1 Moučný červ (Tribolium)

Aby bylo možné počítat populace moučných červů, je nutné znát jejich životní cyklus. Z fundamentáního pozorování jejich vývoje lze tento cyklus odhadnout. Prvotní fází je vajíčko (L), z nějž se po 2 týdnech vylíhne larva (P). Po dalších dvou týdnech se z larvy stává dospělý červ (A). Vývoj jednotlivých fází lze popsat vztahy

$$\begin{aligned} \text{Larva: } L_{n+1} &= bA_n \\ \text{Kukla: } P_{n+1} &= L_n(1-\mu_l) \\ \text{Brouk: } A_{n+1} &= P_n(1-\mu_p) + A_n(1-\mu_a), \end{aligned} \tag{1}$$

kde μ_l je úmrtnost larev, μ_p úmrtnost kukel a μ_a úmrtnost brouků. Spodní indexy jsou pak ordinálním číslováním populace.

Pokud zahrneme kanibalismus, který se u těchto druhů často vyskytuje, dostaneme:

$$\begin{aligned} \text{požírání larev: } L_{n+1} &= bA_n e^{-c_{la}A_n - c_{ll}L_n} \\ \text{požírání kukel: } P_{n+1} &= L_n(1-\mu_l) \\ \text{požírání brouků: } A_{n+1} &= P_n(1-\mu_p)e^{-c_{pa}A_n} + A_n(1-\mu_a), \end{aligned} \tag{2}$$

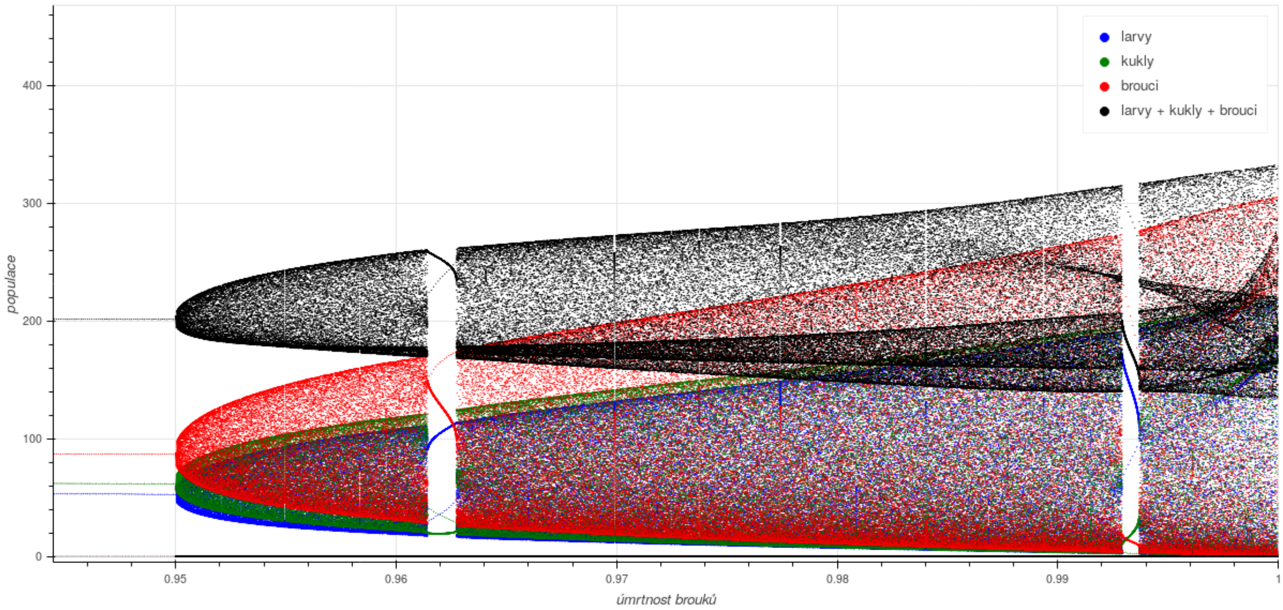
kde koeficienty byly zjištěny experimentálně jako

$$\begin{aligned} c_{la} &= 0.009 \text{ (A požírá L)} \\ c_{ll} &= 0.012 \text{ (L požírá L)} \\ c_{pa} &= 0.004 \text{ (A požírá P)} \\ \mu_l &= 0.267 \\ \mu_p &= 0 \\ \mu_a &= 0.0036 \text{ (základní úmrtnost)} \\ b &= 7.48 \text{ počet nových larev na 1 dospělého brouka za jednotku času, což je 14 dní)} \end{aligned} \tag{3}$$

Všechny tyto parametry jsou tzv. řídící parametry systému.

1.1 Bifurkační diagram

Systém popsaný rovnicemi 2 tvoří pro některý interval řídících parametrů chaotický systém, tzn. že malé změny v počátečních podmínkách způsobí, že po několika desítkách až stovkách cyklech může být rozdíl v počtu jedinců velký. Pro vizualizaci limitních stavů systému pro různé řídící parametry se využívá bifurkační diagram. Bifurkační diagram generujeme dostatečným počtem iterací systému (tím se dostaneme do limitního stavu) a následně uložením několika posledních hodnot pro danou hodnotu řídícího parametru (řádově desítky hodnot). Na bifurkačním diagramu pak vidíme zdvojování period (pro jednu hodnotu parametru dostáváme více limitních hodnot) a pokud systém přejde do chaotického režimu, dostáváme pro jednu hodnotu řídícího parametru velké množství limitních hodnot. V našem případě byla zvolena osa x pro úmrtnost brouků μ_a a osa y pro počet jedinců po 200-230 cyklech.

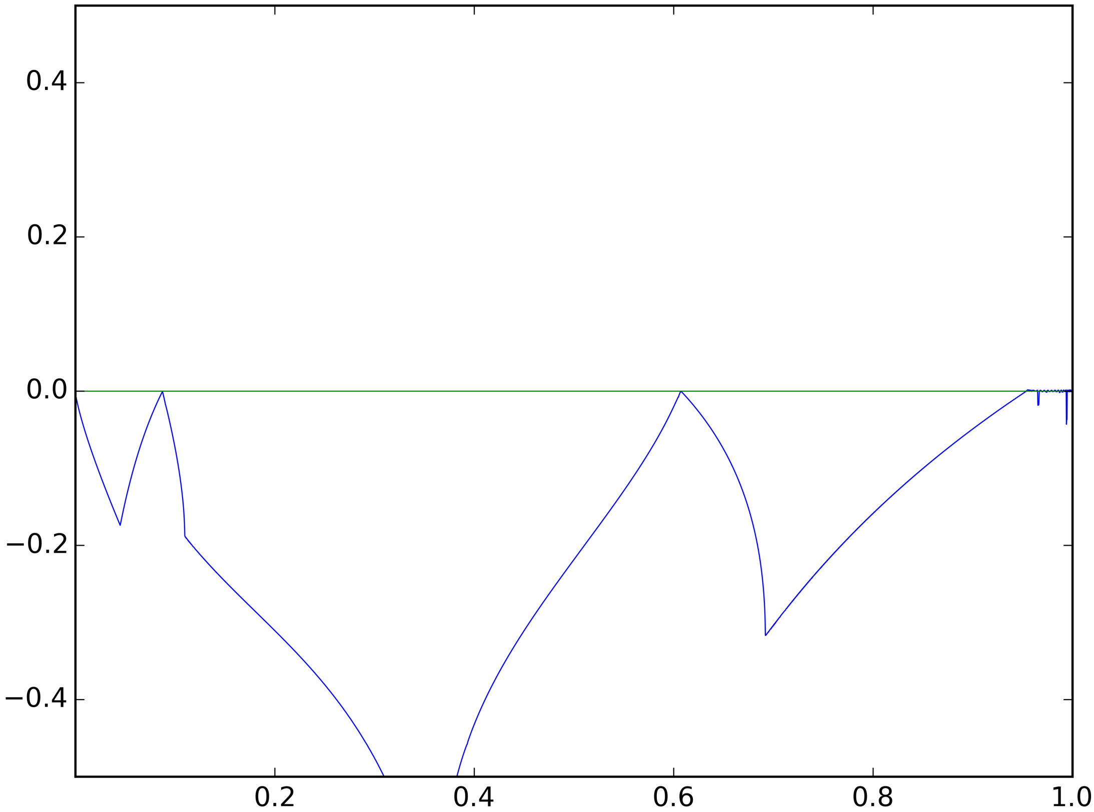


Graf 1: Bifurkační diagram

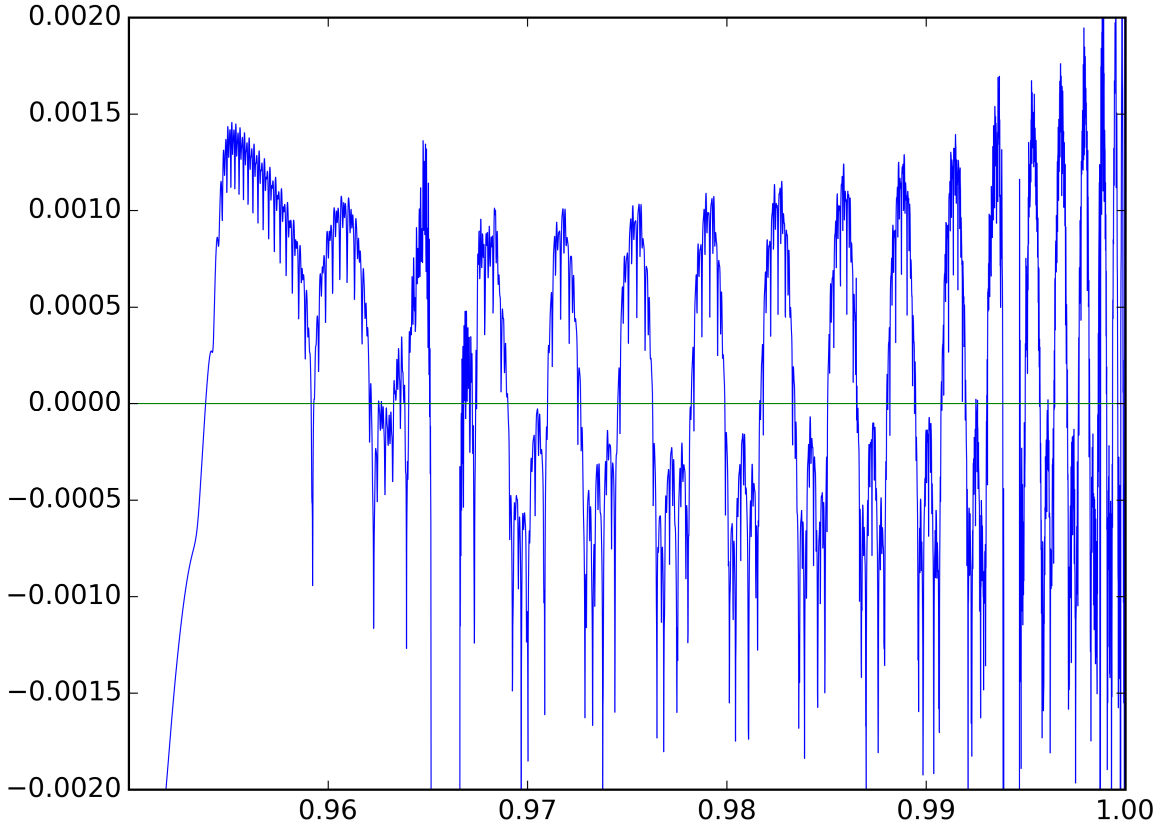
Z grafu 1 je patrné, že k první bifurkaci dochází při $\mu_a = 0.1$, kde se perioda 1 mění na periodu 2. Druhá bifurkace je v bodě $\mu_a = 0.6$, perioda 2 se mění na 1. ke třetí bifurkaci dochází při $\mu_a = 0.954$, kde se systém začíná chovat chaoticky.

1.2 Nalezení největšího Ljapuova exponentu

Pro nalezení největšího Ljapuova exponentu pro $\mu_a \in [0, 1]$ jsme nejdříve systém s počátečními podmínkami $L_0 = 100, P_0 = 100, A_0 = 100$ iterovali 400 generací aby jsme se při určování Ljapunova exponentu nacházeli na atraktoru. V konfiguračním prostoru jsme pak vytvořili druhou orbitu $\vec{x_b}$ přičtením vektoru $\vec{d_0} = (0, 0, 10^{-8})$ ke stavovému vektoru $\vec{x_a}$ obdrženému po 400 iteracích od počátečních podmínek. Obě orbity jsme následně iterovali 3000 generací s tím, že po každé iteraci jsme uložili hodnotu $d = \frac{|\vec{x_b} - \vec{x_a}|}{|d_0|}$ a korigovali druhou orbitu vzorcem $x_{\vec{bkor}} = \vec{x_a} + \frac{1}{d}(\vec{x_b} - \vec{x_a})$. Korigováním druhé orbity jsme zajistili, že vektor $x_{\vec{bkor}}$ je vždy ve vzdálenosti $|\vec{d_0}|$ od vektoru $\vec{x_a}$, ale ve směru $\vec{x_b} - \vec{x_a}$. Z uložených hodnot d jsme určili průměr všech $log(d)$, který je maximálním Ljapunovým exponentem.



Graf 2: Maximální Ljapunovy exponenty pro parametr μ_a



Graf 3: Ljapunovy exponenty pro paremetr μ_a, přiblížení na chaotický režim