Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Ingeniería Matemática y Computacional
IMT2230-1 2023-2
Profesor: Cristobal Rojas
Ayudante: Pablo Rademacher

Ayudantía 15

1. Determine todos los valores de h para los que la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ h & 1 & 1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable.

   Hint: El polinomio característico de la matriz es $p(\lambda) = -\lambda(2-\lambda)^2$.

2. Sea A una matriz de 3 por 3 cuyo polinomio característico es $p(\lambda) = \lambda^2(\lambda - 3)$ y de rango 1. ¿Es diagonalizable?

3. Considere la matriz
$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1-a & 1-b \end{pmatrix}.$$

   a) Para qué valores de a y b es A de Markov?
   b) Calcule $u_k = A^k u_0$ para $u_0^T = (1, 1)$, y cualquier valor de a y b.
   c) Bajo qué condiciones se cumple que u_k es convergente cuando $k \to \infty$? Cuál es el límite? Debe A necesariamente ser de Markov para que esto ocurra?

4. El clima de una ciudad está modelado por la siguiente cadena de Markov:

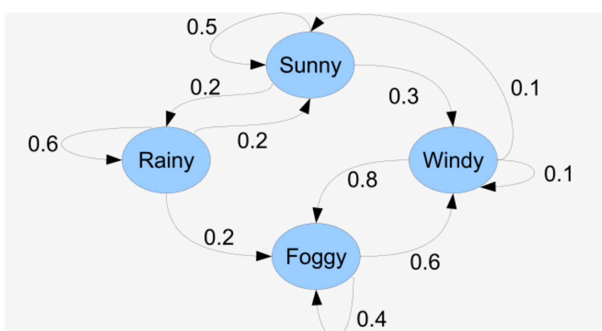

Figura 1: Cadena de Markov para el clima de una ciudad.

   a) Construye la matriz de transición A del sistema, etiquetando las columnas y filas como S, R, F y W.
   b) Sea v la distribución de probabilidad para el clima de hoy. Suponga que hoy hay un 100 % de probabilidades de que llueva. ¿Cual es la probabilidad de que mañana esté nublado?

c) Calcule la distribución de probabilidad para el clima de un año desde hoy, suponiendo que la distribución de probabilidad para el clima de hoy es uniforme (puede usar Python para esto).

d) Basado solo en el punto anterior, mencione un valor y vector propio de la matriz A.