Fiche d'exercices n° VI.1
Nombres complexes
Module et argument

✍ **Exercice 1.**
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u},\,\vec{v})$.
Les points A et B ont pour affixes respectives $z_A = \sqrt{6}+i\sqrt{2}$ et $z_B = \sqrt{5}+i\sqrt{15}$.

1°) Démontrer que $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ puis déterminer un argument de z_A.

2°) Démontrer que $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ puis déterminer un argument de z_B.

3°) En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OB}\right)$.

4°) Calculer $\arg\left(\dfrac{z_B}{z_A}\right)$.

*

✍ **Exercice 2.**
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u},\,\vec{v})$.

1°) Déterminer et représenter l'ensemble (E_1) des points M d'affixe z tels que :

$$|z-2i| = 1.$$

2°) Déterminer et représenter l'ensemble (E_2) des points M d'affixe z tels que :

$$|z-2i| = |z+4-i|\,.$$

3°) Déterminer et représenter l'ensemble (E_3) des points M d'affixe z tels que :

$$|2z-8+2i| = 8.$$

4°) Déterminer et représenter l'ensemble (E_4) des points M d'affixe z tels que :

$$|z-3+i| = |z+4-2i|\,.$$

*

✍ **Exercice 3.**
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u},\,\vec{v})$.
On considère les points A, B et C définis par leurs affixes respectives :

$$z_A = -2 \quad ; \quad z_B = 1+i\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_C = 1-i\sqrt{3}.$$

1°) Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

2°) Calculer les longueurs OA, OB et OC.

3°) Justifier précisément ce que représente le point O pour le triangle ABC ?

4°) D est le point d'affixe z_D tel que ABCD est un parallélogramme. Calculer z_D.

5°) Donner la nature précise du quadrilatère ABCD en justifiant la réponse.

*

✍ **Exercice 4.**
Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u},\,\vec{v})$.
On considère les points A, B, E et F définis par leurs affixes respectives :

$$z_A = 5-5i \quad ; \quad z_B = 3+3i \quad ; \quad z_E = 7-4i \quad \text{et} \quad z_F = 5+3i.$$

1°) Faire une figure.

2°) Déterminer l'écriture trigonométrique des nombres complexes z_A et z_B.

3°) En déduire la nature du triangle OAB.

4°) Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle OAB de centre I. Déterminer z_I, affixe de I.

5°) Les points E et F appartiennent-ils à $\mathscr{C}$?