



Tarea 2

Profesor: Cristóbal Rojas

Ayudante: Pablo Rademacher

Dinámica de poblaciones

Existen innumerables aplicaciones algorítmicas de uso cotidiano que no podrían existir sin las matrices y el álgebra lineal. Ejemplos notorios incluyen al algoritmo *PageRank* en el cual se basa el buscador de Google, las tan a la moda *Redes Neuronales*, y los modelos de dinámicas de población, que serán el tema de este proyecto.

Consideraremos un modelo más realista, para una población de Tortugas Bobas (*Caretta caretta*), propuesto por Crouse et al. En este ejemplo, la población de tortugas se divide en 7 grupos, definidos según las etapas de desarrollo de estas tortugas (rango etario). El modelo considera, para cada grupo, dos parámetros adicionales: la tasa anual de supervivencia, y la cantidad promedio de huevos puestos por año por individuo. En la siguiente tabla, se muestran los parámetros para cada grupo:

Nº Grupo	Etapas	Rango etario (en años)	Tasa de supervivencia	Huevos puestos
1	huevos, crías	< 1	0,6747	0
2	juveniles pequeños	1-7	0,7857	0
3	juveniles grandes	8-15	0,6758	0
4	subadultos	16-21	0,7425	0
5	criadores novatos	22	0,8091	127
6	remigrantes	23	0,8091	4
7	criadores experimentados	24-54	0,8091	80

Sea $x_{i,n}$ la cantidad de tortugas en etapa i el año n . Considerando las tasas de supervivencia y la cantidad de huevos puestos por año, se puede llegar al siguiente sistema de ecuaciones:

$$x_{1,n+1} = 127x_{5,n} + 4x_{6,n} + 80x_{7,n}$$

$$x_{2,n+1} = 0,6747x_{1,n} + 0,7370x_{2,n}$$

$$x_{3,n+1} = 0,0486x_{2,n} + 0,6610x_{3,n}$$

$$x_{4,n+1} = 0,0147x_{3,n} + 0,6907x_{4,n}$$

$$x_{5,n+1} = 0,0518x_{4,n}$$

$$x_{6,n+1} = 0,8091x_{5,n}$$

$$x_{7,n+1} = 0,8091x_{6,n} + 0,8089x_{7,n}$$

Definamos

$$X_n = \begin{pmatrix} x_{1,n} \\ x_{2,n} \\ x_{3,n} \\ x_{4,n} \\ x_{5,n} \\ x_{6,n} \\ x_{7,n} \end{pmatrix}$$

En base a lo anterior:



- (a) Encuentra una matriz A tal que $X_{n+1} = AX_n$.
- (b) Supongamos que una población de 20 remigrantes llegó a una isla aislada, en la cual no habían tortugas Bobas anteriormente. Grafique el número de tortugas (tanto en cada etapa de desarrollo como el total) que habrán en dicha isla, desde $n = 0$ a $n = 100$. Describa lo que ocurre con la población a través del tiempo, indique el significado físico del valor propio λ_1 y su relación con este crecimiento.
- (c) Calcula, para distintas poblaciones iniciales, el porcentaje de tortugas en cada una de las etapas de desarrollo en relación a la población total, desde $n = 25$ hasta $n = 100$. Grafica los resultados. ¿Cómo influye la distribución de la población inicial en la distribución de la población en el futuro? ¿Que elemento relacionado a la matriz A determina esta distribución? Describe lo que observas.

Entrega

El desarrollo de las preguntas debe entregarse como un **Jupyter Notebook**. Deben además incluir una “portada”: un .pdf con un título, y una descripción (resumen) de lo que están entregando (1 página). La fecha de entrega es el **Viernes 1 de Diciembre hasta las 23:59 hrs.**