

Nhập Môn Xác Suất Rời Rạc

Toán Chuyên Đề

HUST

Ngày 9 tháng 9 năm 2016

Tài liệu tham khảo

- Eric Lehman, F Thomson Leighton & Albert R Meyer, *Mathematics for Computer Science*, 2013 ([Miễn phí](#))
- Michael Mitzenmacher và Eli Upfal, *Probability and Computing*, 2005

Nội dung

1 Trò chơi Monty Hall

2 Những con xúc xắc kỳ lạ

Bài toán Monty Hall

- Có 3 cánh cửa A,B, và C; đằng sau 1 trong 3 cánh cửa đó là một món quà lớn; còn sau hai cửa còn lại không có gì.
- Người chơi được chọn 1 trong 3 cánh cửa, nếu chọn đúng cửa có quà thì được nhận quà.
- Sau khi người chơi đã chọn một cửa, người dẫn chương trình Carol mở một trong hai cửa còn lại nhưng sẽ chỉ mở cửa không có quà.
- Sau đó người chơi được quyền chọn, hoặc là giữ cửa mình chọn ban đầu, hoặc đổi lấy cửa chưa được mở còn lại.
- Theo bạn thì người chơi có nên đổi không?

Mô phỏng

► Source Code: MontyHall.java

Định nghĩa

Không gian mẫu, thường được kí hiệu là S , của một thí nghiệm hay của một phép thử ngẫu nhiên là tập hợp của tất cả các **kết quả** có thể xảy ra.

Ví dụ

Một kết quả của trò chơi Monty Hall bao gồm:

- 1 cửa có chứa phần thưởng,
- 2 cửa được người chơi chọn, và
- 3 cửa được người dẫn chương trình Carol mở.

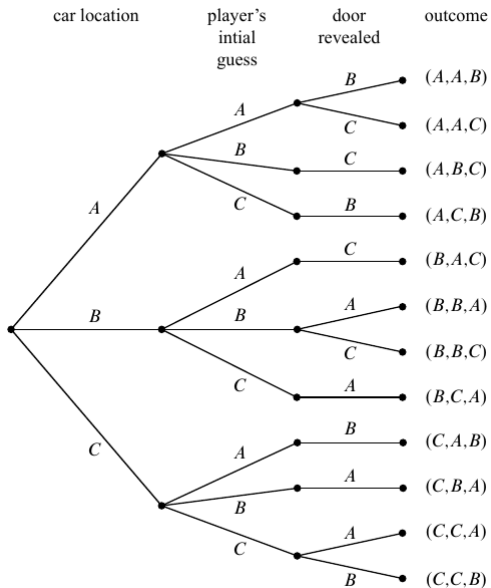
Ví dụ

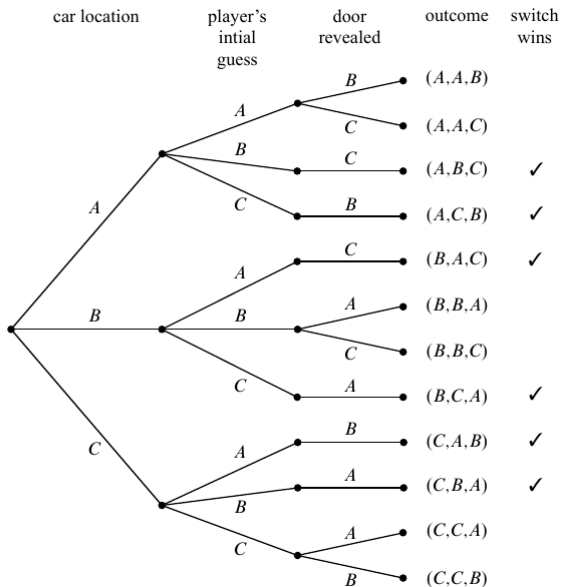
Kết quả (B, A, C) có nghĩa rằng

- 1 cửa B có chứa phần thưởng,
- 2 người chơi chọn cửa A , và
- 3 người dẫn chương trình Carol cửa C .

Ví dụ

- (A, B, A) không phải là một kết quả.
- (B, A, A)
- (A, A, B)
- (A, A, C)





Định nghĩa

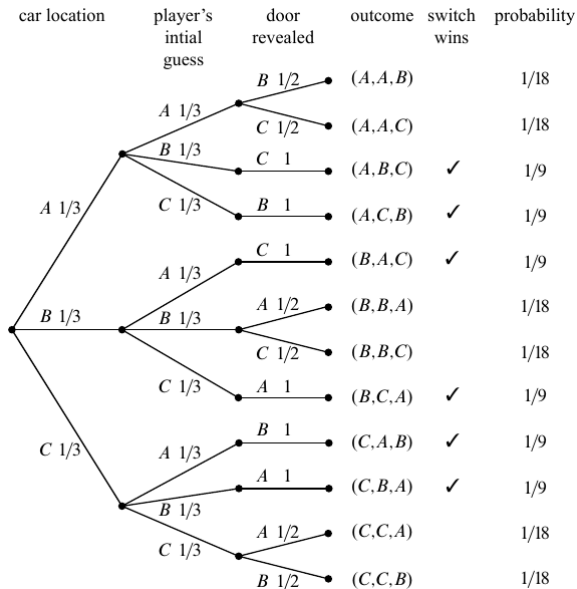
Một **không gian xác suất** bao gồm một không gian mẫu \mathcal{S} và một **hàm xác suất**

$$\Pr[\cdot] : \mathcal{S} \longrightarrow \mathbb{R}.$$

Hàm này thỏa mãn:

- 1 Với mọi $w \in \mathcal{S}$, $0 \leq \Pr[w] \leq 1$,
- 2 $\sum_{w \in \mathcal{S}} \Pr[w] = 1$.

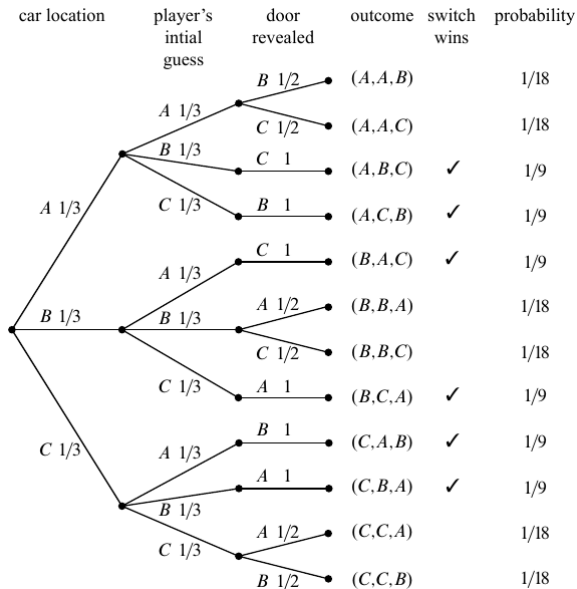
$\Pr[w] :=$ “Xác suất để kết quả của thử nghiệm là w ”.



Luật tích

Xác suất của một kết quả là tích của các xác suất trên đường đi trong cây dẫn đến kết quả đó.

$$\Pr[\text{người chơi đổi cửa mà thắng}] = ?$$



Định nghĩa

Mỗi **sự kiện** là một tập con của không gian mẫu.

Ví dụ

E_L = sự kiện người chơi thua khi chọn chiến lược “đổi cửa”.

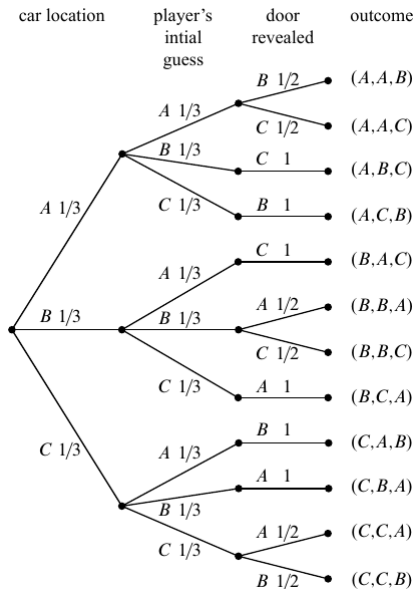
Định nghĩa

Xác suất một sự kiện E xuất hiện bằng

$$\Pr[E] = \sum_{w \in E} \Pr[w].$$

Ví dụ

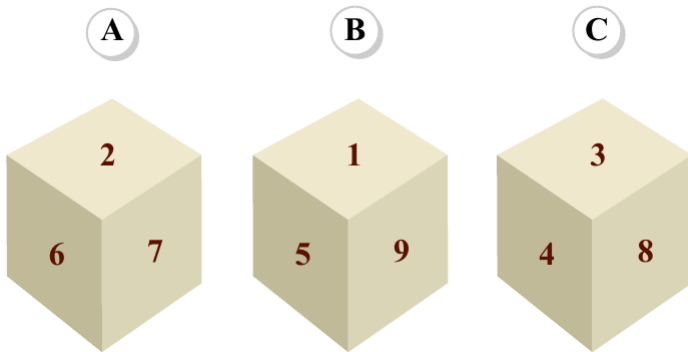
$\Pr[\text{sự kiện thắng mà không "đổi cửa"}] = ?$



Nội dung

- 1 Trò chơi Monty Hall
- 2 Những con xúc xắc kỳ lạ

Xúc xắc với các mặt đối diện bằng nhau



Tôi sẽ trả bạn $105K$ nếu bạn lắc được số lớn hơn, nhưng bạn chỉ phải trả $100K$ nếu tôi được số lớn hơn. Bạn được chọn một con xúc xắc trước, tôi sẽ chọn một trong hai con còn lại.

4 bước để tính xác suất của sự kiện : A thắng B

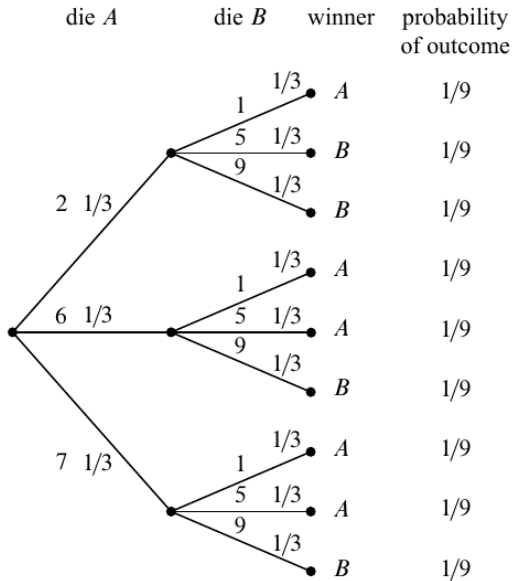
- 1 Tìm không gian mẫu

$$\mathcal{S} = \{(2, 1), (2, 5), (2, 9), (6, 1), (6, 5), (6, 9), (7, 1), (7, 5), (7, 9)\}$$

- 2 Định nghĩa sự kiện cần quan tâm

$$\{(2, 1), (6, 1), (6, 5), (7, 1), (7, 5)\}$$

- 3 Xác định xác suất của mỗi kết quả
- 4 Tính xác suất của sự kiện quan tâm

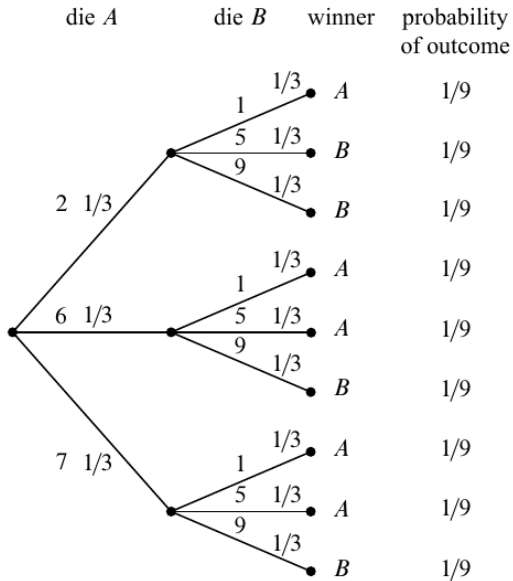


Câu hỏi

- $\Pr[A \text{ thắng } B] = ?$
- $\Pr[A \text{ thắng } C] = ?$
- $\Pr[B \text{ thắng } C] = ?$

Định nghĩa

Một không gian xác suất hữu hạn \mathcal{S} được gọi là **đều** nếu với mọi kết quả $w \in \mathcal{S}$, ta có $\Pr[w] = 1/|\mathcal{S}|$.



Bài tập

Problem 3.