问题分析

我们要分析递归函数 `fib0(n)` 计算斐波那契数时所需的加法次数。可以通过定义一个表示加法次数的函数，然后根据递归函数 `fib0(n)` 的逻辑推导出这个函数的递推关系，进而求解出通用公式。

具体推导过程

设 $T(n)$ 表示计算 `fib0(n)` 所需的加法次数。

- **边界条件**:
  - 当 $n = 0$ 时，`fib0(0)` 直接返回 0，不需要进行加法运算，所以 $T(0) = 0$。
  - 当 $n = 1$ 时，`fib0(1)` 直接返回 1，也不需要进行加法运算，所以 $T(1) = 0$。
- **递推关系**:

  对于 $n > 1$，`fib0(n)` 的实现是 `return fib0(n - 1) + fib0(n - 2);`，这意味着计算 `fib0(n)` 需要先计算 `fib0(n - 1)` 和 `fib0(n - 2)`，然后将它们的结果相加。所以计算 `fib0(n)` 所需的加法次数等于计算 `fib0(n - 1)` 的加法次数、计算 `fib0(n - 2)` 的加法次数，再加上最后这一次加法运算。即 $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$。

求解递推关系

为了求解 $T(n)$，我们可以引入一个辅助变量 $U(n) = T(n) + 1$。

将 $U(n) = T(n) + 1$ 代入递推关系 $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$ 中，得到:

$$U(n) - 1 = (U(n-1) - 1) + (U(n-2) - 1) + 1$$

化简可得:

$$U(n) = U(n-1) + U(n-2)$$

同时，$U(0) = T(0) + 1 = 1$，$U(1) = T(1) + 1 = 1$。

可以发现 $U(n)$ 满足斐波那契数列的递推关系，且初始条件也与斐波那契数列相同（斐波那契数列 $F(n)$ 定义为 $F(0) = 0, F(1) = 1, F(n) = F(n-1) + F(n-2)$），只不过 $U(n)$ 从 $U(0) = 1, U(1) = 1$ 开始，这实际上是斐波那契数列的 $F(n+1)$。

所以 $U(n) = F(n+1)$，又因为 $U(n) = T(n) + 1$，则 $T(n) = F(n+1) - 1$。

斐波那契数列 $F(n)$ 的通项公式为 $F(n) = \dfrac{\varphi^n - (-\varphi)^{-n}}{\sqrt{5}}$，其中 $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 是黄金分割比。

所以 $T(n) = \dfrac{\varphi^{n+1} - (-\varphi)^{-(n+1)}}{\sqrt{5}} - 1$。