CARACTÉRISATION ANALYTIQUE D'UN CERCLE

MODULE N° 17

I. Situation

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O};\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
Rappeler la définition de la courbe représentative d'une fonction.

II. Caractérisation analytique d'un cercle

Soit I un point du plan et r un réel positif.
Dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O};\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, on note $\mathrm{I}\left(x_{\mathrm{I}};y_{\mathrm{I}}\right)$ les coordonnées du point I.
On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de rayon r.

1. Définition géométrique du cercle $\mathscr{C}$

Compléter la phrase suivante :
Le cercle $\mathscr{C}$ est l'ensemble des points M du plan vérifiant ...

2. Caractérisation analytique du cercle $\mathscr{C}$

La géométrie analytique dans un repère du plan permet de traduire cette phrase.
Compléter la phrase suivante :
Le cercle $\mathscr{C}$ est l'ensemble des points $\mathrm{M}\left(x;y\right)$ du plan vérifiant ...

3. Exemple

Dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O};\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, on considère les points $\mathrm{A}\left(0;5\right)$, $\mathrm{B}\left(1,7;4,7\right)$ et $\mathrm{C}\left(\sqrt{7};-3\sqrt{2}\right)$.

1. Parmi ces points, quels sont ceux dont les coordonnées vérifient l'équation (E) : $x^2+y^2=25$?
2. Dans le repère $\left(\mathrm{O};\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, placer d'autres points dont les coordonnées vérifient cette équation (E).
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient l'équation (E).
4. Observer à l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la fonction f définie par :

   $$x \mapsto \sqrt{25-x^2}.$$

   a. Déterminer graphiquement l'ensemble de définition de la fonction f.
   b. Décrire la courbe représentative de cette fonction.
   c. Etablir le lien avec l'équation (E).