TRƯỜNG ĐẠI HỌC CẦN THƠ
KHOA CNTT & TRUYỀN THÔNG
BỘ MÔN KHOA HỌC MÁY TÍNH

TOÁN RỜI RẠC
(DISCRETE MATHEMATICS)

08/2013

GV: Trần Nguyễn Minh Thư (tnmthu@ctu.edu.vn)

2

CƠ SỞ LOGIC

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- **Định nghĩa:** Mệnh đề là một câu khẳng định có giá trị chân lý xác định

  đúng (True) hoặc sai (False).

Ví dụ:

2+3=5	True
Tam giác đều có 3 cạnh bằng nhau	True
Toronto là thủ đô của Canada	False
3*4=10	False

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- P, Q, R, S,… : các ký hiệu mệnh đề

- Ký hiệu giá trị chân lý của mệnh đề:
  - T: Đúng
  - F: Sai

- ***Bảng chân trị:*** biểu diễn mối quan hệ giữa những giá trị chân lý của các mệnh đề

Các phép tính mệnh đề

- **Phép phủ định**: Cho P là một mệnh đề, câu **"không phải là P"** là một mệnh đề được gọi là phủ định của mệnh đề P. Kí hiệu: ¬P hay $\overline{P}$
- **Bảng chân trị**

P	**¬P**
T	F
F	T

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- **Phép hội (conjunction):** Cho hai mệnh đề P, Q.

  "P và Q" là một mệnh đề được gọi là hội của 2 mệnh đề P và Q.

- Kí hiệu: **P∧Q**
- **Bảng chân trị:**

P	**Q**	**P∧Q**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- **Phép tuyển (disjunction): "P hay Q"** là một mệnh đề được gọi là tuyển của 2 mệnh đề P và Q.

  Kí hiệu: $P \lor Q$
- **Bảng chân trị:**

P	Q	P∨Q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Phép XOR:* “loại trừ P hoặc loại trừ Q”**, nghĩa là “hoặc là P đúng hoặc Q đúng”.
- ***Bảng chân trị***

P	**Q**	**P⊕Q**
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

$P \oplus Q = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)$

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Phép kéo theo:*** **"Nếu P thì Q"** là một mệnh đề kéo theo của hai mệnh đề P, Q.
- ***Bảng chân trị:***

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Mệnh đề đảo và mệnh đề phản đảo***
  - Các mệnh đề kéo theo khác của mệnh đề P → Q:
    - **Q → P: mệnh đề đảo**
    - **¬Q → ¬P: mệnh đề phản đảo**

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Phép tương đương:*** **"P nếu và chỉ nếu Q"** là một mệnh đề được gọi là P tương đương Q.
- ***Bảng chân trị:***

P	**Q**	**P↔Q**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

$P \leftrightarrow Q = (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- Cho P, Q, R,... là các mệnh đề. Nếu các mệnh đề này liên kết với nhau bằng các phép toán thì ta được **một biểu thức mệnh đề.**

Chú ý:

- Một mệnh đề cũng là một biểu thức mệnh đề.
- Nếu P là một biểu thức mệnh đề thì ¬P cũng là biểu thức mệnh đề
- Chân trị của biểu thức mệnh đề là kết quả nhận được từ sự kết hợp giữa các phép toán và chân trị của các biến mệnh đề.

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Hằng đúng:*** là một mệnh đề **luôn có chân trị là đúng**

Ví dụ: $\neg P \vee P$

P	**$\neg$P**	**$\neg P \vee P$**
T	F	**T**
F	T	**T**

- ***Hằng sai:*** là một mệnh đề **luôn có chân trị là sai**

Ví dụ: $\neg P \wedge P$

P	**$\neg$P**	**$\neg P \wedge P$**
T	F	**F**
F	T	**F**

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Tiếp liên:*** là một mệnh đề **không** phải là hằng đúng và **không** phải là hằng sai.

Ví dụ: $(P \wedge Q) \vee (\neg Q)$

P	**Q**	**¬Q**	**$P \wedge Q$**	**$(P \wedge Q) \vee (\neg Q)$**
T	T	F	T	T
T	F	T	F	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	T

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Mệnh đề hệ quả:*** Cho F và G là 2 biểu thức mệnh đề. G là mệnh đề hệ quả của F hay G được suy ra từ F nếu **F → G là hằng đúng.**

  Kí hiệu: $F \mapsto G$

- **Tương đương logic:**
  - ***Định nghĩa 1:*** Mệnh đề P và Q được gọi là tương đương logic nếu phép tương đương của P và Q là **hằng đúng**.
  - ***Định nghĩa 2:*** Hai mệnh đề P và Q được gọi là tương đương logic nếu và chỉ nếu chúng có **cùng chân trị**.

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Các quy tắc tương đương logic:***

Đặt **T= hằng đúng,** **F = hằng sai**

$$\begin{cases} P \vee T = T \\ P \wedge F = F \end{cases}$$ Luật thống trị

$$\begin{cases} \mathrm{P} \wedge \mathrm{T} = \mathrm{P} \\ \mathrm{P} \vee \mathrm{F} = \mathrm{P} \end{cases}$$ Luật trung hòa

$$\begin{cases} \mathrm{P} \vee \mathrm{P} = \mathrm{P} \\ \mathrm{P} \wedge \mathrm{P} = \mathrm{P} \end{cases}$$ Luật lũy đẳng

$$\overline{\overline{\mathrm{P}}} = \mathrm{P}$$ Luật phủ định của phủ định

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Các quy tắc tương đương logic:***

$$\text{Đặt } \mathbf{T = hằng\ đúng, F = hằng\ sai}$$

$$\begin{cases} P \vee \overline{P} = T \\ P \wedge \overline{P} = F \end{cases}$$

Luật về phần tử bù

$$\begin{cases} P \vee Q = Q \vee P \\ P \wedge Q = Q \wedge P \end{cases}$$

Luật giao hoán

$$\begin{cases} (P \vee Q) \vee R = P \vee (Q \vee R) \\ (P \wedge Q) \wedge R = P \wedge (Q \wedge R) \end{cases}$$

Luật kết hợp

$$\begin{cases} P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R) \\ P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \end{cases}$$

Luật phân phối

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- ***Các quy tắc tương đương logic:***

Đặt T= hằng đúng, F = hằng sai

$$\begin{cases} \overline{P \vee Q} = \overline{P} \wedge \overline{Q} \\ \overline{P \wedge Q} = \overline{P} \vee \overline{Q} \end{cases}$$

Luật De Morgan

$$\begin{cases} P \vee (P \wedge Q) = P \\ P \wedge (P \vee Q) = P \end{cases}$$

Luật hấp thụ

$$P \to Q = \overline{P} \vee Q$$

Luật về phép kéo theo

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- **Vị Từ**
- **Định nghĩa:** Một vị từ là một khẳng định P(x,y,...) trong đó có chứa một số biến x, y,... lấy giá trị trong những tập hợp A, B,... cho trước, sao cho:
  - Bản thân P(x,y,...) **không phải** là mệnh đề.
  - Nếu thay x, y,... bằng những **giá trị cụ thể** thuộc tập hợp A, B,... cho trước ta sẽ được một mệnh đề P(x, y,...). Các biến x, y,... được gọi là các biến tự do của vị từ.
- **Ví dụ:** P(n) = {n là chẵn}
  - n = 2: {2 là chẵn}: True
  - n = 5: {5 là chẵn}: False

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- **Không gian của vị từ:** có thể xem vị từ như là một ánh xạ P, $\forall$ x$\in$E ta được một ảnh P(x)$\in${0, 1}. Tập hợp E này được gọi là không gian của vị từ.
- **Trọng lượng của vị từ:** số biến của vị từ
- **Ví dụ:**
  - P(a,b) = {cặp số nguyên tương ứng thỏa a + b = 5}
  - Không gian của vị từ: Số nguyên
  - Trọng lượng: 2

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- Cho trước các vị từ P(x), Q(x) theo một biến $x \in A$. Ta có **các phép toán vị từ** tương ứng như trên phép tính mệnh đề.
  - Phủ định $\neg P(x)$
  - Phép hội $P(x) \wedge Q(x)$
  - Phép tuyển $P(x) \vee Q(x)$
  - Phép XOR $P(x) \oplus Q(x)$
  - Phép kéo theo $P(x) \rightarrow Q(x)$
  - Phép tương đương $P(x) \leftrightarrow Q(x)$

PHÉP TÍNH MỆNH ĐỀ & VỊ TỪ

- **Định nghĩa:** Cho P(x) là một vị từ có không gian là A. Các mệnh đề **lượng tử** hóa (quantified statement) của P(x) như sau:
  - Mệnh đề ***"Với mọi x thuộc A, P(x)*** **"**, kí hiệu bởi

    "$\forall$ x $\in$ A, P(x)",

    là mệnh đề đúng $\Leftrightarrow$ P(a) luôn đúng với mọi giá trị a $\in$ A.
  - Mệnh đề "***Tồn tại một x thuộc A, P(x))"*** kí hiệu bởi **:**

    "$\exists$ x $\in$ A, P(x)",

    là mệnh đề đúng khi và chỉ khi có một giá trị x = a nào đó sao cho mệnh đề P(a) đúng.

BÀI TẬP

- Không lập bảng chân trị, sử dụng các tương đương logic để chứng minh rằng :

$$(P \wedge Q) \rightarrow Q \text{ là hằng đúng.}$$

$$
\begin{aligned}
(P \wedge Q) \rightarrow Q &= \overline{P \wedge Q} \vee Q \\
&= (\overline{P} \vee \overline{Q}) \vee Q \\
&= \overline{P} \vee (\overline{Q} \vee Q) \\
&= \overline{P} \vee T \\
&= T
\end{aligned}
$$

BÀI TẬP

- Bằng biến đổi tương đương, chứng minh các biểu thức mệnh đề sau là hằng đúng
  - **$(P \wedge Q) \rightarrow P$**

$$
\begin{aligned}
(P \wedge Q) \rightarrow P &= \neg (P \wedge Q) \vee P \\
&= (\neg P \vee \neg Q) \vee P \\
&= \neg P \vee P \vee \neg Q \\
&= T \vee \neg Q = T
\end{aligned}
$$

  - **$P \rightarrow (\neg P \rightarrow P)$**

$$
\begin{aligned}
P \rightarrow (P \vee P) &= P \rightarrow P \\
&= \neg P \vee P = T
\end{aligned}
$$

BÀI TẬP

- Bằng biến đổi tương đương, chứng minh các biểu thức mệnh đề sau là hằng đúng
- **$P \to (Q \to (P \wedge Q))$**

$$
\begin{aligned}
P \to (\neg Q \text{ v } (P \wedge Q)) &= P \to ((\neg Q \text{v} P) \wedge (\neg Q \text{v} Q)) \\
&= P \to ((\neg Q \text{v} P) \wedge T \\
&= P \to ((\neg Q \text{v} P) \\
&= \neg P \text{v } (\neg Q \text{v} P) \\
&= \neg P \text{ v } \neg Q \text{ v } P \\
&= \neg P \text{ v } P \text{ v } \neg Q \\
&= T \text{ v } \neg Q = T \text{ (hằng đúng)}
\end{aligned}
$$

BÀI TẬP

- Chứng minh biểu thức mệnh đề $(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p) \wedge ((\neg p \vee \neg q) \to (p \wedge q \wedge r))$ là **hằng sai**

$\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p \equiv \neg q \vee \neg p \equiv \neg(p \wedge q)$

$(\neg p \vee \neg q) \to (p \wedge q \wedge r) \equiv \neg(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$\equiv p \wedge q$

$(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p) \wedge ((\neg p \vee \neg q) \to (p \wedge q \wedge r))$

$\equiv \neg(p \wedge q) \wedge (p \wedge q) \equiv F$

BÀI TẬP

- Chứng minh biểu thức mệnh đề sau là hằng sai

$\neg p \land \neg(p \land q) \land \neg(p \land \neg r) \land (((\neg q \to r) \lor \neg(q \lor (r \land s) \lor (r \land \neg s))) \land p)$

$\neg p \land \neg(p \land q) \land \neg(p \land \neg r) \equiv \neg(p \lor (p \land q) \lor (p \land \neg r))$

$\equiv \mathbf{\neg p}$

$((\neg q \to r) \lor \neg(q \lor (r \land s) \lor (r \land \neg s))) \land p$

$\equiv ((q \lor r) \lor \neg(q \lor (r \land (s \lor \neg s)))) \land p$

$\equiv ((q \lor r) \lor \neg(q \lor r)) \land p \equiv \mathbf{p}$

$\neg(p \lor (p \land q) \lor (p \land \neg r)) \lor (p \land ((\neg q \to r) \lor \neg(q \lor (r \land s) \lor (r \land \neg s)))) \equiv \neg p \land p \equiv F$

BÀI TẬP

- Chứng minh biểu thức mệnh đề sau là hằng sai

$$(((p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \vee q \vee (\neg r \wedge q)) \wedge ((p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q)))$$

$$((p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \vee q \vee (\neg r \wedge q) \equiv (p \vee (q \wedge \neg q)) \vee q$$

$$\equiv \mathbf{p \vee q}$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (r \vee \neg q)) \equiv (\neg p \vee q) \wedge \neg q$$

$$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)$$

$$\equiv \neg p \wedge \neg q \equiv \mathbf{\neg(p \vee q)}$$

$$(((p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \vee q) \wedge ((p \rightarrow q) \vee (\neg q \wedge (r \vee \neg q)))$$

$$\equiv \mathbf{(p \vee q) \wedge \neg(p \vee q) \equiv F}$$

BÀI TẬP

Chứng minh biểu thức mệnh đề $\neg(p \lor q) \lor (\neg p \land q) \land \neg q$ tương đương với biểu thức $(p \to q) \land (\neg q \land (r \lor \neg q))$

$$\neg(p \lor q) \lor (\neg p \land q) \land \neg q \equiv (\neg p \land \neg q) \lor (\neg p \land q) \land \neg q$$

$$\equiv (\neg p \land (\neg q \lor q)) \land \neg q$$

$$\equiv \neg p \land \neg q \quad \textbf{(1)}$$

$$(p \to q) \land (\neg q \land (r \lor \neg q)) \equiv (\neg p \lor q) \land \neg q$$

$$\equiv (\neg p \land \neg q) \lor (q \land \neg q)$$

$$\equiv (\neg p \land \neg q) \lor F \equiv \neg p \land \neg q \quad \textbf{(2)}$$

(1) & (2) $\Rightarrow \neg(p \lor q) \lor (\neg p \land q) \land \neg q$ tương đương

$$(p \to q) \land (\neg q \land (r \lor \neg q))$$

BÀI TẬP

Chứng minh biểu thức mệnh đề $\neg(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p)$ tương đương với biểu thức $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$

$$\boldsymbol{\neg(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p)} \equiv \neg(\neg q \vee \neg p)$$

$$\equiv p \wedge q \qquad \textbf{(1)}$$

$$\boldsymbol{(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)} \equiv \neg(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

$$\equiv p \wedge q \qquad \textbf{(2)}$$

(1)& (2) $\Rightarrow \neg(\neg((r \vee q) \wedge q) \vee \neg p)$ tương đương

$$(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$$

BÀI TẬP

Chứng minh biểu thức mệnh đề $p \lor ((p \land q) \lor (p \land \neg r))$ tương đương với biểu thức mệnh đề $p \land ((\neg q \to r) \lor \neg(q \lor (r \land s) \lor (r \land \neg s)))$

$\boldsymbol{p \lor ((p \land q) \lor (p \land \neg r))} \equiv p \lor (p \land (q \lor \neg r)) \equiv p \quad \mathbf{(1)}$

$\boldsymbol{p \land ((\neg q \to r) \lor \neg(q \lor (r \land s) \lor (r \land \neg s)))}$

$\equiv p \land ((q \lor r) \lor \neg(q \lor (r \land (s \lor \neg s))))$

$\equiv \quad p \land ((q \lor r) \lor \neg(q \lor r)) \equiv p \ \ \mathbf{(2)}$

(1) & (2) $\Rightarrow$ hai mệnh đề là tương đương

QUY TẮC SUY LUẬN

- Các quy tắc suy luận:

Quy tắc	Hằng đúng	Tên
$\dfrac{P}{P \vee Q}$	$P \to (P \vee Q)$	Cộng
$\dfrac{P \wedge Q}{P}$	$P \wedge Q \to P$	Rút gọn
$\dfrac{P, P \to Q}{Q}$	$(P \wedge (P \to Q)) \to Q$	Modus ponens
$\dfrac{\neg Q, P \to Q}{\neg P}$	$(\neg Q \wedge (P \to Q)) \to \neg P$	Modus tollens
$\dfrac{P \to Q, Q \to R}{P \to R}$	$((P \to Q) \wedge (Q \to R)) \to (P \to R)$	Tam đoạn luận giả định
$\dfrac{\neg P, P \vee Q}{Q}$	$(\neg P \wedge (P \vee Q)) \to Q$	Tam đoạn luận tuyển

QUY TẮC SUY LUẬN

- **Ví dụ :** Dùng các quy tắc suy luận chứng minh rằng :

$$(P \to (Q \to R)) \land (Q \lor \overline{P}) \land P \Rightarrow R$$

- **Giải:**

$$1. P \to (Q \to R)$$

$$2. Q \lor \overline{P}$$

$$3. P$$

$4. Q \to R$: Modus Ponens của 1 và 3

$5. Q$: Tam đoạn luận tuyển của 2 và 3

$6. R$: Modus Ponens của 4 và 5

BÀI TẬP

Dùng quy tắc suy luận chứng minh rằng

$(p \to (q \to r)) \land \neg(t \lor r) \land (s \to (p \land q)) \land (\neg p \to t) \land (s \lor u) \Rightarrow u$

$(p \to (q \to r)) \land \neg(t \lor r) \land (s \to (p \land q)) \land (\neg p \to t) \land (s \lor u)$

$\equiv (p \to (q \to r)) \land \neg t \land \neg r \land (s \to p) \land (s \to q) \land (\neg p \to t) \land (s \lor u)$

1. $p \to (q \to r)$
2. $\neg t$
3. $\neg r$
4. $s \to p$
5. $s \to q$
6. $\neg p \to t$
7. $s \lor u$

BÀI TẬP

1. $p \to (q \to r)$
2. $\neg t$
3. $\neg r$
4. $s \to p$
5. $s \to q$
6. $\neg p \to t$
7. $s \lor u$
8. p modus tollens của 2. & 6.
9. $q \to r$ modus ponens của 8. & 1.
10. $\neg q$ modus tollens của 9. & 3.
11. $\neg s$ modus tollens của 10. & 5
12. u tam đoạn luận tuyển 11. & 7.

BÀI TẬP

Dùng quy tắc suy luận chứng minh rằng

$((p \land q) \to \neg r) \land s \land t \land p \land (p \to (u \to q)) \land (s \to (r \lor \neg t)) \Rightarrow \neg u$

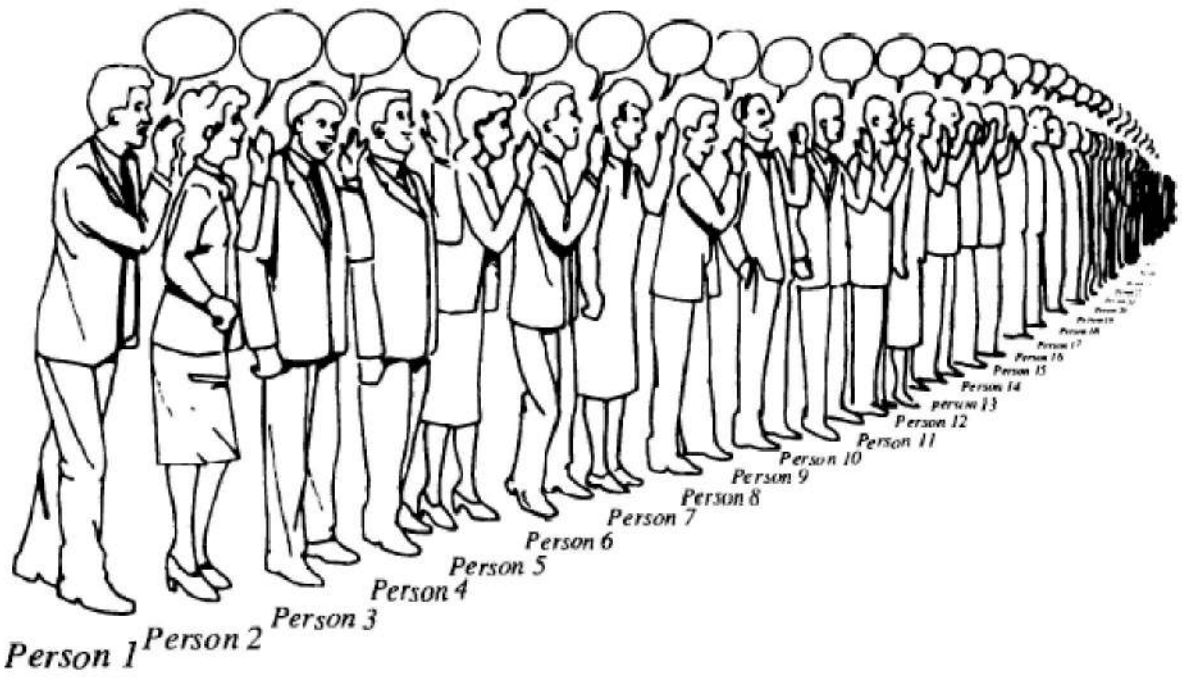
1. $(p \land q) \to \neg r$
2. s
3. t
4. p
5. $p \to (u \to q)$
6. $s \to (r \lor \neg t)$

BÀI TẬP

1. $(p \wedge q) \rightarrow \neg r$
2. s
3. T
4. p
5. $p \rightarrow (u \rightarrow q)$
6. $s \rightarrow (r \vee \neg t)$

7.	$u \rightarrow q$	modus ponens của 4. & 5.
8.	$r \vee \neg t$	modus ponens của 2. & 6.
9.	r	tam đoạn luận tuyển của 8. & 3.
10.	$\neg(p \wedge q)$	modus tollens của 9. & 1.
11.	$\neg p \vee \neg q$	de Morgan của 10.
12.	$\neg q$	tam đoạn luận tuyển của 4. & 11.
13.	$\neg u$	modus tollens của 12. & 7.

Chứng minh quy nạp



Chứng minh quy nạp

- **Phương pháp chứng minh:**
  - n, n_0 là số tự nhiên.

1. Kiểm chứng *P(n) đúng với* $n=n_0$

Chứng minh quy nạp

- **Phương pháp chứng minh:**
  - n, n_0 là số tự nhiên.

1. Kiểm chứng ***P(n) đúng với*** $n=n_0$
2. Giả sử *P(n)* đúng với n: $n_0 \leq n \leq k$
3. Chứng minh *P(n) đúng với* $n=k+1$

Chứng minh quy nạp

- **Phương pháp chứng minh**
  - n, n_0 là số tự nhiên.

1. Kiểm chứng ***P(n) đúng với*** $\boldsymbol{n=n_0}$
2. Giả sử $P(n)$ đúng với n: $\boldsymbol{n_0 \le n \le k}$
3. Chứng minh ***P(n) đúng với*** $\boldsymbol{n=k+1}$
4. Kết luận $\forall \boldsymbol{n \geq n_0}\ \boldsymbol{P(n)}$ là đúng

Chứng minh quy nạp

- **Ví dụ 1:** $n \geq 1$ là số nguyên. CMR:

$$P(n)\ :\ \sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Chứng minh quy nạp

1- Kiểm chứng với n=1

$VT = 1$

$$VP = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1(1+1)}{2} = 1$$

Vậy P(n) đúng với n = 1

2- Giả sử P(n) đúng với n = k > 1

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k = \frac{k(k+1)}{2}$$

3- CM P(n) đúng với n = k + 1

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

=>P(k+1) đúng

Chứng minh quy nạp

- **Ví dụ 2:** n ≥ 1 là số nguyên. Tìm công thức tính tổng n số lẻ đầu tiên và chứng minh công thức đó.

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)=1+3+5+....+(2n-1)=n^2$$

Chứng minh quy nạp

1- Kiểm chứng với n=1

VT = 1

VP = $n^2 = 1^2 = 1$

Vậy P(n) đúng với n = 1

2- **Giả sử P(n) đúng với n = k > 1**

$$1+3+5+.....+(2k-1)=k^2$$

3- **CM đúng với n = k + 1**

$$1+3+5+.....+(2k-1)+(2k+1)=k^2+(2k+1)$$

$$1+3+5+.....+(2k-1)+(2k+1)=(k+1)^2$$

=> P(k+1) đúng

Bài tập

Bằng phương pháp chứng minh quy nạp, chứng minh rằng : với mọi số nguyên dương n, $7^n + 3n - 1$ chia hết cho 9

n = 1: $7 + 3 - 1 = 9$ chia hết cho 9

giả sử với n = k > 1: $7^k + 3k - 1$ chia hết cho 9

phải CM: $7^{k+1} + 3(k+1) - 1$ chia hết cho 9

thật vậy:

$$7^{k+1} + 3(k+1) - 1 = 7(7^k + 3k - 1) - 18k + 9 \text{ chia hết cho } 9$$

Bài tập

Bằng phương pháp chứng minh quy nạp, chứng minh rằng : với mọi số nguyên dương n, $7^n + 3n - 1$ chia hết cho 9

n = 1: $7 + 3 - 1 = 9$ chia hết cho 9

giả sử với n = k $\geq$ 1: $7^k + 3k - 1$ chia hết cho 9

phải CM: $7^{k+1} + 3(k+1) - 1$ chia hết cho 9

thật vậy:

$7^{k+1} + 3(k+1) - 1 = 7(7^k + 3k - 1) - 18k + 9$ chia hết cho 9