



Ayudantía 13

1. Un grupo de científicos estudia una población de abejas durante varios años. Ellos observan que, de todas las abejas que nacen un año, la mitad mueren en menos de un año. En cambio, si ya tienen un año de vida, 2 de cada 3 logran llegar al segundo año, edad en la que son adultas y dejan en promedio 6 huevos, de los cuales nacerán nuevas abejas. Además, saben que al cumplir los tres años las abejas mueren.
 - a) Formule un modelo que permita estudiar la evolución de la población de abejas en cada año (contabilizando cuantas son recién nacidas, cuantas tienen un año, y cuantas han emigrado).
 - b) Determine el comportamiento futuro de una población que parte con 3000 abejas recién nacidas.
2. Los números de Fibonacci están definidos como la sucesión $(G_k)_k$, en donde el término G_{k+2} es el promedio de los dos anteriores (es decir, $G_{k+2} = (G_{k+1} + G_k)/2$).
 - a) Determine el sistema lineal que modela la evolución de esta sucesión.
 - b) Encuentre los valores y vectores propios de la matriz A encontrada en el ítem anterior.
 - c) Encuentre el límite cuando n tiende a infinito de A^n .
 - d) Si $G_0 = 0$ y $G_1 = 1$, ¿cuál es el límite de esta sucesión?
3. Una carrera profesional dura dos años. Revisando las estadísticas, las autoridades de la carrera se dieron cuenta de que
 - La mitad de los alumnos de primer año lo deben repetir.
 - De cada cuatro alumnos de segundo año, tres logran titularse.
 - Ningún alumno se retira de la carrera.

Determina cuál es el estado final de este sistema.

4. Demuestre que el tercer, sexto, noveno... término de la secuencia de Fibonacci es par.