

TOÁN RỜI RẠC

Chương 1: Thuật toán

Chương 2: Bài toán đếm

Chương 3. Đồ thị

Chương 4. Đường đi EULER, HAMILTON

Chương 5. Một số bài toán tối ưu trên đồ thị có trọng số

Chương 6. Cây

TOÁN RỜI RẠC

CHƯƠNG 2:

BÀI TOÁN ĐẾM

Đà Nẵng, ngày tháng.... năm

1. Giới thiệu chung
2. Cơ sở của phép đếm
3. Nguyên lý dirichlet
4. Các cấu hình tổ hợp
5. Bài toán liệt kê
6. Hệ thức truy hồi

<https://shorturl.at/1HHFk>



❖ Sau bài học sinh viên sẽ:

- Hiểu và áp dụng các nguyên lý đếm: cộng, nhân, bù trừ.
- Giải quyết bài toán đếm trong lập trình và thực tế.
- Tăng cường khả năng tư duy thuật toán.
- Vận dụng được các kiến thức vào các bài toán thực tế

1. Giới Thiệu Chung

- ❖ **Lý thuyết tổ hợp:** Một phần quan trọng của Toán Rời Rạc.
- ❖ **Nghiên cứu phân bố phần tử:** Tìm hiểu sự phân bố các phần tử vào các tập hợp, được nghiên cứu từ thế kỷ 17.
- ❖ **Liệt kê & đếm đối tượng:** Khả năng liệt kê và đếm các đối tượng có những tính chất nhất định đóng vai trò then chốt trong lý thuyết tổ hợp.
- ❖ **Ứng dụng rộng rãi:** Đếm các đối tượng để giải quyết nhiều bài toán khác nhau trong thực tế.

1. Giới Thiệu Chung

Ví dụ: Bài toán đếm:

- ❖ **Chọn thành viên tham dự diễn đàn:** Giả sử khoa có 500 sinh viên và 20 cán bộ, cần chọn một người để tham dự diễn đàn "Thanh niên với NCKH" của thành phố. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một thành viên?
- ❖ **Số mật khẩu cho hệ thống máy tính:** Tính số mật khẩu cho phép truy nhập vào hệ thống máy tính.
- ❖ **Chứng minh bằng lý thuyết tổ hợp:** Hãy chứng minh rằng nếu có hơn 14 sinh viên, sẽ có ít nhất 3 bạn sinh cùng một ngày trong tuần.
- ❖ **Chia bài:** Có bao nhiêu cách chia 52 quân bài cho 4 người, mỗi người được chia 5 quân?

1. Giới Thiệu Chung

Trong chương này, chúng ta sẽ nghiên cứu các nội dung:

- ❖ **Nguyên tắc đếm cơ bản:** Cơ sở để giải nhiều bài toán đếm.
- ❖ **Nguyên lý Dirichlet:** Giải quyết các bài toán tồn tại. Ví dụ: Chứng minh nếu có hơn 14 sinh viên, có ít nhất 3 bạn sinh cùng ngày trong tuần.
- ❖ **Tổ hợp, hoán vị, chỉnh hợp:** Phương pháp đếm và liệt kê các cấu hình thỏa mãn điều kiện cụ thể. Ví dụ: Tính số cách chia 52 quân bài cho 4 người, mỗi người 5 quân.
- ❖ **Kỹ thuật đếm mở rộng:** Bao gồm hệ thức truy hồi và quan hệ chia để trị.

2. Cơ Sở của Phép Đếm

❖ Đặt vấn đề:

– Giả sử mật khẩu vào máy tính gồm 3, 4 hoặc 5 kí tự. Kí tự đầu tiên phải là chữ cái, các kí tự tiếp theo có thể là số hoặc chữ cái, nhưng mật khẩu đó phải có ít nhất một kí tự số. Hỏi có bao nhiêu mật khẩu thỏa mãn điều kiện này? → Đếm số mật khẩu có thể.

❖ Các nguyên lý đếm cơ bản:

- **Nguyên lý cộng:** Tính tổng số cách thực hiện một trong các công việc.
- **Nguyên lý nhân:** Tính tổng số cách thực hiện tuần tự các công việc.
- **Nguyên lý bù trừ:** Loại trừ các trường hợp trùng lặp khi hai hoặc nhiều công việc có thể xảy ra đồng thời.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Cộng

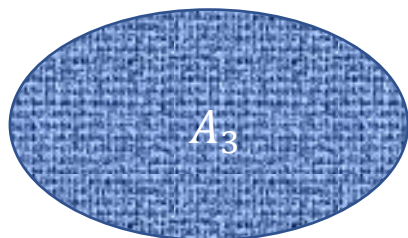
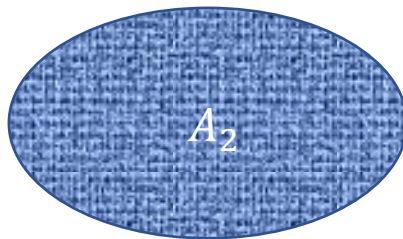
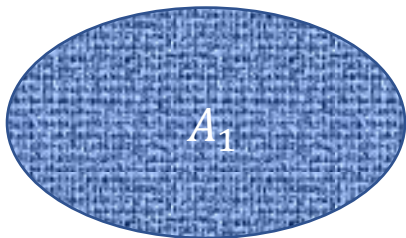
- ❖ **Giả định có k công việc T_1, T_2, \dots, T_k , trong đó:**
 - Công việc T_1 có thể làm bằng n_1 cách.
 - Công việc T_2 có thể làm bằng n_2 cách.
 - Công việc T_3 có thể làm bằng n_3 cách....
 - Công việc T_k có thể làm bằng n_k cách.
- ❖ Giả sử không có hai công việc nào có thể thực hiện đồng thời, tức là mỗi công việc chỉ có thể làm riêng lẻ.
- ❖ **Kết luận:** Số cách để thực hiện một trong k công việc đó là $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Cộng

Nguyên Lý Cộng trong Ngôn Ngữ Tập Hợp

- ❖ Nếu A_1, A_2, \dots, A_k là các tập hợp đôi một rời nhau, khi đó số phần tử của hợp các tập hợp này bằng tổng số các phần tử của các tập thành phần:

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_k|$$



2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Cộng

❖ **Ví dụ về Nguyên Lý Cộng:** Cho đoạn chương trình sau:

```
n1 := 10;  
n2 := 20;  
n3 := 30;  
k := 0;  
for i1 := 1 to n1 do k := k + 1;  
for i2 := 1 to n2 do k := k + 1;  
for i3 := 1 to n3 do k := k + 1;
```

Ban đầu, **$k = 0$** .

Mỗi vòng lặp for tăng k lên 1 sau mỗi lần lặp:

Vòng 1 lặp 10 lần $\rightarrow k$ tăng 10.

Vòng 2 lặp 20 lần $\rightarrow k$ tăng 20.

Vòng 3 lặp 30 lần $\rightarrow k$ tăng 30.

Tổng cộng: **$k = 10 + 20 + 30 = 60$** .

Hỏi giá trị của k sau khi chương trình thực hiện xong là bao nhiêu?

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Cộng

❖ Ví dụ về Nguyên Lý Cộng:

– Cần chọn hoặc là 01 sinh viên hoặc là 01 cán bộ trong khoa để tham dự diễn đàn "Thanh niên với NCKH" của thành phố. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 01 thành viên từ khoa có 500 sinh viên và 20 cán bộ?

❖ Trả lời:

- Gọi A_1 là tập các cách chọn 1 trong 500 sinh viên, $|A_1| = 500$.
- Gọi A_2 là tập các cách chọn 1 trong 20 cán bộ trong khoa, $|A_2| = 20$.
- Vì A_1 và A_2 không giao nhau, $A_1 \cap A_2 = \emptyset$, số cách chọn 01 vị đại biểu hoặc thuộc A_1 hoặc thuộc A_2 là số phần tử của tập $A_1 \cup A_2$:

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| = 500 + 20 = 520$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Nhân

- ❖ **Giả định:** Một công việc phức tạp T được chia thành k công việc nhỏ hơn T_1, T_2, \dots, T_k . Nếu:
 - Công việc T_1 có thể làm bằng n_1 cách.
 - Công việc T_2 có thể làm bằng n_2 cách (sau khi đã hoàn thành T_1).
 - ...
 - Công việc T_k có thể làm bằng n_k cách (sau khi đã hoàn thành T_1, T_2, \dots, T_{k-1}).
- **Kết luận:** Số cách để hoàn thành nhiệm vụ T là tích của $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Nhân

❖ Ví dụ:

Cho đoạn chương trình sau:

```
n1 := 10;  
n2 := 20;  
n3 := 30;  
k := 0;  
for i1 := 1 to n1 do  
    for i2 := 1 to n2 do  
        for i3 := 1 to n3 do  
            k := k + 1;
```

Ban đầu, **k = 0**.

Có 3 vòng lặp for lồng nhau, mỗi vòng chạy số lần tương ứng:

- Vòng 1 lặp **10 lần**.
- Vòng 2 lặp **20 lần** trong mỗi lần lặp **của vòng 1**.
- Vòng 3 lặp **30 lần** trong mỗi lần lặp **của vòng 2**.

Tổng số lần k tăng là:

$$10 \times 20 \times 30 = 6000$$

Hỏi giá trị của k sau khi chương trình thực

hiện xong là bao nhiêu?

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Nhân

❖ Ví dụ:

– Người ta có thể ghi nhãn cho những chiếc ghế trong một giảng đường bằng một chữ cái viết hoa và một số nguyên dương không vượt quá 100. Hỏi nhiều nhất có bao nhiêu chiếc ghế có thể được ghi nhãn khác nhau?

❖ Trả lời:

- Thủ tục ghi nhãn ghế gồm hai bước:
 - Gán một trong 26 chữ cái viết hoa.
 - Gán một trong 100 số nguyên dương.
- Theo nguyên lý nhân, số cách khác nhau để ghi nhãn một chiếc ghế là $26 \times 100 = 2600$.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Nhân

❖ Ví dụ:

Mật khẩu vào máy tính bao gồm 3, 4 hoặc 5 ký tự. Ký tự đầu tiên phải là chữ cái, các ký tự tiếp theo có thể là số hoặc chữ cái, nhưng mật khẩu phải có ít nhất một ký tự số. Hỏi có bao nhiêu mật khẩu thỏa mãn điều kiện này?

❖ Trả lời:

- Gọi P , P_3 , P_4 , P_5 là số mật khẩu thỏa mãn điều kiện trên, trong đó P là số MK có độ dài 3 hoặc 4 hoặc 5, P_3 , P_4 , P_5 là số mật có độ dài tương ứng 3,4,5.
- Theo quy tắc cộng : $P = P_3 + P_4 + P_5$.

Bây giờ ta cần tìm giá trị của P_3 , P_4 , P_5 ?

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Nhân

❖ Trả lời (tiếp):

- **Chữ cái đầu tiên:** Chọn 1 trong 52 ký tự (gồm 26 chữ hoa và 26 chữ thường).
- **Hai ký tự tiếp theo:** Chọn 1 trong 62 khả năng (gồm 52 chữ cái và 10 chữ số), nên có $62 \times 62 = 3844$ cách.
- **Loại trừ xâu không có ký tự số:** Trừ đi số xâu chỉ chứa chữ cái là $52 \times 52 = 2704$ cách.
- **Áp dụng nguyên lý nhân:** $P_3 = 52 \times (62^2 - 52^2) = 59,280$

❖ Trả lời (tiếp):

Tương tự:

$$P_4 = 52 \times (62^3 - 52^3)$$

$$P_5 = 52 \times (62^4 - 52^4)$$

Tổng số mật khẩu:

$$P = P_3 + P_4 + P_5 = 52 \cdot (62^2 - 52^2) + 52 \cdot (62^3 - 52^3) + 52 \cdot (62^4 - 52^4) = 392,307,160$$

Nguyên Lý Nhân trong Ngôn Ngữ Tập Hợp

- ❖ Nếu A_1, A_2, \dots, A_k là các tập hợp hữu hạn, thì số phần tử của tích Descartes của các tập hợp này bằng tích số phần tử của mọi tập thành phần:

$$| A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k | = | A_1 | \cdot | A_2 | \dots | A_k |$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Nhân

❖ Ví dụ:

Biển số đăng ký xe máy tại Đà Nẵng có dạng: 43 AX XXXX. Hỏi tổng số xe tối đa đăng ký tại Đà Nẵng là bao nhiêu? (Trong đó A là chữ cái viết hoa và X là ký tự số).

❖ Trả lời:

- Gọi A_1 là tập hợp các kí tự alphabet viết hoa $A_1 = \{A, B, C, \dots, Z\}$, $|A_1| = 26$.
- Gọi A_2 là tập hợp các kí tự số, $A_2 = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, $|A_2| = 10$
- Thành phần 43 là cố định, muốn chọn 1 số đăng kí xe máy, ta chọn một phần tử của tích Decartes sau: $A_1 \times A_2 \times A_2 \times A_2 \times A_2$.
- Theo nguyên lý nhân, tổng số xe máy đăng ký tối đa tại Đà Nẵng là:

$$|A_1| \cdot |A_2| \cdot |A_2| \cdot |A_2| \cdot |A_2| \cdot |A_2| = 26 \cdot 10^5 = 2,600,000 \text{ xe}$$

2. Bài Tập Về Nguyên Lý Cộng và Nhân

- ❖ Có bao nhiêu tên biến độ dài 10, chỉ chứa hai chữ cái A và B, bắt đầu bởi AAA hoặc ABA?

Tập các tên biến cần đếm được chia thành hai nhóm:

AAA _ _ _ _ _

- ❖ **Tên biến bắt đầu bằng AAA:**

- Sau AAA, còn 7 ký tự, mỗi ký tự có 2 lựa chọn (A hoặc B).
- Số cách chọn: $2^7=128$

- ❖ **Tên biến bắt đầu bằng ABA:**

- Sau ABA, cũng còn 7 ký tự, mỗi ký tự có 2 lựa chọn.
- Số cách chọn: $2^7=128$.

- ❖ Theo nguyên lý cộng, tổng số tên biến là: $128+128=256$

2. Bài Tập Về Nguyên Lý Cộng và Nhân

❖ 1. Đếm số n gồm 2 chữ số:

- a) n chẵn
- b) n lẻ
- c) n lẻ gồm 2 chữ số khác nhau
- d) n chẵn gồm 2 chữ số khác nhau

(c) Số lẻ, hai chữ số khác nhau:

- Hàng chục: 1-9 (9 cách).
 - Hàng đơn vị: 1, 3, 5, 7, 9 (5 cách, trừ đi trùng với hàng chục còn 4 cách).
- Tổng: $9 \times 4 = 36$.

(d) Số chẵn, hai chữ số khác nhau:

- Hàng chục: 1-9 (9 cách).
 - Hàng đơn vị: 0, 2, 4, 6, 8 (5 cách, trừ đi trùng với hàng chục còn 4 cách).
- Tổng: $9 \times 4 = 36$.

(a) Số chẵn:

Chữ số hàng chục: 1-9 (9 cách),
hàng đơn vị: 0, 2, 4, 6, 8 (5 cách).
→ Tổng: $9 \times 5 = 45$.

(b) Số lẻ:

Chữ số hàng chục: 1-9 (9 cách),
hàng đơn vị: 1, 3, 5, 7, 9 (5 cách).
→ Tổng: $9 \times 5 = 45$.

2. Bài Tập Về Nguyên Lý Cộng và Nhân

- ❖ 2. Phiếu trắc nghiệm 10 câu hỏi:
 - a) **Mỗi câu hỏi đều được trả lời:** Có bao nhiêu cách điền một phiếu trắc nghiệm nếu các câu hỏi đều được trả lời.
 - b) **Có thể bỏ trống:** Có bao nhiêu cách điền một phiếu trắc nghiệm nếu có thể bỏ trống một số câu hỏi.
- ❖ 3. Tính số lượng người có tên họ viết tắt bằng 3 chữ cái khác nhau, trong đó không có chữ cái nào được lặp lại.

2. Bài Tập Về Nguyên Lý Cộng và Nhân

- ❖ 4. Trên giá sách có 6 quyển sách khác nhau tiếng Anh, 8 quyển sách khác nhau tiếng Pháp, và 10 quyển sách khác nhau tiếng Đức.
 - a) Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách cùng ngôn ngữ
 - b) Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách, mỗi thứ một quyển
 - c) Có bao nhiêu cách chọn 2 quyển sách 2 ngôn ngữ
- ❖ 5. Một bữa tiệc có 15 cặp vợ chồng. Tính số cách chọn ra một ông và một bà sao cho:
 - a) Họ là vợ chồng
 - b) Họ không là vợ chồng
- ❖ 6. Đếm số số chẵn gồm 3 chữ số mà không lặp chữ số

- ❖ 1. Đếm số n gồm 2 chữ số:
 - a) n chẵn: **$5 \times 9 = 45$ cách.**
 - b) n lẻ: **$5 \times 9 = 45$ cách.**
 - c) n lẻ gồm 2 chữ số khác nhau: **$5 \times 8 = 40$ cách.**
 - d) n chẵn gồm 2 chữ số khác nhau: **$5 \times 8 = 40$ cách.**
- ❖ 2. Phiếu trắc nghiệm 10 câu hỏi:
 - a) Mỗi câu hỏi đều được trả lời: **4^{10}**
 - b) Có thể bỏ trống: **5^{10}**
- ❖ 3. Tên viết tắt bằng 3 chữ cái khác nhau: **$26 \times 25 \times 24$**

- ❖ 4. Trên giá sách có 6 quyển sách khác nhau tiếng Anh, 8 quyển sách khác nhau tiếng Pháp, và 10 quyển sách khác nhau tiếng Đức.
 - a) Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách cùng ngôn ngữ: **$20+56+120=196$ cách.**
 - b) Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách, mỗi thứ một quyển: **$6\times 8\times 10=480$ cách.**
 - c) Có bao nhiêu cách chọn 2 quyển sách 2 ngôn ngữ: **$48+60+80=188$ cách.**
- ❖ 5. Một bữa tiệc có 15 cặp vợ chồng. Tính số cách chọn ra một ông và một bà sao cho:
 - a) Họ là vợ chồng: 15 cách
 - b) Họ không là vợ chồng: $15\times 15-15=210$
- ❖ 6. Đếm số số chẵn gồm 3 chữ số mà không lặp chữ số:
 - Trường hợp chữ số cuối là 0: $9\times 8=72$ cách.
 - Trường hợp chữ số cuối là 2, 4, 6, hoặc 8: $4\times 64=256$ cách.

Tổng số cách: $72+256=328$ cách.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ

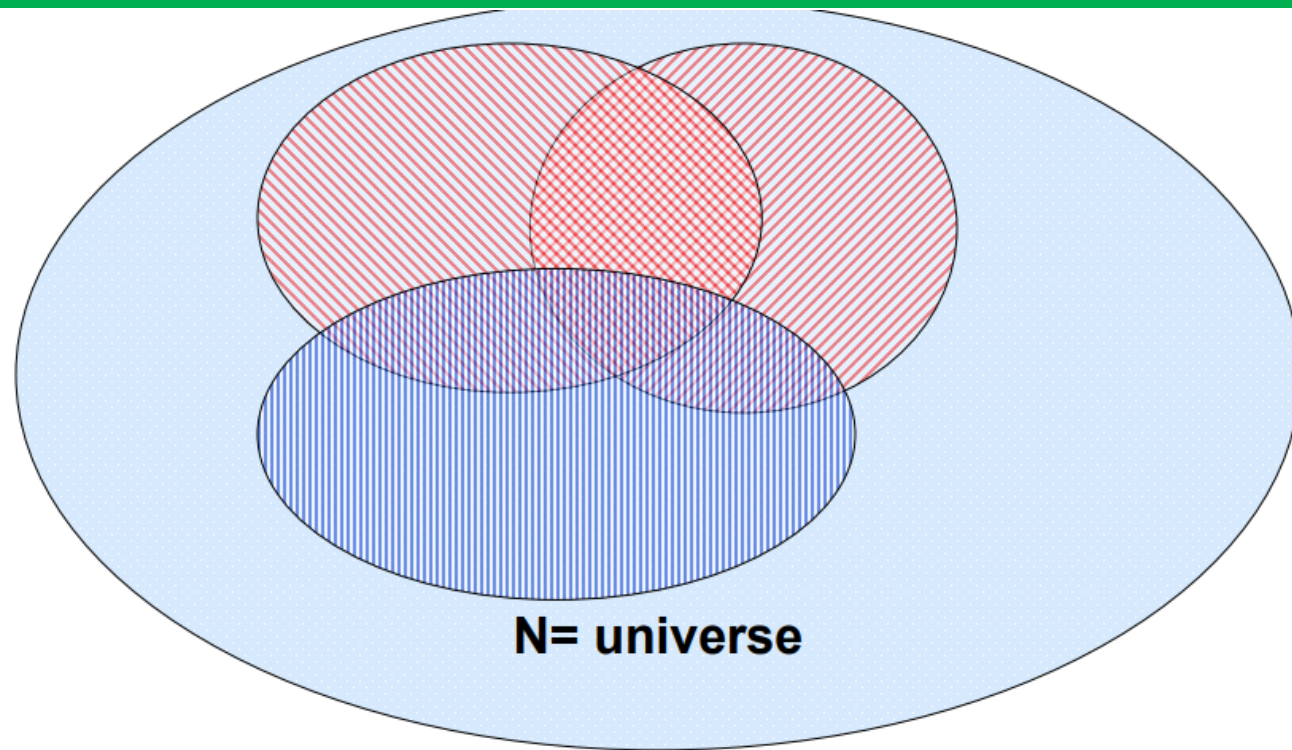
❖ Đặt vấn đề:

- Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài 8 bắt đầu hoặc kết thúc bằng 01?

❖ Trả lời:

- Tách bài toán thành hai phần:
 - Tìm số xâu nhị phân độ dài 8 bắt đầu bằng 01 (gọi là T_1).
 - Tìm số xâu nhị phân độ dài 8 kết thúc bằng 01 (gọi là T_2).
 - Lưu ý: Sẽ có những xâu bắt đầu bằng 01 nhưng cũng kết thúc bằng 01 (gọi là T_3).
- Nếu áp dụng nguyên lý cộng, tổng T_1+T_2 sẽ là đáp án của bài toán. Tuy nhiên, vì có những xâu sẽ được cộng hai lần (vừa bắt đầu bằng 01 vừa kết thúc bằng 01), ta không thể áp dụng nguyên lý cộng cho bài toán này mà phải dùng nguyên lý bù trừ để loại bỏ các trường hợp trùng lặp.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ



- ❖ Tính \overline{N} là số phần tử không thuộc 3 tập hợp trên N \Rightarrow đếm số phần tử thuộc 3 tập hợp trên (dễ hơn)

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ

❖ Đặt vấn đề:

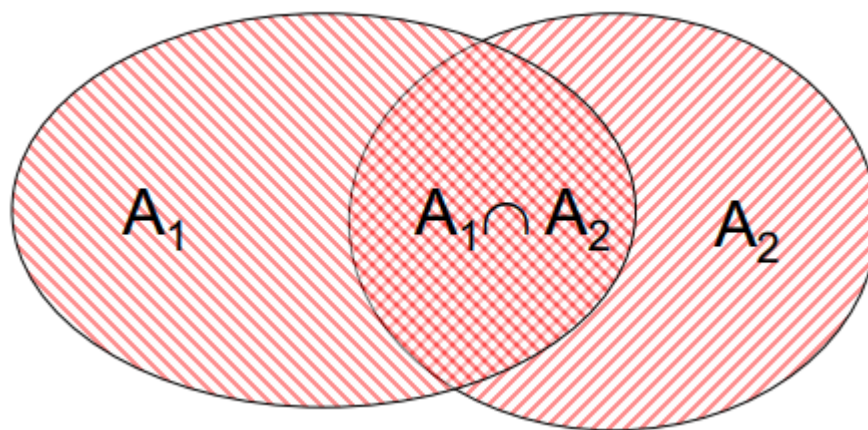
Khi hai công việc có thể được làm đồng thời, ta không thể dùng nguyên lý cộng để tính số cách thực hiện nhiệm vụ gồm cả hai việc. Để tính đúng số cách thực hiện nhiệm vụ này, ta cộng số cách làm mỗi một trong hai việc rồi trừ đi số cách làm đồng thời cả hai việc.

❖ Phát biểu Nguyên Lý Bù Trừ bằng Ngôn Ngữ Tập Hợp:

Cho hai tập hữu hạn A_1 và A_2 , khi đó số phần tử của hợp A_1 và A_2 được tính bằng:

$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ



$$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ

Nguyên lý bù trừ tổng quát:

❖ Với ba tập hợp hữu hạn A_1, A_2, A_3 , ta có:

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_2 \cap A_3| - |A_3 \cap A_1| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

❖ Bằng quy nạp, với k tập hữu hạn A_1, A_2, \dots, A_k ta có:

$$❖ |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k| = N_1 - N_2 + N_3 - \dots + (-1)^{k-1} N_k,$$

❖ Trong đó N_m ($1 \leq m \leq k$) là tổng phần tử của tất cả các giao m tập lấy từ k tập đã cho, nghĩa là:

$$N_m = \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq k} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_m}|$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ

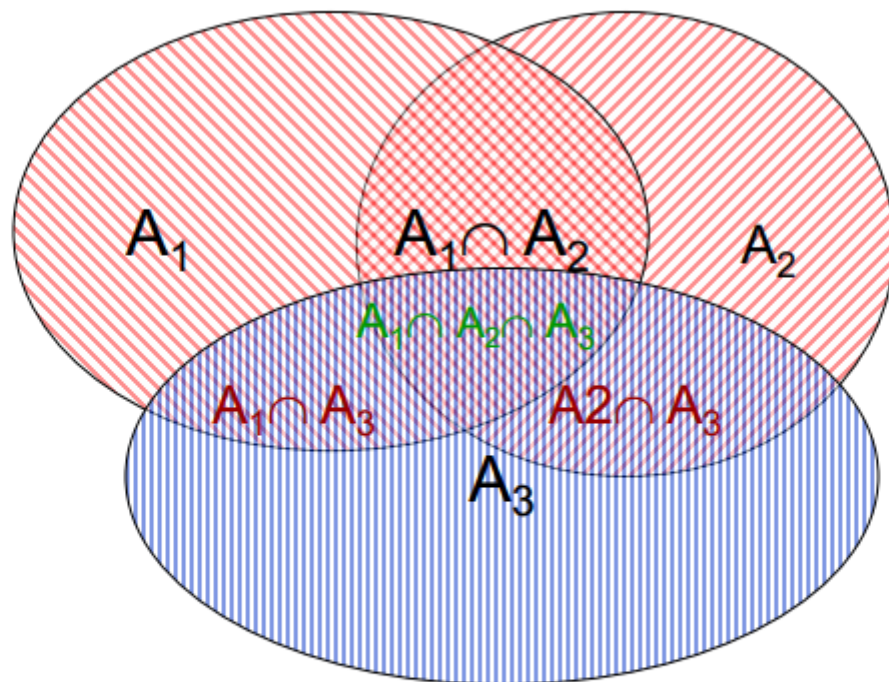
Nguyên lý bù trừ tổng quát (2):

- ❖ Giả sử ta đồng nhất tập A_m ($1 \leq m \leq k$) với tính chất A_m cho trên tập vũ trụ hữu hạn U nào đó và đếm xem có bao nhiêu phần tử của U sao cho không thỏa mãn bất kỳ một tính chất A_m nào. Gọi N là số phần tử của U . Ta có:

$$N = |U| - \sum_{i=1}^k |A_i| + \sum_{1 \leq i < j \leq k} |A_i \cap A_j| - \sum_{1 \leq i < j < l \leq k} |A_i \cap A_j \cap A_l| + \dots + (-1)^k |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k|$$

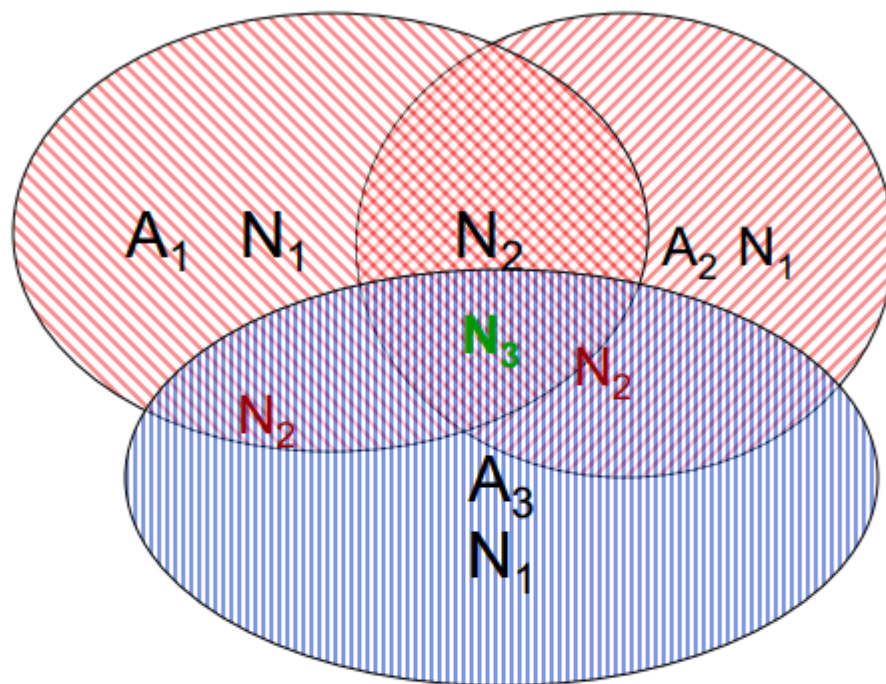
- ❖ Trong đó, N_m là tổng số phần tử của U thỏa mãn m tính chất lấy từ k tính chất đã cho. Công thức này được gọi là nguyên lý bù trừ. Nó cho phép tính qua các N_m trong trường hợp các số này dễ tính toán hơn.

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ



$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_2 \cap A_3| - |A_3 \cap A_1| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ



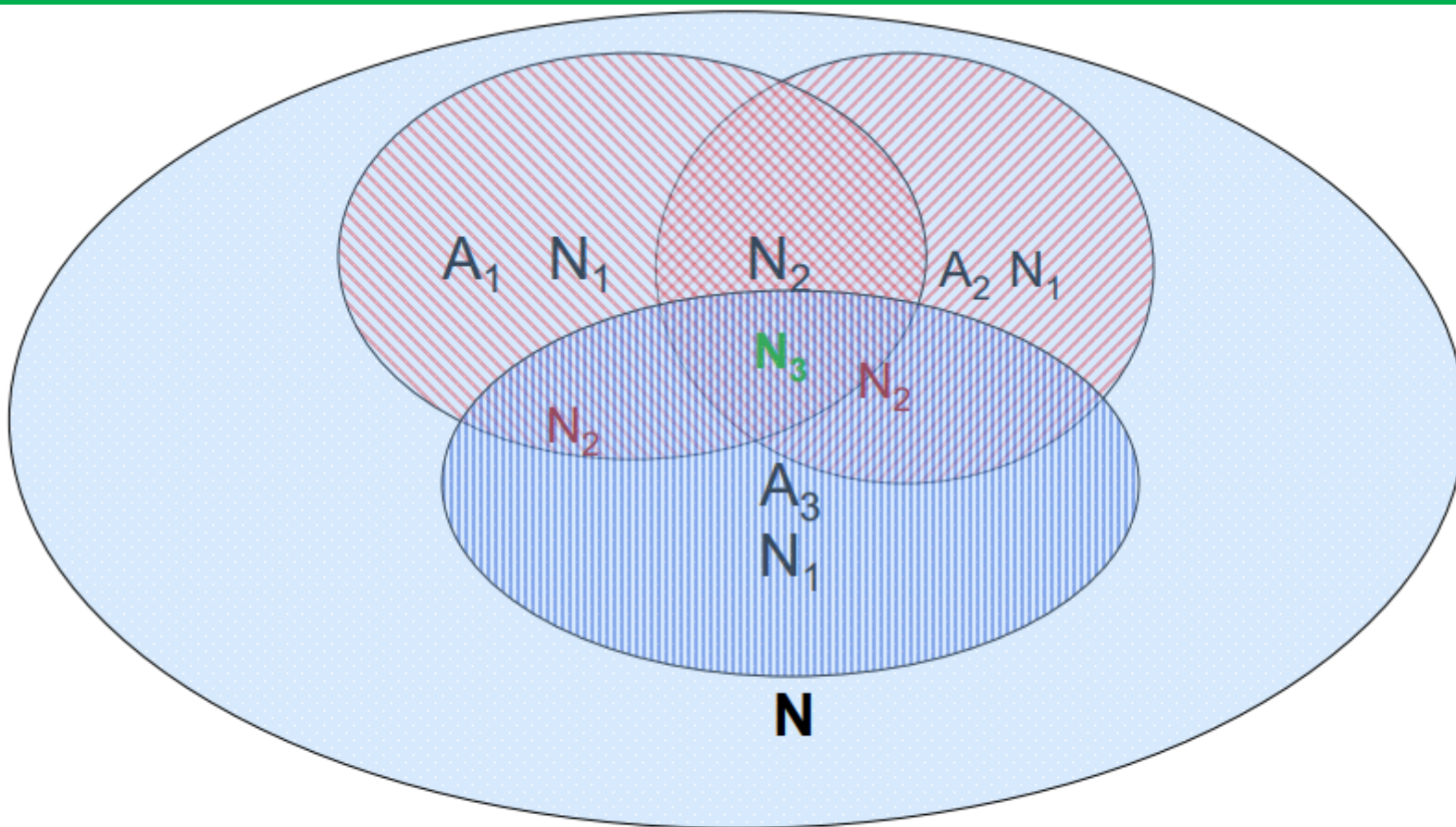
$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = N_1 - N_2 + N_3$$

Trong đó: $N_1 = |A_1| + |A_2| + |A_3|$

$$N_2 = |A_1 \cap A_2| + |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_3|$$

$$N_3 = |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ



$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = N_1 - N_2 + N_3$$

$$\overline{N} = N - (N_1 - N_2 + N_3)$$

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ

Bài toán

Cho một tập hợp các số từ 1 đến 100. Hãy đếm số lượng các số chia hết cho 2 hoặc 3.

```
def count_numbers_divisible_by_2_or_3(n):  
    # Đếm số lượng các số chia hết cho 2  
    count_div_2 = n // 2  
  
    # Đếm số lượng các số chia hết cho 3  
    count_div_3 = n // 3  
  
    # Đếm số lượng các số chia hết cho cả 2 và 3 (chia hết cho 6)  
    count_div_2_3 = n // 6  
  
    # Tính số lượng các số chia hết cho 2 hoặc 3  
    count_divisible = count_div_2 + count_div_3 - count_div_2_3  
  
    return count_divisible  
  
# Số lượng các số từ 1 đến 100 chia hết cho 2 hoặc 3  
result = count_numbers_divisible_by_2_or_3(100)  
print("Số lượng các số chia hết cho 2 hoặc 3 là:", result)
```

2. Cơ Sở của Phép Đếm: Nguyên Lý Bù Trừ

❖ Ví dụ 1:

Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài 8 mà không bắt đầu bằng 01 hoặc không kết thúc bởi 01?

- Tổng số xâu: $2^8=256$.
- Số xâu **bắt đầu bằng 01**: $2^6=64 \rightarrow |A|=256-64=192$.
- Số xâu **kết thúc bằng 01**: $2^6=64 \rightarrow |B|=192$.
- Số xâu **vừa bắt đầu vừa kết thúc bằng 01**: $|A \cap B| = 2^4=16$.

Áp dụng nguyên lý bù trừ:

$$|A \cup B| = 192 + 192 - 16 = 240.$$

❖ Ví dụ 2:

Một lớp gồm 50 sinh viên, có 30 sinh viên nữ, và có 35 sinh viên tóc vàng. Chứng tỏ rằng có ít nhất 15 sinh viên nữ tóc vàng.

Gọi:

- $N=50$ là tổng số sinh viên.
- $A=30$ là số sinh viên nữ.
- $B=35$ là số sinh viên tóc vàng.

Áp dụng **Nguyên lý bù trừ**:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Thay số:

$$50 \geq 30 + 35 - |A \cap B|$$

$$|A \cap B| \geq 30 + 35 - 50 = 15$$

❖ Viết thuật toán đếm số lượng số nhị phân độ dài 10 có ít nhất 2 chữ số 1.

Áp dụng nguyên lý bù trừ:

1. Tổng số xâu nhị phân độ dài 10: $2^{10}=1024$.

2. Số xâu có 0 chữ số 1 (chỉ chứa toàn 0): 1 (là '0000000000')

3. Số xâu có đúng 1 chữ số 1:

- Chọn 1 vị trí bất kỳ trong 10 vị trí để đặt 1, còn lại là 0.
- Số cách chọn: 10.

4. Áp dụng nguyên lý bù trừ: $1024-(1+10)=1024-11=1013$.

2. BÀI TẬP

- ❖ Câu 1. Trên giá sách có 6 quyển sách khác nhau tiếng Anh, 8 quyển sách khác nhau tiếng Pháp, và 10 quyển sách khác nhau tiếng Đức.
 - a) Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách cùng ngôn ngữ
 - b) Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách, mỗi thứ một quyển
 - c) Có bao nhiêu cách chọn 2 quyển sách 2 ngôn ngữ
- ❖ Câu 2. Một bữa tiệc có 15 cặp vợ chồng. Tính số cách chọn ra một ông và một bà sao cho:
 - a) Họ là vợ chồng
 - b) Họ không là vợ chồng
- ❖ Câu 3. Đếm số n gồm 2 chữ số, nếu:
 - a) n chẵn
 - b) n lẻ
 - c) n lẻ gồm 2 chữ số khác nhau
 - d) n chẵn gồm 2 chữ số khác nhau

2. BÀI TẬP (tt)

❖ Câu 4.

- a) Mật khẩu máy tính gồm 1 chữ cái và 3 hoặc 4 chữ số. Tính số mật khẩu khác nhau có thể có.
- b) Như trên nhưng không lặp chữ số

❖ Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên trong 100000 số đầu tiên có đúng 1 số 3, 1 số 4, 1 số 5

❖ Câu 6. Đếm số số chẵn gồm 3 chữ số mà không lặp chữ số

❖ Câu 7: Đếm số nguyên dương không quá 100 chia hết cho 3 hoặc 7.

XIN CẢM ƠN
THẦY CÔ VÀ CÁC BẠN ĐÃ LẮNG NGHE