习题11.7

证明 `rotate(f, m, l)` 实现了 `distance(f, l)` 个元素的 `distance(m, l)` 步旋转

1. 理解问题

- `rotate(f, m, l)` **的作用**：
  - 将区间 `[f, l)` 分为两个子区间：`[f, m)` 和 `[m, l)`。
  - 交换这两个子区间的位置，即将 `[f, m)` 移动到 `[m, l)` 的后面。
- **目标**：
  - 证明 `rotate(f, m, l)` 实现了 `distance(f, l)` 个元素的 `distance(m, l)` 步旋转。

2. 定义和符号说明

- `distance(f, l)`：
  - 表示区间 `[f, l)` 中元素的数量，即 `n = distance(f, l)`。
- `distance(m, l)`：
  - 表示子区间 `[m, l)` 中元素的数量，即 `k = distance(m, l)`。
- **旋转的定义**：
  - 将 `n` 个元素旋转 `k` 步，等价于将前 `n - k` 个元素和后 `k` 个元素交换位置。

3. 证明过程

步骤 1：确定旋转的步数

- 旋转的步数 `k` 由 `distance(m, l)` 决定，即 `k = distance(m, l)`。
- 这意味着旋转操作会将区间 `[f, l)` 中的元素向右移动 `k` 步。

步骤 2：确定旋转的区间

- 区间 `[f, l)` 中共有 `n = distance(f, l)` 个元素。
- 旋转操作会将前 `n - k` 个元素（即 `[f, m)`）和后 `k` 个元素（即 `[m, l)`）交换位置。

步骤 3：验证旋转的效果

- 旋转后，原区间 `[f, l)` 变为 `[m, l) + [f, m)`。
- 这等价于将整个区间向右移动 `k` 步，符合旋转的定义。

步骤 4：数学形式化

- 设原序列为 `S = [f, l)`，长度为 `n`。

- 旋转后，序列变为 `S’ = [m, l) + [f, m)`。
- 根据旋转的定义，`S’` 是 `S` 向右旋转 `k` 步的结果。

4. 结论

通过上述分析，我们可以得出结论：

- `rotate(f, m, l)` 实现了 `distance(f, l)` 个元素的 `distance(m, l)` 步旋转。
- 这是因为 `rotate(f, m, l)` 将区间 `[f, l)` 分为 `[f, m)` 和 `[m, l)`，并交换它们的位置，相当于将整个区间向右移动 `k = distance(m, l)` 步。

5. 示例验证

假设有一个序列 `S = [A, B, C, D, E]`，区间 `[f, l)` 为整个序列，`m` 指向 `C`：

- `distance(f, l) = 5`（元素总数）。
- `distance(m, l) = 2`（`[C, D, E]` 的长度）。
- 旋转后，序列变为 `[C, D, E, A, B]`，即将序列向右旋转 2 步。

这与 `rotate(f, m, l)` 的效果一致，验证了我们的证明。