

# BÀI TẬP

## CHƯƠNG I (Mệnh đề và vị từ)

-> P true, Q false

1/ a. Nếu biết mệnh đề  $P \rightarrow Q$  là sai, hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau:

$$P \wedge Q \quad \bar{P} \vee Q \quad Q \rightarrow P$$

b. Cho các biểu thức mệnh đề sau: false

$$1. \text{ true } ((P \wedge Q) \wedge R) \rightarrow (S \vee M)$$

$$2. \text{ true } (P \wedge (Q \wedge R)) \rightarrow (S \oplus M) \text{ false}$$

Xác định chân trị của các biến mệnh đề P, Q, R, S, M nếu các biểu thức mệnh đề trên là sai.

2/ Nếu Q có chân trị là T, hãy xác định chân trị của các biến mệnh đề P, R, S nếu biểu thức mệnh đề sau cũng là đúng

$$(Q \rightarrow ((\bar{P} \vee R) \wedge \bar{S})) \wedge (\bar{S} \rightarrow (\bar{R} \wedge Q)) = T$$

$\nearrow R = F$   
 $P = F \quad T \quad T \quad T$

3/ Cho đoạn chương trình sau

- a/ if (n>5) n=n+2 ;
- b/ if ((n+2 == 8) || (n-3==6)) n= 2\*n + 1 ;
- c/ if ((n-3==16) && (n / 5==1)) n= n + 3 ;
- d/ if ((n<>21) && (n-7==15)) n= n - 4 ;
- e/ if ((n / 5 == 2) || (n+1==20)) n=n+1 ;

Ban đầu biến nguyên n được gán trị là 7. Hãy xác định giá trị n trong các trường hợp sau:

- Sau mỗi câu lệnh (nghĩa là khi qua câu lệnh mới thì gán lại n = 7)
- Sau tất cả các lệnh (sử dụng kết quả của câu lệnh trước để tính toán cho câu sau)

4/ Cho đoạn chương trình C như sau:

- a/ if (n-m == 5) n= n-2 ;
- b/ if ((2\*m==n) && (n / 4 ==1)) n=4\*m - 3 ;
- c/ if ((n<8) || (m / 2== 2)) n= 2\*m ;  
else m= 2\*n ;
- d/ if ((n<20) && (n / 6 ==1)) m= m-n-5 ;
- e/ if ((n== 2\*m) || (n / 2== 5)) m= m+2 ;
- f/ if ((n / 3 == 3) && (m / 3 <>1)) m= n ;
- g/ if (m\*n <> 35) n= 3\*m+7 ;

Ban đầu biến nguyên n = 8 và m = 3. Hãy xác định giá trị của m, n trong các trường hợp sau:

- Sau mỗi câu lệnh (nghĩa là khi qua câu lệnh mới thì gán lại n = 7)
- Sau tất cả các lệnh (sử dụng kết quả của câu lệnh trước để tính toán cho câu sau)

5/ Vòng lặp do ... while trong một đoạn chương trình C như sau:

do

.....

while (((x<>0) && (y>0)) || (!((w>0) && (t=3))));

Với mỗi cách gán giá trị biến như sau, hãy xác định trong trường hợp nào thì vòng lặp kết thúc.

- a/ x= 7, y= 2, w= 5, t= 3

$$b/ x=0, y=2, w=-3, t=3$$

$$c/ x=0, y=-1, w=1, t=3$$

$$d/ x=1, y=-1, w=1, t=3$$

6/ Trong một phiên tòa xử án 3 bị can có liên quan đến vấn đề tài chánh, trước tòa cả 3 bị cáo đều tuyên thệ khai đúng sự thật và lời khai như sau:

Anh A: Chị B có tội và anh C vô tội

Chị B: Nếu anh A có tội thì anh C cũng có tội

Anh C: Tôi vô tội nhưng một trong hai người kia là có tội

Hãy xét xem ai là người có tội ?

7/ Cho các mệnh đề được phát biểu như sau, hãy tìm số lớn nhất các mệnh đề đồng thời là đúng.

- a/ Quang là người khôn khéo
- b/ Quang không gặp may mắn
- c/ Quang gặp may mắn nhưng không khôn khéo
- d/ Nếu Quang là người khôn khéo thì Quang không gặp may mắn
- e/ Quang là người khôn khéo khi và chỉ khi Quang gặp may mắn
- f/ Hoặc Quang là người khôn khéo, hoặc Quang gặp may mắn nhưng không đồng thời cả hai.

8/ Cho a và b là hai số nguyên dương. Biết rằng, trong 4 mệnh đề sau đây có 3 mệnh đề đúng và 1 mệnh đề sai. Hãy tìm mọi cặp số (a, b) có thể có.

$$1/ a+1 \text{ chia hết cho } b$$

$$2/ a = 2b + 5$$

$$3/ a+b \text{ chia hết cho } 3$$

$$4/ a+7b \text{ là số nguyên tố}$$

2 và 3 có 1 cái sai  
3 và 4 có mâu thuẫn  $n \rightarrow 2$  đúng

9/ Không lập bảng chân trị, sử dụng các công thức tương đương logic, chứng minh rằng các biểu thức mệnh đề sau là hằng đúng

$$a/ (P \wedge Q) \rightarrow P$$

$$b/ P \rightarrow (\bar{P} \rightarrow P)$$

$$c/ P \rightarrow ((Q \rightarrow (P \wedge Q)))$$

$$d/ \overline{P \vee \bar{Q}} \rightarrow \bar{P}$$

$$e/ ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

10/ Không lập bảng chân trị, sử dụng các công thức tương đương logic, xét xem biểu thức mệnh đề G có là hệ quả của F không ?

$$a/ F = P \wedge (Q \vee R)$$

$$G = (P \wedge Q) \vee R$$

$$b/ F = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$$

$$G = P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$c/ F = P \wedge Q$$

$$G = (\bar{P} \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow \bar{Q})$$

11/ Tương tự bài tập 9 và 10, chứng minh các tương đương logic sau đây:

$$a/ (P \vee Q) \wedge \bar{P} \wedge \bar{Q} \Leftrightarrow P$$

$$b/ \overline{(P \vee Q) \wedge R \vee \bar{Q}} \Leftrightarrow Q \wedge R$$

$$c/ ((P \vee Q) \wedge (P \vee \bar{Q})) \vee Q \Leftrightarrow P \vee Q$$

$$d/ \overline{P \vee \bar{Q}} \vee ((\bar{P} \wedge Q) \vee \bar{Q}) \Leftrightarrow \bar{Q} \wedge \bar{P}$$

$$e/ (P \rightarrow Q) \wedge (\bar{Q} \wedge (R \vee \bar{Q})) \Leftrightarrow \bar{Q} \vee P$$

$$f/ P \vee (P \wedge (P \vee Q)) \Leftrightarrow P$$

$$g/ P \vee Q \vee (\bar{P} \wedge \bar{Q} \wedge R) \Leftrightarrow P \vee Q \vee R$$

$$h/ (\bar{P} \vee \bar{Q}) \rightarrow (P \wedge Q \wedge R) \Leftrightarrow P \wedge Q$$

$$i/ P \wedge ((\bar{Q} \rightarrow (R \wedge R)) \vee \bar{Q} \vee (R \wedge S) \vee (R \wedge \bar{S})) \Leftrightarrow P$$

$$j/ (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee S \vee \bar{Q}) \wedge (P \vee \bar{S} \vee R) \Leftrightarrow P \vee (R \wedge (S \vee \bar{Q}))$$

12/ Cho 2 vị từ  $P(x)$  xác định như sau:

$$P(x) = \{x \leq 3\}$$

$$Q(x) = \{x+1 \text{ là số lẻ}\}$$

Nếu không gian là tập số nguyên, hãy xác định chân trị của những mệnh đề sau:

a)  $P(1)$

b)  $Q(1)$

c)  $\bar{P}(3)$

d)  $Q(6)$

e)  $P(7) \wedge Q(7)$

f)  $P(3) \wedge Q(4)$

g)  $P(4)$

h)  $\bar{P}(-4) \vee \bar{Q}(-3)$

i)  $\bar{P}(-4) \wedge \bar{Q}(-3)$

13/ Các vị từ  $P(x)$ ,  $Q(x)$  được cho như bài tập 1.  $R(x) = \{x > 0\}$ . Nếu không gian vẫn là tập số nguyên.

a) Xác định chân trị của những biểu thức mệnh đề sau:

1.  $P(3) \vee [Q(3) \vee \bar{R}(3)]$

2.  $\bar{P}(3) \wedge [Q(3) \vee [Q(3) \vee R(3)]]$

3.  $P(2) \rightarrow [Q(2) \rightarrow R(2)]$

4.  $[P(2) \leftrightarrow Q(2)] \rightarrow R(2)$

5.  $P(0) \rightarrow [\bar{Q}(1) \leftrightarrow R(1)]$

5.  $[P(-1) \leftrightarrow Q(-2)] \leftrightarrow R(-3)$

b) Xác định tất cả các giá trị  $x$  sao cho  $[P(x) \wedge Q(x)] \wedge R(x)$  là một mệnh đề đúng.

c) Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của  $x$  sao cho vị từ:

$$P(x) \rightarrow [\bar{Q}(x) \wedge R(x)] \text{ là biểu thức mệnh đề đúng.}$$

14/ Cho vị từ  $P(x)$  được xác định như sau:  $P(x) = \{x^2 = 2x\}$  trên không gian là tập hợp số nguyên. Xác định giá trị đúng, sai của những mệnh đề:

a)  $P(0)$

b)  $P(1)$

c)  $P(2)$

d)  $P(-2)$

e)  $\exists x P(x)$

f)  $\forall x P(x)$

15/ Cho 2 vị từ 2 biến  $P(x,y)$  và  $Q(x,y)$  được xác định như sau:

$$P(x,y) = \{x^2 \geq y\}$$

$$Q(x,y) = \{x+2 < y\}$$

Nếu không gian là tập số thực, xác định chân trị của các mệnh đề

a)  $P(2,4)$

b)  $Q(1,\pi)$

c)  $P(-3,8) \wedge Q(1,3)$

d)  $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}) \vee \bar{Q}(-2,-3)$

e)  $P(2,2) \rightarrow Q(1,1)$

f)  $P(1,2) \leftrightarrow \bar{Q}(1,2)$

16/ Trên không gian là tập số nguyên, cho các vị từ sau:

$$P(x) = \{x > 0\}$$

$$Q(x) = \{x \text{ là số chẵn}\}$$

$$R(x) = \{x \text{ là số chính phương}\}$$

$$S(x) = \{x \text{ chia hết cho } 4\}$$

$$T(x) = \{x \text{ chia hết cho } 5\}$$

a) Viết dạng ký hiệu của những mệnh đề sau:

1. Có ít nhất 1 số nguyên chẵn.  $\exists x \in \mathbb{Q} \wedge Q(x)$
2. Tồn tại 1 số nguyên dương là số chẵn.  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$
3. Nếu x chẵn, thì x không chia hết cho 5.
4. Không có số nguyên chẵn nào là chia hết cho 5.
5. Tồn tại 1 số nguyên chẵn chia hết cho 4.
6. Nếu x chẵn và x là số chính phương, thì x chia hết cho 4.

b) Xác định chân trị của mỗi mệnh đề a). Với mỗi mệnh đề sai, hãy cho một dẫn chứng cụ thể.

c) Viết thành lời các dạng ký hiệu sau:

1.  $\forall x [R(x) \rightarrow P(x)]$
2.  $\forall x [S(x) \rightarrow Q(x)]$
3.  $\forall x [S(x) \rightarrow \bar{T}(x)]$
4.  $\exists x [S(x) \wedge \bar{R}(x)]$
5.  $\forall x [\bar{R}(x) \vee \bar{Q}(x) \vee \bar{S}(x)]$

17/ Cho các vị từ trên không gian là tập số thực như sau:

$$\begin{aligned} P(x) &= \{x \geq 0\} \\ Q(x) &= \{x^2 \geq 0\} \\ R(x) &= \{x^2 - 3x - 4 = 0\} \\ S(x) &= \{x^2 - 3 > 0\} \end{aligned}$$

Xác định giá trị đúng, sai của những biểu thức mệnh đề sau. Cho dẫn chứng hoặc giải thích cụ thể:

- a)  $\exists x [P(x) \wedge R(x)]$
- b)  $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$
- c)  $\forall x [Q(x) \rightarrow S(x)]$
- d)  $\forall x [R(x) \vee S(x)]$
- e)  $\forall x [R(x) \rightarrow P(x)]$

18/ Cho 3 vị từ  $P(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$  được xác định như sau:

$$\begin{aligned} P(x) &= \{x^2 - 8x + 15 = 0\} \\ Q(x) &= \{x \text{ là số lẻ}\} \\ R(x) &= \{x > 0\} \end{aligned}$$

Trên tập không gian là tất cả các số nguyên, hãy xác định giá trị đúng, sai của những biểu thức mệnh đề sau. Cho dẫn chứng hoặc giải thích cụ thể:

- a)  $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$
- b)  $\forall x [Q(x) \rightarrow P(x)]$
- c)  $\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)]$
- d)  $\exists x [Q(x) \rightarrow P(x)]$
- e)  $\exists x [R(x) \wedge P(x)]$
- f)  $\forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$
- g)  $\exists x [R(x) \rightarrow P(x)]$
- h)  $\forall x [\bar{Q}(x) \rightarrow \bar{P}(x)]$
- i)  $\exists x [P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x))]$
- j)  $\forall x [(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow R(x)]$

19/ Cho 3 vị từ  $P(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$  như sau:

$$\begin{aligned} P(x) &= \{x^2 - 7x + 10 = 0\} \\ Q(x) &= \{x^2 - 2x - 3 = 0\} \\ R(x) &= \{x < 0\} \end{aligned}$$

a) Xác định giá trị đúng, sai của những biểu thức mệnh đề sau, cho dẫn chứng hoặc giải thích, nếu không gian là tập số nguyên.

1.  $\forall x [P(x) \rightarrow \bar{R}(x)]$
2.  $\forall x [Q(x) \rightarrow R(x)]$
3.  $\exists x [Q(x) \rightarrow R(x)]$
4.  $\exists x [P(x) \rightarrow R(x)]$

b) Câu hỏi như phần a) nhưng không gian là tập  $\mathbb{Z}^+$

c) Câu hỏi như phần a) nhưng không gian chỉ gồm 2 số nguyên 2, 5.

20/ Cho  $P(x) = \{x \text{ học ở lớp hơn 5 giờ mỗi ngày trong tuần}\}$   
 Không gian là tập hợp các sinh viên. Hãy diễn đạt các lượng từ sau thành câu thông thường.

a)  $\exists x P(x)$

b)  $\forall x P(x)$

c)  $\exists x \bar{P}(x)$

d)  $\forall x \bar{P}(x)$

21/ Cho vị từ  $P(x,y) = \{x \text{ đã học môn } y\}$  với không gian của  $x$  là tập hợp tất cả các sinh viên lớp bạn và không gian của  $y$  là tập hợp tất cả các môn tin học của học kỳ mà bạn đang học.

Hãy diễn đạt các lượng từ sau thành các câu thông thường:

a)  $\exists x \exists y P(x,y)$

b)  $\exists x \forall y P(x,y)$

c)  $\forall x \exists y P(x,y)$

d)  $\exists y \forall x P(x,y)$

e)  $\forall y \exists x P(x,y)$

f)  $\forall x \forall y P(x,y)$

22/ Cho vị từ:

$P(x) = \{x \text{ nói được tiếng anh}\}$

$Q(x) = \{x \text{ biết ngôn ngữ C++}\}$

Cho không gian là tập hợp các sinh viên lớp bạn. Hãy diễn đạt các câu sau bằng cách dùng  $P(x)$ ,  $Q(x)$ , các lượng từ và các phép toán logic.

a) Có một sinh viên ở lớp bạn nói được tiếng Anh và biết C++

b) Có một sinh viên ở lớp bạn nói được tiếng Anh nhưng không biết C++

c) Mọi sinh viên ở lớp bạn đều nói được tiếng Anh hoặc biết C++

d) Không có một sinh viên nào ở lớp bạn nói được tiếng Anh hoặc biết C++

23/ Cho vị từ:

$P(x) = \{x \text{ là sinh viên}\}$

$Q(x) = \{x \text{ là kẻ ngu dốt}\}$

$R(x) = \{x \text{ là kẻ vô tích sự}\}$

Bằng cách dùng các lượng từ, các phép toán logic và với các vị từ  $P(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$ .  
 Hãy diễn đạt các câu sau với không gian là toàn thể sinh viên:

a) Không có sinh viên nào là kẻ ngu dốt

b) Mọi kẻ ngu dốt đều là vô tích sự.

c) Không có sinh viên nào là vô tích sự.

$\neg \exists x (P(x) \wedge Q(x))$

$P(x) \rightarrow Q(x)$

$\neg (P(x) \wedge Q(x))$

$P(x) \rightarrow Q(x)$

$\neg (P(x) \wedge Q(x))$

$\neg (P(x) \wedge Q(x))$

$\neg P(x)$

$\neg Q(x)$

$\neg (P(x) \wedge Q(x))$

$\neg (P(x) \wedge Q(x))$

## CHƯƠNG II ( Suy luận và chứng minh)

1/ Dùng quy tắc suy luận chứng minh rằng:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (s \vee r) \wedge (r \rightarrow \bar{q}) \Rightarrow s$$

$$(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow (r \wedge q)) \wedge (r \rightarrow (s \vee t)) \wedge \bar{s} \Rightarrow t$$

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (p \vee s) \wedge (t \rightarrow q) \wedge \bar{s} \Rightarrow \bar{r} \rightarrow \bar{t}$$

$$((\bar{p} \vee q) \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow (s \vee t)) \wedge (\bar{s} \wedge \bar{u}) \wedge (\bar{u} \rightarrow \bar{t}) \Rightarrow p$$

2/ Quy tắc suy luận nào được dùng trong mỗi lập luận sau:

a. Những con kangaroo sống ở Australia là loài thú có túi. Do đó, kangaroo là loài thú có túi.

b. Hoặc hôm nay trời nóng trên 100 độ hoặc là sự ô nhiễm là nguy hại. Hôm nay nhiệt độ ngoài trời thấp hơn 100 độ. Do đó, ô nhiễm là nguy hại.

c. Steve sẽ làm việc ở một công ty tin học vào mùa hè này. Do đó, mùa hè này anh ta sẽ làm việc ở một công ty tin học hoặc là một kẻ lang thang ngoài bãi biển.

d. Nếu tôi làm bài tập này cả đêm thì tôi có thể trả lời được tất cả bài tập. Nếu tôi trả lời được tất cả bài tập thì tôi sẽ hiểu được tài liệu này. Do đó, nếu tôi làm bài tập này cả đêm thì tôi sẽ hiểu được tài liệu này

3/ Xác định xem các suy luận sau là có cơ sở không. Nếu một suy luận là có cơ sở thì nó dùng quy tắc suy luận nào. Nếu không hãy chỉ ra nguy biện nào đã được sử dụng.

a. Nếu  $n$  là một số thực lớn hơn 1 khi đó  $n^2 > 1$ . Giả sử  $n^2 > 1$ . Khi đó  $n > 1$ .

b. Nếu  $n$  là một số thực và  $n > 3$ , khi đó  $n^2 > 9$ . Giả sử  $n^2 \leq 9$ . Khi đó,  $n \leq 3$ .

c. Một số nguyên dương hoặc là số chính phương hoặc có một số chẵn các ước nguyên dương. Giả sử,  $n$  là một số nguyên dương có một số lẻ các ước nguyên dương. Khi đó,  $n$  là số chính phương.

4/ Chứng minh rằng bình phương của một số chẵn là một số chẵn bằng:

a. Chứng minh trực tiếp

b. Chứng minh gián tiếp

c. Chứng minh phản chứng

5/ Chứng minh rằng tích của 2 số hữu tỷ là một số hữu tỷ.

6/ Chứng minh rằng một số nguyên không chia hết cho 5 thì bình phương của nó khi chia cho 5 sẽ dư 1 hoặc 4.

7/ Chứng minh rằng nếu  $n$  là số nguyên dương khi đó  $n$  là lẻ nếu và chỉ nếu  $5n + 6$  là lẻ.

8/ Có 2 giả thiết

- Môn logic là khó hoặc không có nhiều sinh viên thích môn logic.

- Nếu môn toán là dễ thì logic là không khó.

Bằng cách chuyển các giả thiết trên thành các mệnh đề chứa các biến và các toán tử logic. Hãy xác định xem mỗi một trong các khẳng định sau là các kết luận có cơ sở của các giả thiết đã cho không:

- a/ Môn toán là không dễ nếu nhiều sinh viên thích môn logic.  
 b/ Không có nhiều sinh viên thích môn logic nếu môn toán là không dễ.  
 { c/ Môn toán là dễ hoặc môn logic là khó.  
 d/ Môn logic là không khó hoặc môn toán là không dễ.  
 e/ Nếu không có nhiều sinh viên thích môn logic khi đó hoặc là môn toán không dễ hoặc là logic không khó.

9/ Một lớp học có 30 học sinh. Các học sinh tham gia vào 3 nhóm năng khiếu: nhóm Toán có 17 em, nhóm Văn có 13 em và Anh văn có 11 em, còn 10 em không tham gia vào nhóm nào. Chứng minh rằng trong lớp có em tham gia đồng thời cả 3 nhóm.

10/ Mười điểm trên một đường tròn được đánh một số phân biệt từ 0 đến 9. Chứng minh rằng, với mọi cách đánh số, luôn tìm được 3 điểm liên tiếp mà tổng các số đánh cho chúng lớn hơn 13.

11/ Dùng nguyên lý qui nạp, chứng minh các biểu thức tổng sau:

- a. 
$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
- b. 
$$\sum_{i=1}^n i(i+1)(i+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$
- c. 
$$\sum_{i=1}^n i(i!) = (n+1)! - 1$$
- d. 
$$\sum_{i=1}^n \frac{i}{(i+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$
- e. 
$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$
- f. 
$$\sum_{i=1}^n i \cdot 2^i = 2 + (n-1) \cdot 2^{n+1}$$
- g. 
$$\sum_{i=1}^n 2 \cdot 3^{i-1} = 3^n - 1$$
- h. 
$$\sum_{i=1}^n i(i+2) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$$

12/ Tìm công thức tính các tổng sau và sử dụng nguyên lý qui nạp để chứng minh công thức vừa tìm được

- a. 
$$\sum_{i=1}^n (2i-1)$$
- b. 
$$\sum_{i=1}^n 2^{i-1}$$
- c. 
$$\sum_{i=1}^n i(3i-1)$$
- d. 
$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)}$$

e.  $\sum_{i=1}^n (2i-1)^2$

f.  $\sum_{i=1}^n i(i+1)$

g.  $\sum_{i=1}^n x^i$

**13/** Dùng nguyên lý qui nạp, chứng minh các bất đẳng thức sau:

- a.  $\forall n > 3: 2^n < n!$
- b.  $\forall n > 4: n^2 < 2^n$
- c.  $\forall n \geq 6: 4n < n^2 - 7$
- d.  $\forall n > 10: n - 2 < (n^2 - n)/12$

**14/**  $n$  là số nguyên lớn hơn 1,  $x$  là số thực khác 0.

Chứng minh rằng nếu  $x + \frac{1}{x}$  là một số nguyên thì  $x^n + \frac{1}{x^n}$  cũng là một số nguyên

**15/**  $n$  là số nguyên lớn hơn 1. Tìm chữ số tận cùng của  $A = 2^{2^n} - 1$  và chứng minh kết luận đó.

**16/** Chứng minh rằng tích của 3 số liên tiếp luôn chia hết cho 6.

**17/** Chứng minh rằng nếu  $n$  là một số nguyên lớn hơn 1, khi đó  $n$  có thể được viết dưới dạng tích của các số nguyên tố.

**18/** Chứng minh rằng mọi bưu phí bằng hay lớn hơn 12 xu đều có thể tạo ra bằng các con tem 4 xu hay 5 xu.

### Nguyên lý Dirichlet

**19/** Chứng minh rằng trong 5 số nguyên tùy ý bao giờ cũng tìm được 3 số có tổng chia hết cho 3.

**20/** Chứng minh rằng trong 11 số nguyên tùy ý bao giờ cũng tìm được 2 số mà hiệu bình phương của chúng chia hết cho 20.

**21/** Chứng minh rằng trong nhóm có  $n \geq 2$  người tùy ý bao giờ cũng tìm được 2 người có số người quen trong nhóm bằng nhau.



### CHƯƠNG III (Đại số bool)

1/ Trên tập hợp số nguyên  $Z$  người ta định nghĩa một quan hệ  $R$  như sau:

$$x R y \Leftrightarrow x + y \text{ là một số chẵn}$$

$R$  có phải là một quan hệ tương đương hay không ? Chứng minh.

2/ Cho tập hợp  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Trên tích Descartes  $A \times A$  người ta định nghĩa một quan hệ  $R$  như sau:

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d$$

a- Chứng minh rằng  $R$  là một quan hệ tương đương.

b- Xác định các lớp tương đương.

3/ Chứng minh nhận xét trong bài giảng:

“Hai lớp tương đương có chung phần tử thì bằng nhau”

4/ Vẽ sơ đồ Hasse của tập hợp thứ tự  $U_{231}$

5/  $N$  là tập hợp số tự nhiên.

Trên tích Descartes  $N \times N$  người ta định nghĩa một quan hệ  $R$  như sau:

$$(a, b) R (c, d) \text{ khi và chỉ khi:}$$

$$. \text{ Hoặc là } a < c$$

$$. \text{ Hoặc là } a = c \text{ và } b \leq d$$

a- Chứng minh rằng  $R$  là một quan hệ thứ tự.

b- Xác định phần tử tối đại và phần tử tối tiểu.

6/  $(X, R)$  là một tập hợp thứ tự.

Trên  $X$  người ta định nghĩa thêm quan hệ  $S$  như sau:

$$x S y \Leftrightarrow y R x$$

Vậy  $S$  có phải là quan hệ thứ tự hay không ?. Chứng minh.

7/ Chứng minh định lý trong bài giảng:

$(A, R)$  là một tập hợp thứ tự. Chứng minh rằng:

a- Nếu  $A$  có phần tử lớn nhất thì phần tử đó là duy nhất.

b- Nếu  $A$  có phần tử nhỏ nhất thì phần tử đó là duy nhất.

8/ Cho  $(A, R)$  là một dàn,  $B$  là một tập hợp con của  $A$ .

$B$  được gọi là một dàn con của  $A$  khi  $(B, R)$  là một dàn.

Hãy tìm một dàn con của  $U_{30}$

9/ Chứng minh định lý trong bài giảng: Trong một đại số bool mỗi phần tử có duy nhất một phần tử bù.

10/ Chứng minh luật nuốt trong đại số bool

11/ Cho  $(A, R)$  là một đại số bool.  $\forall a, b, x \in A$  chứng minh rằng:

$$a- aRb \Rightarrow (a \vee x)R(b \vee x)$$

$$b- aRb \Rightarrow (a \wedge x)R(b \wedge x)$$

$$c- aRb \Rightarrow \bar{b}R\bar{a}$$

**12/** Cho  $A$  là 1 đại số bool và  $X$  khác rỗng là một tập hợp con của  $A$ .

$X$  được gọi là một đại số con của  $A$  khi các điều kiện sau đây được thỏa:

$\forall x, y \in X$ :

1).  $x \vee y \in X$

2).  $x \wedge y \in X$

3).  $\bar{x} \in X$

Chứng minh rằng:

a)- Nếu  $X$  được gọi là một đại số con của  $A$  thì  $0 \in X$  và  $1 \in X$ .

b)- Nếu  $X$  khác rỗng và thỏa:

$\forall x, y \in X$ :

1).  $x \vee y \in X$

2).  $\bar{x} \in X$

thì  $X$  là một đại số con của  $A$

**13/** Cho  $(A, R)$  là một đại số bool,  $a$  là một phần tử thuộc  $A$ .

Xét tập hợp  $X = \{x \in A / xRa\}$

Vậy  $(X, R)$  có phải là một đại số bool không ? Chứng minh.

## CHƯƠNG IV (Hàm bool)

1/ Lập một hàm bool 4 biến sao cho khi thay đổi giá trị của một biến bất kỳ thì giá trị của hàm cũng thay đổi theo.

2/ Hàm bool 2 biến được gọi là đối xứng nếu:

$$\forall x_1, x_2 \in B^2, f(x_1, x_2) = f(x_2, x_1)$$

Hãy xác định các hàm bool 2 biến

3/ Hàm bool n biến f được gọi là chẵn nếu:

$$\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in B^n, f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

và được gọi là hàm lẻ nếu:

$$\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in B^n, f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) = \overline{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}$$

a- Có bao nhiêu hàm bool chẵn, hàm bool lẻ n biến.

b- Xác định chúng trong trường hợp n=2.

4/ Chứng minh rằng với mọi hàm bool 2 biến f đều viết được dưới dạng:

$$\forall x_1, x_2 \in B^2 :$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 f(1, x_2) \vee \bar{x}_1 f(0, x_2)$$

$$f(x_1, x_2) = [x_1 \vee f(0, x_2)] [\bar{x}_1 \vee f(1, x_2)]$$

5/ Có bao nhiêu hàm bool 3 biến thỏa tính chất:

$$\forall x_1, x_2, x_3 \in B^3, f(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, x_3, x_1)$$

6/ Một kỳ thi có 4 môn a, b, c, d với hệ số tương ứng là 8, 5, 4, 3. Mỗi môn được cho điểm là 0 hoặc 1. Để được đậu phải có tổng số điểm lớn hơn 10. Một hàm bool f có giá trị là 1 nếu thí sinh đậu, là 0 nếu ngược lại.

Xác định bảng chân trị, dạng tuyển chuẩn tắc và dạng hội chuẩn tắc của hàm bool f.

7/ E là tập hợp các số nguyên từ 5 đến 15.

Hãy tìm phủ tối thiểu của E từ các tập hợp con của nó được xác định như sau:

A1: tập hợp các số nguyên tố thuộc E.

A2: tập hợp các phần tử thuộc E và là ước của 140.

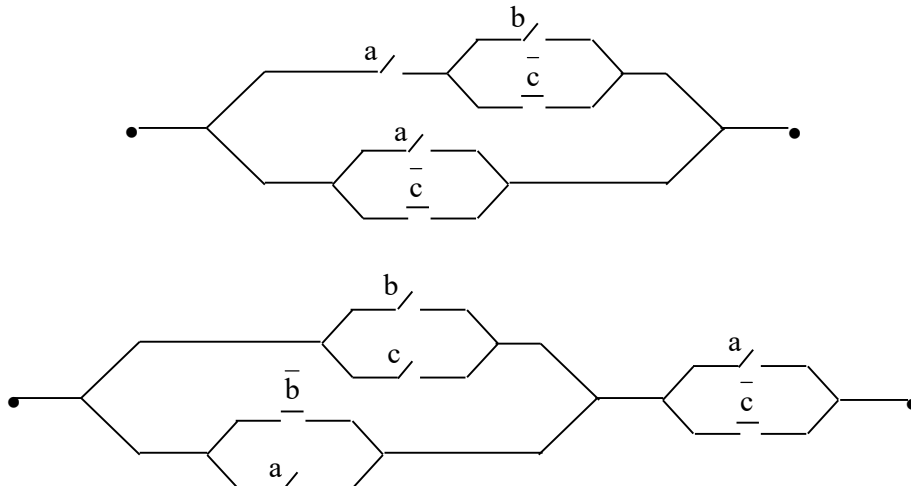
A3: tập hợp các phần tử của E và là bội của 3.

A4: tập hợp các phần tử của E và có dạng bình phương hoặc lập phương.

A5: tập hợp các phần tử của E từ 9 đến 12.

A6: tập hợp các phần tử của E mà tổng các chữ số của mỗi phần tử là từ 4 đến 6.

8/ Xác định bảng chân trị và hàm truyền của các mạch điện sau:



9/ Vẽ các mạch điện tương ứng với các hàm truyền sau đây:

$$f = [a(bc \vee \bar{a}) \vee \bar{b}]bc$$

$$f = [(a \vee c)b \vee \bar{a}] \bar{b} \vee \bar{c}$$

10/ Tổng hợp hàm bool sau bằng 3 loại cổng NOT, AND, OR

$$f = (\bar{x} \vee \bar{y})(x \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y)$$

11/ Cho hàm bool  $f = x\bar{y} \vee y\bar{z} \vee z\bar{x}$

Tổng hợp f bằng cổng NAND

Tổng hợp f bằng cổng NOR

12/ Giải hệ phương trình Bool

$$\begin{cases} x \vee \bar{x}y = 0 \\ \bar{x}y = \bar{x}z \\ \bar{x}y \vee \bar{x}\bar{z} \vee zw = \bar{z}w \end{cases}$$

## CHƯƠNG V (Đơn giản công thức)

1/ Tìm công thức tối thiểu bằng phương pháp Karnaugh của hàm bool  $f$  có dãy nhị phân tương ứng như sau:

$$f = 1011 \ 1100 \ 1111 \ 0111$$

2/ Cho hai hàm bool 4 biến  $f$  và  $g$  có công thức như sau:

$$f = (a \vee d)(b \vee c)$$

$$g = (a \vee c)(\bar{b} \vee d)$$

a- Hãy vẽ sơ đồ Karnaugh của  $f$  và  $g$ .

b- Suy ra sơ đồ Karnaugh của  $h = fg \vee \bar{f}\bar{g}$

c- Tìm công thức tối thiểu của  $h$ .

3/ Tìm công thức tối thiểu bằng phương pháp Consensus của hàm bool  $f$  sau đây:

$$f = \bar{b}\bar{c}d \vee ab\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}c \vee ab\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}cd$$

4/ Tìm công thức tối thiểu bằng phương pháp Quine Mc. Cluskey:

$$f = abc \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}bc \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}b\bar{c}$$

## CHƯƠNG VI (Lý thuyết chia và đồng dư)

1- Chứng minh rằng trong  $m$  số nguyên liên tiếp có duy nhất một số chia hết cho  $m$ . Từ đó suy ra tích của  $m$  số nguyên liên tiếp chia hết cho  $m$ .

2- Chứng minh rằng trong hai số chẵn liên tiếp có một và chỉ một số chia hết cho 4

3- Chứng minh rằng:

a- Tích của hai số chẵn liên tiếp chia hết cho 8.  $a^2 \times a^2(-1)$   
 $(a-1) \ a \ a+1) \ a$

b- Tổng của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 3.  $: 6.$

c- Tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9.

d- Tích của một số chính phương và số tự nhiên đứng liền trước nó chia hết cho 12.

4- Chứng minh rằng nếu  $m-n$  chia hết  $mp+nq$  thì  $m-n$  chia hết  $mq+np$

5- Chứng minh rằng nếu  $a^2 + b^2$  chia hết cho 3 thì  $a$  và  $b$  đồng thời chia hết cho 3.

6- Chứng minh rằng nếu  $a^3 + b^3 + c^3$  chia hết cho 9 thì ít nhất một trong ba số  $a, b, c$  chia hết cho 3.

7- Chứng minh rằng:

$1997^{1999} - 1997^{1998}$  chia hết cho 4

$1997^{1998} - 1998^{1999}$  không chia hết cho 4

$$\begin{aligned} 1997 &\equiv 1 \pmod{4} \\ 1998 &\equiv 1 \pmod{4} \end{aligned}$$

8- Cho  $a$  là số nguyên. Chứng minh rằng:

a-  $a^3 + 11a$  chia hết cho 6.

b-  $a^5 - a$  chia hết cho 30.

c-  $a(a+1)(2a+1)$  chia hết cho 6.

d-  $a^5 - 5a^3 + 4a$  chia hết cho 120.

e- Nếu  $a^2 + b^2$  chia hết cho 3 thì  $a$  chia hết cho 3 và  $b$  chia hết cho 3.

9- Tổng của  $n$  số nguyên liên tiếp có chia hết cho  $n$  hay không? Chứng minh.

10- Cho số nguyên  $n \geq 1$ . Tích sau đây có chia hết cho  $2^n$  không? Chứng minh.

$$(n+1)(n+2)(n+3)\dots[n+(n-1)](n+n)$$

$$2^n$$

11- Với số nguyên  $n \geq 1$ , dùng phép chứng minh quy nạp chứng minh rằng:

a-  $7^n + 3n - 1$  chia hết cho 9.

b-  $10^n + 18n - 1$  chia hết cho 27.

c-  $2^{n+1} + 3^{3n+1}$  chia hết cho 5.

d-  $5^n - 4n - 1$  chia hết cho 16.

e-  $n^3 + 11n$  chia hết cho 6.

f-  $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$  chia hết cho 24.

g-  $12^{2n+1} + 11^{n+2}$  chia hết cho 133.

h-  $4^{2n+1} + 3^{n+2}$  chia hết cho 13.

i-  $4^{2^n} + 2^{2^n} + 1$  chia hết cho 7.

j-  $2^{2^n} + 15n - 1$  chia hết cho 9.

12- Tìm các số tự nhiên n thỏa:

a-  $2^n - 1$  chia hết cho 7.

b-  $n^2 + 1$  chia hết cho  $n + 2$ .

c-  $11n + 8$  chia hết cho  $3n + 4$ .

d-  $n^2 - 6$  chia hết cho  $n^2 + 3n - 2$ .

13- Tìm:

(1248, 1794, 2370)

(-726, -924, 360)

14- Cho a là số nguyên. Tìm  $(a, a+2)$ .

15- Cho n là số nguyên dương. Tìm

$[n, n+1, n+2]$

$[2^n - 1, 2^n + 1]$

16- Chứng minh rằng tích của 6 số nguyên liên tiếp chia hết cho 720

17- Cho a, b là số nguyên. Chứng minh rằng:

$(5a+3b, 13a+8b) = (a, b)$

18- Với n là số nguyên. Chứng minh rằng  $\frac{21n+4}{14n+3}$  là phân số tối giản.

19- Biết rằng  $(a, b) = d$ . Tính  $(a+b, a-b)$ .

20- Chứng minh rằng:

a-  $(a \pm b, ab) = 1$   $a \neq b$ .

b-  $(2a + b, a(a+b)) = 1$

c-  $(ab, a^2 + ab + b^2) = 1$

d-  $(a+b, [a, b]) = (a, b)$  a, b là số nguyên dương.

21- Chứng minh rằng: nếu n là ước chung của a-b và ac-bd, đồng thời a và b là nguyên tố cùng nhau, thì n là ước của c-d.

22- Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (a, b) thỏa:

a-  $\begin{cases} (a, b) = 36 \\ a + b = 432 \end{cases}$

b-  $\begin{cases} (a, b) = 20 \\ ab = 8400 \end{cases}$

$$c- \begin{cases} (a, b) = 15 \\ [a, b] = 2835 \end{cases}$$

23- Cho  $k$  và  $n$  là hai số nguyên tùy ý lớn hơn 1. Chứng minh rằng:

a)  $(n!)^k$  là ước của  $(nk)!$

b)  $[(n!)^k, (k!)^n]$  là ước của  $(nk)!$

24- Chứng minh rằng với  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 1 thì các số sau đây là hợp số:

a)  $n^4 + 4$

b)  $n^4 + n^2 + 1$

25- Tìm các số nguyên tố  $p$  sao cho

a)  $p+4$  và  $p+8$  cũng là số chính phương.

b)  $4p+1$  là một số chính phương.

c)  $2p+1$  là lập phương của một số nguyên.

d)  $4p^2 + 1$  và  $6p^2 + 1$  cũng là các số nguyên tố.

e)  $p$  vừa là tổng của hai số nguyên tố, vừa là hiệu của hai số nguyên tố.

26- Tìm tất cả các số nguyên  $n$  sao cho:

$n^4 + 4$  là một số nguyên tố.

27- Các số 3, 5, 7 là một bộ 3 số lẻ liên tiếp và đều là các số nguyên tố. Hãy tìm tất cả các bộ như vậy.

28- Chứng minh rằng nếu  $p$  và  $q$  là số nguyên tố lớn hơn 3 thì

a)  $p^2 - 1$  chia hết cho 24.

b)  $p^2 - q^2$  chia hết cho 24.

29- Biết rằng  $p$  và  $8p+1$  là hai số nguyên tố. Chứng minh rằng  $8p-1$  là hợp số.

30- Biết rằng  $p$  và  $8p^2 + 1$  là hai số nguyên tố. Chứng minh rằng  $8p^2 - 1$  và  $8p^2 + 2p + 1$  đều là số nguyên tố.

31- Biết rằng  $p$  và  $p^2 + 8$  là những số nguyên tố. Chứng minh rằng  $p^3 + 4$  cũng là một số nguyên tố.

32- Chứng minh rằng với số nguyên  $m > 2$  giữa  $m$  và  $m!$  có ít nhất một số nguyên tố. Từ kết quả này chứng tỏ rằng tập hợp các số nguyên tố là vô hạn.

33- Cho hai số tự nhiên  $m \neq n$ . Chứng minh rằng  $2^{2^m} + 1$  và  $2^{2^n} + 1$  là nguyên tố cùng nhau. Từ kết quả này hãy chứng tỏ rằng tập hợp các số nguyên tố là vô hạn

34- Chứng minh rằng nếu  $a^n + 1$  với  $a$  là số nguyên lớn hơn 1 thì  $n = 2^k$

35- Giả sử  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 1 và  $p$  là số nguyên tố. Ta gọi  $V_p(n)$  là số mũ của  $p$  trong phân tích tiêu chuẩn của  $n$  thành tích các thừa số nguyên tố. Chứng minh rằng:

a)  $V_p(mn) = V_p(m) + V_p(n)$



b)  $m$  chia hết cho  $n$  khi và chỉ khi  $V_p(m) \geq V_p(n)$ , và khi đó

$$V_p\left(\frac{m}{n}\right) = V_p(m) - V_p(n)$$

36- Giải phương trình:

a)  $114x - 41y = 5$

b)  $1675x - 367y = 23$

c)  $32x - 48y = 112$

d)  $38x + 117y = 109$

37- Một người mua 30 con chim gồm chim sẻ, chim ngói và bồ câu với giá 30 đồng. Trong đó cứ 3 con chim sẻ giá 1 đồng, cứ 2 con chim ngói cũng giá 1 đồng, còn mỗi con bồ câu giá 2 đồng. Hỏi mỗi loại chim có mấy con ?

38- Tìm các số tự nhiên có hai chữ số chia hết cho 9, và khi cộng thêm 1 thì chia hết cho 25.

39- Hỏi có bao nhiêu cách trả số tiền 78 đồng bằng hai loại giấy bạc 3 đồng và 5 đồng ?.

40- Tìm năm sinh của nhà thơ Nguyễn Du, biết rằng năm 1786 thì tuổi của ông bằng tổng các chữ số của năm ông sinh ra.

41- Giải phương trình nguyên

a)  $2x + 3y - 5z = 15$

b)  $3x + 4y + 5z = 25$

42- Chứng minh rằng phương trình  $x^4 + y^4 = z^4$  không có nghiệm nguyên thỏa mãn điều kiện  $x, y, z \neq 0$ .

43- Chứng minh rằng: nếu  $ac \equiv bd \pmod{m}$ ,  $c \equiv d \pmod{m}$  và  $(c, m) = 1$  thì  $a \equiv b \pmod{m}$

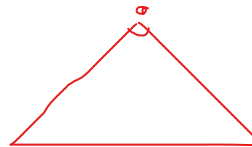
44- Chứng minh rằng  $\frac{2a+11b}{19}$  là số nguyên khi và chỉ khi  $\frac{5a+18b}{19}$  là một số nguyên

45- Cho  $a, b, c$  là các số nguyên. Chứng minh rằng  $100a+10b+c$  chia hết cho 21 khi và chỉ khi  $a-2b+4c$  chia hết cho 21.

46- Tìm số dư khi:

a- Chia  $1532^5 - 1$  cho 9.

b- Chia  $10!$  cho 11.



47- Cho  $n$  là số tự nhiên. Chứng minh rằng  $2^{5n} - 1$  chia hết cho 31.

48- Tìm số dư khi chia  $a$  cho 73, biết rằng:

$$\begin{cases} a^{100} \equiv 2 \pmod{73} \\ a^{101} \equiv 69 \pmod{73} \end{cases}$$

49- Chứng minh rằng  $2222^{5555} + 5555^{2222}$  chia hết cho 7

50- Với  $n$  là số tự nhiên chứng minh rằng:

a)  $4^{2n+1} + 3^{n+2}$  chia hết cho 13

b)  $4^{2^n} + 2^{2^n} + 1$  chia hết cho 7

c)  $2^{2^n} + 15n - 1$  chia hết cho 9

51- Giả sử  $n$  là số nguyên dương có dạng  $n = 3k+1$ . Chứng minh rằng  $1 + 3^n + 9^n$  chia hết cho 13.

52- Cho  $a$  là số nguyên. Chứng minh rằng:

a- Nếu  $(a, 7) = 1$  thì  $a^{12} - 1 \equiv 0 \pmod{7}$

b- Nếu  $(a, 240) = 1$  thì  $a^4 - 1 \equiv 0 \pmod{240}$

53- Tìm số dư khi chia  $3^{100}$  cho 13.  $(3^3)^{33} \equiv 1 \cdot (137)$

54- Giải phương trình đồng dư:

a  $3x \equiv 7 \pmod{8}$

b  $8x \equiv 4 \pmod{12}$

c  $6x \equiv 27 \pmod{33}$

d  $10x \equiv 15 \pmod{65}$

e  $15x \equiv 25 \pmod{70}$

55- Giải hệ phương trình đồng dư:

a  $\begin{cases} 11x \equiv 2 \pmod{3} \\ 7x \equiv 4 \pmod{5} \\ 10x \equiv 6 \pmod{7} \\ 2x \equiv 8 \pmod{11} \end{cases}$

b  $\begin{cases} 5x \equiv 1 \pmod{2} \\ 7x \equiv 2 \pmod{3} \\ 11x \equiv 3 \pmod{5} \\ 8x \equiv 5 \pmod{7} \end{cases}$

c  $\begin{cases} 5x \equiv 1 \pmod{12} \\ 5x \equiv 2 \pmod{8} \\ 7x \equiv 3 \pmod{11} \end{cases}$

56- Một băng cướp gồm 13 tên vừa cướp được một cái túi đựng một số đồng tiền vàng. Khi bọn cướp đem chia đều các đồng tiền vàng vừa cướp được thì có 3 đồng dư ra. Bọn cướp đánh nhau và 2 tên bị giết. Chúng lại cố gắng chia đều các đồng tiền vàng, lần này có 10 đồng dư ra. Trận chiến lại nổ ra và lần này có 4 tên bị giết. Chúng lại chia đều các đồng tiền vàng nhưng vẫn còn 4 đồng dư ra. Bọn chúng lại đánh nhau và 4 tên cướp bị giết. Các tên sống sót lại chia tiền vàng và lúc đó không có đồng nào dư ra.

Hỏi số đồng tiền vàng ít nhất có thể có trong túi là bao nhiêu ?.

57- Tìm  $a$  để hệ phương trình đồng dư sau có nghiệm:

$$\text{a) } \begin{cases} x \equiv a \pmod{6} \\ x \equiv 1 \pmod{8} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x \equiv 2 \pmod{6} \\ x \equiv a \pmod{8} \end{cases}$$

# BÀI TẬP MÔN TOÁN RỜI RẠC

## Chương 1: Mệnh đề và Vị từ

**Câu 1:** Không lập bảng chân trị, hãy sử dụng các tương đương logic để chứng minh các mệnh đề sau là tương đương:

- a)  $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q) \Leftrightarrow \text{True}$
- b)  $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q \Leftrightarrow \text{True}$
- c)  $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r \Leftrightarrow \text{True}$
- d)  $(\neg((r \vee q) \vee \neg q)) \wedge ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)) \Leftrightarrow \text{False}$
- e)  $\neg p \wedge \neg(p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge \neg r) \wedge (((\neg q \rightarrow r) \vee \neg(q \vee (r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)))) \wedge p \Leftrightarrow \text{False}$
- f)  $((p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \vee q \vee (\neg r \wedge q) \wedge ((p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q))) \Leftrightarrow \text{False}$

**Câu 2:** Không lập bảng chân trị, hãy sử dụng các tương đương logic để chứng minh các mệnh đề sau là tương đương:

- a)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- b)  $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
- c)  $((\neg(p \vee q) \vee (\neg p \vee q)) \wedge \neg q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q))$
- d)  $\neg(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p) \Leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r))$
- e)  $p \vee ((p \wedge q) \wedge (p \wedge \neg r)) \Leftrightarrow p \wedge ((\neg q \rightarrow r) \vee \neg(q \vee (r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)))$

**Câu 3:** Dịch các câu sau đây thành các biểu thức logic bằng cách sử dụng các vị từ, lượng từ và các liên từ.

- a) Không có ai là hoàn hảo
- b) Không phải mọi người đều hoàn hảo
- c) Tất cả các bạn của bạn là hoàn hảo.
- d) Một trong số các bạn của bạn là hoàn hảo.
- e) Mọi người đều là bạn của bạn và đều hoàn hảo.
- f) Không phải mọi người đều là bạn của bạn hoặc có ai đó không hoàn hảo.

**Câu 4:** Cho p và q là hai mệnh đề:

p: Bạn lái xe với tốc độ trên 65km/h

q: Bạn bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép.

Hãy viết các mệnh đề sau bằng cách dùng p, q và các liên từ logic

- a) Bạn không lái xe với tốc độ trên 65km/h.
- b) Bạn lái xe với tốc độ trên 65km/h nhưng bạn không bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép.
- c) Bạn sẽ bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép nếu bạn lái xe với tốc độ trên 65km/h.
- d) Nếu bạn không lái xe với tốc độ trên 65km/h thì bạn sẽ không bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép.
- e) Lái xe với tốc độ trên 65km/h là đủ để bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép.

- f) Bạn bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép nhưng bạn không lái xe với tốc độ trên 65km/h.
- g) Mỗi lần bạn bị phạt vì vượt quá tốc độ cho phép là bạn đã lái xe với tốc độ trên 65km/h.

**Câu 5:** Giả sử  $p, q, r$  là các mệnh đề

$p$ : Gấu đã được nhìn thấy ở vùng đó

$q$ : Đi theo đường mòn đó là an toàn

$r$ : Quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó

Dùng các mệnh đề  $p, q, r$  và các liên từ logic để viết các mệnh đề sau:

- a) Quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó, nhưng không thấy gấu trong vùng đó.
- b) Không thấy gấu xuất hiện trong vùng đó và đi theo đường mòn đó là an toàn, nhưng quả mọng đã chín đã chín dọc theo đường mòn đó.
- c) Nếu quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó thì đi theo đường mòn đó là an toàn nếu và chỉ nếu không nhìn thấy gấu ở vùng đó.
- d) Đi theo đường mòn đó là không an toàn, nhưng không nhìn thấy gấu ở trong vùng đó và quả mọng đã chín dọc theo đường mòn đó.
- e) Để đi trên đường mòn đó là an toàn, cần nhưng không đủ là quả mọng chưa chín dọc theo đường mòn đó và không nhìn thấy gấu trong vùng đó.
- f) Đi trên đường mòn đó là không an toàn bất kì khi nào nhìn thấy gấu trong vùng đó và quả mọng chín dọc theo đường mòn đó.

**Câu 6:** Diễn đạt các câu sau bằng cách dùng các vị từ và lượng từ.

- a) Một hành khách của một hãng hàng không được coi là hành khách cao cấp, nếu người đó bay hơn 25.000 dặm trong một năm hoặc bay hơn 25 chuyến trong năm đó.
- b) Một vận động viên nam được phép tham gia cuộc thi chạy maratong nếu thành tích tốt nhất trước đó của anh ta là ít hơn 3 giờ, còn đối với vận động viên nữ là ít hơn 3.5 giờ.
- c) Để nhận được bằng thạc sĩ, một sinh viên phải lên lớp ít nhất là 60 tiết hoặc ít nhất là 45 tiết và viết luận án thạc sĩ và phải nhận được điểm không dưới điểm B đối với tất cả các môn học.
- d) Có một sinh viên lấy hơn 21 chứng chỉ trong một học kì và tất cả đều được điểm A.

**Câu 7:** Cho các vị từ sau đây:

$P(x)$ :  $x$  là một đứa bé

$Q(x)$ :  $x$  là logic

$R(x)$ :  $x$  có khả năng cai quản một con cá sấu

$S(x)$ :  $x$  bị coi thường

Giả sử không gian là tập hợp tất cả mọi người. Hãy dùng các lượng từ, các liên từ logic cùng với  $P(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$  và  $S(x)$  để diễn đạt các câu sau:

- a) Những đứa bé là phi logic.
- b) Không ai bị coi thường nếu cai quản được cá sấu.
- c) Những người phi logic bị coi thường.
- d) Những đứa bé không cai quản được cá sấu.

**Câu 8:** Cho  $L(x, y)$ : “ $x$  yêu  $y$ ”, với không gian của  $x$  và  $y$  là tập hợp mọi người trên thế giới. Hãy dùng các lượng từ để diễn đạt các câu sau:

- a) Mọi người đều yêu Jerry.
- b) Mọi người đều yêu một ai đó.
- c) Có một người mà tất cả mọi người đều yêu.
- d) Không có ai yêu tất cả mọi người.
- e) Có một người mà Lydia không yêu.
- f) Có một người mà không ai yêu cả.
- g) Có đúng một người mà tất cả mọi người đều yêu.
- h) Có đúng hai người mà Lynn yêu.
- i) Mọi người đều yêu chính mình.  $\forall x \forall y. L(x, y) \wedge (x = y)$
- j) Có một người nào đó không yêu ai ngoài chính mình.

**Câu 9:** Cho các vị từ sau đây:

$S(x)$ : “ $x$  là sinh viên”

$F(x)$ : “ $x$  là thành viên của khoa”

$A(x, y)$ : “ $x$  đã hỏi  $y$  một câu hỏi”

Trong đó không gian của  $x$  và  $y$  gồm tất cả những người có liên quan đến trường học. Hãy dùng các lượng từ để biểu diễn các câu sau.

- a) Lois đã hỏi giáo sư Micheals một câu hỏi.
- b) Mọi sinh viên đều hỏi giáo sư Gross một câu hỏi.
- c) Mọi thành viên của khoa đều hoặc đã hỏi giáo sư Miller một câu hỏi hoặc đã bị giáo sư Miller hỏi một câu hỏi.
- d) Có một sinh viên đã không hỏi một thành viên nào của khoa câu hỏi nào.
- e) Có một thành viên của khoa chưa bao giờ được một sinh viên hỏi một câu hỏi nào.
- f) Có một sinh viên đã hỏi tất cả các thành viên của khoa một câu hỏi.
- g) Có một thành viên của khoa đã hỏi mọi thành viên khác của khoa một câu hỏi.
- h) Có một sinh viên chưa bao giờ được một thành viên của khoa hỏi một câu hỏi.

## Chương 2: Suy luận toán học

**Câu 1:** Dùng quy tắc suy luận chứng minh rằng :

- a)  $(t \rightarrow u) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee r) \wedge (r \rightarrow (s \vee t)) \wedge (\neg s \wedge \neg u) \Rightarrow p$  (Đề thi năm 2008)
- b)  $((\neg p \wedge q) \rightarrow r) \wedge ((\neg s \wedge \neg t) \rightarrow \neg r) \wedge (\neg s \wedge \neg u) \wedge (t \rightarrow u) \wedge (q \vee t) \Rightarrow p$  (Đề thi năm 2014)
- c)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge \neg(t \vee r) \wedge (s \rightarrow (p \wedge q)) \wedge (\neg p \rightarrow t) \wedge (s \vee u) \Rightarrow u$  (Ôn tập 2015)
- d)  $((p \wedge q) \rightarrow \neg r) \wedge s \wedge t \wedge p \wedge (p \rightarrow (u \rightarrow q)) \wedge (s \rightarrow (r \vee \neg t)) \Rightarrow \neg u$  (Ôn tập 2015)

**Câu 2:** Bằng cách dùng các qui tắc suy luận hãy xây dựng một lập luận để chứng minh rằng các giả thiết

“Randy làm việc chăm chỉ”

“Nếu anh ta làm việc chăm chỉ thì anh ta là một chàng trai đàn”

“Nếu anh ta là chàng trai đàn thì anh ta sẽ không kiếm được việc làm”

Sẽ dẫn tới kết luận “Randy sẽ không kiếm được việc làm”

**Câu 3:** Bằng cách dùng các qui tắc suy luận hãy xây dựng một lập luận để chứng minh rằng các giả thiết

“Nếu trời không mưa hoặc không có sương mù thì cuộc đua thuyền sẽ được tổ chức và cuộc trình diễn cứu hộ cũng sẽ tiến hành”

“Nếu cuộc đua thuyền được tổ chức thì giải thưởng sẽ được trao”


“Giải thưởng đã không được trao”

Sẽ dẫn đến kết luận “Trời mưa”

**Câu 4:** Dùng qui nạp toán học, chứng minh rằng:

- a)  $\sum_{i=0}^n 3.5^i = 3 + 3.5 + 3.5^2 + \dots + 3.5^n = \frac{3(5^{n+1} - 1)}{4}$
- b)  $\sum_{i=0}^n 2.(-7)^i = 2 - 2.7 + 2.7^2 - \dots + 2.(-7)^n = \frac{1 - (-7)^{n+1}}{4}$
- c)  $\sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \cdot i^2 = 1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n-1} n^2 = \frac{(-1)^{(n-1)} n(n+1)}{2}$
- d)  $\sum_{i=1}^n i.2^i = (n-1)2^{n+1} + 2$

**Câu 5:** Máy trả tiền tự động ở ngân hàng chỉ có loại tiền \$20 và \$50. Máy có thể trả được các tài khoản tiền là bao nhiêu, nếu số lượng các tờ giấy bạc hai loại trên là không hạn chế? Hãy chứng minh câu trả lời của bạn bằng qui nạp toán học.

 **Câu 6:** Chứng minh rằng, nếu x là số vô tỉ thì  $\frac{1}{x}$  cũng là số vô tỉ.

**Câu 7:** Chứng minh rằng, nếu n là một số nguyên và  $n^3 + 5$  là một số nguyên lẻ thì n là một số chẵn bằng cách dùng

- a) Chứng minh gián tiếp.
- b) Chứng minh phản chứng.

**Câu 8:** Chứng minh rằng  $\sqrt{2}$  là số vô tỉ.

**Câu 9:** Chứng minh rằng  $\log_p q$  là số vô tỉ.  $\forall p, q$  là số nguyên,  $p \neq q$



### Chương 3: Quan hệ

**Câu 1:** Liệt kê các cặp được sắp trong quan hệ R từ  $A=\{0,1,2,3,4\}$  đến  $B=\{0,1,2,3\}$ , trong đó  $(a,b)$  thuộc R nếu và chỉ nếu

- a)  $a = b$
- b)  $a+b=4$
- c)  $a>b$
- d)  $a|b$  ( $a$  là ước của  $b$ )
- e)  $\text{UCLN}(a,b)=1$
- f)  $\text{BCNN}(a,b)=2$

**Câu 2:** Xác định xem quan hệ R trên tập tất cả các số thực có là phản xạ, đối xứng, phản đối xứng hoặc bắc cầu hay không? với  $(x, y)$  thuộc R nếu và chỉ nếu

- a)  $x \neq y$
- b)  $xy \geq 1$
- c)  $x = y + 1$  hay  $x = y - 1$
- d)  $x \equiv y \pmod{7}$
- e)  $x$  là bội số của  $y$
- f)  $x$  và  $y$  đều âm hoặc không âm
- g)  $x = y^2$
- h)  $x \geq y^2$

**Câu 3:** Trong các quan hệ dưới đây, hãy cho biết quan hệ nào có tính phản xạ, đối xứng, phản đối xứng hoặc bắc cầu :

- a) Quan hệ R trên tập Z:  $xRy \Leftrightarrow x+y$  chẵn
- b) Quan hệ R trên tập Z:  $xRy \Leftrightarrow x-y$  lẻ
- c) Quan hệ R trên tập Z:  $xRy \Leftrightarrow x^2+y^2$  chẵn
- d) Quan hệ R trên tập R:  $xRy \Leftrightarrow |x|=|y|$

**Câu 4:** Các quan hệ nào trong số các quan hệ trên tập  $\{0, 1, 2, 3\}$  cho dưới đây là quan hệ tương đương? Xác định các tính chất của một quan hệ tương đương mà các quan hệ khác không có.

- a)  $\{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)\}$
- b)  $\{(0,0), (0,2), (2,0), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
- c)  $\{(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2), (3,3)\}$

**Câu 5:** Vẽ sơ đồ Hasse của  $U_{12}$

**Câu 6:** Vẽ sơ đồ Hasse cho quan hệ chia hết trên tập

- a)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- b)  $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
- c)  $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$
- d)  $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$

**Câu 7:** Chứng minh rằng quan hệ  $R$  chứa tất cả các cặp  $(x, y)$ , trong đó  $x$  và  $y$  là các xâu bit có độ dài bằng 3 hoặc lớn hơn và có 3 bit đầu tiên là như nhau là một quan hệ tương đương trên tập các tất cả các xâu bit có độ dài bằng 3 hoặc lớn hơn.

**Câu 8:** Vẽ sơ đồ Hasse cho quan hệ chia hết trên tập

- a)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- b)  $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
- c)  $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$
- d)  $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$

**Câu 9:** Hãy trả lời câu hỏi đối với tập sắp xếp bộ phận  $(\{3, 5, 9, 15, 24, 45\}, |)$ .

- a) Tìm các phần tử cực đại.
- b) Tìm các phần tử cực tiểu.
- c) Có phần tử lớn nhất không?
- d) Có phần tử nhỏ nhất không?
- e) Tìm tất cả các cận trên của tập  $\{3, 5\}$
- f) Tìm cận trên nhỏ nhất của  $\{3, 5\}$ , nếu nó tồn tại.
- g) Tìm tất cả các cận dưới của tập  $\{15, 45\}$ .
- h) Tìm cận dưới lớn nhất của tập  $\{15, 45\}$ , nếu nó tồn tại.

## Chương 4: Đại số Bool & Chương 5: Đơn giản công thức

**Câu 1:** E là tập hợp các số nguyên từ 5 đến 15.

Hãy tìm phủ tối thiểu của E từ các tập hợp con của nó được xác định như sau :

A1 : tập hợp các số nguyên tố thuộc E.

A2 : tập hợp các phần tử thuộc E và là ước của 140.

A3 : tập hợp các phần tử của E và là bội của 3.

A4 : tập hợp các phần tử của E và có dạng bình phương hoặc lập phương.

A5 : tập hợp các phần tử của E từ 9 đến 12.

A6 : tập hợp các phần tử của E mà tổng các chữ số của mỗi phần tử là từ 4 đến

6.

**Câu 2:** Cho các hàm bool  $f$  sau đây:

a)  $f = 1110.0101.1110.0001$

b)  $f = 0010.1101.0010.1101$

c)  $f = 0100.1101.1101.1111$

d)  $f = 1010.1101.0110.0111$

Với từng hàm bool  $f$  thực hiện các công việc sau đây:

1. Lập bảng chân trị cho hàm bool  $f$
2. Viết dạng tuyến chuẩn tắc và dạng hội chuẩn tắc cho hàm bool  $f$
3. Tìm công thức tối thiểu của hàm bool  $f$  bằng phương pháp Karnaugh, Consensus, và Quine Mc.Cluskey.
4. Dùng các cổng NOT, AND, OR thiết kế mạch biểu diễn cho công thức tối thiểu  $f$ .

**Câu 3:** Cho các sơ đồ Karnaugh sau đây:

a)

X		X	X
X	X	X	
X	X		X
X		X	X

b)

X	X	X	X
	X	X	
	X		
X		X	X

c)

X	X	X	X
	X	X	
X	X		X
X	X	X	X

d)

X		X	X
X	X	X	X
	X		X
		X	X

Với từng sơ đồ Karnaugh thực hiện các công việc sau đây:

1. Hãy tìm hàm bool của sơ đồ Karnaugh
2. Viết dạng tuyển chuẩn tắc và dạng hội chuẩn tắc cho hàm bool  $f$
3. Tìm các nguyên nhân nguyên tố của hàm bool  $f$
4. Lập hệ phương trình bool để tìm phủ tối thiểu của các nguyên nhân nguyên tố cho các nguyên nhân của  $f$  và giải hệ phương trình để tìm công thức tối thiểu.
5. Dùng cổng NAND thiết kế mạch biểu diễn cho công thức tối thiểu  $f$ .
6. Dùng cổng NOR thiết kế mạch biểu diễn cho công thức tối thiểu  $f$ .

**Câu 3:** Cho hai hàm bool 4 biến  $f$  và  $g$  có công thức như sau:

$$f = (a \vee d)(b \vee c)$$

$$g = (a \vee c)(\bar{b} \vee d)$$

1. Hãy vẽ sơ đồ Karnaugh của  $f$  và  $g$
2. Suy ra sơ đồ Karnaugh của  $h = fg \vee \overline{fg}$
3. Tìm công thức tối thiểu của  $h$

**Câu 4:** Tìm công thức tối thiểu bằng phương pháp Consensus và Quine Mc. Cluskey của các hàm bool  $f$  sau đây:

a)  $f = \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd$

b)  $f = \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd$

c)  $f = \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd$

d)  $f = \overline{a}bd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{a}bcd$

## Chương 6: Lý thuyết chia và đồng dư

**Câu 1:** Tìm số dư của các biểu thức sau:

$$A = 4907^{4567} + 1725^{1213} \text{ chia cho } 14$$

$$B = 6745^{1234} + 6058^{1213} \text{ chia cho } 7$$

$$C = 333^{555^{777}} + 777^{555^{333}} \text{ chia cho } 10$$

$$D = 15^{15^{15}} \text{ chia cho } 49$$

$$E = 11^{11^{11}} \text{ chia cho } 30$$

$$F = 2^9^{2003} \text{ chia cho } 1000$$

**Câu 2:** Tìm hai chữ số  $a$  và  $b$ :

a)  $a+b=66$ ,  $(a, b)=6$  và trong hai số  $a$  và  $b$  có một số chia hết cho 5

b) 
$$\begin{cases} a \cdot b = 75 \\ (a, b) = 5 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} a + b = 128 \\ (a, b) = 16 \end{cases}$$

**Câu 3:** Cho  $a \in \mathbb{Z}; m, n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh rằng  $(a^{6n} + a^{6m}) : 7$  khi và chỉ khi  $a : 7$ .

**Câu 4:** Với số nguyên  $n \geq 1$ , dùng phép chứng minh quy nạp chứng minh rằng: (Bài 11)

a.  $4^n + 15n - 1 : 9$

b.  $3^{2^{4n+1}} + 2 : 11$

c.  $3^{3n+3} - 26n - 27 : 169$

d.  $6^{2n+1} + 5^{n+2} : 31$

**Câu 5:** Chứng minh rằng  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có:

a.  $10^{6n} + 10^{3n} - 2 \equiv 0 \pmod{111}$

b.  $7^{2n+1} - 48n - 7 \equiv 0 \pmod{288}$

**Câu 6:** Cho  $a$  và  $b$  là hai số nguyên lẻ. Chứng minh rằng:  $a^3 - b^3 : 2^n$  khi và chỉ khi  $a - b : 2^n$

**Câu 7:** Chứng minh rằng với  $n \geq 1$  ta có:

a.  $2^{2^{6n+2}} + 21 : 37$

b.  $3^{2^{4n+1}} + 2^{3^{4n+1}} + 5 : 11$

$$c. \quad 7^{2^{4n+1}} + 4^{3^{4n+1}} + 65 : 100$$

$$d. \quad 3^{2n+3} + 40n - 27 : 64$$

$$e. \quad n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n : 24$$

**Câu 8:** Giải các hệ phương trình đồng dư sau:

$$a. \quad \begin{cases} 3x \equiv 5 \pmod{7} \\ 2x \equiv 3 \pmod{5} \\ 5x \equiv 1 \pmod{9} \end{cases}$$

$$b. \quad \begin{cases} x \equiv a \pmod{6} \\ x \equiv 1 \pmod{8} \end{cases}$$

$$c. \quad \begin{cases} 5x \equiv 11 \pmod{21} \\ 3x \equiv 22 \pmod{35} \\ 20x \equiv 14 \pmod{18} \\ 2x \equiv 10 \pmod{14} \end{cases}$$

## Chương 7: Phép đếm

**Câu 1:** Một chuỗi chữ số gồm 6 ký tự: 2 chữ cái theo sau là 4 chữ số. Có bao nhiêu cách viết chuỗi khác nhau nếu:

- Chữ cái và chữ số không lặp lại?
- Chữ cái và chữ số có thể lặp lại?
- Cho phép lặp lại, nhưng chữ cái chỉ gồm 5 nguyên âm ( A, E, I, O, U) và số chỉ gồm các số chẵn ?

**Câu 2:** Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài là 10 và có bit đầu tiên và bit cuối là 1?

**Câu 3:** Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài bằng 10 hoặc bắt đầu bằng 3 bit 0 hoặc kết thúc bằng 2 bit 0?

**Câu 4:** Cho biết có thể nhận bao nhiêu xâu ký tự khác nhau bằng cách sắp xếp lại các chữ cái của từ SUCCESS.

**Câu 5:** Có bao nhiêu cách sắp xếp khác nhau cho các chữ cái trong từ VISITTING?

Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho 3 chữ I luôn đặt cạnh nhau?

**Câu 6:** Tương tự bài tập trên với từ MASSASAUGA và ký tự A.

**Câu 7:** Hỏi phải chọn bao nhiêu số từ tập hợp  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  để đảm bảo nhận được ít nhất một cặp số có tổng bằng 7?

**Câu 8:** Có bao nhiêu xâu bit có độ dài 10 chứa

- Đúng bốn bit 1?
- Nhiều nhất bốn bit 1?
- Ít nhất bốn bit 1?
- Số các bit 0 bằng số các bit 1?

**Câu 9:** Có 6 người đứng xếp thành hàng ngang để chụp ảnh. Hỏi có thể bố trí bao nhiêu kiểu.

**Câu 10:** Có bao nhiêu cách chọn 3 cầu thủ trong 7 cầu thủ của đội cờ vua để thi đấu quốc tế?

**Câu 11:** Có n đội bóng thi đấu vòng tròn. Hỏi phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

**Câu 12:** Trong lớp CNTT Khóa K46 có 45 SV học tiếng Anh, 30SV học tiếng Pháp và 10 SV học cả tiếng Anh và Pháp.

- Tính số SV CNTT K46, biết trong lớp không ai không biết một trong hai thứ tiếng trên
- Cho biết sĩ số của lớp là 70. Hỏi có bao nhiêu SV không biết ngoại ngữ Anh, Pháp.

**Câu 13:** Có bao nhiêu cách tuyển 5 trong số 10 cầu thủ của đội quần vợt để đi thi đấu.

**Câu 14:** Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với các vị trí thứ nhất, thứ hai, thứ ba trong cuộc đua có 12 con ngựa, nếu mọi thứ tự tới đích đều có thể xảy ra?

**Câu 15:** Có 100 vé đánh số từ 1 đến 100 được bán cho 100 người khác nhau. Người ta sẽ trao 4 giải thưởng kể cả giải độc đắc. Hỏi

b. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng?

c. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng nếu người giữ vé 47 trúng giải độc đắc?

**Câu 16:** Một câu lạc bộ có 25 thành viên

a. Có bao nhiêu cách chọn 4 thành viên vào ủy ban thường trực ?

b. Có bao nhiêu cách chọn chủ tịch, phó chủ tịch, thư ký và thủ quỹ ?

**Câu 17:** Giả sử tổ bộ môn có 10 nam và 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một hội đồng gồm 6 ủy viên, trong đó số ủy viên nam bằng với số ủy viên nữ?

**Câu 18:** Để chuẩn bị mở đại diện văn phòng ở nước ngoài, giám đốc Công ty X cần chọn 1 trong 5 luật sư của công ty và chọn 1 cố vấn địa ốc trong 3 cố vấn địa ốc của công ty đi làm việc tại văn phòng đại diện nước ngoài. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 đại diện theo nguyên tắc trên?

**Câu 19:** Trong một trường đại học có 18SV xuất sắc về Toán và 325SV xuất sắc về CNTT

a. Có bao nhiêu cách chọn 2 đại diện sao cho 1 là sv Toán, còn người kia là sv CNTT?

b. Có bao nhiêu cách chọn một đại diện hoặc là sv Toán hoặc là sv CNTT?

**Câu 20:** Biết rằng có 1232sv học tiếng Tây Ban Nha, 879sv học tiếng Pháp và 114sv học tiếng Nga, 103sv học cả TBN và Pháp, 23sv học cả TBN và Nga, 14sv học cả Pháp và Nga. Nếu tất cả 2092sv đều theo học ít nhất 1 ngoại ngữ thì có bao nhiêu sv học cả 3 thứ tiếng?

**Câu 21:** GS Khoa CNTT có tổng số 2504sv. Trong đó có 1876sv học Pascal; 999sv học Fortran; 345sv học C. Ngoài ra có 876sv học cả Pascal và Fortran; 232sv học Fortran và C; 290sv học Pascal và C. Nếu có 189sv học cả 3 môn thì trong khoa có bao nhiêu sv không học môn nào?

**Câu 22:** Đếm số n gồm 2 chữ số, nếu:

a) n chẵn

b) n lẻ gồm 2 chữ số khác nhau

c) n chẵn gồm 2 chữ số khác nhau

**Câu 23:** Có bao nhiêu xâu nhị phân độ dài 8 không chứa 6 số 0 liên?

**Câu 24:** Đếm số byte

a) Bất kỳ

b) Có đúng hai bit 0.

c) Có ít nhất 2 bit 0

d) Bắt đầu 00 và kết thúc 00

e) Bắt đầu 11 và kết thúc không phải

**Câu 25:** Có bao nhiêu cách chọn 5 tờ giấy bạc từ két sắt đựng tiền gồm các tờ 1000đ, 2000đ, 5000đ, 10000đ, 20000đ, 50000đ, 100000đ. Giả sử thứ tự các tờ tiền



được chọn là không quan trọng, các tờ tiền cùng loại là không phân biệt và mỗi loại có ít nhất 5 tờ.

**Câu 26:** Có 5 loại học bổng khác nhau, hỏi rằng có ít nhất bao nhiêu sinh viên để chắc chắn rằng có 6 người cùng nhận học bổng như nhau.

**Câu 27:** Trong phòng họp có  $n$  người, bao giờ cũng tìm được 2 người có số người quen trong số những người dự họp là như nhau.

**Câu 28:** Số mã vùng cần thiết nhỏ nhất phải là bao nhiêu để đảm bảo 25 triệu máy điện thoại trong nước có số điện thoại khác nhau, mỗi số có 9 chữ số (giả sử số điện thoại có dạng 0XX - 8XXXXXX với X nhận các giá trị từ 0 đến 9).

**Câu 29:** Trong 1 lớp có 7 nam sinh và 4 nữ sinh ưu tú (trong đó có nam sinh Cường và nữ sinh Hoa). Cần lập 1 ban cán sự lớp gồm 6 người với yêu cầu có ít nhất 2 nữ sinh, ngoài ra Cường và Hoa không thể làm việc chung với nhau trong ban cán sự. Hỏi có bao nhiêu cách lập ban cán sự?

**Câu 30:** Tìm 5 số hạng đầu tiên được xác định bởi mỗi hệ thức truy hồi và các điều kiện đầu sau đây:

- a)  $a_n = 6a_{n-1}, a_0 = 2;$
- b)  $a_n = a_{n-1}^2, a_1 = 2;$
- c)  $a_n = a_{n-1} + 3a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 2;$
- d)  $a_n = na_{n-1} + n^2a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 1;$
- e)  $a_n = a_{n-1} + a_{n-3}, a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 0;$

**Câu 31:** Chứng tỏ rằng dãy  $\{a_n\}$  là nghiệm của hệ thức truy hồi  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 2n - 9$ , nếu

- a)  $a_n = -n + 2;$
- b)  $a_n = 5(-1)^n - n + 2;$
- c)  $a_n = 3(-1)^n + 2^n - n + 2;$
- d)  $a_n = 7 \cdot 2^n - n + 2;$

**Câu 32:** Tìm nghiệm của mỗi hệ thức truy hồi và điều kiện đầu sau đây.

- a)  $a_n = 3a_{n-1}, a_0 = 2;$
- b)  $a_n = a_{n-1} + 2, a_0 = 3;$
- c)  $a_n = a_{n-1} + n, a_0 = 1;$
- d)  $a_n = a_{n-1} + 2n + 3, a_0 = 4;$
- e)  $a_n = 2a_{n-1} - 1, a_0 = 1;$
- f)  $a_n = 3a_{n-1} + 1, a_0 = 1;$

**Câu 33:** Một người gửi 1000 đô la vào tài khoản của mình trong một ngân hàng với lãi suất kép 9% một năm.

- a) Hãy thiết lập hệ thức truy hồi cho tổng số tiền có trong tài khoản vào cuối năm thứ  $n$ .
- b) Tìm công thức tường minh cho tổng số tiền có trong tài khoản vào cuối năm thứ  $n$ .
- c) Sau 100 năm tổng số tiền có trong tài khoản là bao nhiêu?

**Câu 34:** Một nhà máy sản xuất ô tô thể thao theo đơn đặt hàng với tốc độ ngày càng tăng. Tháng đầu chỉ sản xuất một chiếc, tháng thứ hai sản xuất được hai chiếc và cứ như vậy tháng thứ  $n$  sản xuất được  $n$  chiếc.

- a) Hãy lập công thức truy hồi tính số ô tô sản xuất được trong  $n$  tháng đầu tiên của nhà máy.
- b) Bao nhiêu ô tô được sản xuất trong năm năm đầu tiên?
- c) Hãy tìm công thức tường minh tính số ô tô sản xuất được trong  $n$  tháng đầu tiên của nhà máy.

**Câu 35:**

- a) Tìm hệ thức truy hồi cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$ , chứa 2 bit 0 liên tiếp.
- b) Tìm điều kiện đầu.
- c) Có bao nhiêu xâu như vậy có độ dài bằng 7?

**Câu 36:**

- a) Tìm hệ thức truy hồi cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$ , chứa 3 bit 0 liên tiếp.
- b) Tìm điều kiện đầu.
- c) Có bao nhiêu xâu như vậy có độ dài bằng 7?