

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 04 trang)

Môn khảo sát: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ, tên học sinh:.....

Mã đề: 0121

Số báo danh:.....

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

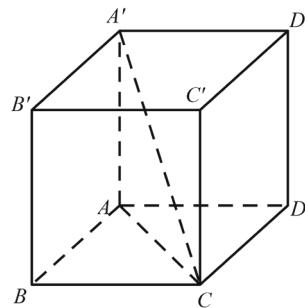
Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -1$, công bội $q = 2$. Giá trị u_{10} là

- A. -256 . B. -512 . C. 256 . D. 512 .

Câu 2. Phương trình $\log_2(x-1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x=1$. B. $x=3$. C. $x=7$. D. $x=5$.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;-1;3)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A. $\tan x + C$. B. $-\cot x + C$. C. $\cot x + C$. D. $-\tan x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x+2024}{x-2025}$ có đồ thị (C) . Tâm đối xứng của (C) có tọa độ là

- A. $(2024; 2025)$. B. $S = (1; 2025)$. C. $(-2025; 1)$. D. $(2025; 1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và đường kính bằng 10. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 100$. B. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.
 C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$.

Câu 8. Một hăng xe ôtô thông kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Khoảng từ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

Số lần gặp sự cố	[0,5;2,5)	[2,5;4,5)	[4,5;6,5)	[6,5;8,5)	[8,5;10,5)
Số xe	17	33	25	20	5

A. 5,32.

B. 3,52.

C. 5,23.

D. 3,5.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. 5.

B. 3.

C. -2.

D. -5.

Câu 10. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$ là

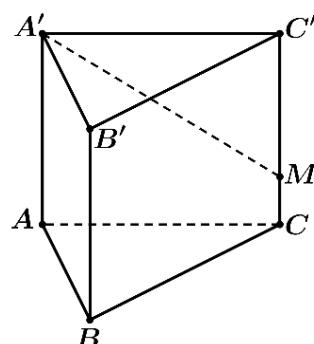
A. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = (-1; 3)$.

D. $S = (1; +\infty)$.

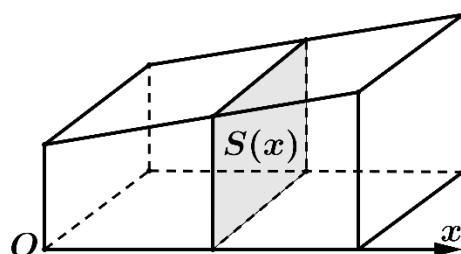
Câu 11. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M là điểm nằm trên CC' sao cho $\overrightarrow{MC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MC'}$. Đặt

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{A'M} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$. B. $\overrightarrow{A'M} = -\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$. C. $\overrightarrow{A'M} = \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{A'M} = \frac{-3}{2}\vec{a} + \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$.

Câu 12. Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 18.

B. 171.

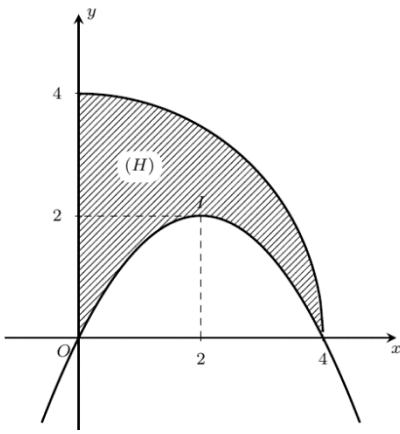
C. 171π .

D. 18π .

PHẦN 2. Câu trả lời sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O , các đường thẳng $x=0$, $x=4$ như hình vẽ bên dưới



- a) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi - \frac{1}{3}\right)$.
- b) Parabol có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.
- c) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng $\frac{512}{15}\pi$.
- d) Cung tròn có phương trình là $y = \sqrt{16 - x^2}$, $0 \leq x \leq 4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trực hoành, trực tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ)
- b) Hàm số có cực đại, cực tiểu.
- c) Điểm $M(x; y)$ có $x \in \mathbb{Z}$ và $y \in \mathbb{Z}$ thì được gọi là có tọa độ nguyên. Đồ thị (C) có đúng 5 điểm có tọa độ nguyên.
- d) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ: $(-1; 3)$.

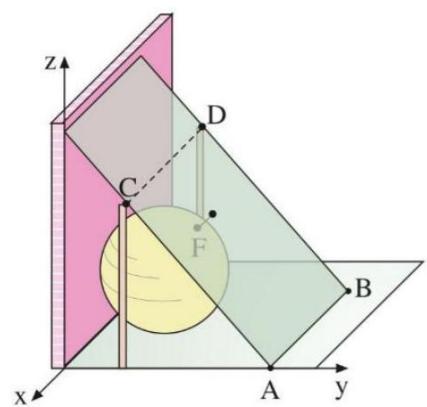
Câu 3. Trong một cuộc khảo sát 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của nhóm khảo sát.

- a) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ thể thao vừa biết chơi bóng đá là 0,25.
- b) Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là 0,68

- c) Xác suất chọn được học sinh không biết chơi bóng đá là 0,75.
- d) Xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao là 0,2.

Câu 4. Một bình chứa khí hình cầu K (đường kính 10 m) chạm trực tiếp vào một bức tường thẳng đứng tại điểm $T(-6; 0; 5)$. Một tám chấn E được cố định xuống đất tại các điểm $A(0; 16,25; 0)$, $B(-12; 16,25; 0)$ và tại các điểm $C(0; 5; 15)$, $D(-12; 5; 15)$ được đỡ bằng các thanh chống thẳng đứng (mỗi đơn vị trên trực tuyến 1m)

- a) Phương trình tám chấn E là $4y + 3z - 65 = 0$.
- b) Tâm I của hình cầu K có tọa độ là $(-6; -5; 5)$.
- c) Để tối ưu chi phí, nên thay tám chấn E bằng tám H có cùng chiều rộng với tám chấn E (cùng bằng $AB = 12$), nhưng chiều dài giảm đi để có thể tiếp xúc với quả bóng. Khi đó các thanh chống đều phải rút ngắn đi không ít hơn 2,5m.
- d) Một điểm M bất kì nằm trên bề mặt của bình chứa K . Khi khoảng cách ngắn nhất từ M đến tám chấn E thì $x_M + y_M + z_M = 11$.



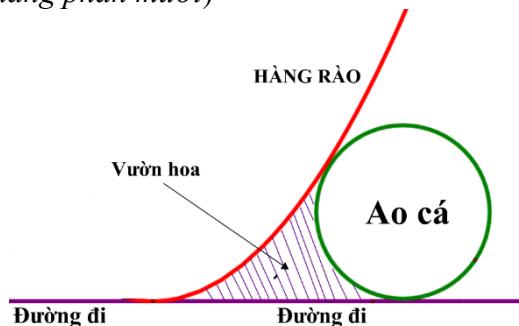
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công viên sinh thái muốn bố trí một mảnh vườn hoa nhỏ. Cụ thể bối cảnh của công viên đã được đo đạc như sau:

- Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh giới của mảnh vườn.
- Hàng rào cong có dạng là đồ thị parabol $y = x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó.

- Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực vườn hoa nằm giữa hàng rào, lối đi và ao cá (phần gạch sọc trong hình minh họa). Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông? (Mỗi đơn vị trên trực ứng 1m) (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)



Câu 2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 125 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 120 + 17x$ (triệu đồng) (gồm 120 triệu đồng chi phí cố định và 17 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Hỏi A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận cao nhất?

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = A'B = A'C = 4$, đáy ABC là tam giác cân tại C có $CA = CB = 3$, $AB = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC' (*kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân*).

Câu 4. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% / tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ mỗi tháng từ tháng 1 đến tháng 11 như nhau bằng a triệu đồng, tháng 12 số tiền hoàn nợ bằng $\frac{a}{2}$ triệu đồng và sau đúng một năm kể từ ngày vay ông A còn nợ ngân hàng số tiền 59 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi a bằng bao nhiêu? (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Câu 5. Một con chim thông minh đang đứng trên một cây cao tại điểm $B(7;10;6)$. Trong không gian Oxyz mỗi đơn vị trên trực ứng với 1 mét và mặt đất (xem như phẳng) là mặt phẳng (Oxy). Con chim thông minh biết bay thẳng xuống mặt đất tại N và chạy lấy thức ăn tại điểm M cách N 4m sau đó bay thẳng đến điểm A(1;2;3) trên một cây cao về cho chim con với tổng các khoảng cách $BN + AM$ nhỏ nhất. Tính tổng các tung độ của M và N.

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên 4 số a, b, c, d thuộc tập hợp $S = \{1, 2, \dots, 2025\}$. Tính xác suất để 4 số chọn ra thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ chia hết cho 5. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

-----HẾT-----

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 04 trang)

Họ, tên học sinh:.....

Mã đề: 0122

Số báo danh:.....

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phương trình $\log_2(x-1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x=5$. B. $x=1$. C. $x=3$. D. $x=7$.

Câu 2. Một hãng xe ôtô thông kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Khoảng túc phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (*làm tròn kết quả đến hàng phân trăm*)

Số lần gặp sự cố	[0,5;2,5)	[2,5;4,5)	[4,5;6,5)	[6,5;8,5)	[8,5;10,5)
Số xe	17	33	25	20	5

- A. 3,52. B. 3,5. C. 5,32. D. 5,23.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;-1;3)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$. B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và đường kính bằng 10. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
 C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 100$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x+2024}{x-2025}$ có đồ thị (C) . Tâm đối xứng của (C) có tọa độ là

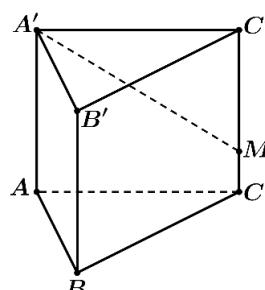
- A. $(-2025;1)$. B. $(2024;2025)$. C. $(2025;1)$. D. $S = (1;2025)$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;3]$ là

- A. 5. B. 3. C. -2. D. -5.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M là điểm nằm trên CC' sao cho $\overrightarrow{MC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MC'}$. Đặt

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

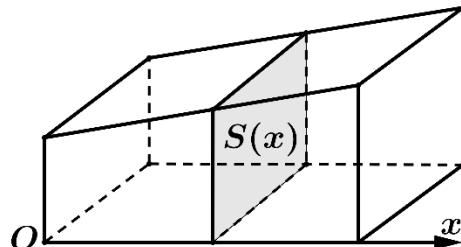


- A. $\overrightarrow{A'M} = \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$. B. $\overrightarrow{A'M} = -\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$. C. $\overrightarrow{A'M} = \frac{-3}{2}\vec{a} + \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{A'M} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 8. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$ là

- A. $S = (-3; 1)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $S = (-1; 3)$.

Câu 9. Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



- A. 171π . B. 18π . C. 18. D. 171.

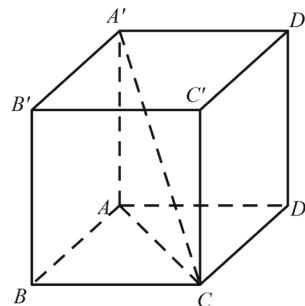
Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -1$, công bội $q = 2$. Giá trị u_{10} là

- A. -256. B. 256. C. -512. D. 512.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A. $-\tan x + C$. B. $-\cot x + C$. C. $\tan x + C$. D. $\cot x + C$.

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

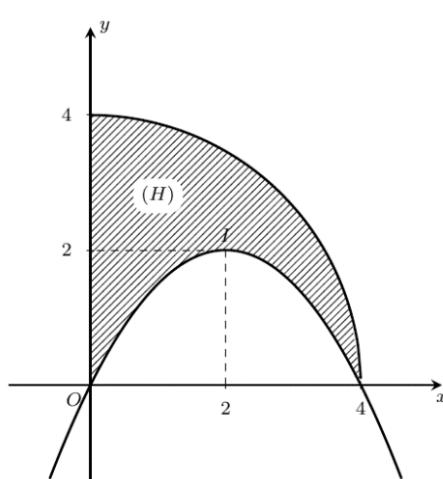


- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O , các đường thẳng $x=0$, $x=4$ như hình vẽ bên dưới



a) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng $\frac{512}{15}\pi$.

b) Parabol có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

c) Cung tròn có phương trình là $y = \sqrt{16 - x^2}$, $0 \leq x \leq 4$.

d) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi - \frac{1}{3}\right)$.

Câu 2. Một bình chứa khí hình cầu K (đường kính 10 m) chạm trực tiếp vào một bức tường thẳng đứng tại điểm $T(-6; 0; 5)$. Một tâm chấn E được cố định xuống đất tại các điểm $A(0; 16, 25; 0)$, $B(-12; 16, 25; 0)$ và tại các điểm $C(0; 5; 15)$, $D(-12; 5; 15)$ được đỡ bằng các thanh chống thẳng đứng (mỗi đơn vị trên trực tương ứng 1m)

a) Một điểm M bất kì nằm trên bề mặt của bình chứa K . Khi khoảng cách ngắn nhất từ M đến tâm chấn E thì $x_M + y_M + z_M = 11$.

b) Để tối ưu chi phí, nên thay tâm chấn E bằng tâm H có cùng chiều rộng với tâm chấn E (cùng bằng $AB = 12$), nhưng chiều dài giảm đi để có thể tiếp xúc với quả bóng. Khi đó các thanh chống đều phải rút ngắn đi không ít hơn 2,5m.

c) Tâm I của hình cầu K có tọa độ là $(-6; -5; 5)$.

d) Phương trình tâm chấn E là $4y + 3z - 65 = 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ: $(-1; 3)$.

b) Điểm $M(x; y)$ có $x \in \mathbb{Z}$ và $y \in \mathbb{Z}$ thì được gọi là có tọa độ nguyên. Đồ thị (C) có đúng 5 điểm có tọa độ nguyên.

c) Hàm số có cực đại, cực tiểu.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trực hoành, trực tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ)

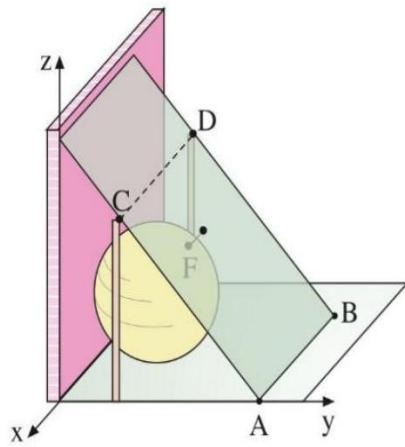
Câu 4. Trong một cuộc khảo sát 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của nhóm khảo sát.

a) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ thể thao vừa biết chơi bóng đá là 0,25.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao là 0,2.

c) Xác suất chọn được học sinh không biết chơi bóng đá là 0,75.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là 0,68



PHẦN 3. Câu trả lời nghiệm trả lời ngắn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ mỗi tháng từ tháng 1 đến tháng 11 như nhau bằng a triệu đồng, tháng 12 số tiền hoàn nợ bằng $\frac{a}{2}$ triệu đồng và sau đúng một năm kể từ ngày vay ông A còn nợ ngân hàng số tiền 59 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi a bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Chọn ngẫu nhiên 4 số a, b, c, d thuộc tập hợp $S = \{1, 2, \dots, 2025\}$. Tính xác suất để 4 số chọn ra thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ chia hết cho 5. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

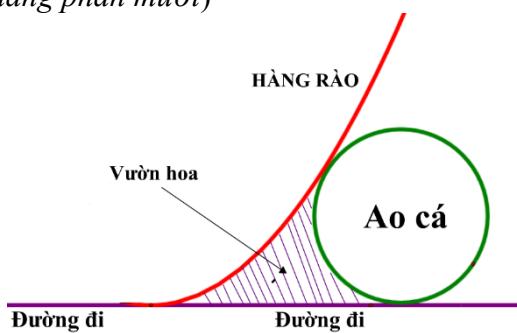
Câu 3. Một con chim thông minh đang đứng trên một cây cao tại điểm $B(7;10;6)$. Trong không gian Oxyz mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 mét và mặt đất (xem như phẳng) là mặt phẳng (Oxy). Con chim thông minh biết bay thẳng xuống mặt đất tại N và chạy lấy thức ăn tại điểm M cách N 4m sau đó bay thẳng đến điểm A(1;2;3) trên một cây cao về cho chim con với tổng các khoảng cách $BN + AM$ nhỏ nhất. Tính tổng các tung độ của M và N.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = A'B = A'C = 4$, đáy ABC là tam giác cân tại C có $CA = CB = 3$, $AB = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC' (*kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân*).

Câu 5. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 125 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 120 + 17x$ (triệu đồng) (gồm 120 triệu đồng chi phí cố định và 17 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Hỏi A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận cao nhất?

Câu 6. Một công viên sinh thái muốn bố trí một mảnh vườn hoa nhỏ. Cụ thể bối cảnh của công viên đã được đo đạc như sau:

- Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh giới của mảnh vườn.
- Hàng rào uốn cong có dạng là đồ thị parabol $y = x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó.
- Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực vườn hoa nằm giữa hàng rào, lối đi và ao cá (phần gạch sọc trong hình minh họa). Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông? (Mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m) (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)



HƯỚNG DẪN CHẤM

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
MÔN: Toán - LỚP: 12

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (7,00 điểm)

Phần 1. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 câu; 3,00 điểm)

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu trả lời đúng học sinh được 0,25 điểm.

Mã đề Câu \	0121	0122	0123	0124	0125	0126	0127	0128
1	A	A	B	D	D	A	D	C
2	D	A	B	A	A	A	C	D
3	A	C	D	A	A	B	B	A
4	C	C	B	D	C	C	B	A
5	A	C	B	A	D	C	C	A
6	D	B	C	A	C	A	D	C
7	B	A	B	C	C	D	D	C
8	B	A	D	C	C	A	A	D
9	B	C	A	D	D	C	D	C
10	B	A	D	B	A	D	B	B
11	C	C	B	B	A	B	A	D
12	A	C	C	D	D	A	A	D

Phần 2. Trắc nghiệm đúng sai (4 câu; 4,00 điểm)

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

- Học sinh chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Học sinh chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Học sinh chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1,0 điểm.

Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án	Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án
0121	1	a	S	0122	1	a	Đ
		b	Đ			b	Đ
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	S

		a	Đ			a	Đ
		b	Đ			b	Đ
		c	S			c	S
		d	S			d	Đ
	2	a	S		2	a	S
		b	Đ			b	S
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	Đ
	3	a	S		3	a	S
		b	Đ			b	S
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	Đ
	4	a	Đ		4	a	S
		b	S			b	Đ
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	Đ
Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án	Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án
0123		a	S	0124		a	S
	1	b	S			b	S
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	Đ
	2	a	Đ		2	a	Đ
		b	S			b	Đ
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	S
	3	a	Đ		3	a	Đ
		b	S			b	Đ
		c	Đ			c	S
		d	Đ			d	Đ
	4	a	Đ		4	a	Đ
		b	Đ			b	Đ
		c	S			c	S
		d	Đ			d	Đ
Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án	Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án
0125	1	a	Đ	0126	1	a	Đ
		b	Đ			b	Đ
		c	Đ			c	S
		d	S			d	Đ
	2	a	Đ		2	a	Đ
		b	Đ			b	Đ
		c	Đ			c	S
		d	S			d	Đ
	3	a	S		3	a	Đ
		b	Đ			b	Đ
		c	S			c	Đ
		d	Đ			d	S
	4	a	Đ		4	a	Đ
		b	Đ			b	S
		c	S			c	Đ
		d	Đ			d	S
Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án	Mã đề	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án
0127	1	a	Đ	0128	1	a	S
		b	S			b	Đ
		c	Đ			c	Đ
		d	Đ			d	Đ

	2	a	S		2	a	S
		b	Đ			b	Đ
		c	Đ			c	S
		d	Đ			d	Đ
	3	a	Đ		3	a	S
		b	Đ			b	Đ
		c	S			c	Đ
		d	Đ			d	Đ
	4	a	Đ		4	a	S
		b	Đ			b	Đ
		c	S			c	Đ
		d	S			d	Đ

Phần 3. Trắc nghiệm yêu cầu trả lời ngắn (6 câu; 3,00 điểm)

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng học sinh được 0,5 điểm.

Mã đề Đáp án	0121	0122	0123	0124	0125	0126	0127	0128
Câu 1	0,2	4,4	2,41	0,2	0,23	0,2	0,23	0,2
Câu 2	60	0,23	4,4	2,41	10,4	2,41	4,4	4,4
Câu 3	2,41	10,4	60	4,4	2,41	0,23	0,2	2,41
Câu 4	4,4	2,41	10,4	10,4	60	10,4	10,4	10,4
Câu 5	10,4	60	0,2	60	0,2	4,4	2,41	60
Câu 6	0,23	0,2	0,23	0,23	4,4	60	60	0,23

----- HẾT -----

*Họ, tên học sinh:.....
Số báo danh:.....*

Mã đề: ĐỀ GÓC

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

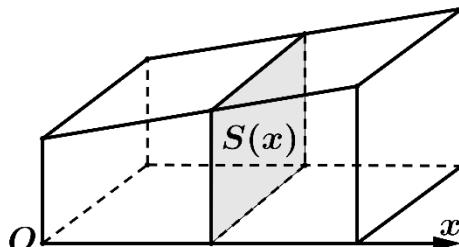
Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A. $\tan x + C$. B. $\cot x + C$. C. $-\tan x + C$. D. $-\cot x + C$.

Câu 2. Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta

được mặt cắt là hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 18.

B. 171.

C. 18π .

D. 171π .

Câu 3. Một hãng xe ôtô thống kê lại số lần gấp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Khoảng tử phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Số lần gấp sự cố	[0,5;2,5)	[2,5;4,5)	[4,5;6,5)	[6,5;8,5)	[8,5;10,5)
Số xe	17	33	25	20	5

A. 3,52.

B. 5,32.

C. 3,5.

D. 5,23.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và đường kính bằng 10. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 100$.

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x+2024}{x-2025}$ có đồ thị (C) . Tâm đối xứng của (C) có tọa độ là

A. $(2025;1)$.

B. $(-2025;1)$.

C. $(2024;2025)$.

D. $S = (1;2025)$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$ là

A. $S = (-3;1)$.

B. $S = (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$.

C. $S = (1;+\infty)$.

D. $S = (-1;3)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;-1;3)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

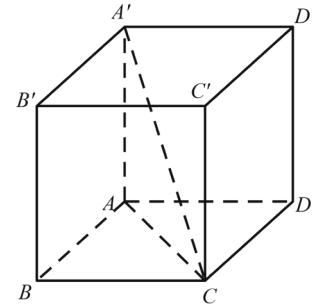
A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 9. Phương trình $\log_2(x-1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 5$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 7$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -1$, công bội $q = 2$. Giá trị u_{10} là

A. -256 .

B. -512 .

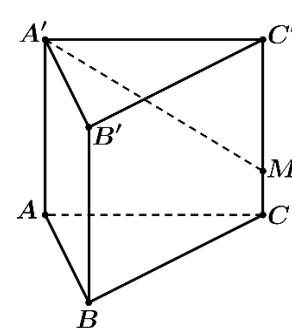
C. 512 .

D. 256 .

Câu 11. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M là điểm nằm trên

CC' sao cho $\overrightarrow{MC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MC'}$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (tham

khảo hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{A'M} = \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{A'M} = \frac{-3}{2}\vec{a} + \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{A'M} = -\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{A'M} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. 3.

B. 5.

C. -2.

D. -5.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) Hàm số có cực đại, cực tiểu. (đúng)

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trực hoành, trực tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ) (đúng)

c) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ: $(-1; 3)$. (sai)

d) Điểm $M(x; y)$ có $x \in \mathbb{Z}$ và $y \in \mathbb{Z}$ thì được gọi là có tọa độ nguyên. Đồ thị (C) có đúng 5 điểm có tọa độ nguyên. (sai)

Lời giải. Ta có $y = x - 2 + \frac{3}{x+1}$, $(x \neq -1)$

Do đó: $y' = 1 - \frac{3}{(x+1)^2}$, $(x \neq -1)$

Hàm số có cực đại, cực tiểu.

Tiệm cận đứng: $x = -1$

Tiệm cận xiên: $y = x - 2$

Tọa độ giao điểm các đường tiệm cận: $I(-1; -3)$

$$y = x - 2 + \frac{3}{x+1} \in \mathbb{Z}$$

Khi $x+1 \in \{-3; -1; 1; 3\}$. Do đó (C) có 4 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường

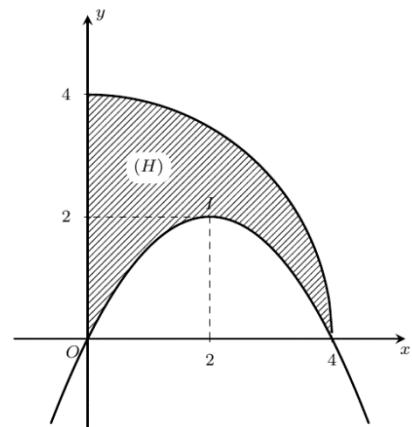
tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O , các đường thẳng $x=0$, $x=4$ như hình vẽ bên

a) Parabol có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng $\frac{512}{15}\pi$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi - \frac{1}{3}\right)$.

d) Cung tròn có phương trình là $y = \sqrt{16 - x^2}$, $0 \leq x \leq 4$.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) **Đúng.** Gọi phương trình của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol đi qua các điểm $(0;0)$, $(4;0)$ và có đỉnh $I(2;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình của parabol là: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

b) **Đúng.**

Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow y = \sqrt{16 - x^2}$ ($y \geq 0$)

Parabol $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

$$\text{Suy ra } V = \pi \int_0^4 \left[(16 - x^2) - \left(-\frac{1}{2}x^2 + 2x \right)^2 \right] dx = \frac{512}{15}\pi$$

c) **Sai.** Diện tích hình phẳng (H) là $S_H = \int_0^4 \left[\sqrt{16 - x^2} - (-0,5x^2 + 2x) \right] dx \approx 7,23$.

d) **Đúng.**

Cung tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow y = \sqrt{16 - x^2}$, $0 \leq x \leq 4$. ($x \geq 0$)

Câu 3. Trong một cuộc khảo sát 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của nhóm khảo sát.

a) Xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao là 0,2.

b) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ thể thao vừa biết chơi bóng đá là 0,25.

c) Xác suất chọn được học sinh không biết chơi bóng đá là 0,75.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là 0,68.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao";
 B : "Chọn được học sinh biết chơi bóng đá";

a) Khi đó, $P(A) = \frac{200}{1000} = 0,2$. Mệnh đề **đúng**

b) Khi đó, $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$. Xác suất cần tìm là $P(AB)$ ta có theo công thức nhân xác suất $P(AB) = P(BA) = P(A)P(B|A) = 0,2 \cdot 0,85 = 0,17$. Mệnh đề **sai**.

c) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

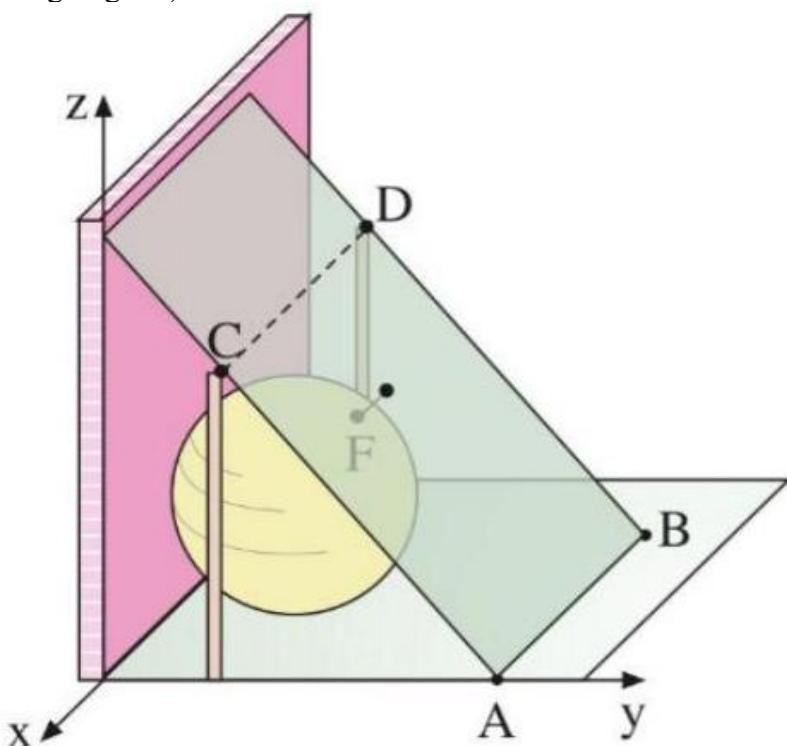
$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,25 = 0,75 \text{ Mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

d) Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó chơi được bóng đá là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68 \text{ . Mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

Câu 4. Một bình chứa khí hình cầu K (đường kính 10 m) chạm trực tiếp vào một bức tường thẳng đứng tại điểm $T(-6; 0; 5)$. Một tấm chắn E được cố định xuống đất tại các điểm $A(0; 16, 25; 0)$, $B(-12; 16, 25; 0)$ và tại các điểm $C(0; 5; 15)$, $D(-12; 5; 15)$ được đỡ bằng các thanh chống thẳng đứng (mỗi đơn vị trên trực tuyến ứng 1m)



a) Tâm I của hình cầu K có tọa độ là $(-6; -5; 5)$.

b) Phương trình tâm chắn E là $4y + 3z - 65 = 0$.

c) Một điểm M bất kì nằm trên bề mặt của bình chứa K . Khi khoảng cách ngắn nhất từ M đến tâm chắn E thì $x_M + y_M + z_M = 11$.

d) Để tối ưu chi phí, nên thay tấm chắn E bằng tấm H có cùng chiều rộng với tấm chắn E (cùng bằng $AB = 12$), nhưng chiều dài giảm đi để có thể tiếp xúc với quả bóng. Khi đó các thanh chống đều phải rút ngắn đi không ít hơn 2,5m.

Lời giải

a) Gọi I là tâm mặt cầu. Do mặt cầu tiếp xúc với bức tường thẳng đứng tại $T(-6; 0; 5)$ và mặt đất nên $d(I, (Oxy)) = d(I, (Oxz)) = R = 5m \Rightarrow I(x; 5; 5)$.

$\vec{TI}(x+6;5;0)$ cùng phương với $\vec{j}(0;1;0)$ nên $x+6=0 \Rightarrow x=-6$. Vậy $I(-6;5;5)$

b) Phương trình tâm chấn là phương trình mặt phẳng (BCD)

$$\overrightarrow{BC} = (12;-11,25;15), \overrightarrow{CD} = (-12;0;0), \text{VTPT } \vec{n} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}] = (0;-180;-135) = -45(0;4;3)$$

$$\Rightarrow (BCD): 4y + 3z + d = 0 \text{ mà } C = (0;5;15) \text{ thuộc mặt phẳng nên } d = -65$$

$$\text{Vậy } (BCD): 4y + 3z - 65 = 0$$

c) Khoảng cách ngắn nhất từ M đến tâm chấn E khi $IM \perp (BCD)$

Gọi $M(x;y;z)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overrightarrow{IM} \text{ cp } \vec{n}_{(BCD)} \\ IM^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+6=0 \\ \frac{y-5}{4} = \frac{z-5}{3} \\ (x+6)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = \frac{-5+4z}{3} \\ (-6+6)^2 + \left(\frac{-5+4z}{3} - 5\right)^2 + (z-5)^2 = 25 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2(l) \\ z = 8(n) \end{cases}$$

$$z = 8 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow M(-6;9;8),$$

Tổng các toạ độ của M là 11 - c) Đúng.

d) Khi thay tâm chấn E bằng tâm H có cùng chiều rộng với tâm chấn E (cùng bằng $AB = 12$), thì $C_1(0;5;c)$, ($c > 0$). Mặt phẳng (ABC_1) có véc tơ pháp tuyến cùng phương với $[\overrightarrow{u_{AB}}, \overrightarrow{AC_1}] = (0;-c;-11,25)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC_1) $c(y-16,25) + 11,25z = 0$.

Do tâm chấn H tiếp xúc với quả bóng nên ta có:

$$d(I; (ABC_1)) = \frac{|c(5-16,25) + 11,25 \cdot 5|}{\sqrt{c^2 + 11,25^2}} = R = 5$$

$$\Rightarrow 4,0625c^2 - 50,625c = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0(l) \\ c = \frac{50,625}{4,0625} \end{cases}$$

Thanh chóng giảm đi một khoảng là $15 - \frac{50,625}{4,0625} \approx 2,54(m)$

Do đó d) Đúng.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = A'B = A'C = 4$, đáy ABC là tam giác cân tại C có $CA = CB = 3$, $AB = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC' (*kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân*).

Trả lời : 2,41

Giải : Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) .

Vì $A'A = A'B = A'C = 4$ nên $HA = HB = HC$, do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tam giác ABC nhọn.

Ké đường cao CI của tam giác ABC thì I là trung điểm của AB và H thuộc đoạn CI .

Trong tam giác vuông ACI có $CI = \sqrt{CA^2 - AI^2} = \sqrt{9 - 3} = \sqrt{6}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CI = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}.$$

$$HC = R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4 \cdot S_{ABC}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

Trong tam giác vuông A'CH có $A'H = \sqrt{A'C^2 - CH^2} = \sqrt{16 - \frac{54}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{202}$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{202}}{4} \cdot 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{101}}{2}.$$

Trong tam giác vuông A'AI có $A'I = \sqrt{A'A^2 - AI^2} = \sqrt{16 - 3} = \sqrt{13}$

$$S_{A'AB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot A'I = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{39}.$$

Vì CC'//A'A nên (A'AB)//CC', do đó

$$d(CC'; AB) = d(CC'; (A'AB)) = d(C; (A'AB))$$

$$= \frac{3V_{C.A'AB}}{S_{A'AB}} = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{A'AB}} = \frac{3\sqrt{101}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{39}} \approx 2,413$$

Câu 2. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% / tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ mỗi tháng từ tháng 1 đến tháng 11 như nhau bằng a triệu đồng, tháng 12 số tiền hoàn nợ bằng $\frac{a}{2}$ triệu đồng và sau đúng một năm kể từ ngày vay ông A còn nợ ngân hàng số tiền

59 triệu đồng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi a bằng bao nhiêu? (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Đáp số: 4,4

Lời giải

Gọi m, r, T_n, a lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau n tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng.

Sau khi hết tháng thứ nhất ($n=1$) thì còn lại: $T_1 = m(r+1) - a$.

Sau khi hết tháng thứ hai ($n=2$) thì còn lại: $T_2 = [m(r+1) - a](r+1) - a$

$$= m(r+1)^2 - a(r+1) - a = m(r+1)^2 - a(r+2) = m(r+1)^2 - \frac{a}{r}[(r+1)^2 - 1].$$

Sau khi hết tháng thứ ba ($n=3$) thì còn: $T_3 = [m(r+1)^2 - \frac{a}{r}[(r+1)^2 - 1]](r+1) - a$

$$= m(r+1)^3 - \frac{a}{r}[(r+1)^3 - 1].$$

Bằng phương pháp quy nạp ta có kết quả:

Sau khi hết tháng thứ $n-1$ thì còn lại: $T_{n-1} = m(r+1)^{n-1} - \frac{a}{r}[(r+1)^{n-1} - 1]$.

Tháng cuối cùng là

$$T_n = T_{n-1}(1+r) - \frac{a}{2} = m(r+1)^n - \frac{a}{r}[(r+1)^{n-1} - 1](1+r) - \frac{a}{2}.$$

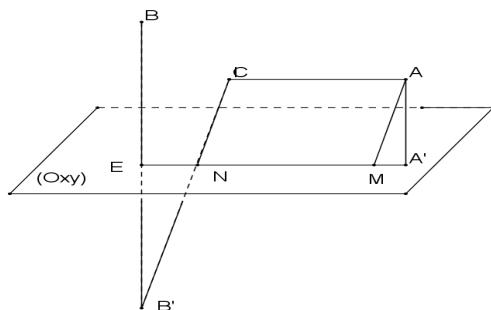
Áp dụng công thức trên, ta có:

$$T_{12} = 59 = 100(0,01+1)^{12} - \frac{a}{0,01}[(0,01+1)^{11} - 1](0,01+1) - \frac{a}{2} = 4,4 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 3. Một con chim thông minh đang đứng trên một cây cao tại điểm $B(7;10;6)$. Trong không gian Oxyz mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 mét và mặt đất (xem như phẳng) là mặt phẳng (Oxy). Con chim thông minh biết bay thẳng xuống mặt đất tại N và chạy lấy thức ăn tại điểm M cách N 4m sau đó bay thẳng đến điểm $A(1;2;3)$ trên một cây cao về cho chim con với tổng các khoảng cách $BN + AM$ nhỏ nhất. Tính tổng các tung độ của M và N.

Lời giải.

Trả lời 10,4.



$$(Oxy) : z = 0.$$

Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow B'(7;10;-6)$.

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;3)$ xuống mặt phẳng (Oxy) là $A'(1;2;0)$.

Hình chiếu vuông góc của $B(7;10;6)$ xuống mặt phẳng (Oxy) là $E(7;10;0)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $(Oxy) \Rightarrow (Oxy) \cap (Q) = A'E$.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{A'E} = (6;8;0).$$

Dựng hình bình hành $ACNM \Rightarrow AC = 4$.

Khi đó $AM + BN = NC + B'N \geq BC$. Đẳng thức xảy ra khi B', C, N thẳng hàng.

Ta có \overrightarrow{AC} cùng phương với $\overrightarrow{A'E} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (3t; 4t; 0)$.

$$\text{Mà } AC = 4 \Rightarrow (3t)^2 + (4t)^2 = 16 \Rightarrow t^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow t = \pm \frac{4}{5}.$$

$$+ t = \frac{4}{5} \Rightarrow C\left(\frac{17}{5}; \frac{26}{5}; 3\right) \Rightarrow \overrightarrow{B'C} = \left(\frac{-18}{5}; -\frac{24}{5}; 9\right) \Rightarrow B'C = \sqrt{117}.$$

$$+ t = -\frac{4}{5} \Rightarrow C\left(-\frac{7}{5}; -\frac{6}{5}; 3\right) \Rightarrow \overrightarrow{B'C} = \left(\frac{-42}{5}; -\frac{56}{5}; 9\right) \Rightarrow B'C = \sqrt{277}.$$

Vì $\sqrt{117} < \sqrt{277}$ nên $AM + BN$ có giá trị nhỏ nhất là $\sqrt{117}$.

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } N\left(\frac{23}{5}; \frac{34}{5}; 0\right), M\left(\frac{11}{5}; \frac{18}{5}; 0\right)$$

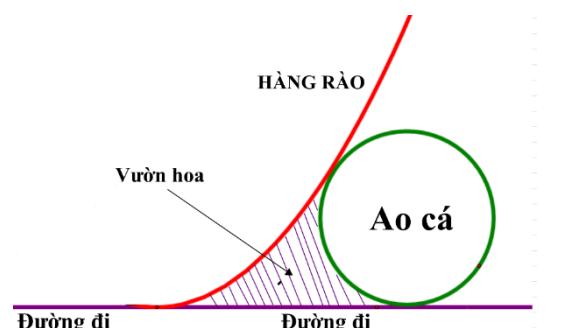
Vậy tổng các tung độ của M và N là 10,4.

Câu 4. Một công viên sinh thái muốn bố trí một mảnh vườn hoa nhỏ. Cụ thể bối cảnh của công viên đã được đo đạc như sau:

- Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh dưới của mảnh vườn.

- Hàng rào uốn cong có dạng là đồ thị parabol $y = x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó.

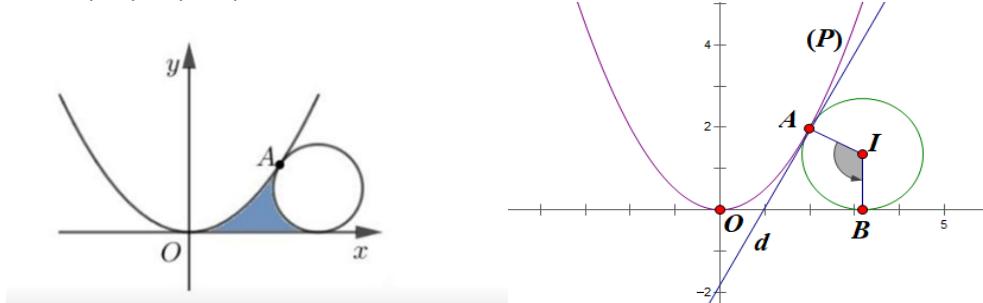
- Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực **vườn hoa** nằm giữa hàng rào, lối đi và ao cá (phần gạch sọc trong hình minh họa). Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông? (Mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m) (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)



Lời giải

Trả lời: 0,2

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ



$$S = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5}{4} \right) dx - S_{\text{quat } AIB} = \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}x^2 + \frac{5}{4}x \right) \Big|_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} - \frac{\pi}{12}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{32} - \frac{\pi}{12} \approx 0,2 \text{ m}^2.$$

Gọi $A(a; a^2) \in (P)$, $I\left(b; \frac{1}{2}\right)$ là tâm của (C) , ($b > a > 0$).

$B(b; 0) = (C) \cap Ox$, (d) là tiếp tuyến của (P) tại A .

$$\overrightarrow{AI} = \left(b-a; \frac{1-2a^2}{2} \right), \text{hệ số góc của } AI \text{ là: } k_1 = \frac{1-2a^2}{2(b-a)}, \text{hệ số góc của } (d) \text{ là: } k_2 = 2a.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AI = \frac{1}{2} \\ k_1 k_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(b-a \right)^2 + \left(\frac{1-2a^2}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \\ 2a \cdot \frac{1-2a^2}{2(b-a)} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow k_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Do đó AI có phương trình là: $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5}{4}$.

$$\text{Mà } AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{AIB} = \frac{2\pi}{3}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) , (C) , Ox là:

$$S = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5}{4} \right) dx - S_{\text{quat } AIB}$$

$$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}x^2 + \frac{5}{4}x \right) \Big|_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} - \frac{\pi}{12}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{32} - \frac{\pi}{12} \approx 0,2 \text{ m}^2.$$

Câu 5. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 125 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 120 + 17x$ (triệu đồng) (gồm 120 triệu đồng chi phí cố định và 17 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Hỏi A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận cao nhất?

Trả lời : 60 .

Giải :

Doanh thu của A khi bán x tấn sản phẩm $D(x) = p(x).x = (125 - 0,01x^2).x = -0,01x^3 + 125x$

Lợi nhuận của A khi bán x tấn sản phẩm

$$\begin{aligned} L(x) &= D(x) - C(x) = -0,01x^3 + 125x - (125 + 17x) \\ &= -0,01x^3 + 108x - 125 \end{aligned}$$

$$L'(x) = -0,03x^2 + 108$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,03x^2 + 108 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{108}{0,03} = 3600 \Leftrightarrow x = 60$$

Bảng biến thiên:

x	0	60	100
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	$L(0)$	$L(60)$	$L(100)$

Vậy để thu được lợi nhuận cao nhất thì A cần bán cho B 60 tấn sản phẩm

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 4 số a, b, c, d thuộc tập hợp $S = \{1, 2, \dots, 2025\}$. Tính xác suất để 4 số chọn ra thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ chia hết cho 5. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,23

Gọi A là tập hợp các số thuộc S chia hết cho 5 có, A có 405 phần tử.

Gọi B là tập hợp các số thuộc S chia cho 5 dư 1 hoặc 4, B có 810 phần tử.

Gọi C là tập hợp các số thuộc S chia cho 5 dư 2 hoặc 3, C có 810 phần tử.

Ta có $k \in A \Rightarrow k^2 \vdots 5$; $k \in B \Rightarrow k^2$ chia 5 dư 1; $k \in C \Rightarrow k^2$ chia 5 dư 4.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{2025}^4 .

Để chọn được 4 số thoả mãn, ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Chọn 4 số thuộc A, có C_{405}^4 cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 2 số thuộc A, 1 số thuộc B và 1 số thuộc C có $C_{405}^2 \cdot C_{810}^1 \cdot C_{810}^1$ cách chọn.

Trường hợp 3: Chọn 2 số thuộc B, 2 số thuộc C có $C_{810}^2 \cdot C_{810}^2$ cách chọn

Suy ra số phần tử của biến cố là $C_{405}^4 + C_{405}^2 \cdot C_{810}^1 \cdot C_{810}^1 + C_{810}^2 \cdot C_{810}^2$

Xác suất bằng $\frac{C_{405}^4 + C_{405}^2 \cdot C_{810}^1 \cdot C_{810}^1 + C_{810}^2 \cdot C_{810}^2}{C_{2025}^4} = 0,23$

-----HẾT-----

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
TỐ TOÁN

KHUNG MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG HỌC SINH
MÔN TOÁN - LỚP 12 NĂM HỌC 2024 - 2025

TT	LỚP	CHỦ ĐỀ	CẤP ĐỘ TƯ DUY - NĂNG LỰC									Tổng	Tỉ lệ % điểm			
			TNKQ													
			Phân I. Nhiều lựa chọn			Phân II. Đúng - Sai			Phân III. Trả lời ngắn							
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
1	11	Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân	1									1		2,5		
2	11	Phương trình mũ và logarit	1	1								1	1	5,0		
3	11	Quan hệ vuông góc trong không gian	1									1	1	7,5		
4	11	Lý thuyết đồ thị. Toán tối ưu										1		5,0		
5	12	Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	1	1								1	1	5,0		
6	12	Ứng dụng đạo hàm				2	1	1				1	2	1	1	15
7	12	Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng	1	1		2	1	1				1	3	2	2	20

8	12	Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm		1								1		2,5
9	12	<i>Vectơ trong không gian</i>		1								1		2,5
10	12	<i>Phương pháp tọa độ trong không gian Oxyz</i>	1	1		2	1	1			1	3	2	20
11	12	Xác suất có điều kiện. Công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes				2	1	1			1	2	1	2
Tổng số câu		6	6		8	4	4			6	14	10	10	
Tổng số điểm		1,5	1,5		4				3					10
Tỉ lệ %		30			40			30						100

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**
<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>