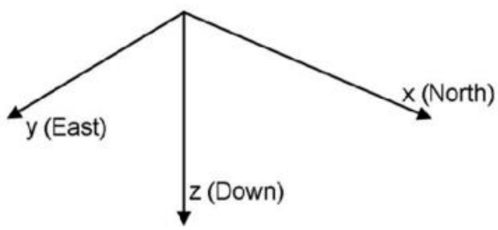
Complementary Filter DCM algorithm

Cảm biến IMU và các lý thuyết về bộ ước lượng góc quay ba trục
Bộ ước lượng góc quay ba trục (hay còn gọi là IMU – Inertial Measurement Unit – Bộ đo lường quán tính) là hệ thống ước lượng ba góc nghiêng Euler trong không gian của vật thể. Ba góc Euler được định nghĩa là góc lệnh giữa ba trục trên vật thể so với trục chuẩn, chiêu dương góc quay xác định theo quy tắc bàn tay phải. Hệ trục chuẩn được quy định ở đây là NED (Bắc-Đông-Hướng Xuống) gắn liền với mặt đất, hệ trục gắn liền với vật thể là hệ trực Descartes với ba trục x,y,z dọc theo hệ trục của các cảm biến trên IMU. Kí hiệu ba góc quay lần lượt là:

Roll: góc quay theo trục x, kí hiệu $\phi\,(-\pi \le \phi \le \pi)$

Pitch: góc quay theo trục y, kí hiệu $\theta\,(-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2})$

Yaw: góc quay theo trục z, kí hiệu $\psi\,(-\pi \le \psi \le \pi)$



Một thế thống IMU thông thường sẽ gồm ba loại cảm biến Gia tốc (Accelerometer), vận tốc quay (Gyroscope) và Từ trường (Magnetometer).
Trên IMU có thể thêm cảm biến nhiệt độ để bù nhiệt cho các cảm biến hay cảm biến áp suất đo độ cao…
Việc đọc các giá trị cảm biến đó đòi hỏi phải đưa qua một bộ lọc để đưa ra các góc Euler, một số thuật toán cho bộ lọc: bộ lọc bù (Complementary Filter) và lọc Kalman (Kalman Filter) hay bộ lọc AHRS.
Bộ lọc bù có ưu thế hơn thì tính toán đơn giản cũng như thời gian tính toán ít.

Sau đây sẽ trình bày thuật toán bộ lọc bù (Complementary Filter) để đưa ra các góc Euler
Khởi tạo các ma trận:
Với 9 giá trị đọc về:
Magneto [X Y Z]
Accelerometer [X Y Z]
Gyroscope [X Y Z]
Gọi vector I là vector đại diện trục X (North)
Vector K là vector đại diện cho trục Z (Download)
Ta sẽ có như sau:

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Magneto}_X \\ \text{Magneto}_Y \\ \text{Magneto}_Z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Accelerometer_X \\ -Accelerometer_Y \\ -Accelerometer_Z \end{pmatrix}$$

Gọi vector J là tích vector có hướng của vector K và vector I:

$$\vec{J} = \left[\vec{K}, \vec{I}\right]$$

Sau đó tính lại vector I là tích có hướng vector J và K:

$$\vec{I} = \left[\vec{J}, \vec{K}\right]$$

Sau đó chuẩn hóa các vector I, J, K

$$\vec{I} = \frac{1}{\left|\vec{I}\right|}(\vec{I})$$

$$\vec{J} = \frac{1}{\left|\vec{J}\right|}(\vec{J})$$

$$\vec{K} = \frac{1}{\left|\vec{K}\right|}(\vec{K})$$

Ta đưa được tọa độ vật về tọa độ NED.

Cập nhật giá trị tọa độ:
Sau khi khởi tạo I, J, K ta cần phải tính thêm giá trị Delta và tính được tọa độ hiện tại
Gọi I', J', K' là các vector đo được lần tiếp theo:
Ta sẽ có như sau:

$$\begin{pmatrix} I'_0 \\ I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Magneto}_X \\ \text{Magneto}_Y \\ \text{Magneto}_Z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} K'_0 \\ K'_1 \\ K'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Accelerometer_X \\ -Accelerometer_Y \\ -Accelerometer_Z \end{pmatrix}$$

Gọi vector J là tích vector có hướng của vector K và vector I:

$$\vec{J}' = \left[\vec{K}', \vec{I}'\right]$$

Sau đó tính lại vector I là tích có hướng vector J và K:

$$\vec{I}' = \left[\vec{J}', \vec{K}'\right]$$

Đồng thời chuẩn hóa các vector giúp việc tính toán dễ hơn:

$$\vec{I}' = \frac{1}{\left|\vec{I}'\right|}(\vec{I}')$$

$$\vec{K}' = \frac{1}{\left|\vec{K}'\right|}(\vec{K}')$$

Gọi vector T là tích có hướng của vector K và vector K'

$\vec{T} = \left[\vec{K}, \vec{K}'\right]$ đồng thời nhân vector với hệ số của Accelerometer ta được vector Delta

$$\overrightarrow{Delta} = \vec{T} * ScaleA$$

Tiếp tục tính từ các giá trị Gyro (gia tốc góc) ra giá trị góc:

$$\vec{T} = \overrightarrow{Gyro} * \vartriangle T * \text{ScaleG}$$
$$\overrightarrow{Delta} = \overrightarrow{Delta} + \vec{T}$$

Tương tự giá trị còn lại: Magneto

$\vec{T} = \left[\vec{I}, \vec{I'}\right]$ đồng thời nhân vector với hệ số của Accelerometer ta được vector Delta

$$\vec{T} = \vec{T} * ScaleM$$

$$\overrightarrow{Delta} = \overrightarrow{Delta} + \vec{T}$$

Sau khi tính được vector Delta từ giá trị Accelerometer, Magneto và Gyro
Ta bắt đầu cập nhật lại các vector về tọa độ NED:

$$\vec{I'} = \left[\overrightarrow{Delta}, \vec{I}\right]$$
$$\vec{I} = \vec{I} + \vec{I'}$$

$$\vec{K'} = \left[\overrightarrow{Delta}, \vec{K}\right]$$
$$\vec{K} = \vec{K} + \vec{K'}$$

Gọi ERR là sai số sau khi tính toán từ Magneto và Accellerometer. Ta có sau:

$$ERR = \vec{I}\vec{K} * -\frac{1}{2}$$
$$\vec{I'} = \vec{I}.ERR$$

$$\vec{K'} = \vec{K}.ERR$$

Sau đó chuẩn hóa các Vector:

$$\vec{I} = \vec{I} \times \frac{1}{2} \times (3 - \vec{I}.\vec{I})$$
$$\vec{K} = \vec{K} \times \frac{1}{2} \times (3 - \vec{K}.\vec{K})$$
$$\vec{J} = \vec{K} \times \vec{I}$$

Sau đó cập nhật tiếp các giá trị cảm biến đưa về với thời gian DeltaT

Từ ma trận xoay muốn đưa về các góc Euler ta dùng công thức sau:
Với các vector I,J,K ta thu về được ma trận DCM:

$$\begin{pmatrix} I \\ J \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix}$$

$$\phi = a\tan 2(a_{32}, a_{33})$$
$$\theta = -a\sin(a_{31})$$
$$\psi = a\tan 2(a_{21}, a_{11})$$

Chuyển đổi góc Euler sang Degrees

$$\phi = \phi.\frac{180}{\pi}$$
$$\theta = \theta.\frac{180}{\pi}$$
$$\psi = \psi.\frac{180}{\pi}$$
$$\psi < 0 \rightarrow \psi = \psi + 360$$