

Activité IX.1
Résoudre un problème
à l'aide d'un tableau de signes

✎ **Exercice 1.**

1°) On considère l'expression A définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $A(x) = -3x^2 + 17x - 20$.

(a) Démontrer que $A(x) = (3x - 5)(-x + 4)$.

(b) Résoudre $A(x) = 0$.

2°) On considère l'expression B définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $B(x) = 4x^2 - 9$.

(a) À l'aide d'une identité remarquable, factoriser B .

(b) Résoudre $B(x) = 0$.

3°) À l'aide d'un tableau de signe, résoudre l'inéquation $\frac{-3x^2 + 17x - 20}{4x^2 - 9} \geq 0$.

*

✎ **Exercice 2.**

Résoudre l'inéquation $\frac{2x + 3}{x - 1} \leq 4$.

*

✎ **Exercice 3.**

Une entreprise fabrique un produit. Pour une période donnée, le coût total de production, en euros, est donné en fonction du nombre p d'articles fabriqués par :

$$C(p) = 2p^2 + 10p + 900 \quad \text{pour } 0 < p < 80.$$

1°) Combien coûte la production de 30 articles ?

2°) Combien coûte la production de 0 article ? Comment peut-on l'expliquer ?

Tous les articles fabriqués sont vendus. La recette totale en euros est donnée par

$$R(p) = 120p.$$

3°) Quelle est la recette gagnée lorsque 30 articles sont produits et vendus ?

4°) Quel est le bénéfice obtenu pour 30 articles produits et vendus ?

5°) Quel est le bénéfice réalisé pour 60 articles produits et vendus ? Comment interpréter le résultat ?

On note $B(p)$ le bénéfice total réalisé pour p articles produits et vendus.

6°) Vérifier que $B(p) = -2(p^2 - 55p + 450)$.

7°) Démontrer que $B(p) = -2(p - 10)(p - 45)$.

8°) Pour quels nombres d'articles produits et vendus la production est-elle rentable ?

9°) À l'aide de la calculatrice, représenter les fonctions C et R . Adaptez la fenêtre pour visualiser correctement les données du problème. Que remarque-t-on ?