

讲堂 > 数据结构与算法之美 > 文章详情

32 | 字符串匹配基础（上）：如何借助哈希算法实现高效字符串匹配？

2018-12-05 王争



32 | 字符串匹配基础（上）：如何借助哈希算法实现高效字符串匹配？

朗读人：修阳 12'55" | 11.84M

从今天开始，我们来学习字符串匹配算法。字符串匹配这样一个功能，我想对于任何一个开发工程师来说，应该都不会陌生。我们用的最多的就是编程语言提供的字符串查找函数，比如 Java 中的 `indexOf()`，Python 中的 `find()` 函数等，它们底层就是依赖接下来要讲的字符串匹配算法。

字符串匹配算法很多，我会分四节来讲解。今天我会讲两种比较简单的、好理解的，它们分别是：BF 算法和 RK 算法。下一节，我会讲两种比较难理解、但更加高效的，它们是：BM 算法和 KMP 算法。

这两节讲的都是单模式串匹配的算法，也就是一个串跟一个串进行匹配。第三节、第四节，我会讲两种多模式串匹配算法，也就是在一个串中同时查找多个串，它们分别是 Trie 树和 AC 自动机。

今天讲的两个算法中，RK 算法是 BF 算法的改进，它巧妙借助了我们前面讲过的哈希算法，让匹配的效率有了很大的提升。那 **RK 算法是如何借助哈希算法来实现高效字符串匹配的呢**？你可以带着这个问题，来学习今天的内容。

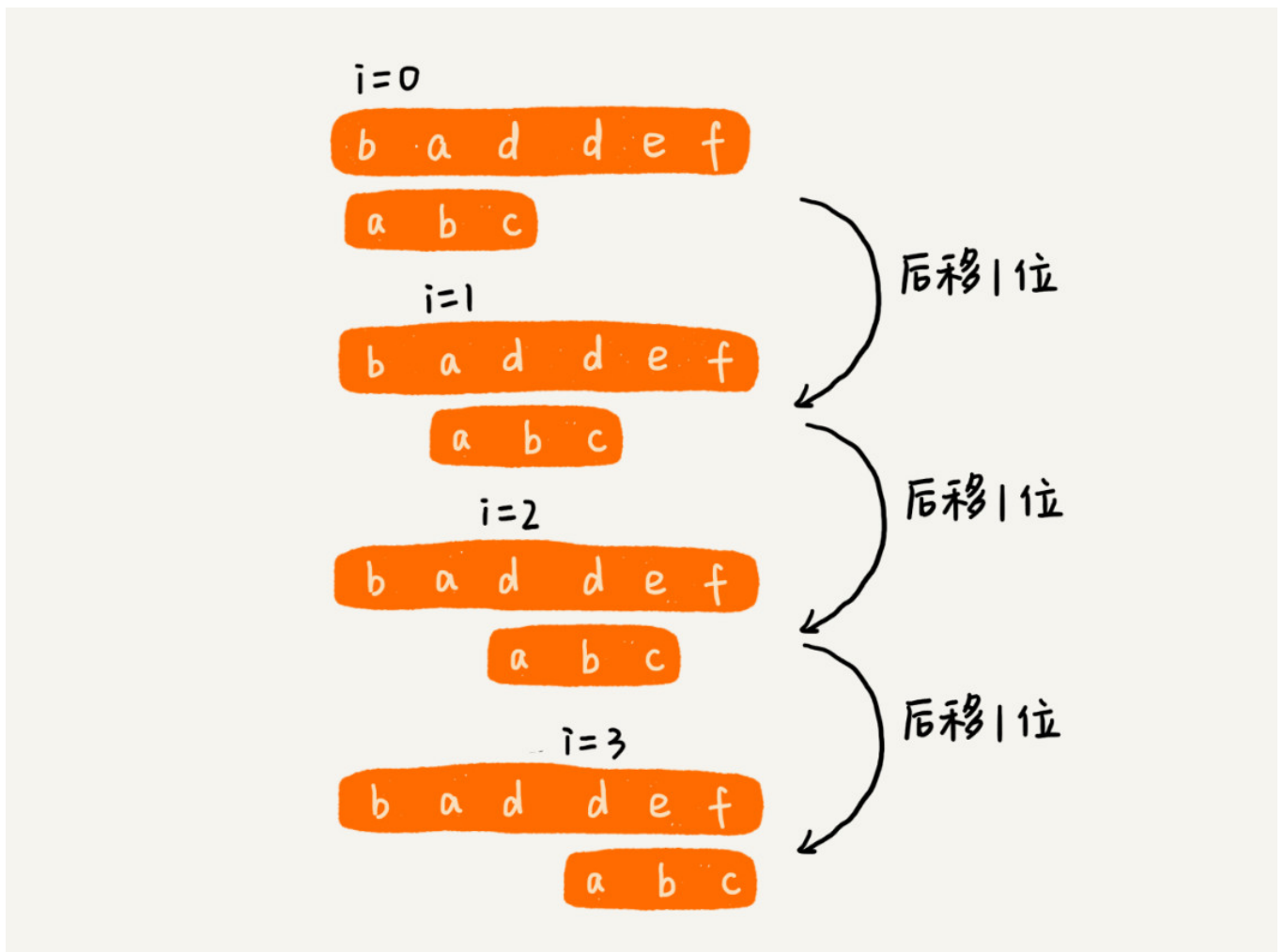
BF 算法

BF 算法中的 BF 是 Brute Force 的缩写，中文叫作暴力匹配算法，也叫朴素匹配算法。从名字可以看出，这种算法的字符串匹配方式很“暴力”，当然也就会比较简单、好懂，但相应的性能也不高。

在开始讲解这个算法之前，我先定义两个概念，方便我后面讲解。它们分别是**主串**和**模式串**。这俩概念很好理解，我举个例子你就懂了。

比方说，我们在字符串 A 中查找字符串 B，那字符串 A 就是主串，字符串 B 就是模式串。我们把主串的长度记作 n ，模式串的长度记作 m 。因为我们是在主串中查找模式串，所以 $n > m$ 。

作为最简单、最暴力的字符串匹配算法，BF 算法的思想可以用一句话来概括，那就是，**我们在主串中，检查起始位置分别是 0、1、2... $n-m$ 且长度为 m 的 $n-m+1$ 个子串，看有没有跟模式串匹配的**。我举一个例子给你看看，你应该可以理解得更清楚。



从上面的算法思想和例子，我们可以看出，在极端情况下，比如主串是“aaaaa...aaaaaa”（省略号表示有很多重复的字符 a），模式串是“aaaaab”。我们每次都比对 m 个字符，要比对 $n-m+1$ 次，所以，这种算法的最坏情况时间复杂度是 $O(n*m)$ 。

尽管理论上，BF 算法的时间复杂度很高，是 $O(n*m)$ ，但在实际的开发中，它却是一个比较常用的字符串匹配算法。为什么这么说呢？原因有两点。

第一，实际的软件开发中，大部分情况下，模式串和主串的长度都不会太长。而且每次模式串与主串中的子串匹配的时候，当中途遇到不能匹配的字符的时候，就可以就停止了，不需要把 m 个字符都比对一下。所以，尽管理论上的最坏情况时间复杂度是 $O(n*m)$ ，但是，统计意义上，大部分情况下，算法执行效率要比这个高很多。

第二，朴素字符串匹配算法思想简单，代码实现也非常简单。简单意味着不容易出错，如果有 bug 也容易暴露和修复。在工程中，在满足性能要求的前提下，简单是首选。这也是我们常说的 [KISS \(Keep it Simple and Stupid\) 设计原则](#)。

所以，在实际的软件开发中，绝大部分情况下，朴素的字符串匹配算法就够用了。

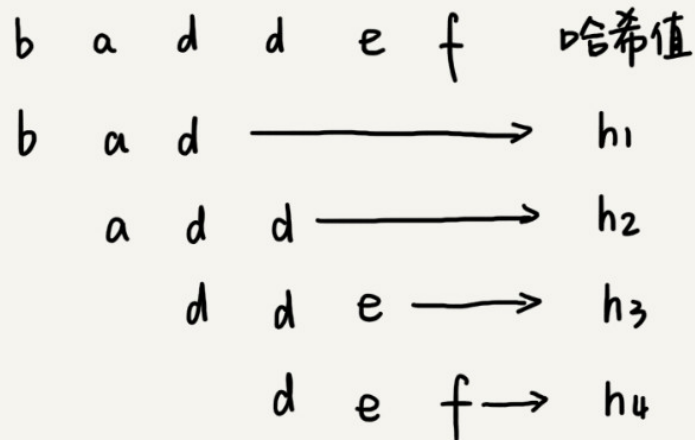
RK 算法

RK 算法的全称叫 Rabin-Karp 算法，是由它的两位发明者 Rabin 和 Karp 的名字来命名的。这个算法理解起来也不是很难。我个人觉得，它其实就是刚刚讲的 BF 算法的升级版。

我在讲 BF 算法的时候讲过，如果模式串长度为 m ，主串长度为 n ，那在主串中，就会有 $n-m+1$ 个长度为 m 的子串，我们只需要暴力地对比这 $n-m+1$ 个子串与模式串，就可以找出主串与模式串匹配的子串。

但是，每次检查主串与子串是否匹配，需要依次比对每个字符，所以 BF 算法的时间复杂度就比较高，是 $O(n*m)$ 。我们对朴素的字符串匹配算法稍加改造，引入哈希算法，时间复杂度立刻就会降低。

RK 算法的思路是这样的：我们通过哈希算法对主串中的 $n-m+1$ 个子串分别求哈希值，然后逐个与模式串的哈希值比较大小。如果某个子串的哈希值与模式串相等，那就说明对应的子串和模式串匹配了（这里先不考虑哈希冲突的问题，后面我们会讲到）。因为哈希值是一个数字，数字之间比较是否相等是非常快速的，所以模式串和子串比较的效率就提高了。



不过，通过哈希算法计算子串的哈希值的时候，我们需要遍历子串中的每个字符。尽管模式串与子串比较的效率提高了，但是，算法整体的效率并没有提高。有没有方法可以提高哈希算法计算子串哈希值的效率呢？

这就需要哈希算法设计的非常有技巧了。我们假设要匹配的字符串的字符集中只包含 K 个字符，我们可以用一个 K 进制数来表示一个子串，这个 K 进制数转化成十进制数，作为子串的哈希值。表述起来有点抽象，我举了一个例子，看完你应该就能懂了。

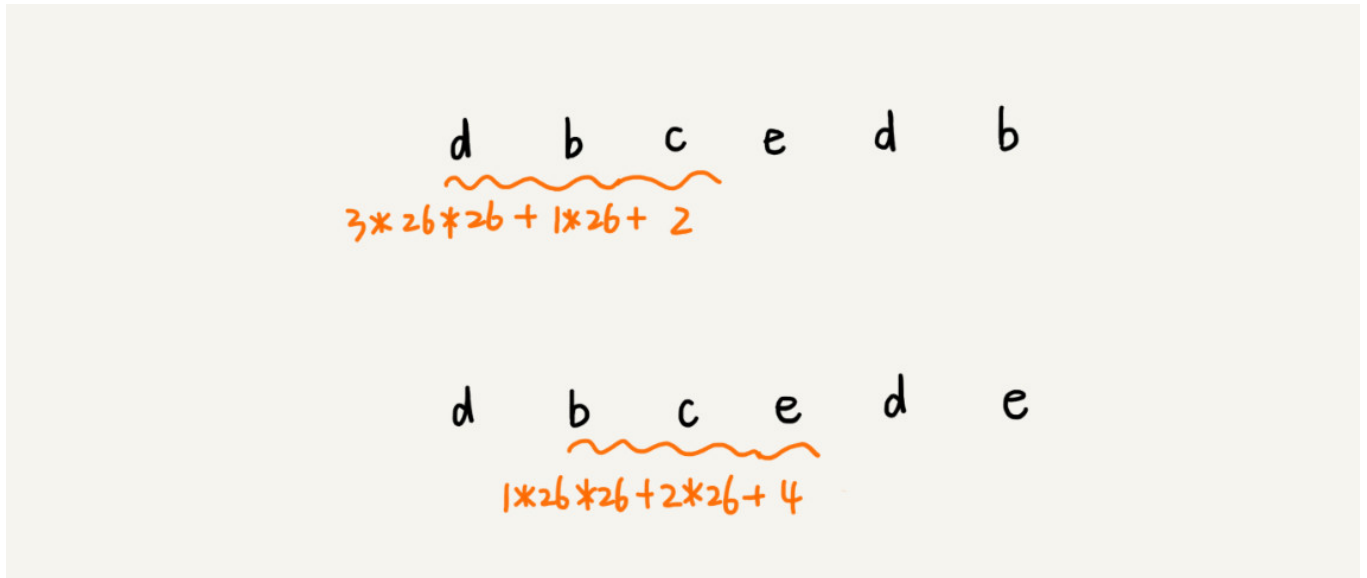
比如要处理的字符串只包含 $a \sim z$ 这 26 个小写字母，那我们就用二十六进制来表示一个字符串。我们把 $a \sim z$ 这 26 个字符映射到 $0 \sim 25$ 这 26 个数字， a 就表示 0， b 就表示 1，以此类推， z 表示 25。

在十进制的表示法中，一个数字的值是通过下面的方式计算出来的。对应到二十六进制，一个包含 a 到 z 这 26 个字符的字符串，计算哈希的时候，我们只需要把进位从 10 改成 26 就可以。

$$\begin{aligned}
 \text{"657"} &= 6 * 10 * 10 + 5 * 10 + 7 * 1 \\
 \text{"cba"} &= \text{"c"} * 26 * 26 + \text{"b"} * 26 + \text{"a"} * 1 \\
 &= 2 * 26 * 26 + 1 * 26 + 0 * 1 \\
 &= 1353
 \end{aligned}$$

这个哈希算法你应该看懂了吧？现在，为了方便解释，在下面的讲解中，我假设字符串中只包含 a~z 这 26 个小写字符，我们用二十六进制来表示一个字符串，对应的哈希值就是二十六进制数转化成十进制的结果。

这种哈希算法有一个特点，在主串中，相邻两个子串的哈希值的计算公式有一定关系。我这有个例子，你先找一下规律，再来看我后面的讲解。

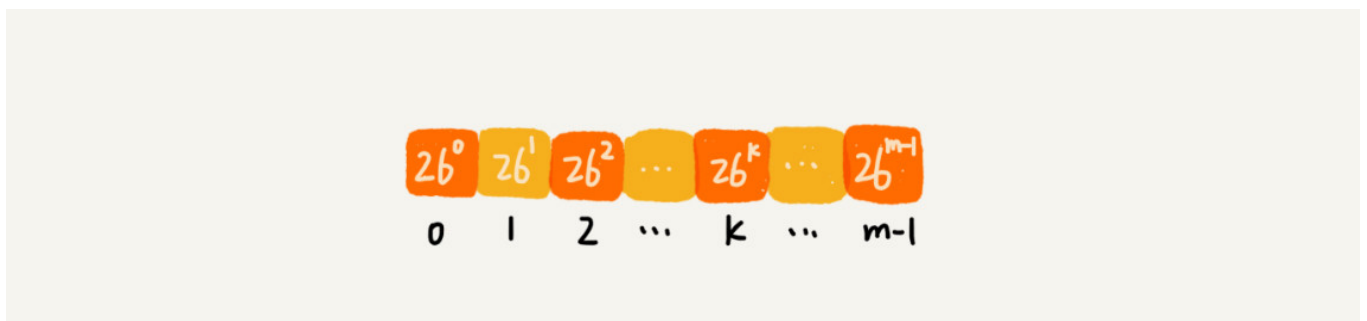


从这里例子中，我们很容易就能得出这样的规律：相邻两个子串 $s[i-1]$ 和 $s[i]$ (i 表示子串在主串中的起始位置，子串的长度都为 m)，对应的哈希值计算公式有交集，也就是说，我们可以使用 $s[i-1]$ 的哈希值很快的计算出 $s[i]$ 的哈希值。如果用公式表示的话，就是下面这个样子：

```
1 h[i] = 26*(h[i-1]-26^(m-1)*(s[i-1]-'a')) + (s[i+m-1]-'a');
2 其中，h[i]、h[i-1] 分别对应 s[i] 和 s[i-1] 两个子串的哈希值
```

复制代码

不过，这里有一个小细节需要注意，那就是 $26^{(m-1)}$ 这部分的计算，我们可以通过查表的方法来提高效率。我们事先计算好 26^0 、 26^1 、 26^2 $26^{(m-1)}$ ，并且存储在一个长度为 m 的数组中，公式中的“次方”就对应数组的下标。当我们需要计算 26 的 x 次方的时候，就可以从数组的下标为 x 的位置取值，直接使用，省去了计算的时间。



我们开头的时候提过，RK 算法的效率要比 BF 算法高，现在，我们就来分析一下，RK 算法的时间复杂度到底是多少呢？

整个 RK 算法包含两部分，计算子串哈希值和模式串哈希值与子串哈希值之间的比较。第一部分，我们前面也分析了，可以通过设计特殊的哈希算法，只需要扫描一遍主串就能计算出所有子串的哈希值了，所以这部分的时间复杂度是 $O(n)$ 。

模式串哈希值与每个子串哈希值之间的比较的时间复杂度是 $O(1)$ ，总共需要比较 $n-m+1$ 个子串的哈希值，所以，这部分的时间复杂度也是 $O(n)$ 。所以，RK 算法整体的时间复杂度就是 $O(n)$ 。

这里还有一个问题就是，模式串很长，相应的主串中的子串也会很长，通过上面的哈希算法计算得到的哈希值就可能很大，如果超过了计算机中整型数据可以表示的范围，那该如何解决呢？

刚刚我们设计的哈希算法是没有散列冲突的，也就是说，一个字符串与一个二十六进制数一一对应，不同的字符串的哈希值肯定不一样。因为我们是基于进制来表示一个字符串的，你可以类比为十进制、十六进制来思考一下。实际上，我们为了能将哈希值落在整型数据范围内，可以牺牲一下，允许哈希冲突。这个时候哈希算法该如何设计呢？

哈希算法的设计方法有很多，我举一个例子说明一下。假设字符串中只包含 $a \sim z$ 这 26 个英文字母，那我们每个字母对应一个数字，比如 a 对应 1， b 对应 2，以此类推， z 对应 26。我们可以把字符串中每个字母对应的数字相加，最后得到的和作为哈希值。这种哈希算法产生的哈希值的数据范围就相对要小很多了。

不过，你也应该发现，这种哈希算法的哈希冲突概率也是挺高的。当然，我只是举了一个最简单的设计方法，还有很多更加优化的方法，比如将每一个字母从小到大对应一个素数，而不是 1, 2, 3.....这样的自然数，这样冲突的概率就会降低一些。

那现在新的问题来了。之前我们只需要比较一下模式串和子串的哈希值，如果两个值相等，那这个子串就一定可以匹配模式串。但是，当存在哈希冲突的时候，有可能存在这样的情况，子串和模式串的哈希值虽然是相同的，但是两者本身并不匹配。

实际上，解决方法很简单。当我们发现一个子串的哈希值跟模式串的哈希值相等的时候，我们只需要再对比一下子串和模式串本身就好了。当然，如果子串的哈希值与模式串的哈希值不相等，那对应的子串和模式串肯定也是不匹配的，就不需要比对子串和模式串本身了。

所以，哈希算法的冲突概率要相对控制得低一些，如果存在大量冲突，就会导致 RK 算法的时间复杂度退化，效率下降。极端情况下，如果存在大量的冲突，每次都要再对比子串和模式串本身，那时间复杂度就会退化成 $O(n*m)$ 。但也不要太悲观，一般情况下，冲突不会很多，RK 算法的效率还是比 BF 算法高的。

解答开篇 & 内容小结

今天我们讲了两种字符串匹配算法，BF 算法和 RK 算法。

BF 算法是最简单、粗暴的字符串匹配算法，它的实现思路是，拿模式串与主串中是所有子串匹配，看是否有能匹配的子串。所以，时间复杂度也比较高，是 $O(n*m)$ ， n 、 m 表示主串和模式串的长度。不过，在实际的软件开发中，因为这种算法实现简单，对于处理小规模字符串匹配很好用。

RK 算法是借助哈希算法对 BF 算法进行改造，即对每个子串分别求哈希值，然后拿子串的哈希值与模式串的哈希值比较，减少了比较的时间。所以，理想情况下，RK 算法的时间复杂度是 $O(n)$ ，跟 BF 算法相比，效率提高了很多。不过这样的效率取决于哈希算法的设计方法，如果存在冲突的情况下，时间复杂度可能会退化。极端情况下，哈希算法大量冲突，时间复杂度就退化为 $O(n*m)$ 。

课后思考

我们今天讲的都是一维字符串的匹配方法，实际上，这两种算法都可以类比到二维空间。假设有下面这样一个二维字符串矩阵（图中的主串），借助今天讲的处理思路，如何在其中查找另一个二维字符串矩阵（图中的模式串）呢？

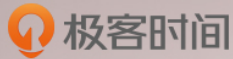
主串

d	a	b	c
e	f	a	d
c	c	a	f
d	e	f	c

模式串

c	a
e	f

欢迎留言和我分享，也欢迎点击“[请朋友读](#)”，把今天的内容分享给你的好友，和他一起讨论、学习。



数据结构与算法之美

为工程师量身打造的数据结构与算法私教课

王争

前 Google 工程师



©版权归极客邦科技所有，未经许可不得转载

上一篇 31 | 深度和广度优先搜索：如何找出社交网络中的三度好友关系？

写留言

精选留言



P@trick

7

思考题：

假设二维主串和模式串的维度分别是 $m \times n$ 和 $i \times j$ ，横向在 $[0, m-i]$ ，纵向在 $[0, n-j]$ 取起始点，然后取同样的子串窗口对比，共有 $(m-i+1) \times (n-j+1)$ 个子串。

ps：

文中计算子串哈希值 $h[i]$ 的公式中，第二个 $h[i-1]$ 和后面的 $h[i+m-1]$ ，应该是主串中的第 $i-1$ 个和第 $i+m-1$ 个字符的哈希值...

2018-12-05



Alan

3

$$h[i] = 26 * (h[i-1] - 26^{(m-1)} * h[i-1]) + h[i+m-1];$$

其中， $h[i]$ 、 $h[i-1]$ 分别对应 $s[i]$ 和 $s[i-1]$ 两个子串的哈希值

文中这个公式， $26 * (h[i-1] - 26^{(m-1)} * h[i-1])$ 可以化简为 $26 * h[i-1] * (1 - 26^{(m-1)})$ ，所以这里

是不是应该改为 $26 * (h[i-1] - 26^{(m-1)} * s[i-1])$ ，用 $s[i-1]$ 代表当前位置的字符串的值，例如图中d的值是3，同样的公式后面加 $h[i+m-1]$ 是不是也是 $s[i+m-1]$ 呢

2018-12-05

作者回复

写错了 感谢指正 已经改了

2018-12-05



Smallfly

👍 2

思考题：

以模式串矩阵的大小，去匹配主串矩阵，每个小矩阵可以构建成字符串，就能用 RK 算法做字符串匹配了。

如果主串的大小是 $M * N$ ，模式串大小为 $m * n$ ，则时间复杂度为 $(M - m + 1) * (N - n + 1)$ 。

2018-12-05



coulson

👍 2

老师，前天面试被问到一个问题，关于地图算法的，比如线路推荐。请问地图算法会讲到么

2018-12-05

作者回复

在高级篇那部分会涉及一点

2018-12-06



yaya

👍 2

二维矩阵只要如果以*i*'*j*'为左上角，即可定义一个*i*..*j* *i*..*j*+1 *i*+1..*j* *i*+1..*j*+1的子串，其本质是和字符串相同的，即可以由rf又可以由bf解

2018-12-05



蒋礼锐

👍 2

思考题：

可以先查找第一行的字符串，假设长度为*m*，用bf或者rk都可以，假设是*n***n*的数组，bf的复杂度是 $(n-m)*n$
rk的复杂度为*n*

如果有匹配，则依次匹配第2到*m*行字符串。每次的复杂度与第一次的相同

最坏时间复杂度为

bf: $(m-n)^2 * n^2$

rk: n^2

但是如果第一行不匹配的话是不会进行第二行的匹配的，平均复杂度会小很多。

2018-12-05



朱月俊

👍 1

以前刷题的时候，遇到过rk算法，当时是没太考虑hash冲突，一个字母对应一个数字，子串的hash值就是子串中的字母对应的数字相加。

今天大佬将之抽象提炼出来，还专门提到冲突解决方法，不可谓不妙！

2018-12-05



煦暖

👍 1

“ $h[i] = 26 * (h[i-1] - 26^{(m-1)} * h[i-1]) + h[i+m-1]$;其中， $h[i]$ 、 $h[i-1]$ 分别对应 $s[i]$ 和 $s[i-1]$ 两个子串的哈希值。”老师你好， $26^{(m-1)} * h[i-1]$ 中的 $h[i-1]$ 和 $h[i+m-1]$ 应该是一个字符的哈希值而不应该是子串的哈希值吧？？PS：用您的例子套用公式： $h_0 = 3 * 26 * 26 + 1 * 26 + 2 = 2056$ ； $h_1 = 26 * (h_0 - 26 * 26 * h_0) + (4 * 26 * 26 + 3 * 26 + 4) = -36080014$ 和期望的哈希值 $1 * 26 * 26 + 2 * 26 + 4 = 732$ 不符。

2018-12-05



Jerry银银

👍 1

觉得今天的hash算法真是巧妙

2018-12-05



王婵

👍 1

思考题二维数组用RK算法计算哈希值要复杂一些， $i-1$ $j-1$ 不越界的情况下，如果模式串的行数大于列数可以通过 $h[i-1, j]$ 计算 $h[i, j]$ ，如果列数大于行数可以通过 $h[i, j-1]$ 计算 $h[i, j]$ 还有更好的方法计算哈希值吗？

另外正文里的计算哈希值的公式貌似写错了，应该是

$h[i] = 26 * (h[i-1] - 26^{(m-1)} * (s[i-1] - 'a')) + (s[i+m-1] - 'a');$

2018-12-05



青铜5 周群力

👍 1

二维字符串匹配能用rk算法解决，那么能用kmp解决么？

2018-12-05



許敲敲

👍 1

主串 $m * n$ 把主串分割成 $m-1 * n-1$ 个子串 每个子串计算哈希值，再与模式串的哈希值比较

2018-12-05



Liam

👍 1

BF：遍历主串，以矩阵左上角元素作为矩阵起始位，从 $(0, 0)$ 到 $(rowN - rowM, colN - colM)$ ，取行列长度与模式相等的子矩阵串进行比较

hash算法同理

2018-12-05



晓晨

👍 0

思考题：

以模式串矩阵的大小，去匹配主串矩阵，每个小矩阵可以构建成字符串，就能用 RK 算法做字符串匹配了。

使用PK算法：

如果主串的大小是 $M * N$ ，模式串大小为 $m * n$ ，则子串个数为 $(M - m + 1) * (N - n + 1)$ 。每次子串比较需要遍历所有子串需要比较 $m*n$ 次，最快情况时间复杂度为 $(M - m + 1) * (N - n + 1) * m * n$

使用RK算法，每个小矩阵构建hash。hash不冲突，理想情况下时间复杂度为 $(M - m + 1) * (N - n + 1)$

2018-12-06



他在她城断了弦

👍 0

后面更新的课程老师能不能顺便帮贴几道有关的题，让大家检验自查一下

2018-12-06



hughieyu

👍 0

把矩阵中的每个块按照相同的规律转化成子串

比如 a, b $a+1, b$ $a, b+1$ $a+1, b+1$ 判断不越界之后就可以进行比较，计算hash的话就可以这样计算，如果采用暴力算法，就直接按照顺序比就行了，不用转成串，不合格直接continue

2018-12-05



深蓝...

👍 0

老师早啊

2018-12-05



Jerry银银

👍 0

二维字符串矩阵，在计算中可以使用二维数组存储，然后顺其自然地可以应用今天所学的两种字符串查找思路可以进行求解。

2018-12-05



五岳寻仙

👍 0

对于二维数组，方法应该是类似的。只是搜索的方向和匹配的方向都变成了行列两个方向。假设主串为 $n1 \times n2$ 矩阵，模式串为 $m1 \times m2$ 矩阵。对于BF算法，复杂度为 $O(n1 \times n2 \times m1 \times m2)$ ，对于RK算法，复杂度为 $O(n1 \times n2)$

2018-12-05