2018학년도

모의논술고사 문제지(자연계열-수학)

경희대학교

[5월 27일(토)]

지원학부(과) (　　　　　) 수험번호 □□□□□ 성 명 (　　　)

<유의사항>
1. 수학은 필수이며, 과학은 물리, 화학, 생명과학 중 1과목을 선택하여 답안지에 체크하고 답안을 작성하시오. 2. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오. 3. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오. 4. 답안작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 필기구를 사용하시오. 5. 본교에서 지급한 필기구를 사용하지 않았거나, 답안지에 특별한 표시를 한 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다. (예: 감사합니다. 등) 6. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정액 등을 사용한 경우에는 0점 또는 감점 처리합니다. 7. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 과목당 1면 이내로 작성하시오.(수학은 답안지 앞면, 과학은 답안지 뒷면 기재) **8. 자연계열 문제지는 총 4장 8쪽입니다.**(수학 1장, 과학(물리, 화학, 생명과학) 각 1장 씩)

Ⅰ. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.(60점)

[가]

첫째항부터 차례대로 일정한 수를 더하여 만든 수열을 등차수열이라 하고, 그 일정한 수를 공차라고 한다. 일반적으로 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에서 제n항에 공차 d를 더하면 제$n+1$항이 되므로 $a_{n+1}=a_n+d$ (단, $n=1,2,3,\cdots$)이 성립한다. 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열의 일반항은 $a_n=a+(n-1)d$이다. 그리고 이 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 하면 $S_n=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$이다.

첫째항부터 차례대로 일정한 수를 곱하여 만든 수열을 등비수열이라 하고, 그 일정한 수를 공비라고 한다. 일반적으로 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$에서 제n항에 공비 r를 곱하면 제$n+1$항이 되므로 $a_{n+1}=ra_n$ (단, $n=1,2,3,\cdots$)이 성립한다. 첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열의 일반항은 $a_n=ar^{n-1}$이다. 그리고 이 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 하면, $r\neq 1$일 때 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$이고, $r=1$일 때 $S_n=na$이다. 따라서 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 $|r|<1$일 때 수렴하고, $|r|\geq 1$일 때 발산한다.

[나]

θ에 대한 삼각함수 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta},\quad \sin^2\theta+\cos^2\theta=1,\quad 1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$$

이러한 관계를 이용하여, θ가 몇 사분면의 각인지 알고 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ 중의 한 값을 알 때, 나머지 삼각함수의 값을 각각 구할 수 있다. 예를 들어, θ가 제2사분면의 각이고 $\sin\theta=\dfrac{3}{5}$일 때, $\cos\theta$, $\tan\theta$의 값을 각각 구할 수 있다.

그리고 $\sin x=1$, $\cos x\leq\dfrac{1}{2}$과 같이 각의 크기가 미지수인 방정식이나 부등식의 해는 단위원과 동경을 이용하거나 삼각함수의 그래프를 이용하여 구할 수 있다.

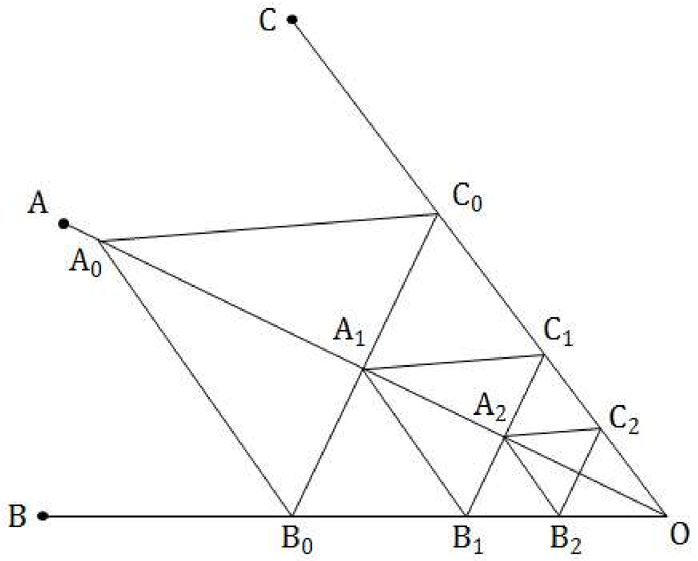
[다]

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이면 이 구간에서 $f(x)$는 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다. 닫힌 구간 $[a,b]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값을 구할 때에는 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값과 가장 작은 값을 택하면 된다.

<뒷 면에 계속>

[논제 I] 제시문 [가], [나], [다]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

아래 그림에서 선분 OA는 각 BOC의 이등분선이다. 선분 OA위의 점 A_0, 선분 OB위의 점 B_0, 선분 OC위의 점 C_0를 꼭짓점으로 갖는 삼각형 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$가 있다. 여기서 선분 $\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$는 선분 OA와 수직이다. 선분 $\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$와 선분 OA의 교점을 A_1이라 하자. 점 A_1을 지나면서 선분 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0$와 평행한 직선과 선분 OB의 교점을 B_1이라 하자. 점 B_1을 지나면서 선분 $\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$와 평행한 직선과 선분 OC의 교점을 C_1이라 하자. 그러면 삼각형 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1$은 삼각형 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$와 닮은 삼각형이 된다. 같은 방법으로 삼각형 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1$을 이용하여 닮은 삼각형 $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2$를 그린다. 이와 같은 과정을 계속 반복하여 닮은 삼각형 $\mathrm{A}_3\mathrm{B}_3\mathrm{C}_3$, $\mathrm{A}_4\mathrm{B}_4\mathrm{C}_4$, $\mathrm{A}_5\mathrm{B}_5\mathrm{C}_5$, $\cdots$ 를 계속 그릴 수 있다. 이때 삼각형 $\mathrm{A}_k\mathrm{B}_k\mathrm{C}_k$의 넓이를 S_k, 둘레의 길이를 L_k라고 하자.



(1) 각 BOC의 크기가 60°이고, 삼각형 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$가 한 변의 길이가 a인 정삼각형일 때, S_4과 L_4을 구하고, 그 과정을 논술하시오. (12점)

(2) 각 BOC의 크기가 90°이고, 삼각형 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$가 $\overline{\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0}=4b$, $\overline{\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1}=3b$인 이등변삼각형일 때, $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} S_k$의 값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. (15점)

(3) 각 BOC의 크기가 2θ이고, 삼각형 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$가 $\overline{\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0}=4$, $\overline{\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1}=3$인 이등변삼각형일 때, $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} L_k$를 θ의 식으로 나타내고, 그 근거를 서술하시오. (18점)

(4) (3)에서 구한 $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} L_k$를 이용하여 함수 $f(\theta)=\dfrac{6\sin\theta}{2+\sqrt{13}}\left(\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} L_k\right)$를 정의하자. $30^\circ \le \theta \le 60^\circ$일 때, $f(\theta)$의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그 근거를 서술하시오. (15점)

<수학 끝>

경희대학교

2018학년도 경희대학교

모의논술고사 문제지(의학계)

지원학부(과) (　　　　　　　)　　　수험번호 □□□□□　　　성 명 (　　　　　)

<유의사항>

1. **수학은 필수이며, 과학은 물리, 화학, 생명과학 중 1과목을 선택하여 답안지에 체크하고 답안을 작성하시오.**
2. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
3. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
4. 답안 작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 필기구를 사용하시오.
5. 본교에서 지급한 필기구를 사용하지 않았거나, 답안지에 특별한 표시를 한 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다. (예: 감사합니다 등)
6. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정액 등을 사용한 경우에는 감점 또는 0점 처리합니다.
7. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 과목당 1면 이내로 작성하시오.
8. **의학계열 문제지는 총 3장 5쪽입니다.**

Ⅰ. 다음 제시문과 그림을 참조하여 논제에 답하시오. <수학>

[가] 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

[나] 구간 $[a,b]$의 임의의 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$일 때, 입체도형의 부피 V는

$$V=\int_a^b S(x)\,dx$$

[다] 일반적으로 적분과 미분 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다. 함수 $f(t)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x) \ \text{(단, } a<x<b\text{)}$$

[라] 함수 $f(x)$가 미분가능하고 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

(1) 양($+$)에서 음($-$)으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, 극댓값 $f(a)$를 가진다.

(2) 음($-$)에서 양($+$)으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이고, 극솟값 $f(a)$를 가진다.

[마] 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음을 고려하여 그린다.

(1) 함수의 정의역과 치역

(2) 좌표축과의 교점

(3) 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 곡선의 오목과 볼록, 변곡점

(4) 점근선

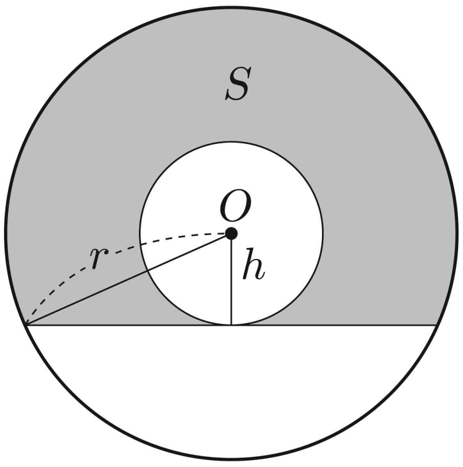
[바] 중심이 $\mathrm{C}(a,b)$이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

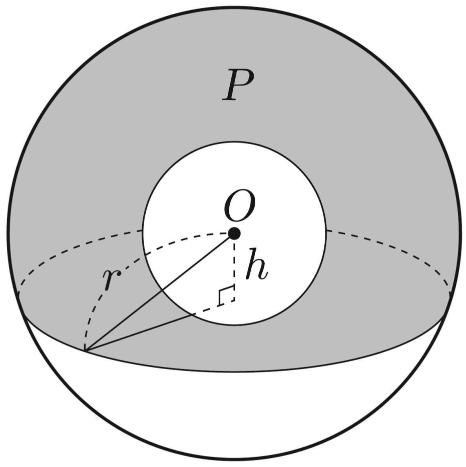
특히, 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은

$$x^2+y^2=r^2$$

이다.



[그림 1]



[그림 2]

[논제 I-1] 자연식 가습기는 지표면과 수직으로 달려 있고 아래 쪽 일부가 물에 잠겨 있는 원반을 가지고 있고, 이 원반이 회전할 때, 바람을 불어 주어 원반에 묻어 있는 물이 증발하는 원리로 가습한다. 자연식 가습기에 반지름의 길이가 r인 원반이 회전하고 있을 때, 물에 적시어지는 원반의 부분 중 공기에 노출된 부분을 S라고 하자. [그림 1]에서 색칠된 부분이 S이다. 원반의 중심 O에서 물의 수면까지 거리를 h라고 할 때, S의 넓이 A를 정적분을 포함하는 h에 대한 식으로 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (단, $0 \leq h \leq r$) (10점)

[논제 I-2] [논제 I-1]에서 구한 넓이 A의 식을 이용하여 S의 넓이가 최대가 되는 h의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (25점)

[논제 I-3] [그림 1]의 S를 원반의 중심을 지나고 지표면과 수직인 직선에 대하여 회전시키면 [그림 2]에서 색칠된 것처럼 입체도형 P가 얻어진다. 다시 말하면 입체도형 P는 중심이 O이고 반지름의 길이가 r인 구에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 h인 구와 이 작은 구에 접하는 평면의 바깥쪽에 있는 부분을 제외하여 얻어진다. (단, $0 \leq h \leq r$) 이 때, 입체도형 P의 부피 V를 h에 대한 다항식으로 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

[논제 I-4] [논제 I-3]에서 구한 식을 이용하여 입체도형 P의 부피 V가 최대가 되는 h의 값과 최대 부피 V를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

< 뒷면에 계속 >

< 수학이 끝났습니다. 다음 장은 물리입니다. >