Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Ingeniería Matemática y Computacional
IMT2230-1 2023-2
Profesor: Cristobal Rojas
Ayudante: Pablo Rademacher

Ayudantía 3

Recordemos que si V es un subespacio de $\mathbb{R}^n$, el espacio (o complemento) ortogonal a V se define como:

$$V^{\perp} = \{u \in \mathbb{R}^n : u \cdot v = 0 \quad \forall v \in V\}$$

1. Sea $b \in \mathbb{R}^n$. Pruebe que existen vectores $v \in V$ y $w \in V^{\perp}$ tales que $b = v + w$. Deduzca que $\dim(V) + \dim(V^{\perp}) = n$.

2. Pruebe que $V \cap V^{\perp} = \{0\}$. Deduzca que los vectores u y w del item anterior son únicos.
(Hint: suponga que $b = u' + w'$ y muestre que $w - w'$ y $u - u'$ están en $V \cap V^{\perp}$).

3. Suponga que $A = QR$, donde R es una matriz invertible. Demuestre que A y Q tienen el mismo espacio columna.

4. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a.1) Factorice A en QR.

a.2) Aprovechando la factorización hecha en (a), resuelva el sistema $Ax = b$ en que $b = (-10, 20, -10, 10)$.