

RECHERCHE D'UN PÉRIMÈTRE MINIMUM

MODULE N° 10

I. Présentation de la situation

On considère un rectangle ABCD de dimensions données, $AB = 6$ cm et $AD = 8$ cm.

Sur le segment [AB], on place un point M et on note $AM = a$.

On considère alors les points N de [BC], P de [CD] et Q de [DA] tels que :

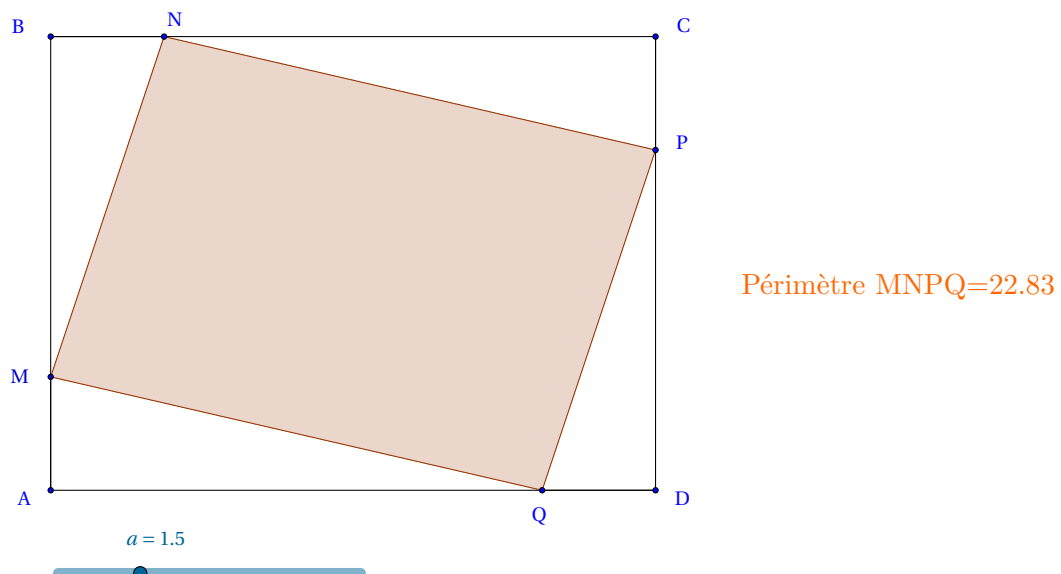
$$AM = BN = CP = DQ.$$

On s'intéresse aux variations du périmètre du quadrilatère MNPQ.

1. Réaliser une figure en choisissant $a = 1$.
2. Exprimer le périmètre du quadrilatère MNPQ en fonction de a .

II. Observation à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

1. Réaliser la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
Afficher le périmètre du quadrilatère MNPQ
2. Piloter au clavier la valeur de a .
Décrire les variations du périmètre en fonction de a .
3. On note α la valeur de a donnant le périmètre minimum, et β ce périmètre minimal.
Conjecturer la valeur de β , ainsi qu'une valeur approchée de α .



III. Détermination du minimum à l'aide de la calculatrice

1. On a vu que le périmètre du quadrilatère MNPQ peut être exprimé par une fonction f de la variable a .
Définir cette fonction.
2. A l'aide de la calculatrice, obtenir un tableau de valeurs puis la représentation graphique de cette fonction.
 - a. Tracer la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f .
On note $(\alpha; \beta)$ le couple de coordonnées du sommet de cette courbe.
 - b. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer les valeurs approchées de α et β .

INSTRUCTIONS POUR LA CALCULATRICE TI

Appuyer sur **2nde** **calculs**, puis dans le menu, choisir **minimum**.
On sélectionne une borne inférieure (abscisse inférieure à celle du point cherché), puis une borne supérieure.

IV. Justification par le calcul

Le calcul analytique (étude de la fonction f) permet d'obtenir la valeur exacte de α .

On obtient $\alpha = \frac{24}{7}$.

1. Calculer l'image du réel $\frac{24}{7}$ par la fonction f .
2. Que faudrait-il alors montrer pour justifier que cette valeur correspond au minimum de la fonction f ?