Curso: Análisis Númerico, Tarea # 8

Instructor: Imelda Trejo Lorenzo

Para entregar el 26 de Marzo 2025, antes de clase.

Libros de clase: Burden, R. L. & Faires, J.D. Numerical Analysis (7th edition). David Kincaid and Ward Cheney, Numerical Analysis of Scientific Computing, 1991.

Resuelve los siguientes ejercicios de las secciones 8.2, pag 506, y 9.1, pag 559, del libro de tareas.

1. (10 puntos) Demuestra que cuatro vectores en $\mathbf{R}^3$ son linealmente dependientes.

2. (10 puntos) Sea $\{v_1, v_2, ..., v_k\}$ un conjunto de k vectores ortogonales diferentes de cero, demuestre que es un conjunto linealmente independiente.

3. (20 puntos) Sea Q una matriz ortogonal.

   a) Demuestre que las columnas de Q forman un conjunto ortogonal de vectores.

   b) Demuestre que $||Q||_2 = 1$, $||Q^t||_2 = 1$.

4. (10 puntos) Sean $\{v_1, ..., v_n\}$ un conjunto de vectores ortonormales distintos de cero en $\mathbf{R}^n$ y $x \in \mathbf{R}^n$. Determine los valores de c_k para $k = 1, ..., n$, si
$$x = \sum_{k=1}^{n} c_k v_k.$$

5. (15 puntos) Utilece el proceso de Gram-Schmidt, con norma $L^2[a, b]$ y peso $w(x) = 1$, para consturir $\phi_0(x)$, $\phi_1(x)$, $\phi_2(x)$ en los siguientes intervalos:
$$a)[0, 1], \quad b)[0, 2], \quad c)[1, 3].$$

6. (15 puntos) Utilizando los resultados el ejecicio 1. Obtenga la approximación polinomial de mínimos cuadrados a $f(x)$ en el intervalo indicado
$$d)f(x) = e^x, [0, 2]; \quad e)\frac{1}{2}\cos(x)+\frac{1}{3}\sin(2x), [0, 1]; \quad f)f(x) = x\ln(x), [1, 3].$$

7. (20 puntos) Implementa regresión lineal con la base de datos cdc-diet que se envió por correo electrónico. Ajustando peso contra altura, ajustando costo contra altura para el subconjunto de individuos no tratodos y costo contra altura para el subconjunto de individuos tratodo. ¿Qué diferencias y conlusiones hay entre los últimos dos ajustes? Muestra la imagen de salida: datos, ajuste de línea recta e intervalos de credibilidad.