

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ TP.HCM**



HOÀNG NGUYỄN PHƯỚC

ĐIỀU KHIỂN

**ROBOT HAI BÁNH TỰ CÂN BẰNG
SỬ DỤNG KỸ THUẬT ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT**

LUẬN VĂN THẠC SĨ

CHUYÊN NGÀNH: THIẾT BỊ, MẠNG VÀ NHÀ MÁY ĐIỆN

MÃ SỐ : 60.52.50

Tp. Hồ Chí Minh, tháng 06 năm 2012

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ TP.HCM**



HOÀNG NGUYỄN PHƯỚC

ĐIỀU KHIỂN

**ROBOT HAI BÁNH TỰ CÂN BẰNG
SỬ DỤNG KỸ THUẬT ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT**

LUẬN VĂN THẠC SĨ

CHUYÊN NGÀNH: THIẾT BỊ, MẠNG VÀ NHÀ MÁY ĐIỆN

MÃ SỐ : 60.52.50

HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: PGS. TSKH. HỒ ĐẮC LỘC

TS. NGUYỄN THANH PHƯƠNG

Tp. Hồ Chí Minh, tháng 06 năm 2012

CÔNG TRÌNH ĐƯỢC HOÀN THÀNH TẠI TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ TP. HCM

Hướng dẫn khoa học :

PGS. TSKH. HỒ ĐẮC LỘC

TS. NGUYỄN THANH PHƯƠNG

Cán bộ chấm nhận xét 1: *PGS. TS. BÙI XUÂN LÂM*

Cán bộ chấm nhận xét 2: *TS. ĐỒNG VĂN HƯỚNG*

Luận văn Thạc sỹ được bảo vệ tại Trường Đại học Kỹ thuật Công nghệ thành phố Hồ Chí Minh ngày 14 tháng 07 năm 2012.

Thành phần Hội đồng đánh giá luận văn Thạc sỹ gồm:

- | | |
|-------------------------|-------------------|
| 1. TS. NGUYỄN HÙNG | Chủ tịch Hội đồng |
| 2. PGS.TS. BÙI XUÂN LÂM | Phản biện 1 |
| 3. TS. ĐỒNG VĂN HƯỚNG | Phản biện 2 |
| 4. TS. TRƯƠNG VIỆT ANH | Ủy viên |
| 5. TS. HỒ VĂN HIẾN | Thư ký |

Xác nhận của Chủ tịch Hội đồng đánh giá luận văn và Khoa quản lý chuyên ngành sau khi luận văn đã được sửa chữa (*nếu có*).

Chủ tịch Hội đồng đánh giá Luận văn

Quản lý chuyên ngành

TS. NGUYỄN HÙNG

TS. NGUYỄN THANH PHƯƠNG

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 15 tháng 09 năm 2011

NHIỆM VỤ LUẬN VĂN THẠC SỸ

Họ tên học viên: HOÀNG NGUYỄN PHƯỚC

Giới tính: Nam.

Ngày, tháng, năm sinh: 12/04/1970

Nơi sinh: Gia đình.

Chuyên ngành: **Thiết bị, mạng và nhà máy điện**

MSHV:1081031020.

I. TÊN ĐỀ TÀI.

Điều khiển robot hai bánh tự cân bằng sử dụng kỹ thuật điều khiển trượt.

II. NHIỆM VỤ VÀ NỘI DUNG.

1. Nhiệm vụ của đề tài:

- Nghiên cứu phương pháp điều khiển trượt.
- Xác định mô hình toán học của hệ thống robot hai bánh tự cân bằng.
- Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp trượt.
- Mô phỏng bộ điều khiển sử dụng Matlab đối với hệ thống robot hai bánh tự cân bằng.
- Nhận xét kết quả đạt được và so sánh với các kết quả đã được nghiên cứu trong và ngoài nước.

2. Nội dung của đề tài:

Nội dung luận văn gồm 3 phần:

Phần 1: Nghiên cứu phương pháp điều khiển trượt, hệ thống robot hai bánh tự cân bằng, từ đó nhận dạng các vấn đề cần giải quyết để phục vụ cho việc thiết kế bộ điều khiển.

Phần 2: Xác định mô hình toán học của hệ thống robot hai bánh tự cân bằng, xây dựng mô hình con lắc ngược trên xe hai bánh bằng phần mềm mô phỏng Matlab.

Phần 3: Thiết kế bộ điều khiển trượt điều khiển ổn định tại điểm cân bằng cho hệ thống robot hai bánh tự cân bằng và mô phỏng hệ thống trên Matlab. Phân tích và nhận xét kết quả mô phỏng.

III. NGÀY GIAO NHIỆM VỤ: *ngày 15 tháng 09 năm 2011.*

IV. NGÀY HOÀN THÀNH NHIỆM VỤ: *ngày 15 tháng 06 năm 2012.*

V. HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: PGS. TSKH. Hồ Đắc Lộc.

TS. Nguyễn Thanh Phương.

Hướng dẫn khoa học

Quản lý chuyên ngành

PGS. TSKH. HỒ ĐẮC LỘC

TS. NGUYỄN THANH PHƯƠNG

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan rằng luận văn với nội dung:

“Điều khiển robot hai bánh tự cân bằng sử dụng kỹ thuật điều khiển trượt”

là công trình nghiên cứu của riêng tôi, dưới sự hướng dẫn của PGS.TSKH. Hồ Đắc Lộc và TS. Nguyễn Thanh Phương.

Các số liệu, kết quả mô phỏng nêu trong luận văn là trung thực, có nguồn trích dẫn và chưa được công bố trong các công trình nghiên cứu khác.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 15 tháng 06 năm 2012

Thực hiện

HOÀNG NGUYỄN PHƯỚC

LỜI CẢM ƠN

May mắn thay, khi tôi được bước chân đến Đại học Kỹ Thuật Công Nghệ thành phố Hồ Chí Minh, nơi tôi đã được dìu dắt đến bến bờ tri thức bởi những người Thầy, Cô, Anh, Chị với tâm lòng hy sinh, tận tụy và bao dung.

Xin cảm ơn trường Đại học Kỹ thuật Công nghệ thành phố Hồ Chí Minh, cùng quý Thầy, Cô đã tận tình truyền đạt kiến thức và tạo mọi điều kiện tốt nhất cho lớp chúng tôi và cá nhân tôi trong suốt học trình Cao học.

Với lòng tri ân sâu sắc, tôi muốn nói lời cảm ơn đến PGS.TSKH. Hồ Đắc Lộc và TS. Nguyễn Thanh Phương_ những người Thầy đã nhiệt tình hướng dẫn và chỉ bảo cho tôi trong suốt thời gian thực hiện nghiên cứu này.

Cám ơn tất cả các bạn trong khóa học, những người cùng chung chí hướng trong con đường tri thức để tất cả chúng ta có được kết quả ngày hôm nay.

Cám ơn gia đình và những người thân đã động viên, hỗ trợ tôi trong suốt thời gian thực hiện nghiên cứu này.

Xin trân trọng và chân thành gửi lại tất cả nơi đây lòng tri ân sâu sắc nhất.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 15 tháng 06 năm 2012

Thực hiện

HOÀNG NGUYỄN PHƯỚC

TÓM TẮT

Vấn đề điều khiển con lắc ngược di động đã được nghiên cứu mạnh mẽ từ những yêu cầu đặt ra là thực hiện nhanh và chính xác. Cấu trúc cơ khí ở đây được chia làm ba phần chính, một là con lắc với một bậc tự do được đặt trên đế quay quanh trục thẳng đứng hoặc chuyển động trượt tuyến tính.

Để đạt được tính chính xác cao, hệ thống điều khiển con lắc ngược di động được thiết kế thông qua kỹ thuật điều khiển trượt. Kỹ thuật này là phương pháp điều khiển bền vững, nó tạo ra ngõ vào để mang lại quỹ đạo mong muốn cho hệ thống. Trình tự thiết kế của nó là đầu tiên chọn ra mặt trượt thỏa đáp ứng vòng kín trong không gian trạng thái và sau đó thiết kế bộ điều khiển sao cho quỹ đạo hệ thống trạng thái theo mặt trượt và ở trên nó.

Luận văn trình bày ba vấn đề.

Thứ nhất, mô hình toán học tuyến tính, làm tiền đề phát triển hệ thống điều khiển.

Thứ hai, kỹ thuật điều khiển trượt được phát triển để ổn định và bám theo hệ thống.

Sau cùng, mô phỏng và dựa vào kết quả để kiểm chứng giải thuật đã điều khiển.

ABSTRACT

Inverted pendulum control problems have been intensively studied due to the challenging demand of fast and precise performance, where the mechanical structure can be divided into three main types: One is a pendulum with one degree of freedom (*DOF*) mounted on a base rotating around the vertical axis or actuated by a linear slide.

For achieving high-precision performance the control system for the mobile inverted pendulum is designed via sliding mode control (*SMC*) in this thesis. *SMC* is a robust control method which generates an input to yield a desired trajectory for a given system. Its design procedure is to first select a sliding surface that satisfies the desired closed-loop performance in the state space, and then to design a controller such that the system state trajectories are forced toward the sliding surface and stay on it.

This thesis considers the control system design for a mobile inverted pendulum via sliding mode technique.

Firstly, a linear mathematical model was used in order to facilitate the development of an efficient control system.

Secondly, sliding mode controllers were developed for stabilizing and tracking this system.

Lastly, the simulations were given to validate of the proposed controllers.

MỤC LỤC

| | |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT | iii |
| DANH MỤC CÁC BẢNG | iv |
| DANH MỤC CÁC HÌNH ẢNH | v |
| MỞ ĐẦU | 1 |
| Chương 1: TỔNG QUAN | 2 |
| 1.1 Thế nào là xe hai bánh tự cân bằng | 2 |
| 1.2 Tại sao phải thiết kế robot hai bánh tự cân bằng | 4 |
| 1.3 Ưu, khuyết điểm | 6 |
| 1.3.1 Ưu điểm | 6 |
| 1.3.2 Khuyết điểm | 6 |
| 1.4 Khả năng ứng dụng | 6 |
| 1.5 Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước | 6 |
| 1.5.1 Một số dạng xe hai bánh tự cân bằng dùng trên robot | 6 |
| 1.5.2 Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước | 10 |
| 1.6 Nhu cầu thực tế | 11 |
| 1.7 Mục đích của đề tài | 11 |
| 1.8 Nhiệm vụ và giới hạn của đề tài | 12 |
| 1.8.1 Nhiệm vụ của đề tài | 12 |
| 1.8.2 Giới hạn của đề tài | 12 |
| 1.9 Phương pháp nghiên cứu | 12 |

| | |
|---------------------------------------------------|----|
| Chương 2: CƠ SỞ LÝ THUYẾT | 13 |
| 2.1 Tổng quan về phi tuyến | 13 |
| 2.2 Lý thuyết về điều khiển trượt | 16 |
| 2.2.1 Giới thiệu về điều khiển trượt | 16 |
| 2.2.2 Khái niệm mặt trượt | 17 |
| 2.2.3 Luật điều khiển chuyển mạch xấp xỉ liên tục | 27 |
| Chương 3: MÔ HÌNH TOÁN HỌC | 34 |
| 3.1 Phương pháp tính động lực học | 34 |
| 3.2 Mô hình động cơ điện một chiều | 35 |
| 3.3 Mô hình động học của con lắc ngược di động | 37 |
| 3.3.1 Động lực học bánh xe | 38 |
| 3.3.2 Động lực học con lắc ngược | 40 |
| Chương 4: THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN | 43 |
| 4.1 Thiết kế bộ điều khiển tĩnh | 43 |
| 4.2 Bộ điều khiển động | 45 |
| Chương 5: KẾT QUẢ MÔ PHỎNG | 49 |
| 5.1 Kết quả mô phỏng của bộ điều khiển trượt | 50 |
| 5.2 Kết luận | 53 |
| Chương 6: KẾT LUẬN | 54 |
| TÀI LIỆU THAM KHẢO | |
| PHỤ LỤC | |

DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT

DC: Dòng điện một chiều (*direct current*).

DOF: Bậc tự do (*degree of freedom*).

SMC: Điều khiển kiểu trượt (*sliding mode control*).

LQR: Ổn định tuyến tính bậc hai (*linear quadratic regulators*)

HUTECH

DANH MỤC CÁC BẢNG

| | |
|-------------------------------------------------------|----|
| <i>Bảng 3.1: Danh mục các ký hiệu.</i> | 34 |
| <i>Bảng 5.1: Các giá trị dùng cho mô phỏng.</i> | 49 |

HUTECH

DANH MỤC CÁC HÌNH ẢNH

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Hình 1.1: Murata Robot.</i> | 2 |
| <i>Hình 1.2: nBot.</i> | 3 |
| <i>Hình 1.3: Mô tả nguyên lý giữ thăng bằng.</i> | 3 |
| <i>Hình 1.4: Mô tả cách bắt đầu di chuyển đến lúc thăng bằng.</i> | 4 |
| <i>Hình 1.5: Phân bố trọng tâm trên robot ba bánh xe khi di chuyển.</i> | 4 |
| <i>Hình 1.6: Phân bố trọng tâm trên robot hai bánh xe khi di chuyển.</i> | 5 |
| <i>Hình 1.7: nBot.</i> | 7 |
| <i>Hình 1.8: Balance Bot I.</i> | 7 |
| <i>Hình 1.9: Balancing robot.</i> | 8 |
| <i>Hình 1.10: JOE.</i> | 8 |
| <i>Hình 1.11: Equibot.</i> | 9 |
| <i>Hình 1.12: Rolling Robot của Toyota.</i> | 9 |
| <i>Hình 2.1: Tính toán giới hạn biên trên \tilde{x}</i> | 18 |
| <i>Hình 2.2: Tính toán biên của $\tilde{x}^{(i)}$</i> | 19 |
| <i>Hình 2.3: Điều kiện trượt.</i> | 20 |
| <i>Hình 2.4: Minh họa biểu thức (2.3) và (2.5) với $n=2$.</i> | 20 |
| <i>Hình 2.5: Hiện tượng dao động.</i> | 21 |
| <i>Hình 2.6: Xây dựng Filippov của hệ thống động lực cân bằng trong điều khiển trượt.</i> | 22 |
| <i>Hình 2.7: Lớp biên giới hạn.</i> | 27 |
| <i>Hình 2.8: Điều khiển nội suy trong lớp biên.</i> | 27 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Hình 2.9: Ngõ vào điều khiển và thực thi bám.</i> | 28 |
| <i>Hình 2.10: Ngõ vào tín hiệu điều khiển san bằng và thực thi bám.</i> | 29 |
| <i>Hình 2.11: Cấu trúc vòng kín của sai lệch hệ thống.</i> | 31 |
| <i>Hình 2.12: Tín hiệu điều khiển ngõ vào và kết quả thực thi bám.</i> | 32 |
| <i>Hình 2.13: Quỹ đạo s với lớp biên thay đổi theo thời gian.</i> | 32 |
| <i>Hình 3.1: Sơ đồ động cơ điện một chiều.</i> | 35 |
| <i>Hình 3.2: Xác định các biến trong không gian.</i> | 37 |
| <i>Hình 3.3: Phân tích lực của con lắc ngược di động.</i> | 38 |
| <i>Hình 4.1: Sơ đồ khối của bộ điều khiển.</i> | 48 |
| <i>Hình 5.1: Trạng thái của hệ thống x_r, φ.</i> | 50 |
| <i>Hình 5.2: Trạng thái tốc độ và tốc độ nghiêng của hệ thống.</i> | 51 |
| <i>Hình 5.3: Trạng thái góc nghiêng của hệ thống.</i> | 51 |
| <i>Hình 5.4: Trạng thái tốc độ góc nghiêng của hệ thống.</i> | 52 |
| <i>Hình 5.5: Tín hiệu ngõ vào.</i> | 52 |
| <i>Hình 5.6: Bề mặt trượt S.</i> | 53 |

MỞ ĐẦU

Hệ thống con lắc ngược luôn thể hiện nhiều vấn đề trong các ứng dụng công nghiệp, ví dụ như các động thái phi tuyến khác trong những điều kiện hoạt động khác nhau, nhiễu loạn bên ngoài và các ràng buộc vật lý với một số biến. Do đó, công việc ổn định thời gian thực, điều khiển bám hệ thống con lắc ngược di động không ổn định là một thách thức trong lĩnh vực điều khiển hiện đại.

Con lắc ngược di động là một hệ thống bao gồm con lắc ngược gắn trên xe có hai bánh đồng trục với nhau và mỗi bánh kết nối với động cơ điện một chiều.

Để đảm bảo con lắc ngược thăng bằng, sự phát triển của hệ thống điều khiển rất quan trọng. Gần đây, các vấn đề về điều khiển con lắc ngược được nghiên cứu mạnh với yêu cầu đặt ra là nhanh và chính xác. Kỹ thuật điều khiển con lắc ngược trong các tài liệu có thể được chia thành hai phần riêng biệt: điều khiển tuyến tính và điều khiển phi tuyến.

Các phương pháp điều khiển tuyến tính thường là tuyến tính hóa động lực học về điểm hoạt động chắc chắn. Các bộ điều khiển tuyến tính thường phổ biến hơn trong các nghiên cứu, thiết kế con lắc ngược di động. Điều khiển vị trí – cực và các bộ ổn định tuyến tính bậc hai (LQR) là phương pháp thực hiện phổ biến.

Mặc dù điều khiển phi tuyến cung cấp cho hệ thống bền vững hơn, do những khó khăn và phức tạp của phương pháp này nên các nhà nghiên cứu phần lớn sử dụng phương pháp điều khiển tuyến tính [3-17].

Phương pháp điều khiển trượt là phương pháp điều khiển bền vững, nó tạo ra một ngõ vào bám theo quỹ đạo mong muốn với hệ thống đã định. Trong thập kỷ qua, kỹ thuật điều khiển trượt được sử dụng nhiều trong các ứng dụng thực tiễn khác nhau.

Trong luận văn này, mục tiêu điều khiển là thực hiện kỹ thuật điều khiển trượt để ổn định con lắc ngược di động.

Chương 1

TỔNG QUAN

1.2 Thế nào là xe hai bánh tự cân bằng

Đối với xe có ba hoặc bốn bánh điều khiển, việc thăng bằng và ổn định của chúng là nhờ trọng tâm của mặt phẳng được tạo ra nhờ các bánh xe làm chân đế. Đối với các loại robot chỉ có hai bánh điều khiển chính thì việc tự giữ thăng bằng khi di chuyển là hoàn toàn không thể, hầu như chúng phải có thêm từ một hoặc hai bánh phụ để đỡ. Hiện nay có hai kiểu giữ cân bằng đối với robot chỉ có hai bánh xe.

Một là, loại có hai bánh xe có trục bánh xe song song với nhau, điển hình là robot xe đạp (*hình 1.1*). Việc giữ thăng bằng của robot dựa trên tính chất con quay hồi chuyển ở hai bánh xe khi xe đang chạy.



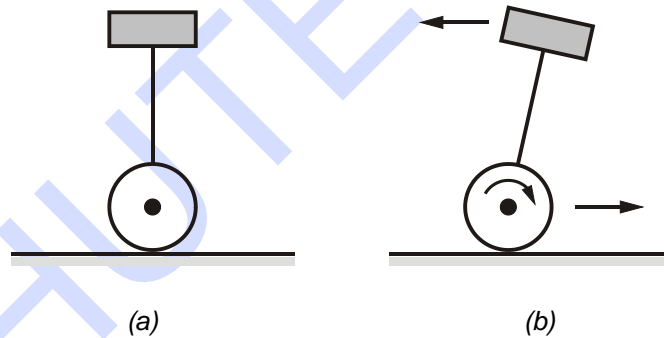
Hình 1.1: Murata Robot.

Hai là, loại có hai bánh xe đồng trục (*hình 1.2*). Để giữ thăng bằng, trọng tâm của robot phải luôn giữ sao cho nằm cùng mặt phẳng với chiều của lực trọng trường và trục bánh xe. Điều này giống như ta giữ một cây gậy dựng thẳng đứng cân bằng trong lòng bàn tay.



Hình 1.2: nBot.

Trên thực tế, việc xác định trọng tâm của robot nằm ở đâu là tương đối khó. Về mặt kỹ thuật, góc giữa sàn scooter và chiều trọng lực có thể biết được, thay vì tìm cách xác định trọng tâm nằm giữa các bánh xe, ta sẽ xác định góc lệch giữa thân robot so với chiều trọng lực nhằm đảm bảo độ sai lệch của góc này luôn bằng không.

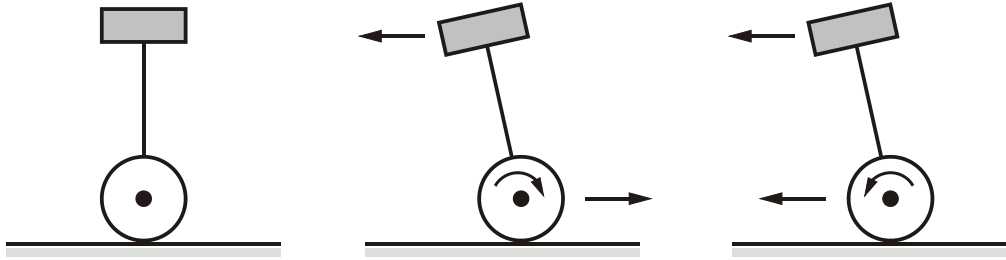


Hình 1.3: Mô tả nguyên lý giữ thăng bằng.

(a) trạng thái cân bằng; (b) trạng thái nghiêng.

Nếu tay lái được đẩy hơi nghiêng tới trước, scooter sẽ chạy tới trước và khi nó được đẩy nghiêng ra sau, scooter sẽ chạy lùi. Đây là phân tích lý tính, hầu hết mọi người đều có thể kiểm soát tay lái trong vòng vài giây để giữ lấy nó.

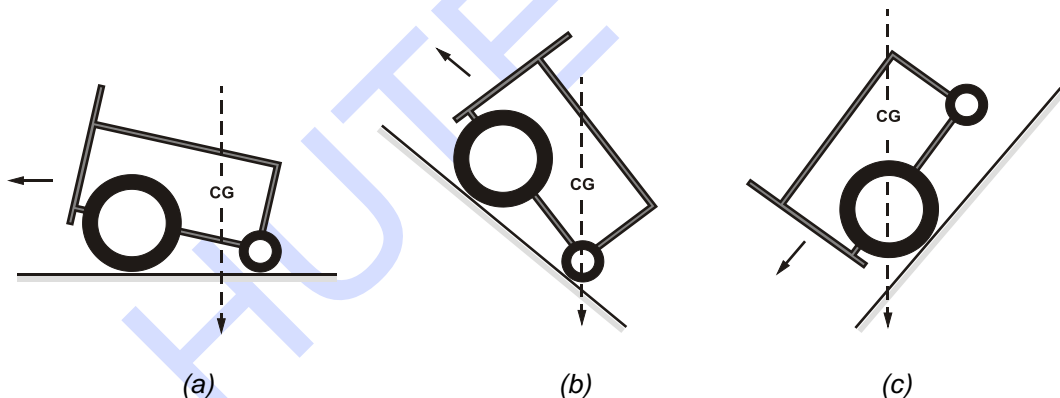
Để dừng lại, chỉ cần kéo trọng tâm xe nghiêng ngược hướng đang di chuyển thì tốc độ xe giảm xuống. Do tốc độ cảm nhận và phản ứng thăng bằng của mỗi người là khác nhau, nên xe scooter hai bánh tự cân bằng chỉ được thiết kế cho một người sử dụng.



Hình 1.4: Mô tả cách bắt đầu di chuyển đến lúc thăng bằng.

1.3 Tại sao phải thiết kế robot hai bánh tự cân bằng

Những robot di động xây dựng hầu hết là những robot di chuyển bằng ba bánh xe, với hai bánh lái được lắp ráp đồng trục và một bánh xe phụ nhỏ. Có nhiều loại khác nhau, nhưng đây là loại thông dụng nhất. Còn đối với các xe bốn bánh, thường một đầu xe có hai bánh truyền động và đầu xe còn lại được gắn một hoặc hai bánh lái.



Hình 1.5: Phân bố trọng tâm trên robot ba bánh xe khi di chuyển.

(a) Robot di chuyển trên địa hình phẳng.

(b) Robot khi lên dốc.

(c) Robot khi xuống dốc.

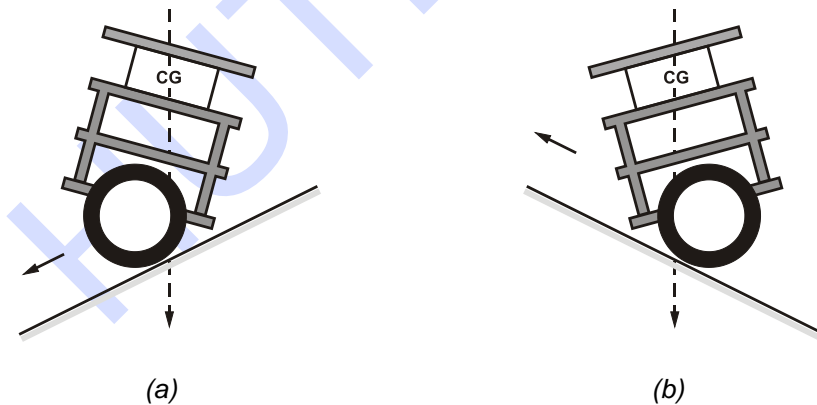
Việc thiết kế ba hay bốn bánh làm cho xe/robot di động được thăng bằng ổn định nhờ trọng lượng của nó được chia cho hai bánh lái chính và bánh đuôi, hay bất kỳ cái gì khác để đỡ trọng lượng của xe. Nếu trọng lượng được đặt nhiều vào bánh lái thì xe/robot sẽ không ổn định dễ bị ngã, còn nếu đặt nhiều vào bánh đuôi thì hai

bánh chính sẽ mất khả năng bám.

Nhiều thiết kế robot có thể di chuyển tốt trên địa hình phẳng, nhưng không thể di chuyển lên xuống trên địa hình lồi lõm (*mặt phẳng nghiêng*).

Khi di chuyển lên dốc, trọng lượng robot dồn vào đuôi xe làm bánh lái mất khả năng bám và trượt ngã, đối với những bậc thang, thậm chí nó dừng hoạt động và chỉ quay tròn bánh xe.

Khi di chuyển xuống dốc, sự việc còn tệ hơn, trọng tâm thay đổi về phía trước và có thể làm robot bị lật úp. Hầu hết những robot này có thể leo lên những dốc ít hơn là khi chúng di chuyển xuống, bị lật úp khi độ dốc chỉ 15° hay 20° . Việc thiết kế bộ phận lái giống như xe hơi đồ chơi hay các loại xe bốn bánh hiện đang sử dụng trong giao thông không giải quyết vấn đề nhưng điều này sẽ làm cho robot không gọn gàng, không linh hoạt. Ngược lại, các xe dạng hai bánh đồng trục lại thăng bằng rất linh động khi di chuyển trên địa hình phức tạp, mặc dù bản thân là một hệ thống không ổn định.



Hình 1.6: Phân bố trọng tâm trên robot hai bánh xe khi di chuyển.

(a) Robot khi lên dốc, (b) Robot khi xuống dốc.

Khi nó lên dốc, nó tự động nghiêng ra trước và giữ cho trọng lượng dồn về hai bánh dẫn động. Ngược lại, khi xuống dốc, nó nghiêng ra sau. Chính vì vậy không bao giờ có hiện tượng trọng tâm của xe rơi ra ngoài vùng đỡ của các bánh xe để có thể gây ra sự lật úp.

1.4 Ưu, khuyết điểm

1.4.1 Ưu điểm

- Thiết kế đơn giản, không chiếm nhiều không gian.
- Đáp ứng linh hoạt khi di chuyển trong những địa hình phức tạp.
- Chuyển hướng tốt trong những khu vực có diện tích nhỏ.

1.4.2 Khuyết điểm

- Người điều khiển xe luôn tập trung và luôn đứng khi điều khiển.
- Tốc độ di chuyển không cao.
- Không thể lên xuống lề đường hay các bậc thang.

1.5 Khả năng ứng dụng

Với cấu tạo hai bánh linh hoạt, đây cũng là loại phương tiện vận chuyển mới vì nó hoạt động được với không gian chật hẹp, có thể di chuyển được trong tòa nhà, văn phòng...

Có thể phối hợp với các loại robot khác để tạo ra robot tự hành trong những điều kiện địa hình phức tạp.

1.6 Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước

Từ ý tưởng đột phá trong việc thiết kế robot di động mới mà trên thế giới đã cho ra đời nhiều loại robot và xe chỉ có hai bánh như vậy. Tại Việt nam các sinh viên cũng đã nghiên cứu và cho ra đời loại xe hai bánh tương tự.

1.6.1 Một số dạng xe hai bánh tự cân bằng dùng dùng trên robot

- *nBot*

nBot do David P.Ander nghiên cứu và chế tạo vào năm 2003, robot có khả năng giữ con lắc thăng bằng dựa vào phương pháp đo góc lệch của con lắc so với

phương thẳng đứng và điều khiển cho phần khung ở dưới chạy tới hoặc lùi.

nBot được lấy ý tưởng để cân bằng là các bánh xe sẽ phải chạy xe theo hướng mà phần trên robot sắp ngã. Nếu bánh xe có thể được lái theo cách đứng vững theo trọng tâm robot, robot sẽ vẫn được giữ cân bằng.



Hình 1.7: nBot.

- *Balance bot I*

Balance-bot I (do Sanghyuk, Hàn Quốc thực hiện) là một robot hai bánh tự cân bằng hoạt động bằng cách kiểm soát thông tin phản hồi.



Hình 1.8: Balance Bot I.

- *Balancing robot (bBot)*

Vào năm 2003, Jack Wu và Jim Bai đã thực hiện đề tài robot hai bánh tự cân bằng. Robot này có thể xác định vị trí hướng của nó đối với môi trường và lái động cơ theo hướng này.



Hình 1.9: Balancing robot.

- *Robot JOE*

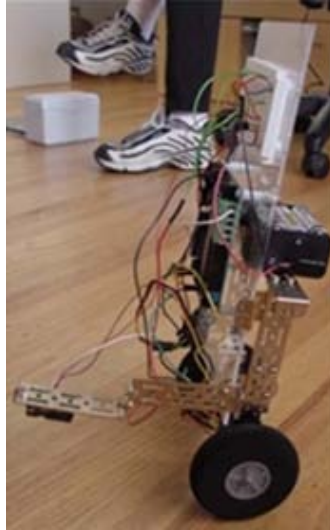
JOE được điều khiển bởi một bộ điều khiển từ xa R/C thường được sử dụng để điều khiển các máy bay mô hình.



Hình 1.10: JOE.

Bộ điều khiển trung tâm và xử lý tín hiệu là một mạch xử lý số tín hiệu (*DSP*) được phát triển bởi chính nhóm và của viện Federal, có khả năng xử lý dấu chấm động (*SHARC floating point*), FPGA XILINC, 12 bộ biến đổi A/D 12bit và bốn bộ biến đổi D/A 10bit.

- *Equibot*



Hình 1.11: *Equibot*.

Equibot chỉ có một loại cảm biến hồng ngoại Sharp thay cho cảm biến về góc. Nó được đặt thấp để đo khoảng cách với sàn, ngõ ra từ thiết bị được dùng để xác định hướng robot di chuyển.

- *Loại Robot phục vụ con người, kiểu rolling của TOYOTA*



Hình 1.12: *Rolling Robot của Toyota*.

Mẫu robot này có khả năng di chuyển nhanh mà không chiếm một không gian lớn, đồng thời đôi tay của nó có thể làm nhiều công việc khác nhau, chủ yếu được dùng làm trợ lý trong công nghiệp.

1.6.2 Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước

Khái niệm về robot hai bánh tự cân bằng trong thời gian gần đây mới được biết đến nhiều trong những nghiên cứu và ứng dụng ở các trường Đại học. Số lượng đề tài nghiên cứu về lĩnh vực robot còn hạn chế, tập trung nhiều vào các đề tài về xe scooter.

Công ty Segway đã thương mại hóa sản phẩm công nghệ này thành phương tiện di chuyển và được bán rộng rãi.

Mô hình dự đoán xám được kết hợp với bộ điều khiển đạo hàm tỉ lệ được đưa ra để cân bằng con lắc ngược. Mục tiêu điều khiển là dao động con lắc từ vị trí ổn định đến vị trí không ổn định để đưa mặt trượt của nó trở lại vị trí bám theo ban đầu. Tuy nhiên, sự ổn định của sơ đồ điều khiển này không được đảm bảo.

Kiến trúc điều khiển thích nghi bền vững được đề xuất cho hoạt động của con lắc ngược. Mặc dù sự ổn định của chiến lược điều khiển có thể đảm bảo, song một vài kiến thức và những hạn chế trước đây được yêu cầu nhằm đảm bảo sự ổn định của toàn hệ thống.

Điều khiển trượt là một trong các phương pháp điều khiển phi tuyến thích nghi hiệu quả vì nó cung cấp các đáp ứng động nhanh khi hệ thống động được điều khiển theo kiểu trượt. Hạn chế chính của nó là dùng hàm gián đoạn nghĩa là hàm dấu, gây ra dao động mạnh xung quanh mặt trượt và gây mất ổn định.

Nhằm mục đích ổn định con lắc ngược di động với độ chính xác cao, một bộ điều khiển thực tế dùng kỹ thuật trượt được giới thiệu trong luận văn này. Luật điều khiển gồm hai phần: bộ điều khiển tĩnh và bộ điều khiển động. Bộ điều khiển tĩnh góp phần đạt được mặt trượt với hình thức rõ ràng bằng cách sử dụng công thức Ackermann[18]. Bộ điều khiển động làm cho mặt trượt bám theo trạng thái hệ thống. Toàn bộ hệ thống điều khiển được phát triển để ổn định con lắc ngược di động.

1.7 Nhu cầu thực tế

Hiện tại, trong điều kiện đường xá giao thông ngày càng chật hẹp, không khí ngày càng ô nhiễm, việc nghiên cứu và chế tạo một mô hình xe điện gọn nhẹ, dễ dàng xoay chuyển, không sử dụng nhiên liệu đốt trong là một nhu cầu thực sự. Bên cạnh đó, thiết kế một nền tảng cho robot di động cũng là một đề tài cần thiết trong lĩnh vực tự động hóa ngày nay, nhằm trợ giúp cho trẻ em, người già, vận chuyển hàng hóa, giám sát... trong cuộc sống hàng ngày vốn có nhiều nhu cầu trong việc đi lại và vận chuyển tại các thành phố lớn.

Về khía cạnh khoa học và công nghệ, mô hình xe hai bánh tự cân bằng thực sự là một bước đệm quan trọng để có kinh nghiệm trong việc tính toán, mô hình và chế tạo các robot hai chân (*biped – robot, humanoid – robot*), là đỉnh cao về khoa học và công nghệ mà các trường đại học trên toàn thế giới mong muốn vươn tới. Ngoài ra, mô hình cũng sẽ là sự bổ sung cần thiết về các giải pháp công nghệ di chuyển của các robot di động ba bánh, bốn bánh cũng như robot di động có chân, làm phong phú những lựa chọn giải pháp để chuyển động trong không gian cho các robot.

Về yếu tố tâm lý con người, mô hình xe hai bánh tự cân bằng thực sự là một dấu chấm hỏi lớn đó là tại sao có thể di chuyển và thăng bằng được đối với những ai đã từng thấy hay đã sử dụng nó. Điều này cuốn hút nhu cầu được sử dụng một chiếc xe hai bánh tự cân bằng và đó cũng chính là lý do của sự thành công lớn trên thế giới của mô hình xe Segway trong năm 2003.

1.8 Mục đích của đề tài

Tìm hiểu về robot hai bánh tự cân bằng, xây dựng mô hình toán học cho robot hai bánh tự cân bằng, thiết kế bộ điều khiển sử dụng kỹ thuật điều khiển trượt cho robot hai bánh tự cân bằng và mô phỏng trên phần mềm Matlab để kiểm chứng giải thuật đã thiết kế.

1.9 Nhiệm vụ và giới hạn của đề tài

1.9.1 Nhiệm vụ của đề tài

- Nghiên cứu phương pháp đi đều khiển trượt.
- Xác định mô hình toán học của hệ thống robot hai bánh tự cân bằng.
- Mô phỏng bộ điều khiển sử dụng Matlab đối với hệ thống robot hai bánh tự cân bằng.
- Nhận xét kết quả đạt được và so sánh với các kết quả đã được nghiên cứu trước đây.

1.9.2 Giới hạn của đề tài

Đề tài chỉ mang tính chất nghiên cứu, kiểm tra luật điều khiển và mô phỏng trên phần mềm Matlab.

1.10 Phương pháp nghiên cứu

- Nghiên cứu điều khiển trượt thông qua các sách và các bài báo trong và ngoài nước.
- Tiến hành nghiên cứu các tài liệu để hiểu về hệ thống robot hai bánh tự cân bằng.
- Tìm hiểu các đề tài đã thực hiện về hệ thống robot hai bánh tự cân bằng, nhận dạng các vấn đề cần giải quyết phục vụ cho việc thiết kế bộ điều khiển.
- Xác định mô hình toán học của hệ thống robot hai bánh tự cân bằng.
- Tìm hiểu về phần mềm Matlab, xây dựng mô hình con lắc ngược trên xe hai bánh bằng phần mềm mô phỏng Matlab.
- Thiết kế bộ điều khiển trượt điều khiển ổn định tại điểm cân bằng cho hệ thống robot hai bánh tự cân bằng và mô phỏng hệ thống trên Matlab. Phân tích và nhận xét kết quả mô phỏng.

Chương 2

CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.2 Tổng quan về phi tuyến

Vấn đề của điều khiển phi tuyến là giải quyết việc phân tích và thiết kế hệ thống điều khiển phi tuyến [9]. Chẳng hạn như hệ thống bao gồm ít nhất một thành phần phi tuyến. Trong phân tích, một hệ thống vòng lặp kín phi tuyến giả định được thiết kế và chúng ta mong muốn xác định được đặc tính trạng thái của hệ thống. Trong việc thiết kế chúng ta phải có đối tượng điều khiển và một vài đặc tính trạng thái vòng lặp kín của hệ thống và nhiệm vụ của chúng ta là xây dựng bộ điều khiển để mà hệ thống vòng lặp kín đi đến các đặc tính mong muốn. Trong thực tế, kết quả của việc phân tích và thiết kế có mối quan hệ chặt chẽ với nhau, bởi vì thiết kế hệ thống điều khiển phi tuyến thường bao gồm xử lý lặp lại của việc phân tích và thiết kế.

Điều khiển tuyến tính là một chủ đề hoàn thiện với nhiều phương pháp khác nhau và có thành công với nhiều ứng dụng công nghiệp trong lịch sử. Do đó nhiều nhà nghiên cứu và thiết kế trong các lĩnh vực điều khiển, robot, xử lý quá trình, và kỹ thuật y sinh... gần đây đã quan tâm tích cực đến phát triển và ứng dụng các phương pháp điều khiển phi tuyến với những lý do sau:

Cải tiến các hệ thống đã tồn tại: phương pháp điều khiển phi tuyến dựa vào giả thuyết của các vùng hoạt động nhỏ của mô hình tuyến tính. Khi yêu cầu vùng hoạt động lớn, điều khiển tuyến tính trở nên khó khăn hay không ổn định, bởi vì đặc tính phi tuyến trong hệ thống không được bù chính xác. Những bộ điều khiển phi tuyến có thể điều khiển những đặc tính phi tuyến trong vùng hoạt động lớn một cách chính xác, điểm này dễ dàng được minh họa trong điều khiển chuyển động của robot. Khi một bộ điều khiển tuyến tính được sử dụng để điều khiển chuyển động của robot, nó không quan tâm đến những lực liên kết phi tuyến với chuyển động các liên kết robot. Độ chính xác của bộ điều khiển giảm nhanh khi tốc độ chuyển động

tăng lên, bởi vì các thành phần lực tác động phức tạp như lực Coriolis và lực hướng tâm thay đổi theo bình phương của tốc độ. Vì vậy để mà đạt được độ chính xác định trước trong các tác vụ của robot như là cầm và đặt, hàn hình cung và cắt bằng tia laser, tốc độ di chuyển của robot như thế phải giữ ở tốc độ thấp, mặt khác quan niệm đơn giản về bộ điều khiển phi tuyến, thông thường được gọi tính toán moment của bộ điều khiển, có thể bù đầy đủ các thành phần lực phi tuyến trong chuyển động của robot và làm cho robot được điều khiển với độ chính xác cao cho tốc độ cao và không gian làm việc lớn.

Phân tích đặc tính phi tuyến: một giả thiết khác của điều khiển tuyến tính là mô hình hệ thống đó là được thực sự tuyến tính hóa. Tuy nhiên trong hệ thống điều khiển có nhiều thành phần phi tuyến gián đoạn tự nhiên không cho phép tuyến tính hóa gần đúng. Những điều này được gọi là “*đặc tính phi tuyến cứng*” bao gồm ma sát Coulomb, bão hòa, vùng chết, phản xung và hiện tượng trễ, và thường thấy trong kỹ thuật điều khiển. Những tác động không được suy ra từ những phương pháp tuyến tính và những kỹ thuật điều khiển phi tuyến phải được phát triển để dự đoán hiệu suất của hệ thống trong sự có mặt của các đặc tính phi tuyến. Bởi vì các đặc tính phi tuyến thường là nguyên nhân sinh ra các trạng thái không mong muốn của hệ thống điều khiển, như là tính không ổn định hay những chu trình không xác định giới hạn, ảnh hưởng của chúng phải được dự đoán trước và được bù một cách chính xác.

Giải quyết tính không ổn định của mô hình: trong việc thiết kế những bộ điều khiển tuyến tính, chúng ta giả thiết rằng các thông số của mô hình hệ thống được biết một cách hợp lý. Tuy nhiên nhiều vấn đề điều khiển bao gồm tính bất định trong những thông số của mô hình. Điều này có thể do sự thay đổi chậm theo thời gian của các thông số (như là áp suất không khí trong lúc máy bay đang bay) hay sự thay đổi đột ngột trong các thông số (như là các thông số quán tính của robot khi một đối tượng mới được nắm giữ). Một bộ điều khiển tuyến tính dựa trên những giá trị cũ hay các giá trị không đúng của các thông số mô hình có thể dẫn đến giảm hiệu suất hay thậm chí không ổn định. Đặc tính phi tuyến có thể được giới thiệu trong bộ

điều khiển để điều khiển hệ thống để mà mô hình không ổn định có thể được chấp nhận, hai loại của những bộ điều khiển phi tuyến cho mục đích là bộ điều khiển mạnh và những bộ điều khiển thích nghi.

Tính đơn giản trong thiết kế: những việc thiết kế bộ điều khiển phi tuyến tốt có thể được đơn giản và trực giác hơn các phần tuyến tính tương ứng. Việc thiết kế bộ điều khiển là gắn liền với tính chất vật lý của đối tượng. Lấy một ví dụ đơn giản, thảo luận về dao động của con lắc được gắn vào khớp theo phương thẳng đứng trên bề mặt nhẵn, bắt đầu từ một vài góc ban đầu con lắc sẽ dao động và tăng lên rồi dừng lại theo chiều dọc thông qua trạng thái của con lắc ngược có thể được phân tích trạng thái cân bằng bởi tuyến tính hóa hệ thống, bản thân việc ổn định có mối quan hệ với nhiều trị số đặc trưng của hệ thống ma trận tuyến tính. Tổng năng lượng cơ học của hệ thống bị tiêu tán tăng lên bởi những lực ma sát khác nhau (*ví dụ như khớp nối*) để mà con lắc đến vị trí nơi năng lượng nhỏ nhất.

Có những lý do liên quan hoặc không liên quan để sử dụng kỹ thuật điều khiển phi tuyến, như là tiêu tốn và hiệu suất tối ưu. Trong thiết lập công nghiệp, sự mở rộng đặc ứng của kỹ thuật tuyến tính để điều khiển những máy móc cấp cao với gợi ý về các đặc tính phi tuyến có thể dẫn đến tiêu tốn nhiều chi phí cao và qua những giai đoạn dài. Điều khiển tuyến tính có thể đòi hỏi các cảm biến và cơ cấu chấp hành có chất lượng cao để tạo ra trạng thái tuyến tính trong vùng hoạt động theo lý thuyết, trong khi điều khiển phi tuyến có thể cho phép sử dụng các thành phần ít tốn kém hơn những đặc tính phi tuyến. Để tối ưu hóa hiệu suất, chúng ta có thể theo các bộ điều khiển dạng bang-bang, có thể tạo ra đáp ứng nhanh, nhưng vốn đã phi tuyến.

Vì vậy đối tượng của điều khiển phi tuyến là một phạm vi quan trọng trong điều khiển tự động. Nghiên cứu kỹ thuật cơ bản của việc phân tích và thiết kế điều khiển phi tuyến có thể nâng cao đáng kể năng lực của một kỹ sư điều khiển để mà thực thi các vấn đề điều khiển một cách hiệu quả. Nó cũng cung cấp sự hiểu biết về thế giới thực mọi thứ vốn đã phi tuyến. trong quá khứ ứng dụng những phương

pháp của điều khiển phi tuyến bị giới hạn bởi của việc tính toán khó khăn kết hợp với việc phân tích và thiết kế điều khiển phi tuyến. Trong những năm gần đây, các máy tính với công nghệ tiên tiến đã giải quyết tốt các vấn đề này. Vì thế, có nhiều sự nghiên cứu và ứng dụng các phương pháp điều khiển phi tuyến.

Chủ đề của việc thiết kế bộ điều khiển phi tuyến cho tầm hoạt động lớn thu hút sự chú ý đặc biệt bởi vì sự phát triển vượt bậc của các bộ vi xử lý đã làm cho sự thực thi của những bộ điều khiển phi tuyến trở nên đơn giản hơn, ngoài ra còn có công nghệ hiện đại như là những robot có tốc độ và độ chính xác cao. Điều khiển phi tuyến chiếm giữ một vị trí quan trọng trong kỹ thuật điều khiển thông qua việc ngày càng tăng số lượng bài báo, các báo cáo về nghiên cứu và ứng dụng trong điều khiển phi tuyến.

2.3 Lý thuyết về điều khiển trượt

2.3.1 Giới thiệu về điều khiển trượt

Điều khiển cấu trúc động với điều khiển trượt đề xuất và soạn thảo bởi vài nhà nghiên cứu thuộc Liên xô cũ, bắt đầu từ những năm sáu mươi (*Emel'yanov và Taran, 1962; Emel'yanov, 1970; Utkin, 1974*). Những ý tưởng này không xuất hiện ngoài nước Nga cho tới những thập niên bảy mươi khi một cuốn sách của Itkis (*Itkis, 1976*) và một bài báo tổng quan của Utkin (*Utkin, 1977*) được xuất bản tại nước Anh. Kể từ đó điều khiển trượt được phát triển và được áp dụng thiết kế các bộ điều khiển cho các hệ thống bao gồm những hệ thống phi tuyến, hệ thống MIMO, mô hình rời rạc theo thời gian, những hệ thống có kích thước lớn..

Về cơ bản, điều khiển trượt sử dụng luật điều khiển hồi tiếp gián đoạn để thi hành ổn định cho hệ thống, một bề mặt đặc biệt bên trong không gian trạng thái. Hệ thống động khi giới hạn bởi mặt trượt thì được mô tả như là ý tưởng chuyển động trượt và đại diện cho hệ thống điều khiển hành vi.

Thuận lợi đối với một sự chuyển động được nhân đôi: đầu tiên hệ thống vận hành như là một hệ thống được giảm bậc so với đối tượng gốc. Thứ hai sự di

chuyển trên mặt trượt của hệ thống làm cho hệ thống không nhạy với nhiễu và sự không ổn định của mô hình.

2.3.2 Khái niệm mặt trượt

Xét hệ thống động học phi tuyến có phương trình toán học được mô tả như phương trình (2.1):

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x) + b(x).u \\ y &= x \end{aligned} \quad (2.1)$$

trong đó, u : ngõ vào điều khiển vô hướng,

$x = [x \quad \dot{x} \quad \dots \quad x^{(n-1)}]^T$: vector trạng thái,

$f(x)$: hàm chưa biết, nhưng bị chặn bởi hàm phi tuyến,

$b(x)$: độ lợi điều khiển.

Điều khiển đối tượng: Để đạt được trạng thái x bám theo các trạng thái thay đổi theo thời gian $x_d = [x_d \quad \dot{x}_d \quad \dots \quad x_d^{(n-1)}]^T$ của mô hình không chính xác theo $f(x)$ và $b(x)$.

Điều kiện để đạt được nhiệm vụ điều khiển bám, sử dụng tín hiệu điều khiển hữu hạn u , trạng thái mong muốn ban đầu phải thỏa:

$$x_d(0) = x(0) \quad (2.2)$$

- Một số ký hiệu được đơn giản hóa

- Sai lệch bám theo biến x .

$$\tilde{x} = x - x_d$$

- Sai lệch bám theo vector.

$$\tilde{x} = x - x_d = [\tilde{x} \quad \dot{\tilde{x}} \quad \dots \quad \tilde{x}^{(n-1)}]^T$$

- Mặt trượt biến đổi theo thời gian $S(t)$ trong không gian trạng thái $R(n)$ bởi biểu thức vô hướng $s(x;t) = 0$.

trong đó, $s(x;t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x}$, λ là hằng số dương (2.3)

ví dụ với $n = 2 \rightarrow s = \tilde{x} + \lambda \cdot \tilde{x}$,

$$n = 3 \rightarrow s = \tilde{x} + 2\lambda \cdot \tilde{x} + \lambda^2 \cdot \tilde{x}.$$

Điều kiện ban đầu (2.2), vấn đề bám $x = x_d$ tương đương với các giá trị còn lại trên mặt trượt $S(t)$ cho tất cả các giá trị $t > 0$; thực vậy $s = 0$ đại diện cho một phương trình vi phân tuyến tính mà các nghiệm của nó là $\tilde{x} = 0$, thỏa điều kiện ban đầu (2.2), suy ra, vấn đề bám của vector x_d kích thước n có thể được giảm để mà để giữ s tại không.

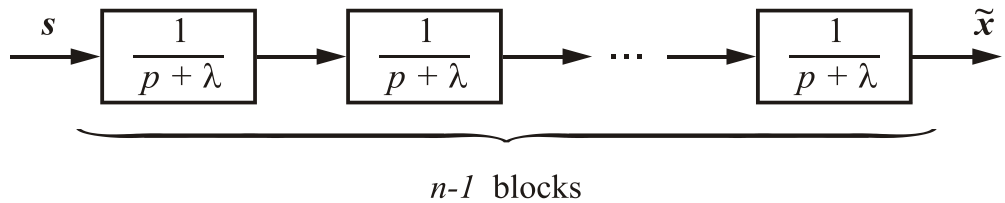
Đường biên của s có thể được tịnh tiến tiếp sang đường biên của vector sai lệch bám \tilde{x} và vì thế giá trị vô hướng s đặc trưng cho việc đo lường đúng của công việc thực hiện điều khiển bám. Giả thiết rằng $\tilde{x}(0) = 0$ chúng ta có:

với mọi $t \geq 0$, $|s(t)| \leq \phi$;

suy ra $\forall t \geq 0, |\tilde{x}^{(i)}| \leq (2\lambda)^i \varepsilon, i = 0, \dots, n-1$ (2.4)

trong đó, $\varepsilon = \frac{\phi}{\lambda^{n-1}}$

Từ định nghĩa (2.3), sai lệch \tilde{x} đạt được từ s thông qua một chuỗi bộ lọc thông thấp bậc nhất được biểu diễn như trong hình 2.1, trong đó $p = \frac{d}{dt}$ là toán tử Laplace.



Hình 2.1: Tính toán giới hạn biên trên \tilde{x} .

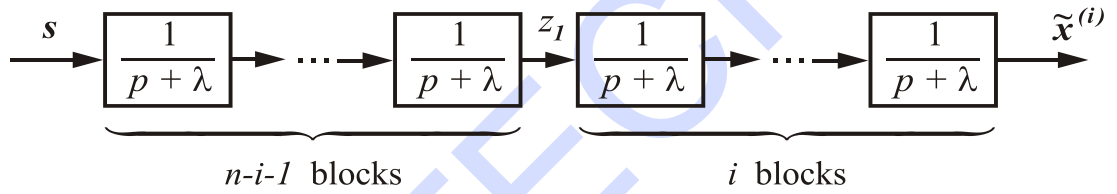
y_1 là ngõ ra của bộ lọc thứ nhất $y_1 = \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} s(T) dT$,

từ $|s| \leq \phi$ ta đạt được:

$$|y_1(t)| = \phi \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} s(T) dT = \frac{\phi}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \leq \frac{\phi}{\lambda}$$

Áp dụng phương pháp trên ta được $|\tilde{x}| \leq \frac{\phi}{\lambda^{-\lambda t}} = \varepsilon$.

Giống như $\tilde{x}^{(i)}$ có thể được thông qua chuỗi trong hình 2.2.



Hình 2.2: Tính toán biên của $\tilde{x}^{(i)}$.

Từ kết quả ở trên, ta có $|z| \leq \frac{\phi}{\lambda^{n-1-i}}$;

trong đó, z_i là ngõ ra thứ i của bộ lọc thứ $(n-1-i)$. Ngoài ra chú ý rằng:

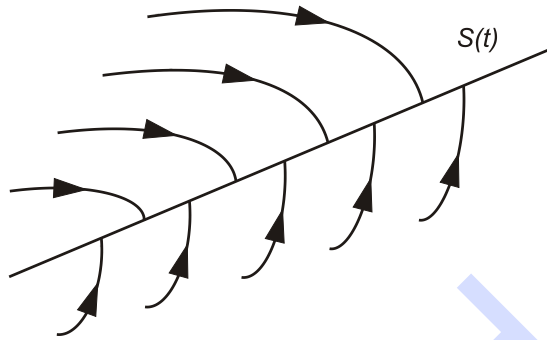
$\frac{p}{p + \lambda} = 1 - \frac{\lambda}{p + \lambda}$, suy ra $|\tilde{x}^{(i)}| \leq \left(\frac{\phi}{\lambda^{n-1-i}} \right) \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda} \right)^i = (2\lambda)^i$ là đường biên. Trong

trường hợp $\tilde{x}(0) \neq 0$, đường biên (2.4) đạt được một cách tiệm cận, ví dụ trong một khoảng thời gian ngắn $\frac{n-1}{\lambda}$. Phương trình bậc nhất đã rút gọn giữ cho s tại không

bây giờ có thể đạt được bởi chọn luật điều khiển u của (2.1) cũng như bên ngoài $S(t)$.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2) \leq -\gamma |s| \quad (2.5)$$

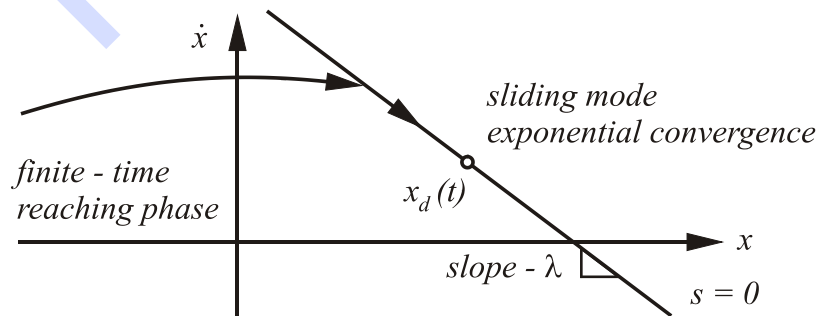
Trong đó γ là một hằng số dương, trạng thái (2.5) là bình phương khoảng cách tới mặt trượt, giảm quỹ đạo của hệ thống, vì thế quỹ đạo bị ràng buộc đến mặt trượt $S(t)$, như minh họa trong hình 2.3.



Hình 2.3: Điều kiện trượt.

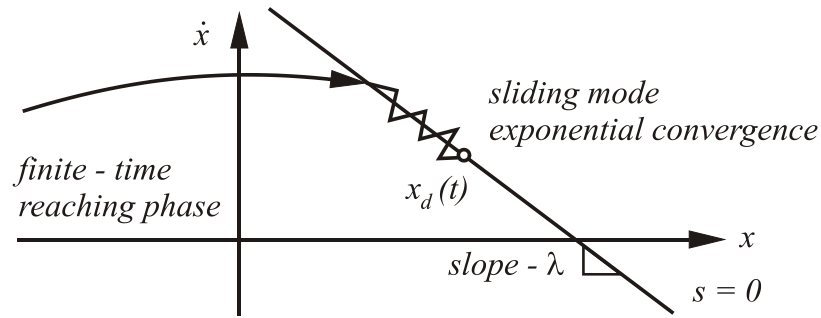
Điều kiện (2.5) được gọi là điều kiện trượt. $S(t)$ theo (2.5) được gọi là mặt trượt. Hệ thống có trạng thái như vậy trên bề mặt được gọi là chế độ trượt hay trượt thỏa mãn (2.5) đảm bảo rằng nếu điều kiện (2.2) không chính xác thì mặt $S(t)$ sẽ đạt được trong một khoảng thời gian nhỏ hơn $\frac{|s(t=0)|}{\gamma}$.

Hệ thống có trạng thái điển hình bao gồm điều kiện trượt thỏa (2.5) được minh họa trong hình 2.4 với $n=2$.



Hình 2.4: Minh họa biểu thức (2.3) và (2.5) với $n=2$.

Khi điều khiển chuyển mạch không hoàn hảo, xảy ra hiện tượng dao động (*chattering*) được biểu diễn như hình 2.5.



Hình 2.5: Hiện tượng dao động.

- Xây dựng phương trình Filippov cho hệ động học

Hệ động lực học trong trượt có thể được viết:

$$s = 0 \quad (2.6)$$

Qua việc giải quyết (2.6), chúng ta đạt được một biểu thức của u được gọi là điều khiển cân bằng u_{eq} , có thể được giải thích khi luật điều khiển liên tục để duy trì $s = 0$ nếu hệ thống động học được biết chính xác. Xét ví dụ, cho hệ thống có dạng $\dot{x} = f + u$, chúng ta có:

$$u_{eq} \rightarrow u = -f + \dot{x}_d = -f + (\dot{x}_d + \lambda x)$$

$$\text{từ (2.6)} \quad s = \tilde{x} + \lambda \tilde{x} = 0 \Rightarrow \tilde{x} = 0$$

$$\text{từ đó} \quad u = -f + \dot{x}_d + \lambda \tilde{x} \quad (2.7)$$

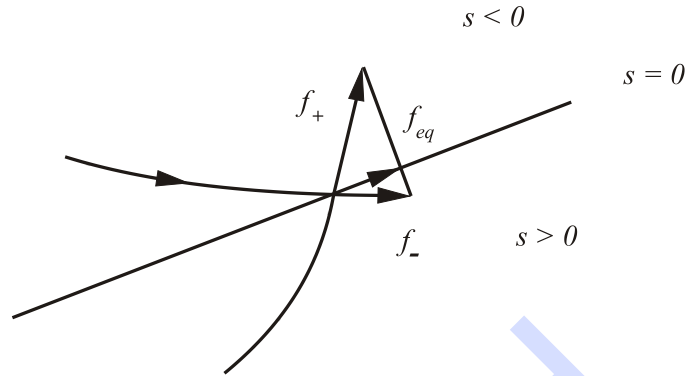
và hệ thống động lực học trong điều khiển trượt là:

$$\dot{x} = f + u_{eq} = \dot{x}_d - \lambda \tilde{x} \quad (2.8)$$

Về mặt hình học, điều khiển cân bằng có thể được xây dựng như sau:

$$u_{eq} = \alpha u_+ + (1 - \alpha) u_-$$

Ví dụ, khi kết hợp một những giá trị của u trên cả hai mặt của $S(t)$, giá trị α có thể đạt được từ (2.6) phù hợp với yêu cầu quỹ đạo hệ thống tiếp tuyến với mặt trượt.



Hình 2.6: Xây dựng Filippov của hệ thống động lực cân bằng trong điều khiển trượt.

- Khả năng thực hiện chính xác

Xét một ví dụ cơ bản về hệ thống bậc hai.

$$\ddot{x} = -a(t)x^2 \cos 3x + u \quad (2.9)$$

trong đó, u : ngõ vào điều khiển; $y = x$: ngõ ra vô hướng.

$f = -a(t)x^2 \cos 3x$ là hàm tuyến tính chưa biết với $(1 \leq a \leq 2)$ và \hat{f} là giá trị ước lượng của f , giả sử rằng ước lượng sai lệch được giới hạn bởi hàm chưa biết $F = F(x, \dot{x})$ như sau:

$$|\hat{f} - f| \leq F \quad (2.10)$$

Giả sử rằng $\hat{f} = -15(t)x^2 \cos 3x$ suy ra $F = 0.5x^2 |\cos 3x|$. Để mà hệ thống bám $x(t) = x_d(t)$, chúng ta định nghĩa mặt trượt $s=0$ theo (2.3) như sau:

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \tilde{x} = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (2.11)$$

Sau đó chúng ta được:

$$\dot{s} = \ddot{\tilde{x}} + \lambda \dot{\tilde{x}} = (\ddot{x} - \ddot{x}_d) + \lambda \dot{\tilde{x}} = f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (2.12)$$

Để đạt được $s = 0$, chúng ta chọn luật điều khiển $u = f - \ddot{x}_d + \lambda \tilde{x}$. Bởi vì f chưa biết và được thay thế bởi \hat{f} nên tín hiệu điều khiển được chọn như sau:

$$u \rightarrow \hat{u} = \hat{f} - \ddot{x}_d + \lambda \tilde{x} \quad (2.13)$$

\hat{u} có thể được xem như là phần điều khiển cân bằng tốt nhất để mà phân tầng điều kiện trượt (2.5), mặc dù f không chính xác, chúng ta công \hat{u} một phần không liên tục thông qua $s=0$.

$$u = \hat{u} - k \cdot \text{sgn}(s) \quad (2.14)$$

với “sgn” là hàm dấu:
$$\begin{cases} \text{sgn} = +1 & \text{nu } S > 0 \\ \text{sgn} = -1 & \text{nu } S < 0 \end{cases};$$

Bởi việc chọn $k = k(x, \dot{x})$ trong (2.14) đủ lớn, chúng ta có thể chắc chắn rằng (2.5) được kiểm định lại.

Thực vậy, từ (2.12) và (2.14), ta có:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s \dot{s} = [f - \hat{f} - k \text{sgn}(s)] s = (f - \hat{f}) s - k |s| \quad (2.15)$$

Vì vậy $k = F + \gamma$ chúng ta đạt được từ (2.5) $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2) \leq -\gamma |s|$ như mong muốn.

✓ Chú ý

- Từ (2.15) tín hiệu điều khiển gián đoạn k đi qua mặt trượt $s=0$ tăng lên với sự mở rộng của các tham số dễ biến đổi.

- \hat{f} và F cần không chỉ phụ thuộc vào x hay \dot{x} . Chúng có thể là hàm được với nhiều biến bên ngoài (2.8) và có thể phụ thuộc vào thời gian.

- Với hệ thống bậc nhất, trượt có thể được giải thích rằng “*Nếu sai lệch âm, đưa nhanh sai lệch về phía chiều dương, và ngược lại*”. Nó không đúng cho hệ

thống có bậc cao.

✓ Điều khiển tích phân

Một kết quả tương tự sẽ đạt được bằng cách sử dụng điều khiển tích phân, ví dụ $\int_0^t \tilde{x}(r)dr$ được chú ý đến. Hệ thống (2.8) bây giờ là hệ bậc ba và (2.3) sẽ là:

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^2 \left(\int_0^t \tilde{x} dr \right) = \tilde{x} + 2\lambda \tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dr$$

Sau đó chúng ta được, thay vì (2.13), $\hat{u} = -\hat{f} + x_d - 2\lambda \tilde{x} - \lambda^2 \tilde{x}$ với (2.14) và (2.15) không đổi. Hằng số có thể được chọn để đạt được $s(t=0)=0$ không kể đến $x_d(0)$.

$$s = \tilde{x} + 2\lambda \tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dr - \tilde{x}(0) - 2\lambda \tilde{x}(0)$$

✓ Khuếch đại chênh lệch

Giả sử (2.8) được thay thế bởi: $\dot{x} = f + bu$ (2.16)

Trong đó phần khuếch đại b chưa được biết, nhưng biết được giới hạn:

$$0 < b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \quad (2.17)$$

Từ đó tín hiệu điều khiển đưa vào được nhân lên nhiều lần, ước lượng \hat{b} của độ khuếch đại b thỏa $\hat{b} = \sqrt{b_{\min} b_{\max}}$. Đường biên (2.17) có thể được viết lại như sau:

$$\beta^{-1} \leq \frac{\hat{b}}{b} \leq \beta \quad (2.18)$$

trong đó, $\beta = \sqrt{b_{\min}/b_{\max}}$.

Từ đó luật điều khiển sẽ được thiết kế để đưa đến phân biên nhanh gấp nhiều lần (2.18), chúng ta gọi β là hệ số khuếch đại biên, với s và \hat{u} được định nghĩa trước đó. Ta có thể dễ dàng có được luật điều khiển:

$$u = \hat{b}^{-1}[\hat{u} - k.\text{sgn}(s)] \quad (2.19)$$

$$\text{Với } k \geq \beta (F + \gamma) + (\beta - 1) |\hat{u}| \quad (2.20)$$

Thỏa mãn điều kiện trượt. Thực vậy sử dụng (2.19) trong biểu thức của s ta được:

$$u = \hat{b}^{-1}[\hat{u} - k.\text{sgn}(s)]$$

$$s = (f - b\hat{b}^{-1}\hat{f}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(-x_d + \lambda \tilde{x}) - b\hat{b}^{-1}k.\text{sgn}(s)$$

Điều kiện (2.5) có thể được viết lại $s \leq -\gamma |s| = -\gamma s.\text{sgn}(s)$. Vì vậy, chúng ta có:

$$[(f - b\hat{b}^{-1}\hat{f}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(-x_d + \lambda \tilde{x}) - b\hat{b}^{-1}k.\text{sgn}(s)]s \leq \gamma s.\text{sgn}(s)$$

$$\text{hay } [(f - b\hat{b}^{-1}\hat{f}) + (1 - b\hat{b}^{-1})(-x_d + \lambda \tilde{x})]s + \gamma s.\text{sgn}(s) \leq b\hat{b}^{-1}k.\text{sgn}(s).s$$

suy ra $k \geq [(b\hat{b}^{-1}f - \hat{f}) + (b\hat{b}^{-1} - 1)(-x_d + \lambda \tilde{x})]\text{sgn}(s) + b\hat{b}^{-1}\gamma$, vì thế k được xác định:

$$k \geq |b\hat{b}^{-1}f - \hat{f} + (b\hat{b}^{-1} - 1)(-x_d + \lambda \tilde{x})| + b\hat{b}^{-1}\gamma, \text{ với } |f - \hat{f}| \leq F.$$

Phương trình trên trở thành: $k \geq b\hat{b}^{-1}F + \gamma b\hat{b}^{-1} + |b\hat{b}^{-1} - 1| |\hat{f} - x_d + \lambda \tilde{x}|$ tới (2.20). Chú ý rằng việc điều khiển không liên tục được tăng để đưa vào phần tính toán độ khuếch đại b .

Ví dụ 2.1: Một mô hình đơn giản của một thiết bị chuyển động dưới nước có thể được viết như sau:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + x = u \quad (2.21)$$

trong đó, x là vị trí của thiết bị, u là ngõ vào điều khiển, m là khối lượng của thiết bị và c là hệ số dịch chuyển.

Trong thực tế, m và c không được biết chính xác, bởi vì chỉ mô tả sơ sài về tác động của hệ thống động lực học về chuyển động. Từ (2.3) ta có $s = \tilde{x} + \lambda \tilde{x}$,

$$\text{suy ra } s = \tilde{x} + \lambda \tilde{x} = (x - x_d) + \lambda \tilde{x}$$

$$\text{hay } ms = mx - mx_d + m\lambda \tilde{x} = -cx|x| + u - mx_d + m\lambda \tilde{x}$$

Bộ điều khiển ước lượng có thể chọn như sau: $\hat{u} = \hat{m}(x_d - \lambda \tilde{x}) + \hat{c}x|x|$ và luật điều khiển thỏa điều kiện trượt có thể được nhận từ:

$$u = \hat{u} - k \cdot \text{sgn}(s) = \hat{m}(x_d - \lambda \tilde{x}) + \hat{c}x|x| - k \cdot \text{sgn}(s) \quad (2.22)$$

với k là hệ số từ (2.20)

$$k \geq \beta(F + \gamma) + (\beta - 1)|\hat{u}| \geq \beta(F + \gamma) + (\beta - 1)|\hat{m}(x_d + \lambda \tilde{x}) + \hat{c}x|x||$$

vì vậy, k có thể được chọn như sau:

$$k = (F + \beta\gamma) + |\hat{m}|(\beta - 1)(x_d + \lambda \tilde{x}) \quad (2.23)$$

Chú ý rằng biểu thức (2.23) ngắn gọn hơn dạng tổng quát (2.20), ngược lại cấu trúc đơn giản hơn và u có thể bù trực tiếp cho $cx|x|$, không kể đến sự thay đổi của m . Trong dạng tổng quát có thể nhận thấy được vấn đề này.

- *Triển khai trực tiếp các luật chuyển mạch*

Các ứng dụng chính của các bộ điều khiển chuyển mạch ở trên bao gồm việc điều khiển các động cơ điện và sử dụng các rung động để giảm tác động của ma sát.

- Điều khiển chuyển mạch bằng điều chế độ rộng xung.
- Điều khiển chuyển mạch với bộ giám sát tuyến tính.
- Điều khiển chuyển mạch bằng rung động.

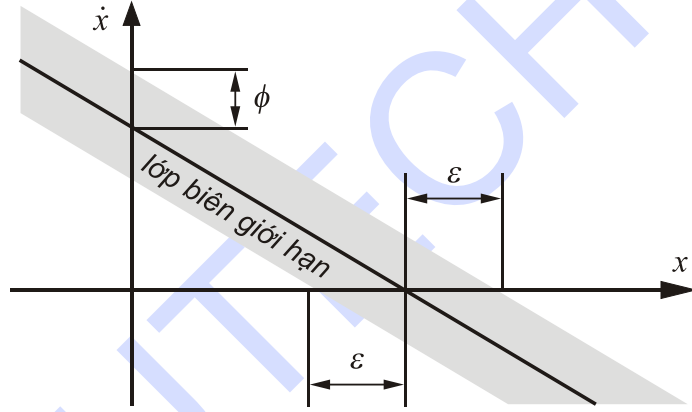
2.3.3 Luật điều khiển chuyển mạch xấp xỉ liên tục

Trong dạng tổng quát, hiện tượng dao động (*chattering*) phải được loại trừ trong để cho bộ điều khiển làm việc chính xác. Điều này có thể đạt được bởi việc san bằng điều khiển không liên tục trong lớp biên gần với bề mặt chuyển mạch.

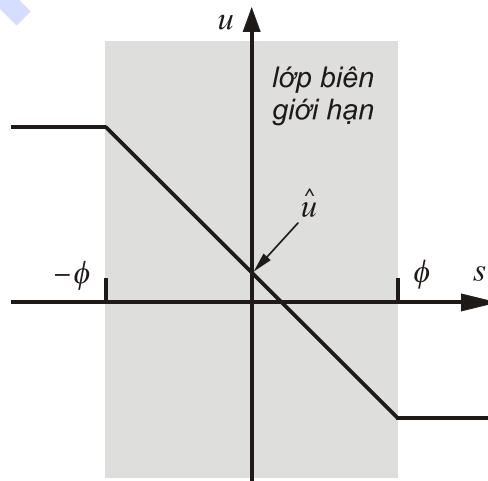
$$B(t) = \{x, |s(x;t)| \leq \phi\}; \quad \phi > 0 \quad (2.24)$$

Trong đó ϕ là độ dày của đường biên và $\varepsilon = \frac{\phi}{\lambda^{n-1}}$ là độ dày của đường biên,

hình 2.7 minh họa lớp biên với trường hợp $n=2$.



Hình 2.7: Lớp biên giới hạn.



Hình 2.8: Điều khiển nội suy trong lớp biên.

Hình 2.8 minh họa khái niệm:

- Bên ngoài của $B(t)$, chọn luật điều khiển u như trên (2.5).
- Bên trong $B(t)$, nội suy để đạt được u ; ví dụ, thay thế biểu thức của u thành phần $\text{sgn}(s)$ bởi $\frac{s}{\phi}$.

Nhận được kết quả từ (2.1.1), điều này đảm bảo độ chính xác ε , và cũng đảm bảo cho tất cả các quỹ đạo nằm bên trong $B(t=0)$.

$$\forall t \geq 0, |\tilde{x}^i(t)| \leq (2\lambda)^i \varepsilon; \quad i = 0, \dots, n-1$$

Ví dụ 2.2: Xét hệ thống (2.10): $\dot{x} = -a(t)x^2 \cos 3x + u$, và giả thiết rằng quỹ đạo mong muốn là $x_d = \sin(\pi t/2)$. Hằng số được chọn là $\lambda = 20$, $\gamma = 0.1$, thời gian lấy mẫu $dt = 0.001$ giây.

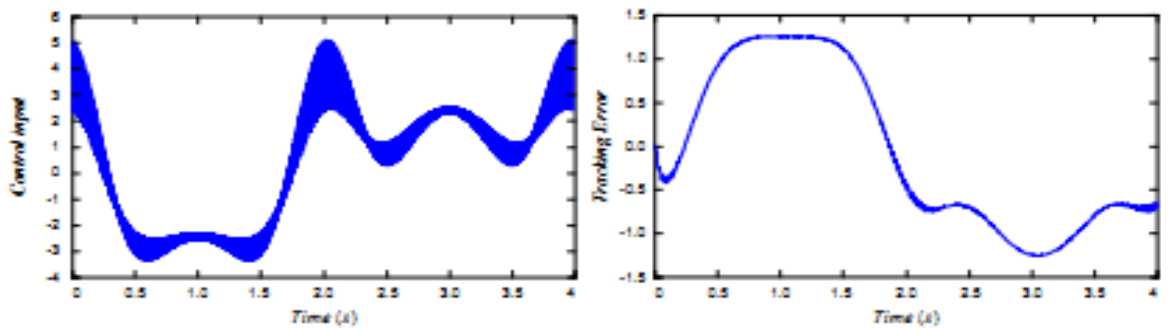
Luật chuyển mạch như sau:

$$u = \hat{u} - k \cdot \text{sgn}(s) = 1.5x^2 \cos(3x) + x_d - 20\tilde{x} - (0.5x^2 |\cos(3x)| + 0.1) \text{sgn}(\tilde{x} + 20\tilde{x})$$

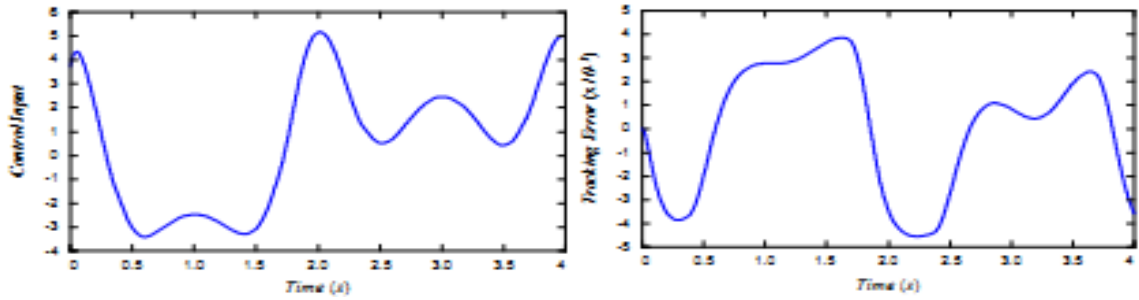
Luật điều khiển với đường biên mỏng $\phi = 0.1$:

$$u = \hat{u} - k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) = 1.5x^2 \cos(3x) + x_d - 20\tilde{x} - (0.5x^2 |\cos(3x)| + 0.1) \text{sat}[(\tilde{x} + 20\tilde{x}) / \phi]$$

Thực thi điều khiển bám với luật chuyển mạch nhận được hình 2.9 với luật điều khiển phẳng hóa trong hình 2.10.



Hình 2.9: Ngõ vào điều khiển và thực thi bám.



Hình 2.10: Ngõ vào tín hiệu điều khiển san bằng và thực thi bám.

✓ Chú ý

- Độ phẳng tín hiệu điều khiển liên tục bên trong $B(t)$ về cơ bản ấn định cấu trúc bộ lọc thông thấp tới mặt trượt thay đổi s , vì vậy loại trừ dao động (*chattering*) chấp nhận cấu trúc bộ lọc này sau đó cho phép chúng ta hiệu chỉnh luật điều khiển để đạt được sự cân bằng độ chính xác bám và tính bền vững.

- Độ dày đường biên φ có thể được chọn thay đổi theo thời gian và có thể được giám sát để khai thác tốt bằng thông điều khiển có thể.

Xét hệ thống (2.1) $x^{(n)} = f(x) + b(x).u$ với $b = \hat{b} = 1$ để duy trì sự hút của lớp biên φ được cho phép thay đổi theo thời gian, chúng ta phải giảm thỏa (2.5), thực vậy chúng ta phải đảm bảo rằng khoảng cách tới lớp biên luôn giảm.

$$s \geq \varphi \quad \text{suy ra} \quad \frac{d}{dt}(s - \varphi) \leq -\gamma$$

$$s \leq -\varphi \quad \text{suy ra} \quad \frac{d}{dt}(s - \varphi) \geq \gamma$$

Vì vậy, để thay vào yêu cầu (2.5) thỏa mãn lớp biên bên ngoài, chúng ta đòi hỏi phải:

$$|s| \geq \varphi \quad \text{suy ra} \quad \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq (\varphi - \gamma) |s| \quad (2.25)$$

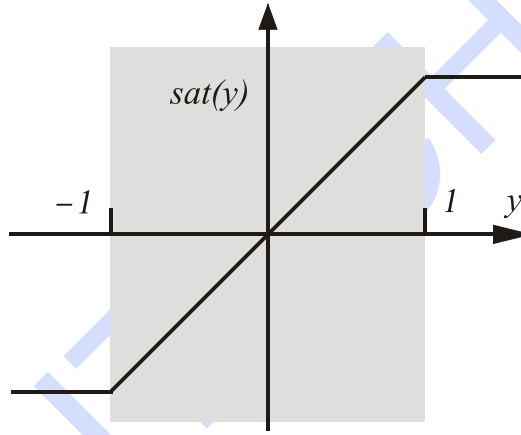
Thành phần cộng thêm $\varphi |s|$ thực ra làm cho điều kiện trên lớp biên trở nên chính xác hơn bằng cách thu hẹp lớp biên ($\varphi < 0$) và giảm chính xác trong biểu

thức lớp biên ($\varphi > 0$). Để thỏa mãn (2.25), một lượng φ được cộng vào để điều khiển hệ số khuếch đại không liên tục $k(x)$.

Ví dụ: trong thực thi trượt, thành phần $k(x)\text{sgn}(s)$ đạt được từ luật chuyển mạch u thực ra được thay thế bởi $\bar{k}(x).\text{sat}(s/\varphi)$ trong đó,

$$\bar{k}(x) = k(x) - \varphi \quad (2.26)$$

với “*sat*” là hàm bão hòa:
$$\begin{cases} \text{sat}(y) & \text{nu } |y| \leq 1 \\ \text{sat}(y) = \text{sgn}(y) & \text{truong hop khac} \end{cases};$$



Theo đó luật điều khiển trở thành $u = \hat{u} - \bar{k}(x).\text{sat}(s/\varphi)$. Bây giờ chúng ta thảo luận về quỹ đạo của hệ thống bên trong đường biên. Chúng có thể được nói rõ trực tiếp trong phần biến s như sau:

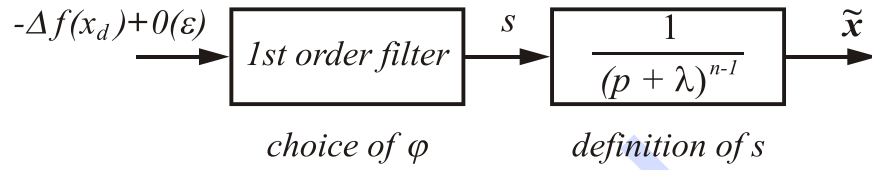
$$s = -\frac{\bar{k}(x)s}{\varphi} - \Delta f(x) \quad (2.27)$$

Trong đó $\Delta f = \hat{f} - f$. Từ \bar{k} và Δf liên tục tại x , sử dụng (2.4) ghi lại (2.27) dưới dạng:

$$s = -\frac{\bar{k}(x)s}{\varphi} + (-\Delta f(x) + 0(\varepsilon)) \quad (2.28)$$

Từ (2.28) chúng ta thấy rằng biến s (là khoảng cách đại số tới mặt trượt $S(t)$) có thể được như là ngõ ra đầu tiên của mạch lọc, chỉ phụ thuộc vào trạng thái mong muốn x_{dm} và ngõ vào.

Vì thể hiện tượng dao động (*chattering*) bị loại trừ, cho tới khi mô hình động lực học không tác động bởi tần số cao.



Hình 2.11: Cấu trúc vòng kín của sai lệch hệ thống.

Điều khiển hoạt động là một hàm của x và x_d . Khi λ là tần số ngắt của bộ lọc (2.3), nó phải được chọn nhỏ với việc chú ý đến mô hình động ở tần số cao. Xa hơn chúng ta có thể tránh độ dày của lớp biên φ để mà (2.28) có mặt bộ lọc bậc nhất với băng thông λ .

$$\frac{\bar{k}(x_d)}{\varphi} = \lambda \quad (2.29)$$

Có thể viết (2.26) thành:

$$\varphi + \lambda\varphi = k(x_d) \quad (2.30)$$

$$\bar{k}(x) = k(x) - k(x_d) + \lambda\varphi \quad (2.31)$$

✓ Chú ý

- Quỹ đạo của s là một sự mô tả của vòng lặp kín: hoạt động điều khiển phụ thuộc trực tiếp vào s , trong khi sai lệch bám \tilde{x} đơn thuần chỉ là dạng được lọc của s .
- Quỹ đạo của s đạo diện một sự đo lường thay đổi theo thời gian của các giá trị giả định trên mô hình có tính thay đổi.
- Độ dày của lớp biên φ mô tả sự thay đổi của mô hình động không ổn

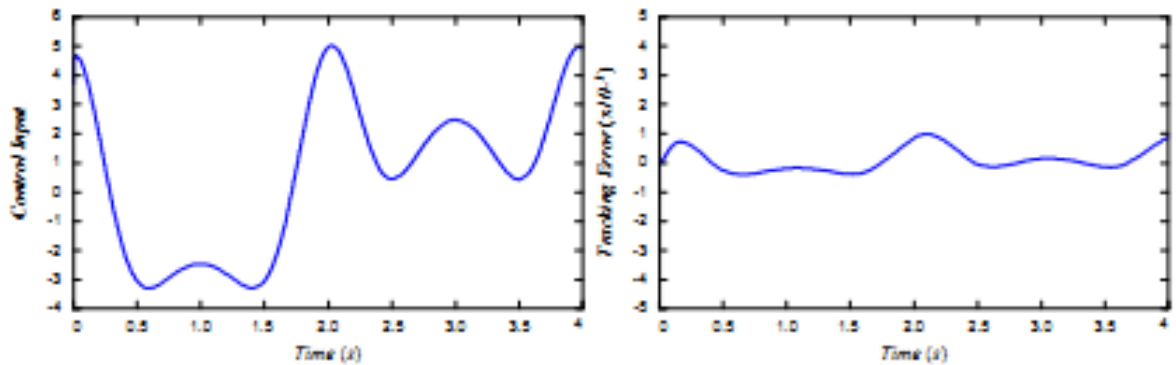
định với thời gian. Nó được thể hiện riêng biệt trên đồ thị $s(t)$, $\varphi(t)$, và $-\varphi(t)$, trên từng biểu đồ riêng biệt được mô tả như trong hình 2.13.

Ví dụ 2.3: Xét một lần nữa hệ thống được mô tả bởi phương trình (2.10): $\ddot{x} = -a(t)x^2 \cos 3x + u$. Giả thiết rằng $\varphi(0) = \gamma/\lambda$, với $\gamma = 0.1$, $\lambda = 20$. Từ (2.31) và (2.32).

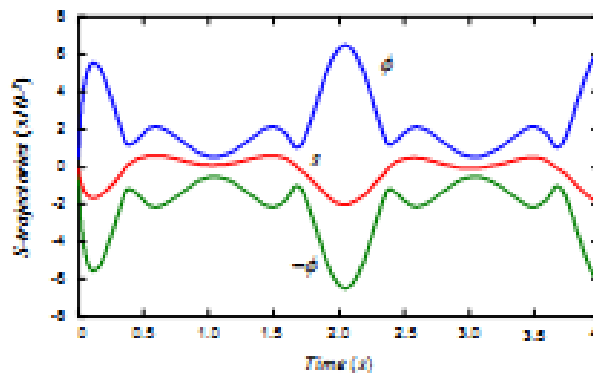
$$\bar{k}(x) = (0.5x^2|\cos(3x)| + \gamma) - (0.5x_d^2|\cos(3x_d)| + \gamma) + \lambda\varphi = 0.5x^2|\cos(3x)| + \gamma$$

trong đó, $\dot{\varphi} = -\lambda\varphi + (0.5x_d^2|\cos(3x_d)| + \gamma)$. $\dot{\varphi} = -\lambda\varphi + (0.5x_d^2|\cos(3x_d)| + \gamma)$

$$\begin{aligned} \text{Luật điều khiển bây giờ: } u &= \hat{u} - \bar{k}(x) \text{sat}\left(\frac{s}{\varphi}\right) = \\ &= 1.5x^2 \cos(3x) + \ddot{x}_d - \lambda\tilde{x} - (0.5x^2|\cos(3x)| + \gamma - \varphi) \text{sat}[(\tilde{x} + 20\tilde{x})/\varphi] \end{aligned}$$



Hình 2.12: Tín hiệu điều khiển ngõ vào và kết quả thực thi bám.



Hình 2.13: Quỹ đạo s với lớp biên thay đổi theo thời gian.

✓ **Chú ý**

- Hằng số tùy ý γ được chọn nhỏ để so sánh với giá trị trung bình $k(x_d)$, sử dụng kiến thức của chúng ta về cấu trúc tham số không bền vững.
- Giá trị λ được chọn dựa trên vùng tần số không ổn định của hệ thống tín hiệu điều khiển ngõ vào, sai lệch bám và quỹ đạo s được trình bày trong hình 2.13.

Chúng ta thấy rằng trong khi giá trị của lớp biên có độ dày φ thay đổi theo thời gian có cùng giá trị giống như trong ví dụ 2.2, sai lệch bám tốt hơn (*khoảng bốn lần*) so với ở ví dụ 2.2. Bởi vì thay đổi độ dày của lớp biên cho phép chúng ta làm tốt hơn sử dụng băng thông.

Chương 3

MÔ HÌNH TOÁN HỌC

3.2 Phương pháp tính động lực học

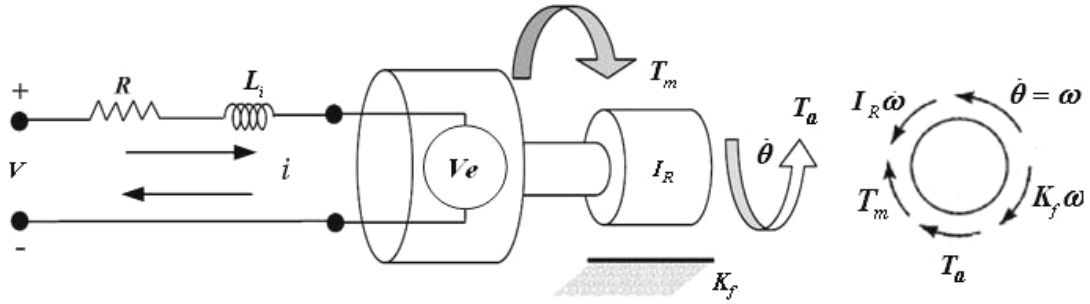
Các mô hình toán học cho con lắc ngược di động và động cơ được mô tả trong chương này. Có nhiều phương pháp sử dụng để tính động lực học, trong đề tài này sử dụng phương pháp Newton.

Bảng 3.1: Danh mục các ký hiệu.

| Thông số | Mô tả | Ký hiệu |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------|
| x_r | Biến của điểm tham chiếu | |
| x_d | Giá trị mong muốn của điểm tham chiếu | |
| x_w | Giá trị đo được của điểm tham chiếu | |
| V_e, k_e | Điện áp phản sức điện động và hằng số của nó | volt, volt.rad/s |
| k_m | Hằng số moment của động cơ | N.m/A |
| θ | Góc vị trí của trục động cơ | rad |
| θ_{Lw}, θ_{Rw} | Góc vị trí của bánh xe trái hoặc phải | rad |
| H_{fL}, H_{fR} | Lực ma sát giữa bánh xe trái hoặc phải với mặt đất | N |
| H_L, P_L, H_R, P_R | Phản lực giữa bánh xe trái hoặc phải và con lắc | N |
| T_L, T_R | Moment tải đến bánh xe trái hoặc phải | N.m |
| I_w | Moment quán tính của bánh xe | kg.m ² |
| M_w | Khối lượng của bánh xe | kg |
| r | Bán kính của bánh xe | m |
| φ | Góc quay quanh trục z | rad |
| δ | Góc quay quanh trục y | rad |
| M_p | Khối lượng của con lắc ngược | kg |
| I_p | Moment quán tính của con lắc ngược liên quan đến trục z | kg.m ² |
| I_δ | Moment quán tính của con lắc ngược liên quan đến trục y | kg.m ² |
| D | Khoảng cách giữa hai bánh xe | m |
| L | Khoảng cách giữa tâm của bánh xe và trọng tâm của con lắc | m |
| ΔU_t | Điện áp sai lệch giữa động cơ trái và phải | volt |
| g | Gia tốc trọng trường | m/s ² |

3.3 Mô hình động cơ điện một chiều

Con lắc ngược di động được trang bị hai động cơ một chiều. Mô hình này được sử dụng trong mô hình con lắc ngược di động để cung cấp mối liên hệ giữa điện áp ngõ vào của động cơ và moment cần thiết cho hệ thống.



Hình 3.1: Sơ đồ động cơ điện một chiều.

Hình 3.1 mô tả phần điện và phần cơ của động cơ một chiều và việc biến đổi từ năng lượng điện thành cơ năng cung cấp cho tải của động cơ.

Khi cung cấp nguồn cho động cơ, dòng điện sẽ chạy trong phần ứng động cơ và động cơ sẽ tạo ra moment tỉ lệ thuận với dòng điện. Mối liên hệ này được diễn tả như sau:

$$T_m = k_m \cdot i \quad (3.1)$$

Điện trở R và cuộn dây L_i nối tiếp với điện áp V_e được sử dụng để mô hình hóa mạch điện của động cơ. Điện áp sức điện động được tạo ra vì cuộn dây quay quanh từ trường, sức điện động được coi như là tuyến tính với tốc độ quay và được viết dưới dạng:

$$V_e = k_e \cdot \omega \quad (3.2)$$

Ở điểm này, phương trình vi phân tuyến tính cho mạch điện của động cơ một chiều có thể được viết theo định luật Kirchhoff cho điện áp:

$$V - R \cdot i - L_i \frac{di}{dt} - V_e = 0 \quad (3.3)$$

Suy ra, phương trình chuyển động của động cơ, ma sát trên trục động cơ gần như là hàm tuyến tính với vận tốc quay trên trục động cơ. Sự xấp xỉ đó là hệ số ma sát k_f trên trục động cơ là một hàm tuyến tính của vận tốc trên trục được tạo ra. Trong hình 3.1, định luật Newton về trạng thái chuyển động chính rằng tổng của các moment được tạo ra trên trục động cơ là tỉ lệ tuyến tính với sự tăng tốc của trục động cơ bởi moment quán tính do dòng điện phản ứng I_R . Những trạng thái trên có thể được viết:

$$I_R \frac{d\omega}{dt} = T_m - k_f \cdot \omega - T_a \quad (3.4)$$

Thay phương trình (3.1), (3.2) vào phương trình (3.3), (3.4) và biến đổi đạo hàm theo thời gian, ta được:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V}{L_i} - \frac{R}{L_i} i - \frac{k_e}{L_i} \omega \quad (3.5)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{I_R} i - \frac{k_f}{I_R} \omega - \frac{T_a}{I_R} \quad (3.6)$$

Cả hai phương trình trên là hàm tuyến tính của dòng điện và vận tốc trên trục động cơ bao gồm đạo hàm cấp một theo thời gian. Để đơn giản hóa mô hình động cơ một chiều áp dụng cho con lắc ngược di động bỏ qua điện cảm và ma sát của động cơ và đạo hàm dòng điện xem như bằng không. Do đó, phương trình (3.5) và (3.6) được viết gần đúng:

$$i = \frac{V}{R} - \frac{k_e}{R} \omega \quad (3.7)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{I_R} i - \frac{T_a}{I_R} \quad (3.8)$$

Thế phương trình (3.7) vào phương trình (3.8), gần đúng cho động cơ một chiều chỉ là hàm vận tốc trên trục động cơ theo điện áp và moment tải và được viết như sau:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{k_m \cdot k_e}{I_R \cdot R} \omega + \frac{k_m}{I_R \cdot R} V - \frac{T_a}{I_R} \quad (3.9)$$

Khi bỏ qua điện cảm của động cơ, dòng điện trong dây quấn không được xét đến trong phương trình chuyển động của động cơ. Dòng điện sẽ đạt tới trạng thái không đổi ngay lập tức so với tốc độ của động cơ, nó cần khoảng thời gian để tăng tốc từ tốc độ ban đầu đến tốc độ sau cùng khi thay đổi điện áp ngõ vào.

Phương trình (3.9) có thể viết lại như sau:

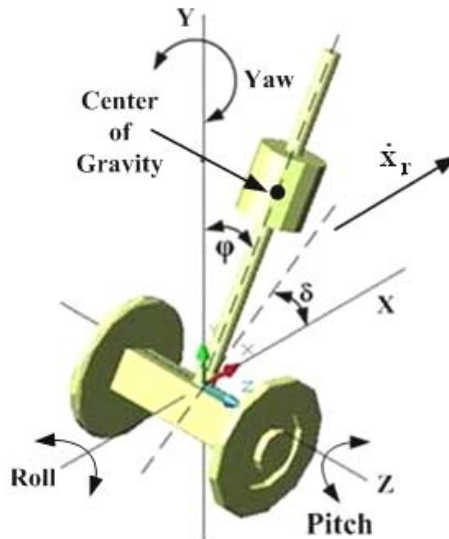
$$I_R \frac{d\omega}{dt} + T_a = -\frac{k_m \cdot k_e}{R} \omega + \frac{k_m}{R} V \quad (3.10)$$

Đây là hệ thống các phương trình vi phân cấp một liên quan đến tốc độ trên trục động cơ ω và điện áp ngõ vào của động cơ.

Từ phương trình (3.4) với các điều kiện trên, phương trình moment của động cơ là:

$$T_m = I_R \frac{d\omega}{dt} + T_a \quad (3.11)$$

3.4 Mô hình động học của con lắc ngược di động



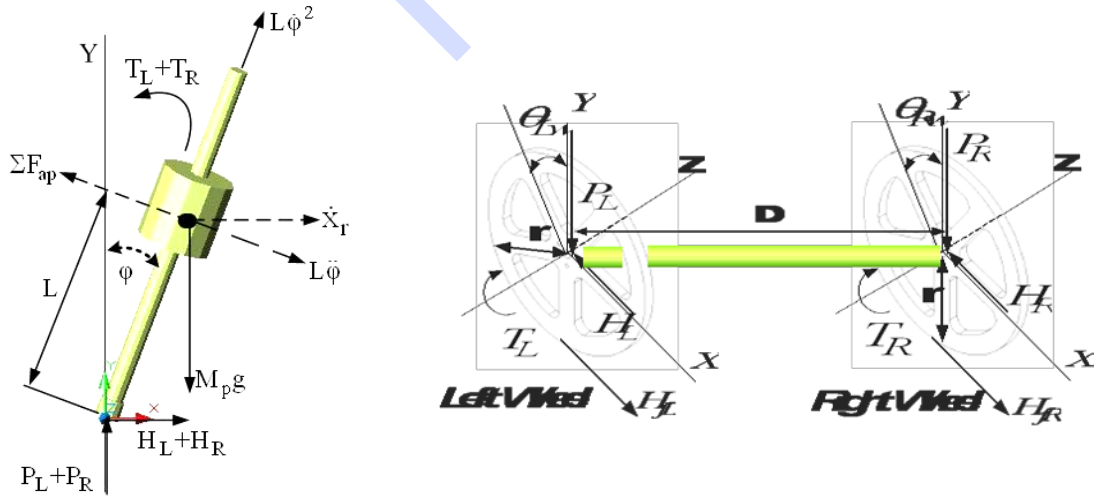
Hình 3.2: Xác định các biến trong không gian.

Con lắc ngược di động hoạt động tương tự như một con lắc ngược được gắn trên xe di động nó bị hạn chế bởi mặt phẳng của xe, tạo điều kiện phát triển trong điều khiển

hệ thống. Động lực học bánh xe và con lắc ngược được phân tích riêng rẽ từ đầu, sau đó dẫn đến hai phương trình chuyển động mô tả hoạt động của con lắc ngược di động. Giả thiết rằng các bánh xe luôn tiếp xúc với mặt đất và tại điểm tiếp xúc không bị trượt. Vì thế không có sự chuyển động trong trục (z) và quay trong trục (x). Các bánh xe trái và phải hoàn toàn tương tự nhau, đồng thời các lực ở góc là không đáng kể. Hệ thống được phát triển bởi *Felix Grasser*. Hình 3.2 trình bày con lắc ngược di động. Trong luận văn này, sự chuyển động của nó được mô tả bởi góc quay φ và tốc độ góc tương ứng $\dot{\varphi}$, sự di chuyển tuyến tính của xe được đặc trưng bởi vị trí x_r và \dot{x}_r .

3.4.1 Động lực học bánh xe

Với những vấn đề nhiễu loạn có thể gây ảnh hưởng đến hệ thống cũng như moment trên trục động cơ, mô hình toán phải đáp ứng với những lực như vậy. Thứ nhất, các phương trình chuyển động liên quan đến hai bánh xe trái và phải. Hình 33 trình bày sơ đồ phân tích lực của con lắc ngược di động. Khi phương trình của bánh xe trái và phải hoàn toàn tương tự nhau, ta chỉ xét một bánh xe phải.



Hình 3.3: Phân tích lực của con lắc ngược di động.

Áp dụng định luật Newton về chuyển động, quan hệ của các lực theo phương ngang là:

$$M_w \ddot{x}_r = H_{fR} - H_R \quad (3.12)$$

Mối quan hệ của moment quanh tâm bánh xe là:

$$I_w \ddot{\theta}_{Rw} = T_R - H_{fR} r \quad (3.13)$$

Từ phương trình (3.10), (3.11), moment trên bánh xe phải là:

$$T_R = T_m = \frac{-k_m k_e}{R} \dot{\theta}_{Rw} + \frac{k_m}{R} V \quad (3.14)$$

với,
$$|T_m| > \frac{|M_p \lg \sin \varphi|}{2}$$

Vì vậy, phương trình (3.13) trở thành:

$$I_w \ddot{\theta}_{Rw} = \frac{-k_m k_e}{R} \dot{\theta}_{Rw} + \frac{k_m}{R} V - H_{fR} r \quad (3.15)$$

Phương trình (3.15) được viết lại:

$$H_{fR} = \frac{-k_m k_e}{Rr} \dot{\theta}_{Rw} + \frac{k_m}{Rr} V - \frac{I_w}{r} \ddot{\theta}_{Rw} \quad (3.16)$$

Thay phương trình (3.16) vào phương trình (3.12), ta có được phương trình cho các bánh xe trái và phải như sau:

Động lực học của bánh xe trái là:

$$M_w \ddot{x}_r = \frac{-k_m k_e}{Rr} \dot{\theta}_{Lw} + \frac{k_m}{Rr} V - \frac{I_w}{r} \ddot{\theta}_{Lw} - H_L \quad (3.17)$$

Động lực học của bánh xe phải là:

$$M_w \ddot{x}_r = \frac{-k_m k_e}{Rr} \dot{\theta}_{Rw} + \frac{k_m}{Rr} V - \frac{I_w}{r} \ddot{\theta}_{Rw} - H_R \quad (3.18)$$

Do sự chuyển động tuyến tính tác động lên tâm của bánh xe, góc quay có thể biến đổi thành chuyển động tuyến tính bằng cách đơn giản như sau:

$$\dot{\theta}_{Rw} r = \dot{x}_r \quad \text{suy ra} \quad \ddot{\theta}_{Rw} = \frac{\ddot{x}_r}{r}$$

$$\dot{\theta}_{Lw} r = \dot{x}_r \quad \text{suy ra} \quad \ddot{\theta}_{Lw} = \frac{\ddot{x}_r}{r}$$

Bởi phép biến đổi tuyến tính, động lực học của bánh xe trái ở phương trình (3.17) là:

$$M_w x_r = \frac{-k_m k_e}{Rr^2} x_r + \frac{k_m}{Rr} V - \frac{I_w}{r^2} x_r - H_L \quad (3.19)$$

Động lực học của bánh xe phải ở phương trình (3.18) là:

$$M_w x_r = \frac{-k_m k_e}{Rr^2} x_r + \frac{k_m}{Rr} V - \frac{I_w}{r^2} x_r - H_R \quad (3.20)$$

Cộng hai phương trình (3.19) và (3.20), ta được:

$$2(M_w + \frac{I_w}{r^2})x_r = -2\frac{k_m k_e}{Rr^2}x_r + 2\frac{k_m}{Rr}V - (H_L + H_R) \quad (3.21)$$

3.4.2 Động lực học con lắc ngược

Mô hình của con lắc ngược được mô tả như hình 3.3, quan hệ của các lực theo phương ngang của con lắc ngược được thể hiện:

$$(H_L + H_R) - M_p L \varphi \cos \varphi + M_p L \varphi^2 \sin \varphi = M_p x_r \quad (3.22)$$

Phương trình (3.22) được viết lại,

$$(H_L + H_R) = M_p x_r + M_p L \varphi \cos \varphi + M_p L \varphi^2 \sin \varphi \quad (3.23)$$

Mối liên hệ giữa các lực vuông góc với con lắc ngược được cho bởi:

$$(H_L + H_R) \cos \varphi + (P_L + P_R) \sin \varphi - M_p g \sin \varphi - M_p L \varphi = M_p x_r \cos \varphi \quad (3.24)$$

Quan hệ giữa moment với trọng lượng của con lắc được thể hiện:

$$-(H_L + H_R)L \cos \varphi - (P_L + P_R)L \sin \varphi - (T_L + T_R) = I_p \varphi \quad (3.25)$$

Moment tác dụng lên con lắc bởi động cơ với phép biến đổi tuyến tính từ phương trình (3.14) được thể hiện bởi:

$$(T_L + T_R) = -2\frac{k_m k_e}{R} \frac{x_r}{r} + 2\frac{k_m}{R} V$$

Thế phương trình trên vào phương trình (3.25).

$$-(H_L + H_R)L \cos \varphi - (P_L + P_R)L \sin \varphi - \left(-2 \frac{k_m k_e}{R} \cdot \frac{x_r}{r} + 2 \frac{k_m}{R} V\right) = I_p \ddot{\varphi}$$

$$\text{hay} \quad -(H_L + H_R)L \cos \varphi - (P_L + P_R)L \sin \varphi = -2 \frac{k_m k_e}{Rr} \cdot x_r + 2 \frac{k_m}{R} V + I_p \ddot{\varphi} \quad (3.26)$$

Nhân phương trình (3.24) với $(-L)$ ta được,

$$-(H_L + H_R)L \cos \varphi - (P_L + P_R)L \sin \varphi + M_p g L \sin \varphi + M_p L^2 \ddot{\varphi} = -M_p x_r L \cos \varphi \quad (3.27)$$

Thế phương trình (3.26) vào phương trình (3.27) ta được,

$$I_p \ddot{\varphi} - 2 \frac{k_m k_e}{Rr} \cdot x_r + 2 \frac{k_m}{R} V + M_p g L \sin \varphi + M_p L^2 \ddot{\varphi} = -M_p L x_r \cos \varphi \quad (3.28)$$

Để khử $(H_L + H_R)$ từ phương trình động lực học của động cơ, ta thế phương trình (3.23) vào phương trình (3.21) và được phương trình như sau:

$$2 \left(M_w + \frac{I_w}{r^2} \right) x_r = -2 \frac{k_m k_e}{Rr^2} \cdot x_r + 2 \frac{k_m}{Rr} V - M_p x_r - M_p L \ddot{\varphi} \cos \varphi - M_p L \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \quad (3.29)$$

Sắp xếp lại các phương trình (3.28) và (3.29), ta được các phương trình phi tuyến của chuyển động trong hệ thống là:

$$(I_p + M_p L^2) \ddot{\varphi} - 2 \frac{k_m k_e}{Rr} \cdot x_r + 2 \frac{k_m}{R} V + M_p g L \sin \varphi = -M_p L x_r \cos \varphi \quad (3.30)$$

$$2 \frac{k_m}{Rr} V = 2 \left(M_w + \frac{I_w}{r^2} \right) x_r + 2 \frac{k_m k_e}{Rr^2} \cdot x_r + M_p x_r + M_p L \ddot{\varphi} \cos \varphi + M_p L \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \quad (3.31)$$

Hai phương trình trên có thể tuyến tính hóa với giả thuyết $(\varphi = \pi + \phi)$ và ở đây ϕ đặc trưng cho một góc nhỏ theo hướng đi lên theo chiều thẳng đứng.

Tuyến tính hóa hai phương trình (3.30), (3.31) với giả thuyết rằng:

$$\cos \varphi = -1, \quad \sin \varphi = -\phi \quad \text{và} \quad \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = 0$$

Hai phương trình trên trở thành:

$$(I_p + M_p L^2) \ddot{\phi} - 2 \frac{k_m k_e}{Rr} \cdot x_r + 2 \frac{k_m}{R} V - M_p g L \phi = M_p L x_r \quad (3.32)$$

$$\text{và} \quad 2 \frac{k_m}{R} V = (2M_w + 2 \frac{I_w}{r^2} + M_p)x_r + 2 \frac{k_m k_e}{Rr^2} x_r - M_p L \phi \quad (3.33)$$

Để có biến trạng thái diễn tả cho hệ thống, phương trình (3.32), (3.33) được sắp xếp lại như sau:

$$\phi = \frac{M_p L}{(I_p + M_p L^2)} x_r + 2 \frac{k_m k_e}{Rr(I_p + M_p L^2)} x_r - 2 \frac{k_m}{R(I_p + M_p L^2)} V + \frac{M_p g L}{(I_p + M_p L^2)} \phi \quad (3.34)$$

$$x_r = \frac{2k_m}{Rr(2M_w + 2 \frac{I_w}{r^2} + M_p)} V - \frac{2k_m k_e}{Rr^2(2M_w + 2 \frac{I_w}{r^2} + M_p)} x_r + \frac{M_p L}{(2M_w + 2 \frac{I_w}{r^2} + M_p)} \phi \quad (3.35)$$

Thế phương trình (3.34) vào (3.33) và phương trình (3.35) vào (3.32), phương trình bi ến trạng thái của hệ thống là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_r \\ \dot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_r \\ \phi \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} V \quad (3.36)$$

Ở đây a_{22} , a_{23} , a_{42} , a_{43} , b_2 và b_4 là hàm của thông số hệ thống, nó được cho bởi:

$$a_{22} = 2 \frac{k_m k_e (M_p L r - I_p - M_p L^2)}{Rr^2 \alpha} \quad ; \quad a_{23} = \frac{M_p^2 g L^2}{\alpha}$$

$$a_{42} = 2 \frac{k_m k_e (r\beta - M_p L)}{Rr^2 \alpha} \quad ; \quad a_{43} = \frac{M_p g L \beta}{\alpha}$$

$$b_2 = 2 \frac{k_m (I_p + M_p L^2 - M_p L r)}{Rr \alpha} \quad ; \quad b_4 = 2 \frac{k_m (M_p L - r\beta)}{Rr \alpha}$$

$$\alpha = \left[I_p \beta + 2M_p L^2 (M_w + \frac{I_w}{r^2}) \right] \quad ; \quad \beta = 2(M_w + \frac{I_w}{r^2} + M_p)$$

Chương 4

THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN

Trong phần này, phương pháp thiết kế bộ điều khiển ổn định trượt dựa trên cơ sở công thức của *Ackermann* [18]. Phương pháp thiết kế bộ điều khiển này có được phương trình mặt trượt với hình thức rõ ràng.

Trình tự để thiết kế hai bộ điều khiển được trình bày sau: thứ nhất, thiết kế bộ điều khiển tĩnh để lực phương pháp trượt có tính động sau khoảng thời gian hữu hạn. Sau đó, bộ điều khiển động được thiết kế, nó thể hiện những đặc tính động trong suốt quá trình ki ểm tra.

Phương trình (3.36) có thể biểu diễn bởi phương trình vi phân.

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (4.1)$$

Với,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

ở đây, u là điều khiển vô hướng.

Theo luật điều khiển, u gồm hai thành phần.

$$u = u_a + u_1 \quad (4.2)$$

với : u_a là bộ điều khiển tĩnh, liên quan tới thành phần điều khiển liên tục và bộ điều khiển động.

u_1 là thành phần trượt gián đoạn.

Trước hết, luật phản hồi trạng thái cho u_a và bộ điều khiển động u_1 được thiết kế để thực hiện phương thức trượt trên mặt trượt trên cơ sở công thức của *Ackermann*.

Từ phương trình (4.1), (4.2), ta có:

$$\dot{x} = Ax + bu_a + bu_1 \quad (4.3)$$

4.1 Thiết kế bộ điều khiển tĩnh

Hệ thống động học của phương trình (4.3) là hệ thống danh định với:

$$\dot{x} = Ax + bu_a \quad (4.4)$$

Bộ điều khiển tĩnh của phương trình (4.4) cho bởi Ackermann như sau:

$$u_a = -k^T x \quad (4.5)$$

với $k^T = h^T P(A); h^T = [0, 0, 0, 1] [b, Ab, A^2b, A^3b]^{-1}$

$$P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4)$$

ở đây, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, đặc trưng cho các giá trị riêng mong muốn và $P(\lambda)$ là đa thức đặc trưng của phương trình (4.4).

Từ phương trình (4.4), (4.5) hệ thống vòng kín có được như sau:

$$\dot{x} = (A - bk^T)x \quad (4.6)$$

Để phương trình (4.6) ổn định, phần thực của các giá trị riêng của $(A - bk^T)$ có thể được đặc trưng bằng giá trị âm.

Việc thiết kế điều khiển trượt bao gồm: lựa chọn mặt trượt, sau đó thu thập luật điều khiển và buộc kiểu điều khiển theo mặt trượt đó.

Phương trình của mặt trượt được chọn là:

$$S = C^T x \quad (4.7)$$

ở đây $C^T = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]^T$ cụ thể với công thức Ackermann.

Bởi khả năng điều khiển của (a, b) , tồn tại trạng thái vector hồi tiếp dương k gán giá trị đặc trưng $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ đến $(A - bk^T)$ như vector đặc trưng C^T của $(A - bk^T)$ liên quan đến λ_4 thỏa mãn:

$$C^T (A - bk^T) = C^T \lambda_4 \quad (4.8)$$

Phương trình (4.8) được viết lại:

$$C^T (A - \lambda_4 I) = C^T bk^T \quad (4.9)$$

Phương trình (4.4) với mặt trượt (4.7) có thể biến đổi vào hệ thống rút gọn bậc.

Giả định rằng các giá trị $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ là những giá trị đặc trưng mong muốn của A trong khi λ_4 là giá trị tùy ý không phụ thuộc vào phạm vi của A trong hệ thống phương trình (4.4) với mặt trượt. Đó là $\det(A - \lambda_4 I) \neq 0$.

Bởi khả năng điều khiển của (a, b) , tồn tại $C^T b \neq 0$ và $(A - \lambda_4 I)^{-1}$ vì λ_4 không là giá trị đặc trưng của A .

Bây giờ C^T được xác định theo: $C^T = h^T P_1(A)$ (4.10)

$$P_1(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \equiv p_1 + p_2\lambda + p_3\lambda^2 + \lambda^3$$

$$C^T b = 1$$

ở đây $P_1(\lambda)$ là đa thức đặc trưng của hệ thống (4.4) với mặt trượt (4.7).

✓ Kiểm chứng

Từ phương trình (4.5) và (4.10) ta có được:

$$P_1(A)b = p_1b + p_2Ab + p_3A^2b + A^3b = [b \quad Ab \quad A^2b \quad A^3b][p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad 1]^T$$

$$C^T b = h^T P_1(A)b = [0, 0, 0, 1][b, Ab, A^2b, A^3b]^{-1}[b \quad Ab \quad A^2b \quad A^3b][p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad 1]^T = 1$$

Từ phương trình (4.5), (4.9) và (4.10), ta có được

$$k^T = h^T P(A) = C^T (A - \lambda_4 I) = h^T P_1(A)(A - \lambda_4 I) \quad (4.11)$$

Từ phương trình (4.11), $P(\lambda)$ ở phương trình (4.5) được viết lại:

$$P(\lambda) = P_1(\lambda)(\lambda - \lambda_4)$$

4.2 Bộ điều khiển động

Sử dụng phương trình (4.2), (4.5) và (4.1) biến đổi thành:

$$x = (A - bk^T)x + bu_1 \quad (4.12)$$

ở đây u_1 là bộ điều khiển động đóng vai trò nhiễu loạn của hệ thống ngõ vào u .

Biến mới z được định nghĩa là:

$$z = \begin{bmatrix} x^1 \\ \dots \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ & \dots \\ & C^T \end{bmatrix} x = Tx \quad (4.13)$$

ở đây $x^I = [x_1, x_2, x_3]^T$ là ba biến trạng thái của x hoạt động như là biến trạng thái của hệ thống khử $S = C^T x$ và trở thành biến trạng thái sau cùng của z và tồn tại T^{-1} .

Với $x = T^{-1}z$ và $z = Tx$, phương trình (4.12) trở thành:

$$z = T(A - bk^T)T^{-1}z + Tbu_1 = \bar{A}z + \bar{B}u_1 \quad (4.14)$$

Với ma trận T (4x4) khả nghịch, thành phần sau cùng của C^T phải khác không. Vì các vector đó khác không nên điều kiện có thể luôn thỏa bởi sự sắp xếp lại các thành phần của vector trạng thái x .

Biến đổi hệ thống phương trình (4.14) theo những điều kiện trên, ta được:

$$x^I = A_I x^I + a_I S + b^I u_1 \quad (4.15)$$

$$S = \lambda_4 S + u_1 \quad (4.16)$$

ở đây, $\bar{A} = T(A - bk^T)T^{-1} = \begin{bmatrix} A_I & a_I \\ 0 & \lambda_4 \end{bmatrix}, \bar{B} = Tb = \begin{bmatrix} b^I \\ 1 \end{bmatrix},$

$$b^I = [b_1, b_2, b_3]^T, k^T = [k_1 \quad k_{21} \quad k_3 \quad k_4]$$

$$A_I = \begin{bmatrix} (a_{11} - b_1 k_1) - \frac{(a_{14} - b_1 k_4)c_1}{c_4} & (a_{12} - b_1 k_2) - \frac{(a_{14} - b_1 k_4)c_2}{c_4} & (a_{13} - b_1 k_3) - \frac{(a_{14} - b_1 k_4)c_3}{c_4} \\ (a_{21} - b_2 k_1) - \frac{(a_{24} - b_2 k_4)c_1}{c_4} & (a_{22} - b_2 k_2) - \frac{(a_{24} - b_2 k_4)c_2}{c_4} & (a_{23} - b_2 k_3) - \frac{(a_{24} - b_2 k_4)c_3}{c_4} \\ (a_{31} - b_3 k_1) - \frac{(a_{34} - b_3 k_4)c_1}{c_4} & (a_{32} - b_3 k_2) - \frac{(a_{34} - b_3 k_4)c_2}{c_4} & (a_{33} - b_3 k_3) - \frac{(a_{34} - b_3 k_4)c_3}{c_4} \end{bmatrix}$$

$$a_I = \begin{bmatrix} \frac{a_{14} - b_1 k_4}{c_4} & \frac{a_{24} - b_2 k_4}{c_4} & \frac{a_{34} - b_3 k_4}{c_4} \end{bmatrix}^T$$

✓ **Kiểm chứng**

Kiểm chứng phương trình (4.15) được trình bày ở phần phụ lục.

Từ phương trình (4.7), (4.8), (4.10) và (4.12) đạo hàm của mặt trượt là:

$$\dot{S} = C^T x = [(A - bk^T)x + bu_1] = C^T(A - bk^T)x + C^T bu_1 = \lambda_4 C^T x + u_1 = \lambda_4 S + u_1$$

Phổ của ma trận A_I bao gồm những giá trị riêng yêu cầu $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Ở $S = 0$ và $\dot{S} = 0$, phương trình (4.15) cho kết quả theo phương trình chuyển động.

$$x^1 = A_1 x^1 \quad (4.17)$$

Bộ điều khiển động được thiết kế giám sát trượt theo mặt trượt $S = 0$ như là

$$\lim_{S \rightarrow 0} \dot{S} < 0$$

$$u_1 = M(x, t) \text{sign}(S) \quad (4.18)$$

ở đây $M(x, t) > |\lambda_4 C^T x|$.

✓ **Kiểm chứng**

Từ phương trình (4.16) và (4.18), theo đó hệ thống động phải đạt độ ổn định.

$$- \quad S > 0 \text{ và } \dot{S} < 0$$

$$\dot{S} = \lambda_4 C^T x + u_1 < 0$$

$$u_1 < -\lambda_4 C^T x$$

$$-M(x, t) \text{sign}(S) < -\lambda_4 C^T x$$

$$M(x, t) > \lambda_4 C^T x \quad (4.19)$$

$$- \quad S < 0 \text{ và } \dot{S} > 0$$

$$\dot{S} = \lambda_4 C^T x + u_1 > 0$$

$$u_1 > -\lambda_4 C^T x$$

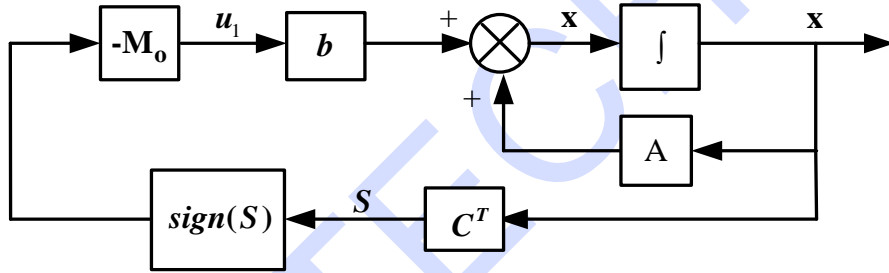
$$-M(x, t) \text{sign}(S) > -\lambda_4 C^T x$$

$$M(x, t) < \lambda_4 C^T x \quad (4.20)$$

Từ phương trình (4.19) và (4.20), theo điều kiện đạt được để thỏa $\lim_{S \rightarrow 0} S \cdot S < 0$.

$$M(x, t) > |\lambda_4 C^T x| \quad (4.21)$$

Nếu điều khiển chỉ nhận hai giá trị biên ($+M_o$ và $-M_o$), sau đó phương trình (4.18) với $M(x, t) = M_o$ tác động trượt để hội tụ với mặt trượt $S = 0$ cũng như được điều chỉnh bởi (4.16). Hình 4.1 trình bày sơ đồ khối của bộ điều khiển dự kiến.



Hình 4.1: Sơ đồ khối của bộ điều khiển.

Chương 5

KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Chương này trình bày các kết quả mô phỏng trên phần mềm Matlab để kiểm chứng tính đúng đắn của luật điều khiển được thiết kế. Các thông số và giá trị ban đầu của hệ robot hai bánh tự cân bằng được cho như bảng 5.1.

Bảng 5.1: Các giá trị dùng cho mô phỏng.

| Thông số | Diễn giải | Giá trị | Đơn vị |
|----------|-------------------------------------------------------|----------|-----------|
| r | Bán kính bánh xe | 0.051 | m |
| M_p | Khối lượng con lắc | 1.13 | kg |
| I_p | Moment quán tính của con lắc quanh trục | 0.0041 | $kg.m^2$ |
| k_m | Hằng số moment của động cơ | 0.006123 | $N.m/A$ |
| R | Điện trở phần ứng | 3.0 | Ω |
| M_w | Khối lượng bánh xe | 0.03 | kg |
| I_w | Moment quán tính của bánh xe | 0.000039 | $kg.m^2$ |
| L | Khoảng cách giữa tâm của bánh xe và trọng tâm con lắc | 0.07 | m |
| k_e | Hằng số sức điện động | 0.006087 | $v.s/rad$ |
| G | Gia tốc trọng trường | 9.81 | m/s^2 |

Phương trình (3.36) trở thành:

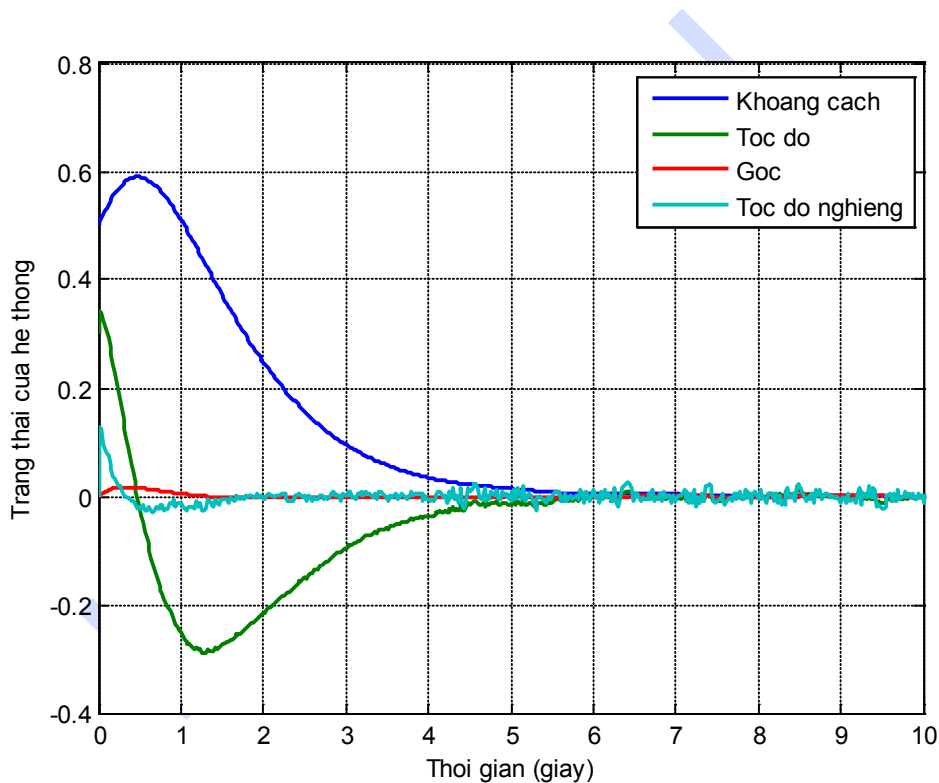
$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_r \\ \ddot{x}_r \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0097 & 11.1594 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.0293 & 172.1160 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_r \\ \phi \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0815 \\ 0 \\ 0.2456 \end{bmatrix} V \quad (5.1)$$

Ma trận điều khiển được của phương trình (5.1) như sau:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} b \\ Ab \\ A^2b \\ A^3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0815 & -0.0008 & 2.7408 \\ 0.0815 & -0.0008 & 2.7408 & -0.0532 \\ 0 & 0.2456 & -0.0024 & 42.2717 \\ 0.2456 & -0.0024 & 42.2717 & -0.4913 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

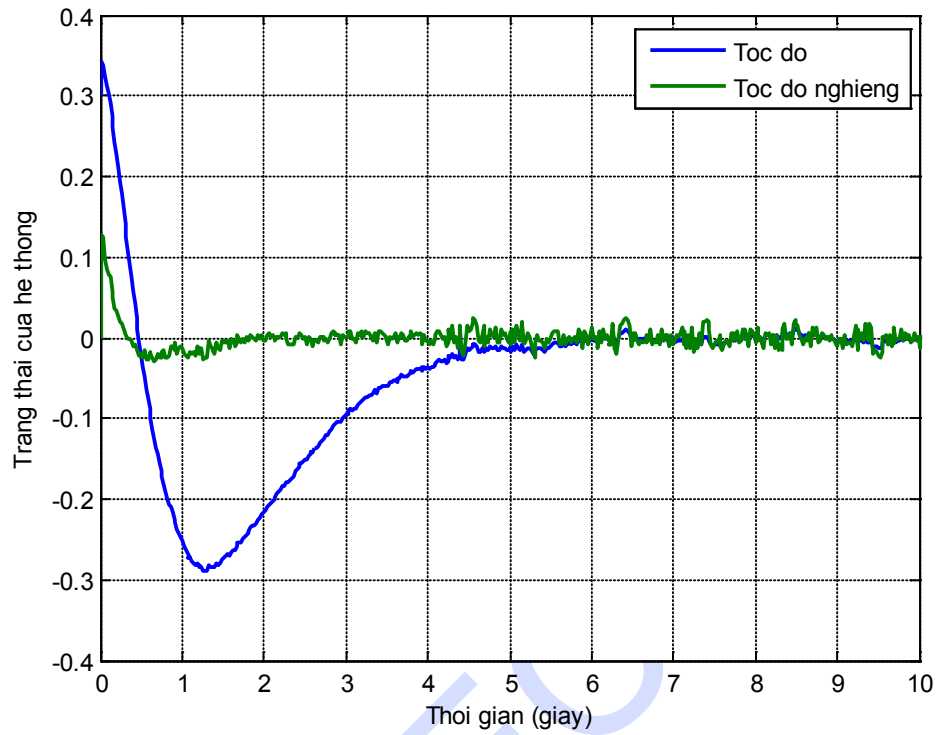
5.2 Kết quả mô phỏng của bộ điều khiển trượt

Mục tiêu của bộ điều khiển này là làm cho các trạng thái của hệ thống hội tụ về không với thời gian ngắn nhất có thể. Kết quả mô phỏng sử dụng kỹ thuật điều khiển trượt trên nền tảng công thức Ackermann được trình bày ở hình 5.1. Ở thời điểm ban đầu, khoảng cách giữa tâm của bánh xe và trọng tâm của con lắc lớn, góc nghiêng và tốc độ nghiêng của con lắc lớn, hệ thống xe sẽ điều chỉnh tốc độ bám theo góc nghiêng và tốc độ nghiêng của con lắc để đưa hệ thống về trạng thái cân bằng với thời gian ngắn nhất.

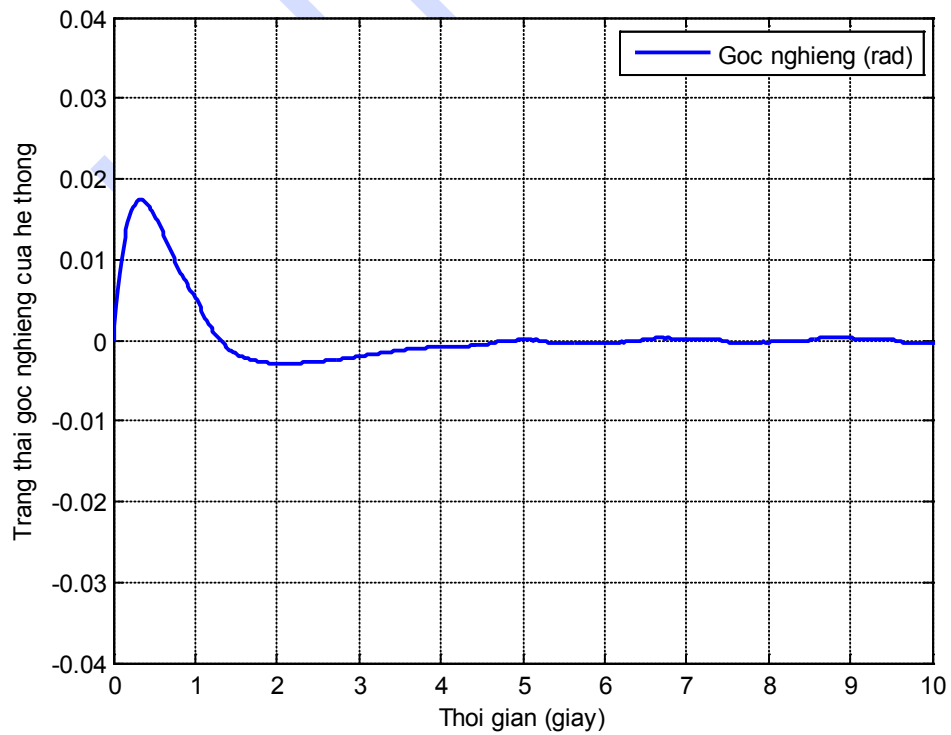


Hình 5.1: Trạng thái của hệ thống x_r, φ .

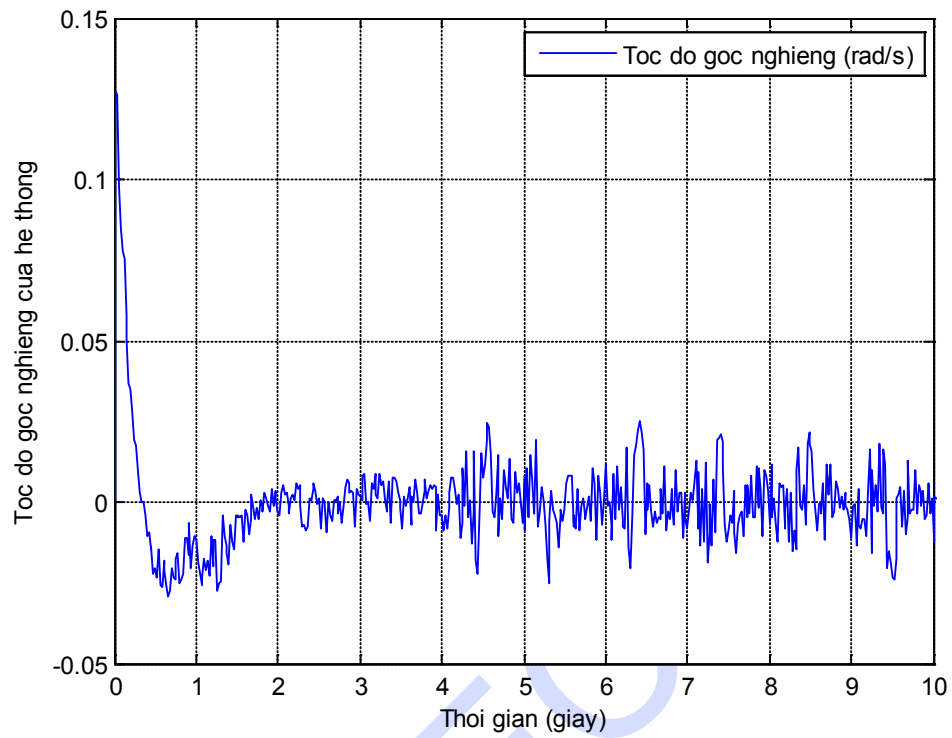
Hình 5.2 trình bày trạng thái của hệ thống với tốc độ xe và góc nghiêng của con lắc, tốc độ xe thay đổi và bám theo góc nghiêng của con lắc và sau khoảng thời gian 5 giây thì hệ thống cân bằng. Hình 5.3 và 5.4 trình bày chi tiết biên độ dao động của góc nghiêng và tốc độ góc nghiêng của hệ thống, biên độ của hệ thống giảm dần và ổn định sau khoảng thời gian 3 giây. Hình 5.5 và 5.6 trình bày dạng tín hiệu điều khiển và trạng thái dao động của mặt trượt.



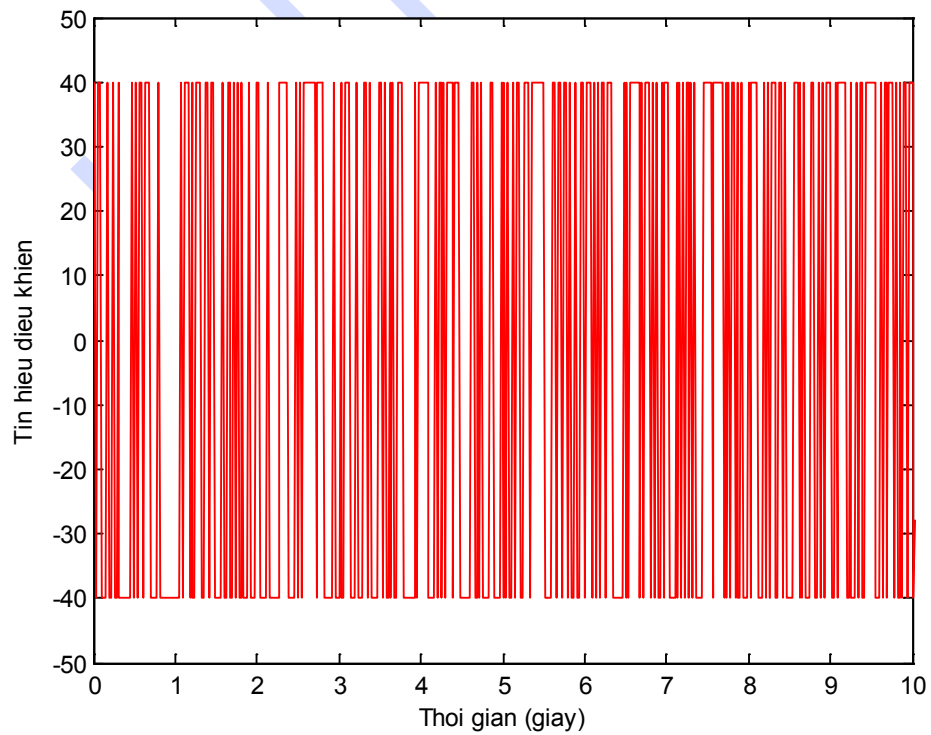
Hình 5.2: Trạng thái tốc độ và tốc độ nghiêng của hệ thống.



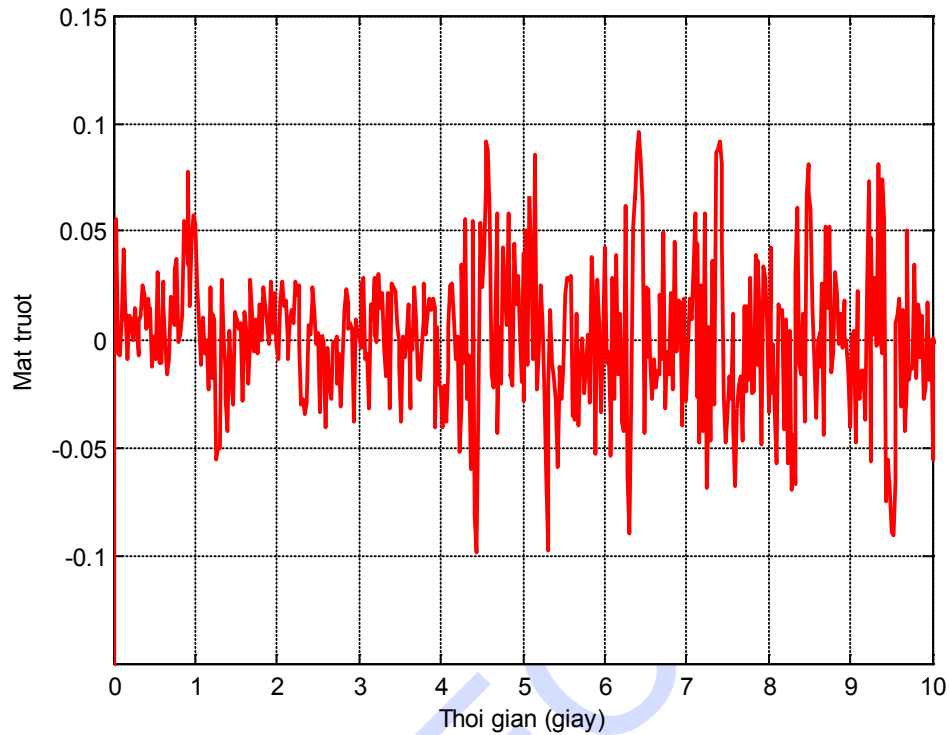
Hình 5.3: Trạng thái góc nghiêng của hệ thống.



Hình 5.4: Trạng thái tốc độ góc nghiêng của hệ thống.



Hình 5.5: Tín hiệu ngõ vào.



Hình 5.6: Bề mặt trượt S.

5.3 Kết luận

Điều khiển hệ thống con lắc ngược di động thông qua kỹ thuật điều khiển trượt được sử dụng trong luận văn này được thể hiện qua kết quả mô phỏng.

So sánh với các kỹ thuật điều khiển khác, kỹ thuật điều khiển trượt là điều khiển bền vững, không nhạy với các nhiễu loạn bên ngoài. Đối với xe hai bánh tự cân bằng sử dụng kỹ thuật điều khiển trượt, nó ổn định nhanh khi di chuyển trong những địa hình phức tạp hoặc khi lên dốc, xuống dốc.

Tương lai cần phải nghiên cứu hơn nữa nhằm tìm hiểu những ảnh hưởng của hệ thống. Các phương pháp phi tuyến đề nghị dùng cho các nghiên cứu sau này để có những cải tiến hơn nữa về tính ổn định và bền vững.

Chương 6

KẾT LUẬN

Luận văn này giới thiệu phần mô phỏng bộ điều khiển độ ổn định con lắc ngược di động thông qua kỹ thuật điều khiển trượt. Các kết quả đã thực hiện được trong luận văn này là:

- Thiết lập mô hình toán và hàm trạng thái cho động cơ và con lắc ngược.
- Thiết kế bộ điều khiển thông qua kỹ thuật điều khiển trượt để ổn định con lắc ngược.
- Xây dựng chương trình mô phỏng của hệ thống bằng Matlab.
- Phân tích và nhận xét kết quả mô phỏng để chứng minh hiệu quả của kỹ thuật điều khiển trượt.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] F. Grasser, A. D. Arrigo, S. Colombi and A. C. Rufer, “JOE: A Mobile, Inverted Pendulum”, *IEEE Trans. Indus. Elec.*, Vol. 49, No. 1, 107-114, Feb. 2002.
- [2] V. Williams and K. Matsuoka, “Learning to Balance the Inverted Pendulum Using Neural Networks”, *IEEE Conference on Neural Networks*, Vol. 1, pp. 214-219, 2002.
- [3] R. J. Lee, K. C. Chou, S. H. Liu and J. Y. Yen, “Solid Modeling Based Servo System Design for a High Speed Micro Grinding Machine”, *Machine Tools & Manufacture*, Vol. 46, pp.208-217, 2006.
- [4] F. Esfandiari and H. K. Khalil, “Output Feedback Stabilization of Fully Control System”, *International Journal of Control*, Vol. 56, pp. 1007-1037, 1992.
- [5] R. J. Wai and L. J. Chang, “Adaptive Stabilizing and Tracking Control for a Nonlinear Inverted-Pendulum System via Sliding-Mode Technique”, *IEEE Trans. Indus. Elec.*, Vol. 53, No. 2, Apr. 2006.
- [6] R. N. Gasimov, A. Karamancioglu and A. Yazici, “A Nonlinear Programming Approach for the Sliding Mode Control Design”, *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 29, pp. 1135-1148, 2005.
- [7] C. Edwards, “A Practical Method for the Design of Sliding Mode Controllers Using Linear Matrix Inequalities”, *Automatica*, Vol. 40, pp. 1761-1769, 2004.
- [8] J. H. Wu, D. L. Pu and H. Ding, “Adaptive Robust Motion Control of SISO Nonlinear Systems with Implementation on Linear Motors”, *Mechatronics*, 2007.

- [9] R. J. Lee, K. C. Chou, S. H. Liu and J. Y. Yen, "Solid Modeling Based Servo System Design for a High Speed Micro Grinding Machine", *Machine Tools & Manufacture*, Vol. 46, pp. 208-217, 2006.
- [10] C. Bonivento, L. Marconi and R. Zanasi, "Output Regulation of Nonlinear System by Sliding Mode", *Automatica*, Vol. 37, pp. 535-542, 2001.
- [11] J. J. E. Slotine, J. K. Hedrick and E. A. Misawa, "On Sliding Observer for Nonlinear System", *Journal of Dynamics System, Measurement and Control*, Vol. 109, pp. 245-252, 1987.
- [12] R. Sreedhar, B. Fernandez and J. Y. Masawa, "Robust Fault Detection in Nonlinear System Using Sliding Mode Observer", *Proceedings of IEEE Conference on Control and Applications*, Vol. 2, pp. 715-721, Sept. 1993.
- [13] Y. Yao and M. Tomizuka, "Adaptive and Robust Control of Robot Manipulators: Theory and Comparative Experiment", *Proceedings IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1290-1295, 1994.
- [14] Y. Huang and J. Han, "Analysis and Design for Nonlinear Continuous Extended State Observer", *Chinese Science Bulletin*, pp. 1373-1379, 2000.
- [15] Z. Gao, S. Hu and F. Jiang, "A Novel Motion Control Design Approach Based on Active Disturbance Projection", *Proceedings the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 5, pp. 4877-4882, Dec. 2001.
- [16] Z. Gao, Y. Huang and J. Han, "An Alternative Paradigm for Control System Design", *Proceedings the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, Florida USA, Vol. 5, pp. 4578-4585, Dec. 2001.
- [17] J. Han, "Auto-Disturbance-Rejection Control and Its Application", *Control and Decision*, Vol. 13, No. 1, pp. 19-23, 1998.
- [18] J. Ackermann and V. Utkin, "Sliding Mode Control Design Based on Ackermann's Formula", *IEEE Trans. Auto. Con.*, Vol.43, No.2, 234-237, Feb. 1998.

- [19] P. J. McKerrow, *Introduction to Robotics*, Addison Wesley Longman China Ltd., VVP, 1998.
- [20] G. F. Franklin, J. D. Powell and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, London: Prentice Hall, Inc., New Jersey, 2002.
- [21] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, 1991.
- [22] D. Neacsulescu, *Mechatronics*, Prentice Hall, 2002.
- [23] V. I. Utkin, *Sliding-modes in Control Optimization*, Springer-Verlag, 1992.
- [24] C. Edwards and S. K. Spurgeon, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Taylor & Francis, Mar. 1998.
- [25] T. L. Chung, *A Nonlinear Feedback Control of Wall-Following Robot di động*, Master Thesis, The Graduate School of Pukyong National University, Feb. 2004.
- [26] Dương Hoài Nghĩa, *Điều khiển hệ thống đa biến*, NXB ĐHQG TP.HCM, 2007.
- [27] Nguyễn Thị Phương Hà : *Lý Thuật điều khiển Hiện Đại* , NXB ĐHQG TP.HCM, 2009.
- [28] Nguyễn Doãn Phước, Phan Xuân Minh, Hán Thành Trung, *Lý thuyết điều khiển phi tuyến*, NXB Khoa học kỹ thuật, 2006.

PHỤ LỤC

$$\begin{aligned}
 A - bk^T &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 k_1 & b_1 k_2 & b_1 k_3 & b_1 k_4 \\ b_2 k_1 & b_2 k_2 & b_2 k_3 & b_2 k_4 \\ b_3 k_1 & b_3 k_2 & b_3 k_3 & b_3 k_4 \\ b_4 k_1 & b_4 k_2 & b_4 k_3 & b_4 k_4 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} a_{11} - b_1 k_1 & a_{12} - b_1 k_2 & a_{13} - b_1 k_3 & a_{14} - b_1 k_4 \\ a_{21} - b_2 k_1 & a_{22} - b_2 k_2 & a_{23} - b_2 k_3 & a_{24} - b_2 k_4 \\ a_{31} - b_3 k_1 & a_{32} - b_3 k_2 & a_{33} - b_3 k_3 & a_{34} - b_3 k_4 \\ a_{41} - b_4 k_1 & a_{42} - b_4 k_2 & a_{43} - b_4 k_3 & a_{44} - b_4 k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \\
 \bar{A} = (A - bk^T)T^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c_1}{c_4} & -\frac{c_2}{c_4} & -\frac{c_3}{c_4} & \frac{1}{c_4} \end{bmatrix} \\
 &= \left[\begin{array}{ccc|c} A_{11} - A_{14} \frac{c_1}{c_4} & A_{12} - A_{14} \frac{c_2}{c_4} & A_{13} - A_{14} \frac{c_3}{c_4} & \frac{A_{14}}{c_4} \\ A_{21} - A_{24} \frac{c_1}{c_4} & A_{22} - A_{24} \frac{c_2}{c_4} & A_{23} - A_{24} \frac{c_3}{c_4} & \frac{A_{24}}{c_4} \\ A_{31} - A_{34} \frac{c_1}{c_4} & A_{32} - A_{34} \frac{c_2}{c_4} & A_{33} - A_{34} \frac{c_3}{c_4} & \frac{A_{34}}{c_4} \\ \hline M_1 - M_4 \frac{c_1}{c_4} & M_2 - M_4 \frac{c_2}{c_4} & M_3 - M_4 \frac{c_3}{c_4} & \frac{M_4}{c_4} \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

ở đây,

$$M_1 = c_1 A_{11} + c_2 A_{21} + c_3 A_{31} + c_4 A_{41}$$

$$M_2 = c_1 A_{12} + c_2 A_{22} + c_3 A_{32} + c_4 A_{42}$$

$$M_3 = c_1 A_{13} + c_2 A_{23} + c_3 A_{33} + c_4 A_{43}$$

$$M_4 = c_1 A_{14} + c_2 A_{24} + c_3 A_{34} + c_4 A_{44}$$

CHƯƠNG TRÌNH MÔ PHỎNG (*m file*)

1. File điều khiển cân bằng: *Balancing_controller.m*

```
clear all;
close all;
global C M0 F

ts=0.02;
T=30;
TimeSet=[0:ts:T];

para=[];
options=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',[1e-3 1e-3 1e-3 1e-3]);
%options=[];
x0=[0.5,0.3,0,0];
[t,xout]=ode45('dynamical_equation',TimeSet,x0,options,para);
x1=xout(:,1);
x2=xout(:,2);
x3=xout(:,3);
x4=xout(:,4);

s=C(1)*x1+C(2)*x2+C(3)*x3+C(4)*x4;

if F==1
    M0=40;
    u=-M0*sign(s);
elseif F==2
    beta=30;
    delta=0;
    for k=1:1:T/ts+1
u(k)=-
beta*(abs(x1(k))+abs(x2(k))+abs(x3(k))+abs(x4(k))+delta)*sign(s(k);
    end
end

figure(1);
plot(t,[x1 x2 x3 x4]);
```

```

xlabel('Thoi gian (giay)');
ylabel('Trang thai cua he thong');
legend('Khoang cach','Toc do','Goc','Toc do nghieng');
axis([0 10 -0.4 0.8]);
figure(2);
plot(t,s,'r');
xlabel('Thoi gian (giay)');
ylabel('Mat truot');
axis([0 10 -0.15 0.15]);

figure(3);
plot(t,u,'r');
xlabel('Thoi gian (giay)');
ylabel('Tin hieu dieu khien');
axis([0 10 -50 50]);

figure(4);
plot(t,[x2,x4]);
xlabel('Thoi gian (giay)');
ylabel('Trang thai cua he thong');
legend('Toc do','Toc do nghieng');
axis([0 10 -0.4 0.4]);

figure(5);
plot(t,x3);
xlabel('Thoi gian (giay)');
ylabel('Trang thai goc nghieng cua he thong');
legend('Goc nghieng (rad)');
axis([0 10 -0.04 0.04]);

figure(6);
plot(t,x4);
xlabel('Thoi gian (giay)');
ylabel('Toc do goc nghieng cua he thong');
legend('Toc do goc nghieng (rad/s)');
axis([0 10 -0.05 0.15]);

```

2. File phương trình động học: *Dynamical_equation.m*

```
function dx=DynamicModel(t,x,flag,para)
global C M0 F

%Variable initialization

g=9.81;          %Gravity(m/s^2)
r=0.051;         %Radius of wheel(m)
Mw=0.03;         %Mass of wheel(kg)
Mp=1.13;         %Mass of body(kg)
Iw=0.000039;    %Inertia of the wheel(kg*m^2)
Ip=0.0041;      %Inertia of the body(kg*m^2)
L=0.07;         %Length to the body's center of mass(m)

%Motor's variables

Km=0.006123;    %Motor torque constant(Nm/A)
Ke=0.006087;    %Back EMF constant(Vs/rad)
R=3;           %Nominal terminal resistance(Ohm)

%Va=voltage applied to motors for controlling the pendulum

%State Space Equation
%Pre-calculated to simplify the matrix
%Denominator for the A and B matrices

beta=(2*Mw+(2*Iw/r^2)+Mp);
alpha=(Ip*beta+2*Mp*L^2*(Mw+Iw/r^2));
a22=(2*Km*Ke*(Mp*L*r-Ip-Mp*L^2))/(R*r^2*alpha);
a23=(Mp^2*g*L^2)/alpha;
a42=(2*Km*Ke*(r*beta-Mp*L))/(R*r^2*alpha);
a43=(Mp*g*L*beta)/alpha;
b2=(2*Km*(Ip+Mp*L^2-Mp*L*r))/(R*r*alpha);
b4=(2*Km*(Mp*L-r*beta))/(R*r*alpha);
A=[0,1,0,0;
   0,a22,a23,0;
   0,0,0,1;
   0,a42,a43,0];
```

```

b=[0;b2;0;b4];
Cont=[A A*b A^2*b A^3*b];
Rho=rank(Cont);

%Ackermann's formula

eig(A)
n1=-1;n2=-2;n3=-3;
C=[0,0,0,1]*inv([b,A*b,A^2*b,A^3*b])*(A-n1*eye(4))*(A-
n2*eye(4))*(A-n3*eye(4));
s=C*x;

F=1;
if F==1
    M0=40;
    u=-M0*sign(s);
elseif F==2
    beta=30;
    delta=0;
    u=-beta*(abs(x(1))+abs(x(2))+abs(x(3))+abs(x(4))+delta)*sign(s);
end

%State equation

dx=zeros(4,1);
f0=0.5;
ft=f0*sin(3*t);

dx=A*x+b*(u+ft);

```