



Proyecto 1

Profesor: Cristóbal Rojas
Ayudante: Pablo Rademacher

A menos de que se indique lo contrario, solo está permitido usar la librería `numpy` para realizar operaciones elementales de matrices y vectores (sumas y restas, productos, invertir matrices). El uso de librerías para realizar gráficos (como `matplotlib` o `seaborn`) si está permitido. Estos gráficos deben estar correctamente etiquetados.

- P 1.** 1. Implemente el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt en Python. Corrobore su buen funcionamiento con los tests adjuntos en el archivo `vectores.txt`. El archivo contiene inputs en el siguiente formato:

```
N
v1
v2
...
vN
```

donde N es la cantidad de vectores a leer, y v_1, \dots, v_N son vectores, escritos como listas de números. Su código debiese generar una base ortonormal a partir de cada input.

2. Use su código para encontrar una base ortonormal del espacio generado por los vectores

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 + \varepsilon \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 + \varepsilon \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 + \varepsilon \end{pmatrix},$$

donde $\varepsilon = 10^{-12}$.

¿Observa algún comportamiento extraño? Comente y teorice sobre la causa de lo observado.



P 2. Un laboratorio investiga el funcionamiento de cierto antibiótico que actúa contra una enfermedad. En particular, se desea determinar la dosis óptima, es decir, la que lo hace eficaz para la mayor cantidad de personas posibles. Para ello, se ha reclutado a un grupo de 1700 voluntarios, que se han dividido en 17 grupos de 100. A cada grupo se le dio una dosis distinta, y se registró la cantidad de personas por grupo en que el medicamento fue eficaz. Por inexperiencia del equipo que realizó el experimento, se han extraviado los resultados obtenidos para 2 de los 17 grupos: el que recibió una dosis de 1,5 gramos, y el que recibió 4 gramos. Dados los altos costos de repetir el experimento, el laboratorio le ha encargado a usted que prediga matemáticamente los resultados extraviados, a partir de los que sí están disponibles, y que se encuentran en el archivo `datos_P2.csv` adjunto.

1. Encuentre un polinomio (de grado tan grande como desee) que interpole los datos obtenidos de manera perfecta. Úselo para predecir los resultados de los grupos perdidos, y grafique el polinomio junto a los datos observados.
2. ¿Es adecuado el polinomio obtenido para realizar predicciones sobre el desempeño del medicamento en otras dosis? Explique.
3. De acuerdo a la literatura del área, la cantidad de personas en que el medicamento es eficaz para una dosis dada x , puede modelarse con una función cuadrática con intersección con el eje y en el cero (es decir, si la dosis es de cero gramos, el antibiótico no será eficaz en ninguna persona.) Plantee el sistema lineal que surge de este modelo, y encuentre su mejor solución usando los contenidos del curso.
4. Use el polinomio cuadrático obtenido para predecir los resultados de los grupos perdidos, y grafique el polinomio junto a los datos observados. ¿Que dosis de medicamento parece ser la que alcanza mayor eficacia?
5. Use el polinomio obtenido anteriormente y evalúelo en otros puntos. ¿En que intervalo es confiable su predicción? Comente, considerando la naturaleza del problema.