Chapitre 1

Évolution

On considère une quantité ayant une valeur y_1, exprimée dans une unité de mesure. Cette quantité est modifiée et on lui affecte une nouvelle valeur y_2, exprimée dans la même unité de mesure.
Il y a donc une variation entre y_1 et y_2.

Définition

La variation absolue est définie par :

$$y_2 - y_1.$$

Si ce nombre est positif, on parlera d'une **hausse** ou d'une **augmentation**. Sinon, on parlera d'une **baisse** ou d'une **diminution**.

Définition

La variation absolue est définie par :

$$y_2 - y_1.$$

Si ce nombre est positif, on parlera d'une **hausse** ou d'une **augmentation**. Sinon, on parlera d'une **baisse** ou d'une **diminution**.

Remarque

La variation absolue est exprimée dans la même unité de mesure que la quantité.

Exemples

En Essonne : En 1 990, l'Essonne comptait 1 084 824 habitants.
En 2 010, ont été comptabilisés 1 215 340 habitants.

En France : En 1 990, la France comptait 58 040 660 habitants.
En 2 010, ont été comptabilisés 64 612 940 habitants.

Remarque

Évidemment, la variation absolue du nombre d'habitants en France est plus importante que celle du nombre d'habitants en Essonne.
Comment peut-on alors comparer ces deux évolutions ? En Essonne, l'évolution du nombre d'habitant correspond-elle à l'évolution du nombre d'habitants en France ?

Exemples

- Durant les soldes, un article coûte 10 €. À la fin des soldes, l'article coûte 20 €. Le prix a doublé :

Exemples

- Durant les soldes, un article coûte 10 €. À la fin des soldes, l'article coûte 20 €. Le prix a doublé :
- Dans une station service, le Sans Plomb 95 coûte $1,52$ €. Le lendemain, le prix affiché est de $1,52$ €. Le prix n'a pas changé donc :

Exemples

- Durant les soldes, un article coûte 10 €. À la fin des soldes, l'article coûte 20 €. Le prix a doublé :
- Dans une station service, le Sans Plomb 95 coûte $1,52$ €. Le lendemain, le prix affiché est de $1,52$ €. Le prix n'a pas changé donc :
- Ce matin, il y avait 60 croissants à la boulangerie. À midi, il en restait 30. Le nombre de croissants a diminué de moitié donc :

Remarque

Important !

Sauf indication contraire, on supposera maintenant et jusqu'à la fin du chapitre que $y_1 \neq 0$.

Définition

La variation relative ou taux d'évolution t est calculée à partir de la formule suivante :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}.$$

Une fois encore, un nombre positif indique une augmentation et un nombre négatif indique une diminution.

Exemples

En Essonne : $t =$

En France : $t =$

Conclusion : En Essonne,

Exemple

Un commerçant de meubles a vendu 125 chaises ce mois-ci. Son contrat stipule qu’il doit augmenter ses ventes d’au moins 3% chaque mois.
Combien doit-il vendre de chaises le mois prochain ?

Bilan de l’exemple :

Propriété

Lorsque l'on passe de la valeur y_1 à la valeur y_2 avec une variation relative égale à t, on a :

$$y_2 = (1 + t) \times y_1.$$

Propriété

Lorsque l'on passe de la valeur y_1 à la valeur y_2 avec une variation relative égale à t, on a :

$$y_2 = (1 + t) \times y_1.$$

Démonstration.

$\square$

Définition

Le nombre $1+t$ est appelé cœfficient multiplicateur de y_1 à y_2.
Un cœfficientsupérieur à 1 traduit une augmentation, inférieur à 1 une diminution. S'il est égal à 1, il n'y a pas de variation.

Exemple

Dans une usine, le coût de production c_1 d'un objet est égal à 2 530 €.
Afin d'augmenter les bénéfices, le gérant décide de diminuer le coût de production de 2%. Quel est alors le nouveau de coût de production c_2 ?

Exemple

Dans une commune, le maire décide d'augmenter les impôts locaux de 5%.
Ses conseillers lui suggèrent *d'y aller en douceur* en augmentant les impôts seulement de 2% la première année puis de 3% la seconde année.
Le maire doit-il suivre l'avis de ses conseillers ?

Propriété

On considère une quantité qui évolue de y_1 à y_2 puis de y_2 à y_3 avec $y_2 \neq 0$.
On appelle t_1 le taux d'évolution de y_1 à y_2, t_2 le taux d'évolution de y_2 à y_3.
Le taux d'évolution global t permettant de passer de y_1 à y_3 est tel que :

$$1 + t = (1 + t_1)(1 + t_2).$$

Propriété

On considère une quantité qui évolue de y_1 à y_2 puis de y_2 à y_3 avec $y_2 \neq 0$.
On appelle t_1 le taux d'évolution de y_1 à y_2, t_2 le taux d'évolution de y_2 à y_3.
Le taux d'évolution global t permettant de passer de y_1 à y_3 est tel que :

$$1 + t = (1 + t_1)(1 + t_2).$$

Démonstration.

□

Exemple

Calculons la véritable augmentation des impôts prévus par les conseillers :

Exemple

Afin de faire des économies, un patron décide de baisser les salaires de 4%.
Le mois suivant, les ouvriers entrent en grève pour retrouver leur ancien salaire. Le patron accepte et décide alors d'augmenter les salaires de 4% pour qu'ils retrouvent leur valeur d'origine.
La grève doit-elle continuer ?

Propriété

On considère une quantité de valeur $y_1 \neq 0$ *qui passe à la valeur* $y_2 \neq 0$ *avec un taux égal à* t*.*
Afin de passer de y_2 *à* y_1*, il faut utiliser le coefficient* t' *tel que :*

$$1 + t' = \frac{1}{1+t}.$$

Propriété

On considère une quantité de valeur $y_1 \neq 0$ qui passe à la valeur $y_2 \neq 0$ avec un taux égal à t.
Afin de passer de y_2 à y_1, il faut utiliser le coefficient t' tel que :

$$1 + t' = \frac{1}{1+t}.$$

Démonstration.

□

Exemple