



## Ayudantía 6

- Sea  $Q$  una matriz cuyas columnas son ortogonales. ¿Es cierto que  $\|AQ\|_F = \|A\|_F$ ?
  - Usando su intuición y entendimiento, encuentre la SVD de las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Sea  $A$  cuyas columnas son ortogonales entre sí. ¿Cuál es su SVD? ¿Y si sus columnas fueran ortonormales?
  - Suponga que conoce la SVD de una matriz  $A = U\Sigma V^T$ . Encuentre la SVD de las matrices  $A^T$ ,  $A^T A$  y  $AA^T$ . Comente.
  - Use el ítem anterior para encontrar la mejor aproximación de rango  $k$  de las matrices  $A^T$ ,  $A^T A$  y  $AA^T$ .
3. Sabemos que el primer vector singular derecho  $v_1$  es el vector que maximiza la cantidad

$$\|Ax\|_F,$$

y el valor al evaluar en  $x = v_1$  será  $\sigma_1$ , el primer valor singular. Asumiendo que posee una rutina que da la respuesta correcta al problema de optimización anterior, cree un algoritmo que encuentre el segundo vector singular derecho y valor singular, y extendiéndalo para encontrar el resto.