2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ đúng

Giả sử $P(K)$ đúng

$(K+1)(K+2)(K+3)\dots(K+K) \vdots 2^K$

Ta cần chứng minh $P(K+1)$ đúng

$(K+2).(K+3)(K+4)\dots(K+K+2)(K+K)(K+K+1) \vdots 2^{K+1}$

Nhân $\dfrac{(K+K+1)(K+K+2)}{\cancel{(K+1)}}$ vào $P(K)$

$$\left.\begin{array}{l}(K+1)(K+2)(K+3)\dots(K+K)\underbrace{(K+K+1)(K+K+2)}_{4K^2+6K+2} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \overset{\shortparallel}{4(x+1)(x+\frac{1}{2})} \vdots 2\end{array}\right\} \vdots 2^{K+1}$$

Vậy $\forall n \geq 1$ $P(n) \vdots 2^n$

$\cancel{P(n) \vdots 2^n}$

11.

a) $\{7^n + 3n - 1 \vdots 9\} = P(n)$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = 7^1 + 3.1 - 1 \vdots 9$ Đúng

Vậy $P(1)$ đúng

2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ đúng

HỒNG HÀ

Giả sử P(K) đúng

$P(K) = 7^K + 3K - 1 \vdots 9$

Ta cần chứng minh P(K+1) là đúng

$P(K+1) = 7^{K+1} + 3K + 3 - 1 \vdots 9$

Từ $P(K) = 7^K + 3K - 1 \vdots 9$

$= 7.(7^K + 3K - 1) = 7^{K+1} + 21K - 7 \vdots 9.$

$= \underbrace{7^{K+1} + 3(K+1) - 1}_{\Rightarrow \vdots 9} + \underbrace{18K - 9}_{\vdots 9} \vdots 9$

3. Kết luận $\forall n \geq 1$, P(n) là đúng.

b) $\{10^n + 18n - 1 \vdots 27.\} = P(n)$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = 10^1 + 18.1 - 1 = 27 \vdots 27$ Đúng

Vậy P(1) đúng

2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ đúng

Giả sử P(K) đúng

$P(K) = 10^K + 18K - 1 \vdots 27.$

Ta cần chứng minh P(K+1) đúng

$P(K+1) = 10^{K+1} + 18K + 18 - 1 \vdots 27$

Từ $P(K) = 10^K + 18K - 1 \vdots 27$

$= 10.(10^K + 18K - 1) \vdots 27.$

$= 10^{k+1} + 180k - 10 \vdots 27$

$= (10^{k+1} + 18k + 17) + (162k - 27) \vdots 27$

$\Rightarrow \vdots 27. \qquad \vdots 27$

3 Kết luận $\forall n \geq 1$, $P(n)$ đúng

c) $\{2^{n+1} + 3^{3n+1} \vdots 5\} = P(n)$

1. Kiểm chứng $P(n_0) = P(1)$

$P(1) = 2^{1+1} + 3^{3.1+1} = 85 \vdots 5$ (Đúng)

Vậy $P(1)$ đúng

2 Chứng minh $P(k) \rightarrow P(k+1)$ đúng

Giả sử $P(k)$ đúng

$P(k) = 2^{k+1} + 3^{3k+1} \vdots 5$

Ta cần chứng minh $P(k+1)$ đúng

$P(k+1) = 2^{k+2} + 3^{3k+4} \vdots 5.$

Ta có:

$P(k) = 2^{k+1} + 3^{3k+1} \vdots 5.$

$\Leftrightarrow 27(2^{k+1} + 3^{3k+1}) \vdots 5.$

$\Leftrightarrow 3^{3k+4} + 25.2^{k+1} + 2^{k+2} \vdots 5.$

$\vdots 5$

3. Kết luận vậy $\forall n \geq 1$, $P(n)$ đúng

d) $5^n - 4n - 1 \vdots 16$

Đặt $P(n) = \{5^n - 4n - 1 \vdots 16\}$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = 5^1 - 4 \times 1 - 1 \vdots 16$ (Đúng)

Vậy $P(1)$ đúng

2. Chứng minh $P(k) \to P(k+1)$ đúng

giả sử $P(k)$ đúng

$P(k) = 5^k - 4k - 1 \vdots 16$

Ta cần chứng minh $P(k+1)$ đúng

$P(k+1)$ $5^{k+1} - 4k - 5 \vdots 16$.

Ta có $P(k) = 5^k - 4k - 1 \vdots 16$

$\Leftrightarrow 5(5^k - 4k - 1) \vdots 16$

$\Leftrightarrow 5^{k+1} - 20k - 5 \vdots 16$

$\Leftrightarrow \underbrace{5^{k+1} - 4k - 5}_{\vdots 16} - \underbrace{16k}_{\vdots 16} \vdots 16$

$\Rightarrow$

3. Kết luận $\forall n \geq 1$, $P(n)$ đúng

e) $P(n) = \{ n^3 + 11n \vdots 6 \}$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = \{ 1^3 + 11.1 \vdots 6 \}$ đúng

2 Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ đúng

Giả sử $P(K)$ đúng

$P(K) = K^3 + 11K \vdots 6$

Ta cần chứng minh $P(K+1)$ đúng

$P(K+1) = (K+1)^3 + 11(K+1) \vdots 6$

Từ $P(K) = K^3 + 11K \vdots 6.$

$K^3 + 3K^2 + 3K + 1 + 11K + 11 - 3K^2 - 3K - 11 - 1 \vdots 6$

$(K+1)^3 + 11(K+1) - \underbrace{3K(K+1)}_{\vdots 6} - \underbrace{12}_{\vdots 6} \vdots 6$

Vậy $(K+1)^3 + 11(K+1) \vdots 6$

3 Vậy $\forall n \geq 1$, $P(n)$ luôn đúng

f) $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n \vdots 24$

Đặt $P(n) = \{ n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n \vdots 24 \}$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = \{ 1^4 + 6.1^3 + 11.1^2 + 6.1 \vdots 24 \}$ Đúng

2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ đúng

Giả sử $P(K)$ đúng.

$P(K) = K^4 + 6K^3 + 11K^2 + 6K \vdots 24$

Ta cần chứng minh $P(K+1)$ đúng

$P(K+1) = (K+1)^4 + 6.(K+1)^3 + 11(K+1)^2 + 6K + 6 \vdots 24$

Từ $P(K) = K^4 + 6K^3 + 11K^2 + 6K \vdots 24$

$K^4 + 4K^3 + 6K^2 + 4K + 1 + 6K^3 + 18K^2 + 18K + 6 + \cancel{22K} 11K^2$

$+ 22K + 11 + 6K + 6 - 4K^3 - 24K^2 - 44K - 24 \vdots 24$

$(K+1)^4 + 6(K+1)^3 + 11(K+1)^2 + 6K + 6 + \underbrace{-4(K+1)(K+2)(K+3)}_{\vdots 24}$

Vậy $P(K+1)$ đúng

g) $\{12^{2n+1} + 11^{n+2} \vdots 133\} = P(n)$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = \{12^{2\times 1+1} + 11^{1+2} \vdots 133\}$ Đúng

2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ đúng

Giả sử $P(K)$ đúng

$P(K) = 12^{2K+1} + 11^{K+2} \vdots 133$

Ta cần chứng minh $P(K+1)$ đúng

$P(K+1) = 12^{2K+3} + 11^{K+3} \vdots 133$

Gỉ $P(K) = 12^{2K+1} + 11^{K+2} \vdots 133$

$12^2 (12^{2K+1} + 11^{K+2})$

$= 12^{2K+3} + \cancel{12}\, 11^{K+3} + \cancel{12 \cdot 11^{K+3}}\, \underbrace{(12^2 - 11)\, 11^{K+2}}_{\vdots\, 133} \vdots 133$

Vậy $P(K+1)$ đúng

3. Kết luận $\forall n \geq 1$, $P(n)$ đúng

b) $\{4^{2n+1} + 3^{n+2} \vdots 13\} = P(n)$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = 4^{2 \times 1 + 1} + 3^{1+2} \vdots 13$ Đúng

Vậy $P(1)$ là đúng

2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$

Giả sử $P(K)$ đúng

$P(K) = 4^{2K+1} + 3^{K+2} \vdots 13$

Ta cần chứng minh $P(K+1)$ đúng

$P(K+1) = 4^{2K+3} + 3^{K+3} \vdots 13$

HÒA BÌNH

Gs $P(k) = 4^{2k+1} + 3^{k+2} \vdots 13$

$4^2(4^{2k+1} + 3^{k+2}) \vdots 13$

$4^{2k+3} + 3.3^{k+2} + 13.3^{k+2} \vdots 13$

$4^{2k+3} + 3^{k+3} + \underbrace{13.3^{k+2}}_{\vdots 13}$

$\Rightarrow \vdots 13$

Vậy $\forall n \geq 1$, $P(n)$ luôn đúng

c) $4^{2^n} + 2^{2^n} + 1 \vdots 7$.

j) $2^{2n} + 15n - 1 \vdots 9$

1. Kiểm chứng $P(n = n_0 = 1)$

$P(1) = 2^{2\times 1} + 15.1 - 1 \vdots 9$ (Đúng)

Vậy $P(1)$ là đúng

2. Chứng minh $P(K) \to P(K+1)$ là đúng

Giả sử $P(K)$ đúng

$P(K) = 2^{2K} + 15K - 1 \vdots 9$

Ta cần chứng minh $P(K+1)$ đúng

$P(K+1) = 2^{2K+2} + 15K + 14 \vdots 9$

Từ $P(K) = 2^{2K} + 15K - 1 \vdots 9$

$4.(2^{2K} + 15K - 1) \vdots 9 \Leftrightarrow 2^{2K+2} + 60K - 4 \vdots 9$

$\Leftrightarrow 2^{2K+2} + 15K + 14 + \underbrace{(45K - 18)}_{\vdots 9} \vdots 9$

Vậy $P(K+1)$ đúng $\Rightarrow \forall n \geq 1$ $P(n)$ đúng