# PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN MỜ-TRƯỢT CHO HỆ PENDUBOT

## A METHOD OF FUZZY-SLIDING MODE CONTROL FOR PENDUBOT MODEL

# Vũ Đình Đạt, Huỳnh Xuân Dũng, Phan Văn Kiểm, Nguyễn Minh Tâm, Nguyễn Văn Đông Hải

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. Hồ Chí Minh; dinhdat14151025hcmute@gmail.com

Tóm tắt - Điều khiển ổn định cho hệ thống SIMO (Single Input — Multi Output) luôn là vấn đề cơ bản và quan trọng trong kỹ thuật điều khiển. Trong các hệ thống SIMO, pendubot là mô hình có kết cấu cơ khí không quá phức tạp, có độ phi tuyến cao nên được nhiều nhà nghiên cứu sử dụng để kiểm tra giải thuật điều khiển trong phòng thí nghiệm. Trong bài báo này, nhóm tác giả sử dụng giải thuật mờ trượt (Fuzzy Sliding Mode Control-FSMC) để giải quyết bài toán cân bằng tại vị trí TOP của mô hình pendubot. Ý tưởng chính của phương pháp này là sử dụng giải thuật mờ kết hợp với giải thuật đi truyền đề lựa chọn thông số điều khiển cho bộ điều khiển trượt (Sliding Mode Control – SMC). Chất lượng điều khiển khi sử dụng FSMC tốt hơn khi sử dụng SMC và kết quả được chứng minh thông qua mô phỏng trên Matlab/Simulink và thực nghiêm.

**Từ khóa -** pendubot; mô hình SIMO; giải thuật trượt; giải thuật mờ; giải thuật mờ trượt; điều khiển cân bằng.

# 1. Đặt vấn đề

Pendubot là mô hình under-actuated SIMO kinh điển. có độ phi tuyến cao, được ứng dụng trong việc kiểm tra giải thuật trong phòng thí nghiệm của nhiều trường đại học. Điều khiển ổn định pendubot tại vị trí TOP và vị trí MID là hai bài toán chính khi nghiên cứu loại mô hình này. Nhiều tác giả đã sử dụng bộ điều khiển tuyến tính, như bộ điều khiển PID [1] hay LQR [2] nhưng không thể cân bằng hệ thống trong pham vi rộng do bản chất bộ điều khiển. Các tác giả khác sử dụng giải thuật điều khiển thông minh, như logic mờ [3, 4] hay Neural [5] và kết quả được chứng minh là hoat đông tốt. Tuy nhiên, việc thiếu thông số của hệ thống thực từ phương trình động học làm cho việc thiết kế bộ điều khiển rất khó khăn. Hơn thế, điều khiển thông minh không được đảm bảo bằng toán học. Do đó, một hướng giải quyết được đề nghị là áp dụng bộ điều khiển phi tuyến để sư ổn định của hệ thống được đảm bảo thông qua toán học. Trong điều khiển phi tuyến, thông dụng nhất là bộ điều khiển trượt [6-8]. Tuy nhiên, bộ điều khiển này có một bất lợi lớn, đó là hiện tượng "chattering" – tín hiệu điều khiển dao động xung quanh mặt phẳng trượt.

Trong bài báo này, giải thuật fuzzy được áp dụng để lựa chọn thông số điều khiển. Khi đó, hiện tượng "chattering" bị loại bỏ hẳn trong khi những chỉ tiêu chất lượng khác vẫn tốt.

# 2. Giải quyết vấn đề

### 2.1. Phương trình động học của hệ Pendubot

Theo [1], ta có cấu trúc của mô hình pendubot như Hình 1. Thông số của hệ thống được thể hiện ở Bảng 1 bên dưới.

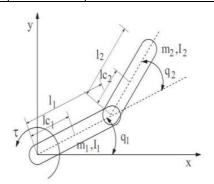
Bảng 1. Thông số hệ thống

Ký hiệu	Đơn vị	Mô tả	
$m_1$	Kg	Khối lượng link 1	
l <sub>1</sub>	M	Chiều dài link 1	
l <sub>c1</sub>	m	Khoảng cách từ trục động cơ đến trọng tâm link 1	

**Abstract** - Stabilizing control for SIMO system is a basic and important problem in control technology. Among SIMO systems, pendubot is a model which has a non-complex mechanical structure and is high-nonlinear. Therefore, this model is used by many researchers for testing control theory in the laboratories. In this paper, authors use Fuzzy Sliding Mode Control (FSMC) to stabilize pendubot in TOP position. The method is designed from a new idea of combining fuzzy algorithm and genetic algorithm to select control parameter for Sliding Mode Control (SMC). Control quality under FSMC is proved to be better than that through SMC through Matlab/Simulink simulation and experimental results.

**Key words -** pendubot; SIMO system; sliding mode control; fuzzy algorithm; fuzzy-sliding mode control; balance control.

$I_1$	kg.m <sup>2</sup>	Mô-men quán tính của link 1	
m <sub>2</sub>	kg	Khối lượng link 2	
$l_2$	m	Chiều dài link 2	
$l_{c2}$	m	Khoảng cách từ trục encoder đến trọng tâm link 2	
$I_2$	kg.m <sup>2</sup>	Mô-men quán tính của link 2	
G	m/s <sup>2</sup>	Gia tốc trọng trường	
Kt	Nm/A	Hằng số mô-men	
Kb	V/(rad/s)	Hằng số phản điện	
R <sub>m</sub>	Ohm	Điện trở động cơ	
$J_{\rm m}$	Kg.m <sub>2</sub>	Mô-men quán tính của rotor	
C <sub>m</sub>	Nm/(rad/s)	Hệ số ma sát nhớt	



Hình 1. Cấu trúc của mô hình pendubot

Dùng phương pháp Euler-Lagrange [3], ta có phương trình động học của hệ thống pendubot như sau:

$$M(q)\ddot{q} + B(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \tag{1}$$

Với:  $q = [q_1 \ q_2]^T$ .  $q_1$  là góc giữa link 1 và trục hoành (Ox),  $q_2$  là góc giữa link 1 và link 2.

 $\tau = \left[ \tau_m \ 0 \right]^T \ \text{là tín hiệu điều khiển - mô-men của}$  động cơ đặt vào link 1.

$$\begin{split} M(q) = & \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3 \cos(q_2) & \beta_2 + \beta_3 \cos(q_2) \\ \beta_2 + \beta_3 \cos(q_2) & \beta_2 \end{bmatrix}; \\ B(q, \dot{q}) = & \begin{bmatrix} -\beta_3 \sin(q_2) \dot{q}_2 & -\beta_3 \sin(q_2) \dot{q}_2 - \beta_3 \sin(q_2) \dot{q}_1 \\ \beta_3 \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}; \\ G(q) = & \begin{bmatrix} \beta_4 g \cos(q_1) + \beta_5 g \cos(q_1 + q_2) \\ \beta_5 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}; \\ \beta_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \cdot \beta_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2 ; \beta_3 = m_2 l_1 l_{c2}; \end{split}$$

Do tín hiệu điều khiển của hệ thống pendubot trong thực tế là điện áp cấp cho động cơ nên việc tìm mối liên hệ giữa mô-men và điện áp là cần thiết. Theo [9] và qua một số phép biến đổi đơn giản, ta có được phương trình sau:

$$\tau_{m} = \frac{K_{t}}{R_{m}} u - \left(\frac{K_{t} K_{b}}{R_{m}} + C_{m}\right) \dot{q}_{1} - J_{m} \ddot{q}_{1} \tag{2}$$

$$\text{ Dặt } K_1 \! = \! \frac{K_t}{R_m}; \ K_2 \! = \! \frac{K_t K_b}{R_m} \! + \! C_m; K_3 \! = \! J_m;$$

 $\beta_{4} = m_{1}l_{c1} + m_{2}l_{1}; \ \beta_{5} = m_{2}l_{c2}$ 

 $x_1 = q_1$ ;  $x_2 = \dot{q}_1$ ;  $x_3 = q_2$ ;  $x_4 = \dot{q}_2$  và kết hợp với (1) ta được:

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{3}$$

$$\dot{x}_2 = f_1(x) + b_1(x)u \tag{4}$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \tag{5}$$

$$\dot{x}_4 = f_2(x) + b_2(x)u \tag{6}$$

Với

$$f_{1}(x) = \frac{1}{K_{3}\beta_{2} + \beta_{1}\beta_{2} - \beta_{3}^{2}\cos^{2}(x_{3})}.$$

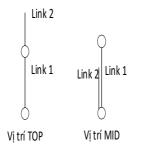
$$\begin{bmatrix} \beta_{2}\beta_{3}\sin(x_{3})(x_{2} + x_{4})^{2} + \beta_{3}^{2}\sin(x_{3})\cos(x_{3})x_{2}^{2} \\ -\beta_{2}\beta_{4}g\cos(x_{1}) + \beta_{3}\beta_{5}g\cos(x_{3})\cos(x_{1} + x_{3}) - K_{2}\beta_{2}x_{2} \end{bmatrix}$$

$$b_{1}(x) = \frac{\beta_{2}K_{1}}{K_{3}\beta_{2} + \beta_{1}\beta_{2} - \beta_{3}^{2}\cos^{2}(x_{3})}$$
(8)

$$f_{2}(x) = \frac{1}{K_{3}\beta_{2} + \beta_{1}\beta_{2} - \beta_{3}^{2}\cos^{2}(x_{3})}$$

$$\begin{bmatrix} (-\beta_{3}\sin(x_{3})(\beta_{2} + \beta_{3}\cos(x_{3}))(x_{2} + x_{4}))^{2} - \\ \beta_{3}\sin(x_{3})x_{2}^{2}(\beta_{1} + \beta_{3}\cos(x_{3})) - \beta_{5}g\cos(x_{1} + x_{3})(K_{3} + \beta_{1} + \beta_{3}\cos(x_{3})) \\ + \beta_{4}g\cos(x_{1})(\beta_{2} + \beta_{3}\cos(x_{3})) + K_{2}x_{2}(\beta_{2} + \beta_{3}\cos(x_{3})) - K_{3}\beta_{3}x_{2}^{2}\sin(x_{3}) \end{bmatrix}$$
(9)

$$b_2(x) = \frac{-\beta_2 - \beta_3 \cos(x_3) K_1}{K_3 \beta_2 + \beta_1 \beta_2 - \beta_3^2 \cos^2(q_2)}$$
(10)



Hình 2. Vị trí cân bằng của pendubot

Hai vị trí cân bằng phổ biến trong việc điều khiến hệ pendubot là vị trí TOP và vị trí MID như trong Hình 2. Trong bài báo này, nhóm tác giả điều khiển hệ pendubot tại vị trí TOP. Ta đặt biến trạng thái mới  $X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \end{bmatrix}^T$  để thay thế  $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$ . Mục đích là để lái biến trạng thái X về 0 khi hệ thống ổn định. Theo hệ trực tọa độ như Hình 1, X sẽ được đặt như sau:  $X_1 = x_1 - \frac{\pi}{2}$ ;  $X_2 = x_2$ ;

$$X_3 = x_3$$
;  $X_4 = x_4$ . Thay  $x_1 = X_1 + \frac{\pi}{2}$ ,  $x_2 = X_2$ ,  $x_3 = X_3$ ,  $x_4 = X_4$  vào  $f_1(x)$ ,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_2(x)$  ta được  $f_1(X)$ ,  $f_1(X)$ ,  $f_2(X)$ ,  $f_2(X)$ .

# 2.2. Giải thuật điều khiển

#### 2.2.1. SMC

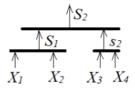
Mở đầu của [6] mô tả phương pháp điều khiến của giải thuật trượt tổng quát cho hệ thống SIMO. Xét hệ thống SIMO có phương trình toán học dạng:

$$\dot{X} = f(X) + b(X)u \tag{11}$$

Với 
$$X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \end{bmatrix}^T$$
  
 $f(X) = \begin{bmatrix} X_2 & f_1 & X_4 & f_2 \end{bmatrix}^T$   
 $b(X) = \begin{bmatrix} 0 & b_1 & 0 & b_2 \end{bmatrix}^T$ 

u là điện áp điều khiển.

Hệ thống được điều khiển tốt xung quanh vị trí X=0. Sự ổn định được đảm bảo bằng toán học.



Hình 3. Mặt trượt theo thứ tự

Ta có những mặt trượt:

$$s_1 = c_1 X_1 + X_2 \tag{12}$$

$$s_2 = c_2 X_3 + X_4 \tag{13}$$

với  $c_1, c_2 > 0$ 

Đạo hàm theo thời gian, ta được:

$$\dot{s}_1 = c_1 X_2 + f_1 + b_1 u \tag{14}$$

$$\dot{s}_2 = c_2 X_4 + f_2 + b_2 u \tag{15}$$

Tín hiệu điều khiển tương ứng là:

$$u_{eq1} = \frac{-(c_1 X_2 + f_1)}{b_1} \tag{16}$$

$$u_{eq2} = \frac{-(c_2 X_4 + f_2)}{b_2} \tag{17}$$

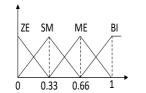
 $Dat: S_1 = a_1 s_1; S_2 = a_2 s_2 + s_1$ 

Suy ra luật điều khiển cho hệ pendubot là:

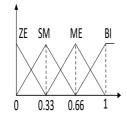
$$u = \frac{(a_1 a_2) b_1 u_{eq1} + a_2 b_1 u_{eq2} - (k_2 S_2 + \eta_2 sign(S_2))}{(a_1 a_2) b_1 + a_2 b_1}$$
(18)

Để đạt được chất lượng điều khiển tốt, những thông số điều khiển  $a_1; a_2; c_1; c_2; k_2; \eta_2$  cần phải được lựa chọn phù hợp thông qua giải thuật tìm kiếm hoặc phương pháp thử sai. 2.2.2. *FSMC* 

Theo luật điều khiển trong Mục 2.2.1, hiện tượng "chattering" bị ảnh hưởng nhiều nhất bởi thông số điều khiển  $\eta_2$ . Nếu thông số này nhỏ, thời gian quá độ sẽ chậm nhưng "chattering" sẽ nhỏ và ngược lại. Vì thế, hướng giải quyết cho trường hợp này là dùng giải thuật mờ tạo ra luật thay đổi của thông số  $\eta_2$  theo giá trị tuyệt đối của mặt trượt  $S_2$ . Hàm liên thuộc của ngõ vào  $|S_2|$  và ngõ ra  $\eta_2$  được thể hiện ở Hình 4 và Hình 5.



**Hình 4.** Hàm liên thuộc ngõ vào



**Hình 5.** Hàm liên thuộc ngõ ra

Bảng 2. Bảng luật mờ

Rule	$ S_2 $	$\eta_2$
1	ZE	ZE
2	SM	SM
3	ME	ME
4	BI	BI

Do hàm liên thuộc của ngõ vào và ngõ ra đã được chuẩn hóa về miền giá trị [0; 1] như Hình 4 và Hình 5, nên để thích ứng với dãy giá trị thay đổi của đầu vào và đầu ra, việc thêm những khối tiền xử lý và hậu xử lý là cần thiết (Hình 6).  $T_1$  và  $T_2$  được chọn dựa vào giải thuật di truyền hoặc phương pháp thử sai.



Hình 6. Sơ đồ khối bô điều khiển mờ

### 3. Kết quả nghiên cứu và bình luận

Dựa vào mô hình thực tế trong Hình 12 bên dưới, ta có thông số hệ thống như sau:

$$\begin{array}{l} m_1=0,137;\,m_2=0,042;\,l_1=0,2;\,l_2=0,22;\,l_{c1}=0,1016;\\ l_{c2}=0,1052;\;\;K_b=0,0649;\;\;K_t=0,0649;\;\;R_m=6,835; \end{array}$$

$$J_m = 0.0001$$
;

 $C_m = 0.00005$ ; g = 9.80665;  $I_1 = 0.0017$ ;  $I_2 = 0.0001477$ ;

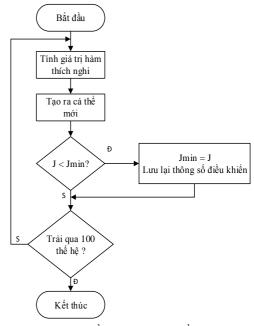
Đơn vị như Bảng 1 ở trên.

Để tìm thông số điều khiển, ta sử dụng giải thuật di truyền (GA). Thông số của GA được lựa chọn như sau:

- Số thế hệ tối đa: 100;
- Số lượng cá thể: 100;
- Hệ số lai ghép: 0,8;
- Hệ số đột biến: 0,2,
- Kiểu mã hóa: mã hóa nhị phân;
- Chọn hàm mục tiêu:

$$J = \sum_{i=1}^{n} [X_1(i)X_1^T(i) + X_3(i)X_3^T(i)]$$

Giá trị của J phụ thuộc vào  $X_1$  và  $X_3$  theo thời gian mô phỏng. Hệ thống càng ổn định,  $X_1$  và  $X_3$  sẽ càng nhỏ, tương ứng J sẽ nhỏ.



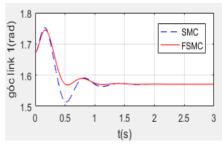
Hình 7. Lưu đồ giải thuật di truyền

Sau khi trải qua 100 thế hệ, thông số điều khiển được lựa chọn như sau:

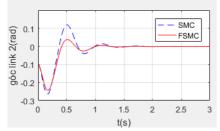
 $a_1 = 2,0609$ ;  $a_2 = 5,243$ ;  $c_1 = 8,4092$ ;  $c_2 = 9,9184$ ;  $k_2 = 3,8071$ ;  $\eta_2 = 7,5734$ ;  $T_1 = 0,535$ ;  $T_2 = 0,044$ .

### 3.1. Kết quả mô phỏng

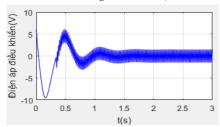
Kết quả mô phỏng được thể hiện trong các Hình 8-11.



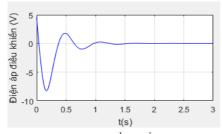
Hình 8. So sánh góc link 1 ở vị trí TOP



Hình 9. So sánh góc link 2 ở vị trí TOP



Hình 10. Tín hiệu điều khiển của SMC



Hình 11. Tín hiệu điều khiển của FSMC

Qua Hình 8-9, ta thấy độ vọt lố của FSMC nhỏ hơn so với SMC. Ở Hình 10, hiện tượng "chattering" làm cho điện áp dao động xung quanh vị trí 0V nhưng ở Hình 11, hiện tượng "chattering" đã bị loại bỏ hoàn toàn.

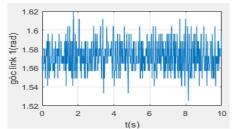
### 3.2. Kết quả thực nghiệm

Mô hình pendubot thực tế được xây dựng như Hình 12.

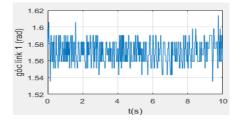


a) Trạng thái nghỉ b) Trạng thái ổn định ở vị trí TOP **Hình 12.** Mô hình pendubot thực tế

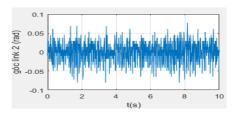
Kết quả thực nghiệm được thể hiện trong Hình 13-18.



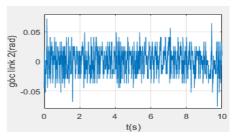
Hình 13. Góc link 1 của SMC



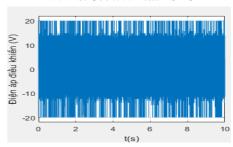
Hình 14. Góc link 1 của FSMC



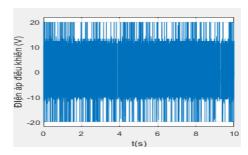
Hình 15. Góc link 2 của SMC



Hình 16. Góc link 2 của FSMC



Hình 17. Tín hiệu điều khiển của SMC



Hình 18. Tín hiệu điều khiển của FSMC

So sánh các Hình 13-11 và 15-16, ta thấy biên độ dao động link 1 và link 2 của FSMC nhỏ hơn SMC. Cụ thể, trong Hình 13, link 1 của SMC dao động xung quanh vị trí cân bằng  $\left(\frac{\pi}{2}\right)$  với biên độ  $\pm 0,03$  radian lớn hơn dao động của link 1 của FSMC - dao động với biên độ  $\pm 0,02$  radian

của link I của FSMC - đạo động với biên độ ±0,02 radian - ở Hình 14. Đồng thời, ở Hình 15, link 2 của SMC đạo động với biên độ ±0,05 radian lớn hơn link 2 - ứng với FSMC đạo động với biên độ ±0,03 radian - ở Hình 16.

Ngoài ra, Hình 17 cũng cho thấy tín hiệu điều khiển của SMC tập trung nhiều ở 2 biên ( $\pm 20~V$ ). Ở Hình 18, tín hiệu điều khiển của FSMC ít tập trung ở hai biên hơn SMC. Do đó, tín hiệu điều khiển của FSMC ổn định và ít dao động hơn tín hiệu điều khiển của SMC.

Do thực tế, encoder được sử dụng cho link 1 và link 2 có độ phân giải là 200 xung nên sai số đo lường của link 1 và link 2 lần lượt là 0,5° và 1° nên đáp ứng ngõ ra của hệ thống dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng.

### 4. Kết luận

Bài báo này khẳng định lại phương pháp điều khiển SMC cho hệ SIMO nói chung. Sau đó, nhóm tác giả ứng dụng giải thuật mờ trong việc tối ưu thông số điều khiển, hạn chế hiện tượng "chattering" do bộ điều khiển SMC gây ra. Kết quả mô phỏng và thực nghiệm đã chứng minh bộ điều khiển FSMC đã điều khiển tốt hệ pendubot hơn bộ điều khiển SMC đơn thuần. Do trong thực tế, việc điều khiển không thể tránh khỏi tác động của các nhiễu nên kết quả thực nghiệm có khác biệt so với mô phỏng.

# TÀI LIÊU THAM KHẢO

- Daniel Jerome Block, Mechanical design and Control of Pendubot, Master thesis of Science in General Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1996.
- [2] Xu Jianfeng, Song Huzhen, "The study on Pendubot Control Linear Quadratic Regulator and Particla Swarm Optimization", *Journal of Digital Information management*, Vol. 11, No. 1, 2013, pp. 16-24.
- [3] Jen-Hsing Li, Ming-Fang Wu and Wen-Chin Lin, Fuzzy Control of the DSP-based Pendubot at Mid Position, International Conference on Advanced Information Technologies (AIT), 2008.
- [4] Xiao Qing Ma and Chun-Yi Su, A New Fuzzy Approach for Swing up Control of Pendubot, Concordia University, 2002.
- [5] P.Melin, O. Castillo, A new method for adaptive model-based control of non-linear plants using type-2 fuzzy logic and neural networks, 2003.
- [6] Tomohiro Henmi, Mingcong Deng, Akira Inoue, "Nonlinear control of the underactuated two-link manipulator using the sliding-mode type partial linearisation method", *Int. J. Computer Applications in Technology*, Vol. 41, No. 3/4, 2011, pp. 230-235.
- [7] Nguyen Dinh That, "Discrete-Time Sliding mode control for a class of underactuated mechanical systems with bounded disturbances", *Journal* of Computer Science and Cybernetics, V.30, N.2, 2014, pp. 93–105.
- [8] Dianwei Qian, Jiangqiang Yi, Dongbin Zhao, "Hierarchical sliding mode control for a class of underactuated systems", *Journal of Control* and Cybernetics, Vol. 37, Issue. 4, No. 1, Springer, 2008, pp. 159-175.
- [9] Jie-Ren Hong, Balance Control of a Car-Pole Inverted Pendulum System, National Cheng Kung University, 2003.

(BBT nhận bài: 29/09/2017, hoàn tất thủ tục phản biện: 30/10/2017)