

## 13 Công thức tổng quát tính tổng các dãy số

*Khi giải các bài tập về dãy số, tổng của dãy số... cần nhớ các công thức tổng quát. Điều quan trọng là biết ứng dụng đúng. NBS sưu tầm & giới thiệu 13 công thức*

**1/ Cấp số cộng (dãy số cách đều) :**  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  Trong đó :

$a_1$  = số hạng đầu tiên;  $a_n$  = số hạng thứ n; công sai ( khoảng cách)  $a_n - a_{(n-1)} = d$

$S_n$  là Tổng n số hạng

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}.$$

**2/ Dãy số tự nhiên** 1, 2, 3, 4, 5.....,n

$$S_n = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

**3/ Dãy số lẻ** 1, 3, 5, 7.. ....  $2n-1$

$$S_n = 1+3+5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

**4/ Tổng các bình phương của n số tự nhiên**

$$S_n = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**5/ Tổng các lập phương của n số tự nhiên**

$$S_n = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

**6/ Tổng các lũy thừa 5 của n số tự nhiên**

$$S_n = 1^5 + 2^5 + \dots + n^5 = \frac{1}{12} \cdot n^2 (n+1)^2 (2n^2 + 2n - 1)$$

**7/ Cấp số nhân:**  $ar^0 + ar^1 + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n$  Trong đó :

- $a$  = số hạng đầu tiên;  $ar^n$  = số hạng thứ  $(n+1)$ ; Công bội  $a_n/a_{(n-1)} = r$

$\sum_{k=0}^n ar^k$  là tổng của dãy từ  $k=0$  đến  $k=n$

$$S_n = \sum_{k=0}^n ar^k = ar^0 + ar^1 + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n = \frac{a(1 - r^{n+1})}{1 - r}$$

**8/ Dãy số là các cặp số tự nhiên nhân dồn**  $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1)$

$$S_n = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

**9/ Dãy số là các nghịch đảo của cặp số tự nhiên nhân dồn**

$$S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \quad (n > 1) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} \quad \text{với } (n > 1)$$

**10/ Dãy số là các nghịch đảo của cặp số tự nhiên nhân dồn**

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

**11/ Dãy số có các tử là số lẻ, mẫu là bình phương cặp số tự nhiên nhân dồn**

$$S_n = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \dots + \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$$

**12/ Dãy số đặc biệt 1**

$$S_n = 1 + p^1 + p^2 + p^3 + \dots + p^n = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad \text{với } (p \neq 1)$$

**13/ Dãy số đặc biệt 2**

$$S_n = 1 + 2p + 3p^2 + \dots + (n+1)p^n = \frac{(n+1)p^{n+1}}{p-1} - \frac{p^{n+1}-1}{(p-1)^2} \quad \text{với } (p \neq 1)$$