PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
INSTITUTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA Y COMPUTACIONAL
IMT2230-1 2023-2
Profesor: CRISTOBAL ROJAS
Ayudante: PABLO RADEMACHER

Ayudantía 1

1. Suponga que existen dos combinaciones de columnas de una matriz A que son iguales. A partir de estas, encuentre dos soluciones distintas al problema $Az = 0$.

2. Describa el espacio columna y espacio nulo de $A = [v \quad w \quad v + 2w]$, donde v y w son dos vectores LI.

3. Encuentre las matrices C_1 y C_2 que contienen las columnas linealmente independientes de

$$A_1 = \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 \\ 3 & 9 & -6 \\ 2 & 6 & -4 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

4. Sean A y B dos matrices con el mismo espacio columna.
   - Muestre que sus espacios fila pueden ser diferentes.
   - Muestre que sus matrices C de columnas básicas pueden ser distintas.
   - ¿Que número será igual en ambas?

5. Si $A = CB$, ¿cual es la factorización CB de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & A \\ 0 & A \end{pmatrix}$?

6. Vamos a estudiar la factorización $A = \mathbf{CMR}$, relacionada a la factorización $A = CB$. En esta factorización, $\mathbf{C} = C$ contiene columnas LI de A, $\mathbf{R}$ contiene las filas LI de A, y $B = \mathbf{MR}$.
   - ¿Como podemos encontrar la matriz M? ¿De que tamaño será?
   - Cree una matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ de rango 1 y calcule su factorización $A = CMR$.
   - Cree una matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ de rango 2 y calcule su factorización $A = CMR$.

7. Determine el producto matricial entre las matrices A y B usando ambas formas vistas en clases, y compruebe que son equivalentes.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

8. Las columnas de AB son combinaciones de las columnas de A, luego el espacio columna de AB está contenido en el espacio columna de A. Dé un ejemplo de matrices A y B para las cuales el espacio columna de AB es más pequeño que el de A.