こんにゃくの物理

こんにゃくという弾性体がどのような運動をするか解析します！！

こんにゃくが台の上に重力gで乗っているときの運動を調べよ

弾性波を調べよ

運動方程式

ρd^2u\_i/dt^2=(λ+m)d(divu)/dx^i+m∆u\_i+ρg

ここで*ui* は変位、ρは密度、λ, μは[ラメ定数](https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%A9%E3%83%A1%E5%AE%9A%E6%95%B0" \o "ラメ定数)、*gi* は重力加速度である。(wikiより)

https://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%BC%BE%E6%80%A7%E6%B3%A2

divu = du/dx+du/dy+du/dz

こんにゃくが自重で潰れるとき、どのくらい下に潰れる変位するかを求めよ。

自重mg

ヤングの法則により

P=Eδh/h

hはこんにゃくの高さ

aはこんにゃくの幅と奥向き

つり合いの式により

Eδh/h = mg

δh = mgh/E

Δh = ∫δh = 1/2mgh^2/E

よって、自重でつぶれる変位は1/2mgh^2/E

高さが高いほど、2乗でたくさん潰れる

運動方程式

ρd^2u\_i/dt^2=(λ+m)d(divu)/dx^i+m∆u\_i+ρg

ここで*ui* は変位、ρは密度、λ, μは[ラメ定数](https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%A9%E3%83%A1%E5%AE%9A%E6%95%B0" \o "ラメ定数)、*gi* は重力加速度である。

Wiki参照

divu = du/dx+du/dy+du/dz

x方向は

ρd^2ux/dt^2 = (λ+m)(d^2ux/dx^2+d^2ux/dxdy+d^2ux/dxdz)+m(d^2ux/dx^2 +d^2ux/dy^2+ d^2ux/dz^2)

変数分離より

ux =f(x)g(y)h(z)

(λ+m)

(1/fd^2f/dx^2+1/fgd^2fg/dxdy+1/fhd^2fh/dxdz)

+ m (1/fd^2f/dx^2+1/gd^2g/dy^2+1/hd^2h/dz^2)

=ρd^2ux/dt^2

(λ+m)(1/f\*d^2f/dx^2+1/fg\*d(g(df/dx))/dy+1/fh\*d(fdh/dy))/dx)

=(λ+m)(1/f\*d^2f/dx^2+1/fg\*dg/dydf/dx + 1/fh\*df/dxdg/dy)

=(λ+m)(1/f\*d^2f/dx^2+2df/dx\*dg/dy)

(λ+m)(d^2g/dxdy+d^2f/dxdz+d^2h/dxdz) + m (d^2f/dx^2+d^2g/dy^2+d^2h/dz^2)

=ρd^2ux/dt^2

(λ+m)(d^2f/dx^2+2df/dx\*dg/dy+2df/dx\*dh/dz)+md^2f/dx^2=ρd^2f/dt^2

-ρd^2f/dt^2+(λ+2m)d^2f/dx^2+(λ+m)( 2df/dx\*dg/dy+2df/dx\*dh/dz) = 0

非線形になってしまった？

解析的には解けない？ので、差分法などで、コンピューターで数値解析させる

以上。ここまで。途中式がわかりにくくて申し訳ない。

ちなみに、ずれ変位がない、すなわち、剛性率が0、こんにゃくではなく、空気の場合、

ずれ変位とは　こんにゃくをしたから押すと、横方向にもこんにゃくは伸びる

逆に空気の入った四角いものを押すと、横方向に力はかからない

<https://www2.nhk.or.jp/school/watch/bangumi/?das_id=D0005110412_00000>

ずれ弾性0の場合

x方向は

ρd^2ux/dt^2 = (λ+m)(d^2ux/dx^2)+ m(d^2ux/dy^2+ d^2ux/dz^2)

(λ+2m)(d^2ux/dx^2)-md^2ux/dy^2-md^2ux/dz^2=ρd^2ux/dt^2

グリーン関数を使った解法もあるかもしれないが、別の方法を使う

変数分離u=f(x)g(y)h(z)

1/f\*(ρ+(λ+2m))(d^2f/dx^2)

-m/g\*d^2g/dy^2

-m/h\*d^2h/dz^2

=1/ux\*ρd^2ux/dt^2

よって、uの式は

(λ+2m)(d^2f/dx^2)=1/uxρd^2f/dt^2

f= Asin(kx+wt) + Bcos(kx+wt)

wk = cx

cx = √((λ+2m)/ρ)

cy= √(m/ρ)

検証↓

https://blog.goo.ne.jp/qq\_otenki\_s/e/f6003a067138a3a67775aa4e5a48baa7