



Ayudantía 2

1. Muestre que $\text{Nul}(B) \subseteq \text{Nul}(AB)$. ¿Porqué no son necesariamente iguales?
2. Sea $C = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$. ¿Como se relacionan los espacios nulos de A y B con el de C ?
3. Sea A una matriz tal que $\text{Fil}(A) = \text{Col}(A)$ y $\text{Nul}(A) = \text{Nul}(A^T)$. ¿Es A necesariamente simétrica?
4. Sea r el rango de una matriz de $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. De ejemplos de una matriz tal que:
 - $r = m = n$, y $Ax = b$ posee una solución para cada b .
 - $r = m < n$, y $Ax = b$ posee una o infinitas soluciones.
 - $r = n < m$, y $Ax = b$ posee una o ninguna solución.
 - $r < m$, $r < n$, y $Ax = b$ posee ninguna o infinitas soluciones.
5. Demuestre que $A^T A$ y A poseen el mismo espacio nulo.
6. Sea A una matriz cuadrada. ¿Poseen A^2 y A necesariamente el mismo espacio nulo?
7. Sea A una matriz tal que su espacio nulo es el singleton $\{0\}$. ¿Que forma tienen los vectores del espacio nulo de $B = \begin{bmatrix} A & A & A \end{bmatrix}$?
8. Sean S y T subespacios de \mathbb{R}^{10} , de dimensión 2 y 7, respectivamente. ¿Cuales son las posibles dimensiones de $S \cap T$, $S + T$ y S^\perp ?