$ .

**IV.**  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$ .

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là:

- A.** 3 .      **B.** 4 .      **C.** 2 .      **D.** 1 .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có I và IV đúng.

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ .

Tính bán kính  $r$  của mặt cầu.

- A.**  $r = 2\sqrt{2}$ .      **B.**  $r = \sqrt{26}$ .      **C.**  $r = 4$ .      **D.**  $r = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -1; 2)$  và bán kính  $r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 11.** Gọi  $d$  là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $d$  song song với đường thẳng  $y = 3$   
**C.**  $d$  có hệ số góc âm
- B.**  $d$  song song với đường thẳng  $x = 3$   
**D.**  $d$  có hệ số góc dương

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y = x^4 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x, y'' = 4x^3 - 6x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là:  $A(0; 2)$ .

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2$  có hệ số góc:  $k = y'(0) = 0$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến  $d$  là:  $y = 2$ . Suy ra  $d$  song song với đường thẳng  $y = 3$ .

**Câu 12.** Biết rằng  $\int_2^3 \frac{3x+1}{2x^2-x-1} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$  trong đó  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Tính  $P = a + b + c$ ?

A.  $\frac{4}{3}$ .

B.  $\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{5}{3}$ .

D.  $\frac{7}{6}$

### Lời giải

#### Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_2^3 \frac{3x+1}{2x^2-x-1} dx &= \frac{4}{3} \int_2^3 \frac{1}{x-1} dx + \frac{1}{3} \int_2^3 \frac{1}{2x+1} dx = \frac{4}{3} \ln|x-1| \Big|_2^3 + \frac{1}{6} \ln|2x+1| \Big|_2^3 \\ &= \frac{4}{3} \ln 2 + \frac{1}{6} \ln 7 - \frac{1}{6} \ln 5. P = \frac{4}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

## PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = x \ln x$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $y' = 0$  khi  $x = -1$ .

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $(0; +\infty)$  bằng 0.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $(0; +\infty)$  là  $-\frac{1}{e}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(e^x + e^{-x})$  bằng  $f(2)$ .

### Lời giải

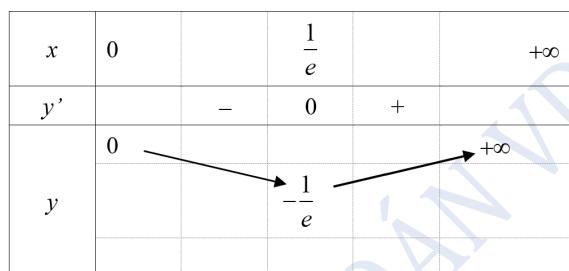
a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Tập xác định của hàm số:  $D = (0; +\infty)$

Ta có:  $y' = \ln x + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$$

BBT



a)  $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$  nên mệnh đề sai.

b) Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không có GTLN trên  $(0; +\infty)$  nên mệnh đề sai.

c) Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $(0; +\infty)$  bằng  $-\frac{1}{e}$  nên mệnh đề đúng.

d) Ta có:  $e^x + e^{-x} \geq 2\sqrt{e^x \cdot e^{-x}} \Rightarrow e^x + e^{-x} \geq 2$ . Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số luôn đồng biến trên  $[2; +\infty)$  nên GTNN của hàm số  $f(e^x + e^{-x})$  bằng  $f(2)$  nên mệnh đề đúng.

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 0; -1)$ ,  $B(-1; 1; 0)$ ,  $C(1; 0; 1)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai

**a)** Điểm  $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

**b)** Khi tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì  $OD = \sqrt{6}$ .

**c)** Điểm  $H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{-1}{3}\right)$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  xuống cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$ .

**d)** Biết điểm  $M(x; y; z)$  để biểu thức  $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó  $4x - 2y + z = -5$ .

### Lời giải

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng.**

**a)** Toạ độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $I\left(\frac{0-1}{2}; \frac{0+1}{2}; \frac{-1+0}{2}\right)$  hay  $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ .

Vậy a) **đúng**.

**b)** Gọi  $D(x; y; z)$ . Để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} -1 = 1 - x \\ 1 = 0 - y \\ 1 = 1 - z \end{cases} \Rightarrow D(2; -1; 0) \Rightarrow OD = \sqrt{5}.$$

Vậy b) **sai**.

**c)** Ta có  $\overrightarrow{BC} = (2; -1; 1)$ .

Gọi  $H(x; y; z)$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  xuống cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$ .

Suy ra  $\overrightarrow{BH} = (x+1; y-1; z)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{BH} \parallel \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 2t; y-1 = -t; z = t \quad (1) \\ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow H(2t-1; -t+1; t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t-1; -t+1; t+1).$$

$$(2) \Rightarrow 2.(2t-1) - (-t+1) + t+1 = 0 \Leftrightarrow 6t = 2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H\left(\frac{-1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Vậy c) **sai**.

**d)**

$$M(x; y; z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x; y; z+1) \\ \overrightarrow{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overrightarrow{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$$

$$= 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2]$$

$$= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 5 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}.$$

$$\Rightarrow \min P = -\frac{9}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1, \text{ khi đó } M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right).$$

Vậy  $P = 4x - 2y + z = -3 - 1 - 1 = -5$ .

Vậy d) **đúng**.

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(x) + 2xf(x^2) = 2x^7 + 3x^3 - x - 1$  với  $x \in \mathbb{R}$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

**a)**  $f(0) = -1$ .

**b)**  $f(1) = 2$ .

c)  $f(2) + f(-2) = -2$ .

d)  $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{4}$ .

### Lời giải

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng.**

a) Từ  $f(x) + 2xf(x^2) = 2x^7 + 3x^3 - x - 1 \quad (1)$

Thay  $x = 0$  vào (1) ta được:  $f(0) = -1$

Suy ra mệnh đề a) đúng.

b) Từ  $f(x) + 2xf(x^2) = 2x^7 + 3x^3 - x - 1$

Thay  $x = 1$  vào (1) ta được  $f(1) + 2f(1) = 3 \Rightarrow f(1) = 1$

Suy ra mệnh đề b) sai.

c) Thay  $x = 2$  vào (1) ta được:  $f(2) + 4f(4) = 277$

Thay  $x = -2$  vào (1) ta được:  $f(-2) - 4f(4) = -279$

Do đó:  $f(2) + f(-2) = 277 - 279 = -2$

Suy ra mệnh đề c) đúng.

d) Từ (1) ta có  $\int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 2xf(x^2) dx = \int_0^1 (2x^7 + 3x^3 - x - 1) dx$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x^2) \cdot (x^2)' dx = -\frac{1}{2}$$

Gọi  $F(x)$  nguyên hàm của  $f(x)$ .

Khi đó  $\int_0^1 f(x^2) \cdot (x^2)' dx = F(x^2) \Big|_0^1 = F(1) - F(0) = \int_0^1 f(x) dx$

Do đó  $\int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x^2) \cdot (x^2)' dx = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2 \int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{2} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -\frac{1}{4}$

Suy ra mệnh đề d) đúng.

- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 2025 = 0$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; -2; -3)$

b) Góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $90^\circ$ .

c) Đường thẳng  $d_1$  là giao tuyến của  $(P)$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d_1$  và mặt phẳng  $(Oxz)$ . Khi đó  $\alpha > 30^\circ$ .

d) Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $(P)$  và tạo với  $(Q): x + my - 3 = 0$  một góc  $30^\circ$ . Khi đó tổng các giá trị của tham số  $m$  bằng  $\frac{8}{5}$ .

### Lời giải

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai**

a) Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-1; 2; 3) = -(1; -2; -3)$ .

b) Góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$  bằng  $0^\circ$ .

$(P)$  có VTPT  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .

$$\text{Do đó } \sin(\Delta, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{\left| \vec{u} \cdot \vec{n} \right|}{\left| \vec{u} \right| \cdot \left| \vec{n} \right|} = \frac{|-1.1 + 2.2 + 3.(-1)|}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = 0.$$

Vậy  $(\Delta, (P)) = 0^\circ$ .

**c)** Đường thẳng  $d_1$  là giao tuyến của  $(P)$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $d_1$  và mặt phẳng  $(Oxz)$ . Khi đó  $\alpha > 30^\circ$ .

$(Oxy)$  có VTPT là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ ,  $(Oxz)$  có VTPT là  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ ,  $(P)$  có VTPT là  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .  
 $d = (P) \cap (Oxy) \Rightarrow d$  có VTCP là  $\overrightarrow{u_{d_1}} = [\vec{k}, \vec{n}] = (-2; 1; 0)$ .

$$\sin \beta = \left| \cos(\overrightarrow{u_{d_1}}, \vec{j}) \right| = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \beta \approx 27^\circ < 30^\circ.$$

**d)** Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $(P)$  và tạo với  $(Q): x + my - 3 = 0$  một góc  $30^\circ$ . Khi đó tổng các giá trị của tham số  $m$  bằng  $\frac{-8}{5}$ .

Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $(P)$  nên có VTCP là  $\overrightarrow{u_{d_2}} = (1; 2; -1)$ .

$$\begin{aligned} \sin(d_2, (Q)) &= \left| \cos(\vec{n}_Q, \overrightarrow{u_{d_2}}) \right| = \frac{|1+2m|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow 2|1+2m| = \sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1} \\ &\Leftrightarrow 2(1+4m+4m^2) = 3(m^2+1) \\ &\Leftrightarrow 5m^2 + 8m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-4 \pm \sqrt{21}}{5}. \end{aligned}$$

Vậy tổng các giá trị của tham số  $m$  bằng  $\frac{-8}{5}$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

**Câu 1.** Lúc 12 giờ, kim giờ và kim phút của một chiếc đồng hồ trùng nhau. Hỏi từ lúc đó đến khi hai kim trùng nhau lần đầu tiên, kim phút quay được một góc lượng giác bao nhiêu radian (làm tròn đến phần hàng chục)?

**Đáp án: -6,9**

#### Lời giải

Lúc 12 giờ, hai kim đồng hồ cùng chỉ vào số 12. Vì kim phút đi nhanh hơn kim giờ nên kim phút đi hết một vòng mà hai kim vẫn chưa gặp nhau.

Hiệu vận tốc của hai kim là:  $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$  (vòng đồng hồ/giờ).

Kể từ lúc 1 giờ, thời gian để kim phút đuổi kịp kim giờ là:  $\frac{1}{12} \div \frac{11}{12} = \frac{1}{11}$  (giờ).

Kể từ lúc 12 giờ, thời gian để hai kim chập nhau lần đầu tiên là:  $1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11}$  (giờ).

Trong 1 giờ kim phút quay được một vòng  $\Rightarrow$  Kim phút quay được  $2\pi$  (radian)

Trong  $\frac{12}{11}$  giờ kim phút quay được là:  $\frac{12}{11} \times 2\pi = \frac{24\pi}{11}$  (radian).

Do cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm  $\Rightarrow$  Kim phút quay được là:  $-\frac{24\pi}{11} \approx -6,85$  (radian).

- Câu 2.** Để đủ tiền mua nhà, anh Bình quyết định vay tiền ngân hàng với số tiền là 500 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,85% một tháng. Sau mỗi tháng kể từ thời điểm vay, anh Bình sẽ trả nợ ngân hàng với số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi và tiền gốc. Biết rằng lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình anh Bình trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh Bình trả hết nợ ngân hàng?(tháng cuối có thể trả dưới 10 triệu đồng).

**Lời giải**

**Đáp án: 66**

Gọi số tiền anh Bình vay là  $A$  đồng, với lãi suất  $r$  / tháng, hàng tháng trả nợ  $a$  đồng. Khi đó số tiền còn nợ:

Sau 1 tháng là  $T_1 = A(1+r) - a$ .

$$\text{Sau 2 tháng là } T_2 = [A(1+r) - a](1+r) - a = A(1+r)^2 - a \frac{(1+r)^2 - 1}{r}.$$

$$\text{Sau 3 tháng là } T_3 = A(1+r)^3 - a \frac{(1+r)^3 - 1}{r}.$$

.....

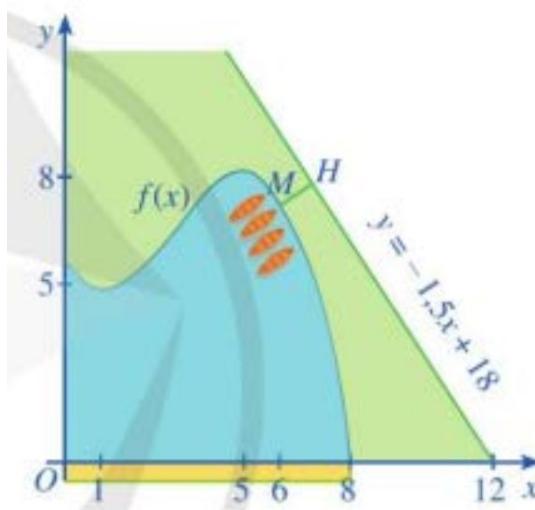
$$\text{Sau } n \text{ tháng là } T_n = A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

$$\text{Để trả hết nợ thì } T_n = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - a \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$$

$$\text{Thay } A = 500, a = 10, r = 0,85\% \text{ ta có } 500(1+0,0085)^n - 10 \frac{(1+0,0085)^n - 1}{0,0085} = 0$$

$$50.(1,0085)^n = \frac{(1,0085)^n - 1}{0,0085} (1,0085)^n = \frac{40}{23} \Leftrightarrow n \approx 65,4.$$

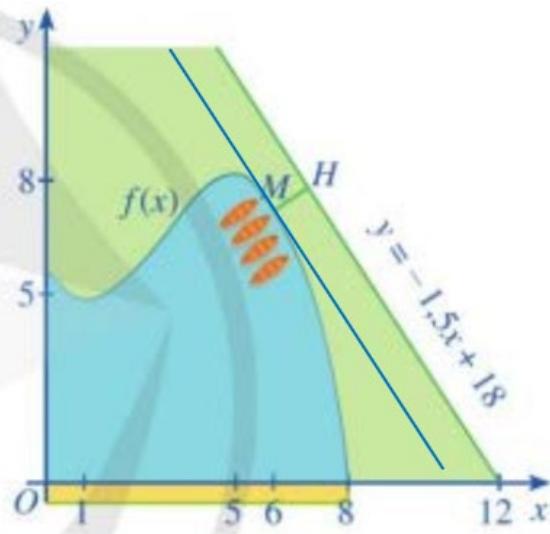
- Câu 3.** Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong công viên giải trí. Trong mô hình minh họa sau, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$



Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100m. Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị của hàm số  $y = -\frac{3}{2}x + 18$ . Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đẹp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường là ngắn nhất. Khi đó tọa độ của điểm để xây bến thuyền là  $M(a; b)$ . Tính  $T = a - b$ .

**Lời giải**

**Đáp án: -1,4**



Do  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên điểm  $M$  gần đường thẳng  $d : y = -\frac{3}{2}x + 18$  nhất thì tiếp tuyến của hàm số  $y = f(x)$  tại  $M$  song song với  $d$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{10}(-3x^2 + 18x - 15) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow -x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

Khi đó  $M\left(0; \frac{28}{5}\right)$  và  $M\left(6; \frac{37}{5}\right)$

Dựa trên đồ thị ta thấy  $M\left(6; \frac{37}{5}\right)$  là điểm trên đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có khoảng cách đến đường thẳng  $d$  là nhỏ nhất.

$$\text{Do đó } a = 6, b = \frac{37}{5} \Rightarrow a - b = -1,4.$$

**Câu 4.** Một nhà máy nhiệt điện sử dụng 90 máng Parabol thu nhiệt năng lượng mặt trời có cùng kích thước, bề mặt cong đều nhau (*tham khảo hình vẽ*). Mỗi máng có chiều rộng  $2m$ , bề dày của khối silic làm mặt máng là  $2dm$ , chiều dài  $3m$ . Đặt máng tiếp giáp mặt đất có điểm cao nhất của khối silic làm mặt máng so với mặt đất là  $5dm$ . Khi đó thể tích (tính theo đơn vị  $m^3$ ) của khối silic làm 90 máng bằng bao nhiêu ?

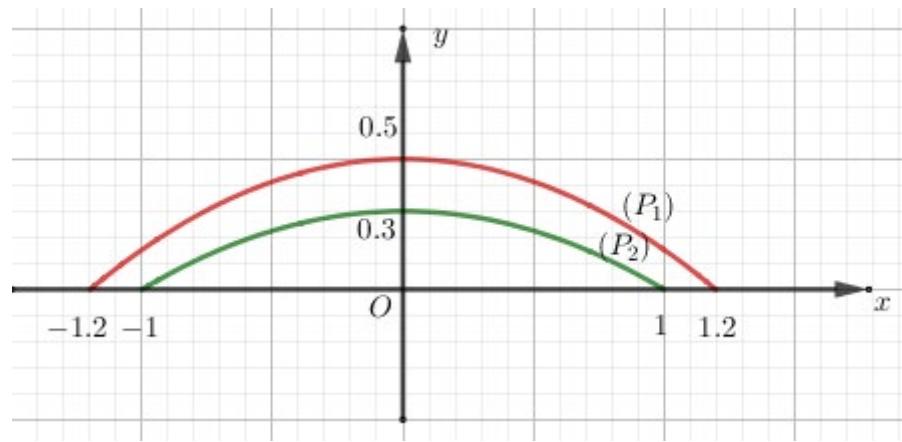


### Lời giải

#### Đáp án: 108

Gọi đường cong tương ứng với vành trên và vành dưới của máng lần lượt là  $(P_1)$  và  $(P_2)$ .

Xét hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ



Khi đó Parabol  $(P_1)$  và  $(P_2)$  đều có dạng  $y = ax^2 + b$ .

$(P_1)$  đi qua các điểm có tọa độ  $(-1, 2; 0); (1, 2; 0); (0; 0,5)$ .

$(P_2)$  đi qua các điểm có tọa độ  $(-1; 0); (1; 0); (0; 0,3)$ .

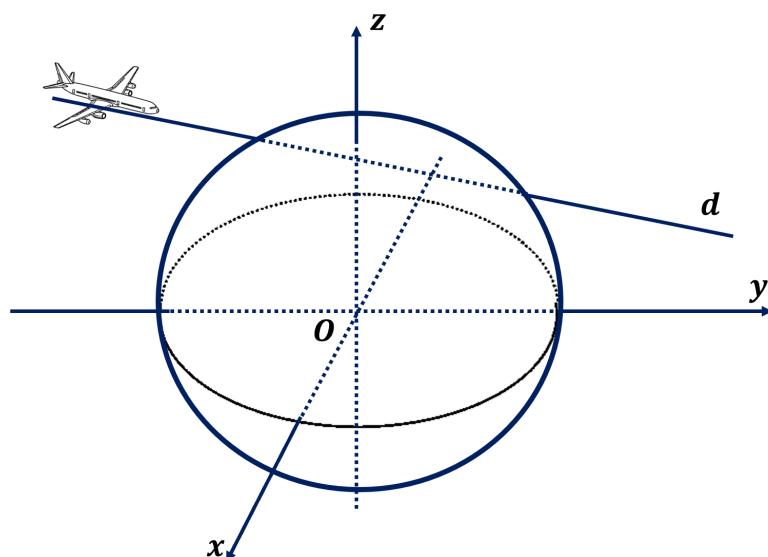
$$\text{Suy ra } (P_1): y = -\frac{25}{72}x^2 + \frac{1}{2} \text{ và } (P_2): y = -\frac{3}{10}x^2 + \frac{3}{10}.$$

Diện tích mặt cắt của máng Parabol là

$$S = 2 \left[ \int_0^{1,2} \left( -\frac{25}{72}x^2 + \frac{1}{2} \right) dx - \int_0^1 \left( -\frac{3}{10}x^2 + \frac{3}{10} \right) dx \right] = \frac{2}{5} (m^2).$$

Vậy thể tích của khối silic làm 90 mặt máng là  $V = 90 \cdot \frac{2}{5} \cdot 3 = 108 (m^3)$ .

- Câu 5.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh - Khánh Hòa ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600km. Một máy bay của hãng Vietnam Airlines đang ở vị trí  $M(-1000; -200; 10)$  chuyển động với vận tốc không đổi 900km/h, chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (100; 80; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



Hỏi trên đường bay của mình, thời gian nhiêu phút thì máy bay, bay qua vùng kiểm soát không lưu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

### Lời giải

#### Đáp án: 50

Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu ( $S$ ) tâm  $O(0;0;0)$  bán kính  $R = 600\text{ km}$ .

Phương trình mặt cầu ( $S$ ) là:  $x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$ .

Thay phương trình ( $d$ ):  $\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$  vào ( $S$ ):  $x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$ .

Ta được:  $(100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 + 10^2 = 600^2$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 10 \Rightarrow B(0;600;10) \\ t \approx 4,15 \Rightarrow C(-585;132;10) \end{cases}$$

Khi đó, quãng đường mà máy bay di chuyển qua vùng kiểm soát không lưu là

$$S = BC = \sqrt{(-585)^2 + (132 - 600)^2} \approx 749$$

Thời gian máy bay bay qua vùng kiểm soát không lưu là:

$$t = \frac{749}{900} \approx 0,83(\text{h}) \approx 50 \text{ (phút)}$$

**Câu 6.** Nhà nghiên cứu chọn một nhóm người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	472	y

Hỏi nhà nghiên cứu phải tiến hành kiểm tra tối thiểu bao nhiêu người đàn ông thì xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá không vượt quá  $\frac{1}{7}$ .

### Lời giải

#### Đáp án: 5292

Gọi  $A$  là biến cố: "Người đó bị viêm phổi"

Gọi  $B$  là biến cố: "Người đó không nghiện thuốc lá"  $\Rightarrow n(B) = 472 + y$

Khi đó  $AB$  là biến cố: "Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá". Vậy  $n(AB) = 472$ . Xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá là

$$P(A \setminus B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{472}{472 + y} \leq \frac{1}{7} \Leftrightarrow y \geq 2832. \text{ Vậy nhà nghiên cứu phải tiến hành}$$

kiểm tra tối thiểu  $750 + 1238 + 472 + 2832 = 5292$  người đàn ông thì xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá không vượt quá  $\frac{1}{7}$ .

Lớp	Chủ đề	Cấp Độ Tư Duy						Tổng	Tỉ lệ
		Phản I		Phản II			Phản III		
		Biết	Hiểu	Biết	Hiểu	VĐ	VĐ		
11	Lượng Giác						1	1	2,5%
11	Dãy Số-Cấp Số Cộng-Cấp Số Nhân	2						2	5%
11	Mũ-Logarit						1	1	5%
11	Hình Học Không Gian	1						1	2,5%
11	Xác Suất Cỗ Điện	1						1	2,5%
12	Ứng Dụng Đạo Hàm Để Khảo Sát Và Vẽ Đồ Thị Hàm Số	2	1	1	2	1	1	8	22,5%
12	Vecto Và Hệ Trục Tọa Độ Trong Không Gian	1		1	2	1		5	12,5%
12	Các Số Đặc Trung Đo Mức Độ Phân Tán Của Mẫu Số Liệu Ghép Nhóm	1						1	2,5%
12	Nguyên Hàm -Tích Phân	1	1	1	2	1	1	7	20%
12	Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian	1		1	2	1	1	6	17,5%
12	Xác Suất Có Điều Kiện						1	1	5%
Tổng		10	2	4	8	4	6	34	
Tỉ lệ		30%		40%			30%	100%	
Điểm Tối Đa		3		4			3	10	

Hoàng Hóa, Ngày 12 Tháng 2 Năm 2025  
Tổ Trưởng Chuyên Môn

Lê Thị Hiền

Xem thêm: ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN  
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>