

Filtracja bilateralna

Tomasz Pięciak

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

<http://home.agh.edu.pl/pieciak/>

1 Prosta filtracja spłotowa obrazu

Splot obrazu wejściowego I ze współczynnikami filtra ψ dla ustalonego punktu obrazu $\mathbf{x} = (x, y)$ można przedstawić następująco:

$$\hat{I}(\mathbf{x}) = \frac{1}{W_N} \sum_{\mathbf{p} \in \eta(\mathbf{x})} \psi(\|\mathbf{p} - \mathbf{x}\|) I(\mathbf{p}), \quad (1)$$

gdzie:

- \hat{I} jest obrazem wynikowym (przefiltrowanym, po operacji spłotu).
- $W_N = \sum_y \psi(y)$ jest parametrem normalizującym współczynniki filtra ψ . Jeśli w rezultacie filtracji wartość piksela ma należeć do takiego samego przedziału jak przed tą operacją (np. $[0; 255]$ w przypadku typowych obrazów w skali szarości), to konieczne jest znormalizowanie wartości współczynników filtra tj. zapewnienie, że ich suma wynosi 1.
- $\|\cdot\|$ jest odległością przestrzenną między punktami obrazu \mathbf{x} i \mathbf{p} według ustalonej metryki (np. norma ℓ^2 tj. Euklidesowa). Punkt \mathbf{x} to punkt centralny, a \mathbf{p} to wybrany punkt z otoczenia.
- $\eta(\mathbf{x})$ – otoczenie punktu \mathbf{x} .

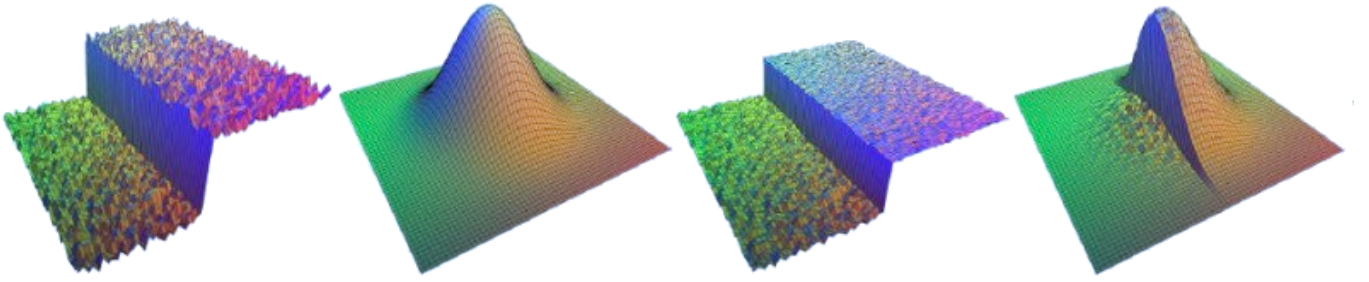
Funkcję ψ we wzorze (1) można zdefiniować jako:

$$\psi(a) = G_{\sigma_s}(a) = e^{-\frac{a^2}{2\sigma_s^2}} \quad (2)$$

gdzie: $G_{\sigma_s}(a)$ jest funkcją Gaussa z parametrem skali (odchyleniem standardowym) σ_s .

2 Filtracja bilateralna

Zasadniczą wadą klasycznego spłotu jest brak adaptacji współczynników filtra do lokalnego otoczenia $\eta(\mathbf{x})$ filtrowanego punktu \mathbf{x} . Oznacza to wykorzystanie tych samych współczynników filtra ψ niezależnie od tego, czy filtracji podlega obszar jednorodny, czy zawierający krawędzie obiektów. Filtracja bilateralna, zaproponowana przez Tomasi & Manduchi [2], a następnie rozwinięta przez Elada [1] uwzględnia lokalne otoczenie filtrowanego punktu za pomocą zmieniających się parametrów filtra (Rys. 1).



Rysunek 1: (a) Rzeczywista krawędź obrazu, (b) współczynniki filtra ψ (brak adaptacji), (c) odległość γ w przeciwdziedzinie obrazu oraz (d) współczynniki filtra przy uwzględnieniu jednocześnie funkcji ψ i γ

Współczynniki filtra obliczane są na podstawie odległości filtrowanego punktu \mathbf{x} od każdego punktu otoczenia \mathbf{p} w dziedzinie przestrzennej obrazu (czyli dokładnie tak samo jak przy opisanej wcześniej filtracji splotowej z maską Gaussa) oraz odległości punktów w przeciwdziedzinie obrazu (np. różnica w poziomie jasności punktów w przypadku obrazu w odcieniach szarości):

$$\hat{I}(\mathbf{x}) = \frac{1}{W_N} \sum_{\mathbf{p} \in \eta(\mathbf{x})} \psi(\|\mathbf{p} - \mathbf{x}\|) \gamma(|I(\mathbf{p}) - I(\mathbf{q})|) I(\mathbf{p}), \quad (3)$$

gdzie:

- W_N jest współczynnikiem normalizującym filtr (tj. sumą współczynników maski),
- $\psi(\|\mathbf{p} - \mathbf{x}\|)$ – czynnik zależny od odległości pomiędzy pikselem \mathbf{x} , a pikselami z maski \mathbf{p} . Porównaj wzór (1) i podstawową filtrację splotową.
- γ jest pewną funkcją odległości w przeciwdziedzinie obrazu, np. $\gamma(a) = \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_r^2}\right)$, gdzie parametr σ_r jest utożsamiany z poziomem szumu w obrazie i należy go dobrać w sposób empiryczny¹.

Przykładowy rezultat obu filtracji zamieszczono na rysunku 2.

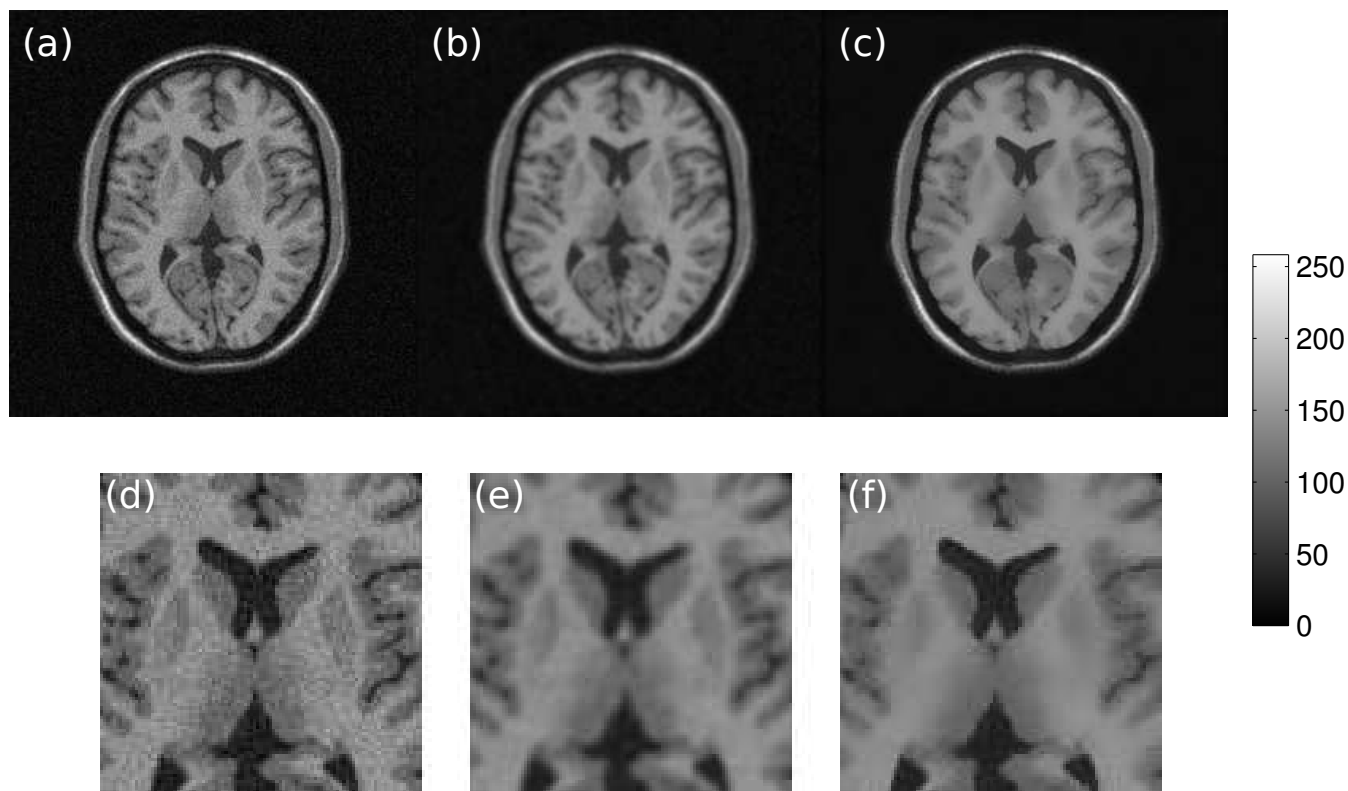
2.1 Dla dociekliwych – czyli wszystkich

W ćwiczeniu stosowaliśmy mnożenie macierzy przy realizacji filtracji, głównie z powodu intuicyjności takiego rozwiązania. Wymaga to użycia funkcji `reshape` dla danych, która spowalnia obliczenia. Spróbujmy to przeanalizować i poprawić.

1. Środowisko Matlab dysponuje narzędziami do analizy wydajności kodu. Uruchamia się je przyciskiem *Run & Time*. W rezultacie otwiera się program *Profiler*, który prezentuje wyniki analizy.

¹W rzeczywistości poziom szumu jest estymowany w zależności od typu szumu (addytywny, multiplikatywny, zależny od sygnału). Estymacja parametrów szumu znacznie wykracza poza zakres tego laboratorium. Więcej na ten temat można poczytać w pracach:

- Pieciak T., *The Maximum Spacing Noise Estimation in Single-coil Background MRI Data*, In: 21st IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Paris, France, 2014. p. 1743–1747
- Aja-Fernández, S., Pieciak, T., Vegas-Sánchez-Ferrero, G., *Spatially variant noise estimation in MRI: A homomorphic approach*, Medical Image Analysis, 20.1 (2015): 184–197



Rysunek 2: (a, d) Syntetyczny obraz zaszumiony stacjonarnym szumem Rice’a, (b, e) wynik filtracji splotowej oraz (c, f) wynik filtracji bilateralnej

2. W pierwszym kroku poprawmy działanie prostej filtracji splotowej. Jeśli uruchomimy *Profiler* i przeanalizujemy dane dla funkcji `convolution_local` to zauważymy, że znaczącą część czasu obliczeń stanowi wywołanie funkcji `reshape`. Możemy je wyeliminować dość prosto tj. zamiast fragment obrazu konwertować z wektora na macierz, to przekonwertujemy macierz współczynników na wektor (zupełnie poza wywołaniem funkcji `convolution`). Najlepiej stworzyć drugą kopię funkcji np. `convolution_opt`) i `convolution_local_opt`, wprowadzić odpowiednie modyfikacje i porównać rezultat filtracji (powinien być taki sam) oraz czas obliczeń (powinien być krótszy).
3. W drugim kroku postępujemy podobnie dla filtracji bilateralnej. Ponownie porównujemy wyniki filtracji i czasy obliczeń.

Uwaga. Obliczenia w pakiecie Matlab nigdy nie będą tak szybkie jak te realizowane w C/C++. Szczególnie dotyczy to przetwarzania obrazów o dużej rozdzielczości lub sekwencji wideo. Tym bardziej powinniśmy starać się optymalizować kod, np. z wykorzystaniem narzędzia *Profiler*.

Literatura

- [1] Michael Elad. On the origin of the bilateral filter and ways to improve it. *IEEE Transactions on Image Processing*, 11(10):1141–1151, 2002.
- [2] Carlo Tomasi and Roberto Manduchi. Bilateral filtering for gray and color images. In *Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on*, pages 839–846. IEEE, 1998.