Chapitre 1

Équations et inéquations
Résolution de problèmes

I - Résolution d'équations

A) Développement et factorisation

B) Les équations

II - Les ensembles de nombres en résumé

III - Résolution d'inéquations

A) Intervalles de nombres

B) Résolution d'inéquations

Définition

Développer un produit revient à l'écrire sous forme d'une somme.

Définition

Développer un produit revient à l'écrire sous forme d'une somme.

Propriété (démontrée géométriquement)

Pour tous nombres k, a, b, c et d, on a :

Exemple

Développer l'expression $A(x) = 5(x-1) - (3x-2)(-4+x)$.

Définition

Factoriser une somme revient à l'écrire sous forme d'un produit.

Définition

Factoriser une somme revient à l'écrire sous forme d'un produit.

Propriété (démontrée géométriquement)

Pour tous nombres k, a, b, c et d, on a :

Exemple

Factoriser l'expression
$B(x) = 2(x+4) + 2(x-1) - (2x+3)(4x+6)$.

Propriété (Les identités remarquables)

Soient a et b deux nombres quelconques. On a alors les identités remarquables suivantes :

Démonstration.

□

Exemples

$$C = 1\,001^2 \quad ; \quad D = 99^2 \quad ; \quad E = 49 \times 51$$

Exemples

$$F(x) = x^2 + 2x + 1 \quad ; \quad G(a) = 9a^2 - 24a + 16 \quad ; \quad H(y) = y^2 - 25$$

Remarque

Les identités remarquables sont utiles pour gagner du temps dans un développement et, en cas d'oubli, on peut les retrouver en quelques lignes.
En revanche, elles sont très pratiques pour factoriser dans certains cas où il n'y a pas de facteurs communs.

Exemple

Factoriser $I(t) = 4t^2 - 20t + 9$.

Définition

Une équation est une égalité où figure une inconnue.
Résoudre une équation revient à trouver la (ou les) valeur(s) de l'inconnue pour laquelle (ou lesquelles) l'égalité est vérifiée.

Définition

Une équation est une égalité où figure une inconnue.
Résoudre une équation revient à trouver la (ou les) valeur(s) de l'inconnue pour laquelle (ou lesquelles) l'égalité est vérifiée.

Propriété

On peut ajouter un même nombre à chaque membre d'une égalité pour obtenir ainsi une égalité équivalente :

$$a = b \quad \Leftrightarrow \quad a + c = b + c$$

Démonstration.

$\square$

Propriété

On peut multiplier par un même nombre non nul les deux membres d'une égalité pour obtenir ainsi une égalité équivalente :

$$\textit{Avec } c \neq 0, \quad a = b \quad \Leftrightarrow \quad a \times c = b \times c$$

Propriété

On peut multiplier par un même nombre non nul les deux membres d'une égalité pour obtenir ainsi une égalité équivalente :

$$\text{Avec } c \neq 0, \quad a = b \quad \Leftrightarrow \quad a \times c = b \times c$$

Démonstration.

$\square$

Définition

Une équation à une inconnue du premier degré est une équation de la forme $ax + b = 0$ où x est l'inconnue et a et b sont des paramètres donnés tels que $a \neq 0$.

Exemple

Résolution de l'équation : $8x - 3 = -2x + 6$.

Exemples

Résoudre les équations suivantes :

$$3x - 4 = 3 \quad ; \quad 2x + 2 = 5x - 4 \quad ; \quad 1 - 2(2 - x) = 2x - 3$$

Propriété (admise)

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$A(x) \times B(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

Exemple

Résolution de l'équation $(2x+3)(6x-8)=0$.

Exemple

Lors d'une séance de cinéma, on a accueilli 56 spectateurs.
Certains ont payé le tarif réduit (5€), les autres le tarif normal (8€). La recette de cette séance se monte à 376€.
Combien de spectateurs ont payé le tarif réduit ?

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les équations :

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les équations :

1. choix de l'inconnue ;

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les équations :

1. choix de l'inconnue ;
2. mise en équation du problème ;

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les équations :

1. choix de l'inconnue ;
2. mise en équation du problème ;
3. résolution de l'équation ;

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les équations :

1. choix de l'inconnue ;
2. mise en équation du problème ;
3. résolution de l'équation ;
4. réponse au problème.

Définition

Définition

1. L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est constitué des nombres entiers positifs.

Définition

1. L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est constitué des nombres entiers positifs.
2. L'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ est constitué des entiers naturels ainsi que de nombres entiers négatifs.

Définition

1. L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est constitué des nombres entiers positifs.
2. L'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ est constitué des entiers naturels ainsi que de nombres entiers négatifs.
3. L'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$ est constitué de tous les nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fractions, ce qui inclut les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ mais aussi les nombres décimaux.

Définition

1. L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est constitué des nombres entiers positifs.
2. L'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ est constitué des entiers naturels ainsi que de nombres entiers négatifs.
3. L'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$ est constitué de tous les nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fractions, ce qui inclut les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ mais aussi les nombres décimaux.
4. L'ensemble des nombres irrationnels est constitué des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de fractions.

Définition

1. L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est constitué des nombres entiers positifs.
2. L'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ est constitué des entiers naturels ainsi que de nombres entiers négatifs.
3. L'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$ est constitué de tous les nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fractions, ce qui inclut les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ mais aussi les nombres décimaux.
4. L'ensemble des nombres irrationnels est constitué des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de fractions.
5. L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ est constitué de tous les nombres rationnels et des nombres irrationnels.

Les ensembles de nombres

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset R$$

Définition

Un intervalle borné par deux nombres réels est constitué de tous les nombres réels compris entre ces deux nombres.
Par exemple, l'intervalle $[a\,;b]$ est l'ensemble des nombres x tels que $x \geqslant a$ et $x \leqslant b$.

Définition

Un intervalle borné par deux nombres réels est constitué de tous les nombres réels compris entre ces deux nombres.
Par exemple, l'intervalle $[a\,;b]$ est l'ensemble des nombres x tels que $x \geqslant a$ et $x \leqslant b$.

Inégalité	**Notation**	**Représentation**
$a \leqslant x \leqslant b$		
$a < x \leqslant b$		
$a \leqslant x < b$		
$a < x < b$		

Définition

Un intervalle non borné est constitué de tous les nombres réels supérieurs ou inférieurs à un nombre réel.
Par exemple, l'intervalle $]a\,;+\infty[$ est l'ensemble des nombres x tels que $x > a$.

Définition

Un intervalle non borné est constitué de tous les nombres réels supérieurs ou inférieurs à un nombre réel.
Par exemple, l'intervalle $]a\,;+\infty[$ est l'ensemble des nombres x tels que $x > a$.

Inégalité	**Notation**	**Représentation**
$x \geqslant a$		
$x > a$		
$x \leqslant a$		
$x < a$		

Définition

1. La réunion de deux intervalles I et J, notée $I \cup J$, est l'ensemble des nombres réels appartenant à I **ou** à J.

Définition

1. La réunion de deux intervalles I et J, notée $I \cup J$, est l'ensemble des nombres réels appartenant à I **ou** à J.
2. L'intersection de deux intervalles I et J, notée $I \cap J$, est l'ensemble des nombres réels appartenant à I **et** à J.

Exemples

$[-2\,;5] \cup]0\,;+\infty[=$

$[-2\,;5] \cap]0\,;+\infty[=$

$[-2\,;5] \cup]8\,;15] =$

$[-2\,;5] \cap]8\,;15] =$

Propriété

On peut ajouter un même nombre à chaque membre d’une inégalité pour obtenir ainsi une inégalité équivalente :

$$a < b \quad \Leftrightarrow \quad a + c < b + c$$

Propriété

On peut ajouter un même nombre à chaque membre d'une inégalité pour obtenir ainsi une inégalité équivalente :

$$a < b \quad \Leftrightarrow \quad a + c < b + c$$

Exemples

$x + 4 \leqslant 5$ $\qquad$ $x - 3 > 0$

Démonstration.

$\square$

Propriété

On multiplie ou on divise les deux membres d'une inégalité par un même nombre k non nul :

- *si* $k > 0$, *alors :* $a < b \quad \Leftrightarrow \quad ka < kb$;
- *si* $k < 0$, *alors :* $a < b \quad \Leftrightarrow \quad ka > kb$.

Propriété

On multiplie ou on divise les deux membres d'une inégalité par un même nombre k non nul :

- *si* $k > 0$, *alors :* $a < b \quad \Leftrightarrow \quad ka < kb$;
- *si* $k < 0$, *alors :* $a < b \quad \Leftrightarrow \quad ka > kb$.

Exemples

$$3x + 4 < 2 \qquad\qquad \frac{x}{-2} + 6 \geqslant 0$$

Démonstration.

$\square$

Exemple

Dans un club de gym, deux formules sont proposées :

Formule A : abonnement mensuel de 18€ et 5€ la séance.

Formule B : abonnement mensuel de 30€ et 3€ la séance.

Déterminer par le calcul le nombre de séances minimum pour lequel la formule B est plus avantageuse.

En résumé

Voici les étapes de la résolution d’un problème en utilisant les inéquations :

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les inéquations :

1. choix de l'inconnue ;

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les inéquations :

1. choix de l'inconnue ;
2. trouver l'inéquation correspondant au problème ;

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les inéquations :

1. choix de l'inconnue ;
2. trouver l'inéquation correspondant au problème ;
3. résolution de l'inéquation ;

En résumé

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les inéquations :

1. choix de l'inconnue ;
2. trouver l'inéquation correspondant au problème ;
3. résolution de l'inéquation ;
4. réponse au problème.