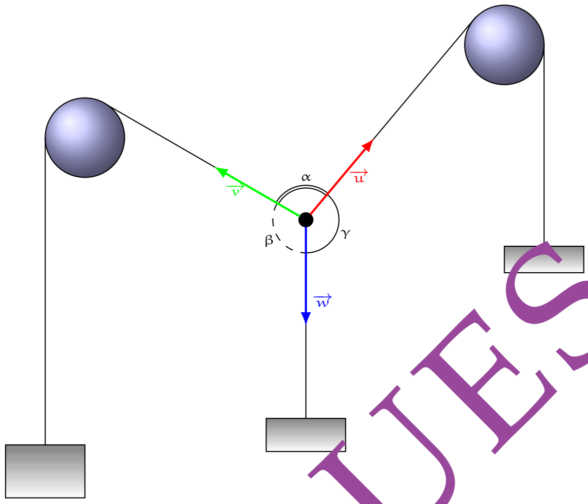
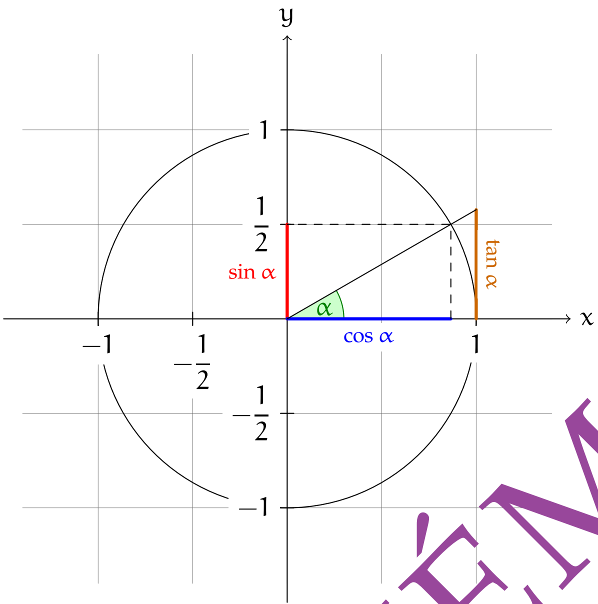
Philippe De Sousa

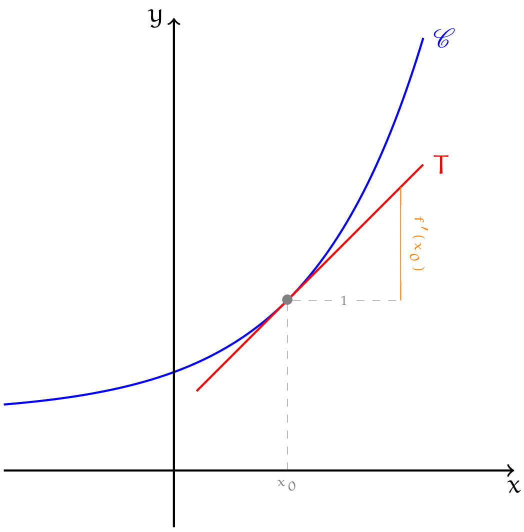
Activités





MATHÉMATIQUES

1ère STI2D



D'après le programme 2 012

Activité I.1
Calculer une moyenne
Faire le bon choix

On s'intéresse à la distance entre des établissements scolaires publics et la piscine utilisée par chacun d'entre eux.
Une étude du ministère de l'Éducation Nationale a déterminé que cette distance était, au moment de l'étude :

- comprise entre 0,2 km et 1,5 km dans huit régions ;
- supérieure à 1,5 km et au plus égale à 2,5 km dans onze régions ;
- supérieure à 2,5 km dans trois régions.

1°) Considérons neuf lycées notées A, B,..., I dont la distance à la piscine correspondante est donnée dans le tableau suivant :

Lycée	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Distance en km	1,8	1,0	20,2	0	0,6	0	0,8	2,6	0

Pour cet ensemble de neuf lycées, calculer la distance moyenne à la piscine fréquentée. Dans laquelle des trois catégories définies ci-dessus doit-on classer cet ensemble de neuf lycées ?

2°) Les neuf lycées ont les effectifs suivants :

Lycée	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Effectifs	930	1 130	420	1 710	1 450	1 430	1 920	530	1 250

Calculer la distance moyenne par élève parcourue pour se rendre à la piscine (les informations du premier tableau doivent être utilisées).

3°) Afin de calculer les frais de déplacements entre les lycées et les piscines, laquelle des deux distances moyennes paraît la plus appropriée ?

Activité I.2
Indicateurs de position
Savoir interpréter

✍ **Exercice 1.**
Dans un village, on a compté le nombre d'enfants par famille. Voici les résultats obtenus :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs	82	124	217	156	52	28	22

1°) Calculer le nombre moyen d'enfants par famille. Ce nombre a-t-il une signification réelle ?

2°) Calculer une médiane de cette série et donner une interprétation.
Pourquoi dit-on **une** médiane et non **la** médiane ?

3°) Calculer le premier et le troisième quartile et donner une interprétation.

4°) Sur une page complète, construire le diagramme en bâtons correspondant à cette série.
En ordonnée, l'unité sera de 1 mm pour 1 enfant.

5°) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes. Comment s'en servir pour trouver une médiane ?

*

✍ **Exercice 2.**
Une étude sur la durée de vie en années de 500 chauffe-eau fabriqués par une entreprise a donné les résultats suivants :

Durée de vie	$[0\,;4[$	$[4\,;8[$	$[8\,;12[$	$[12\,;16[$	$[16\,;20[$	$[20\,;24[$	$[24\,;28[$
Effectifs	10	36	78	120	154	60	42

1°) Donner une interprétation de la troisième colonne.

2°) Calculer la durée de vie moyenne d'un chauffe-eau.

3°) À l'aide d'un graphique dont vous préciserez le nom, déterminer la valeur d'une médiane ainsi que le premier et le troisième quartile.

4°) Quel est le pourcentage de chauffe-eau dont la durée de vie est supérieure à 20 ans ?

Activité I.3
Indicateurs de dispersion
Comparer deux séries statistiques

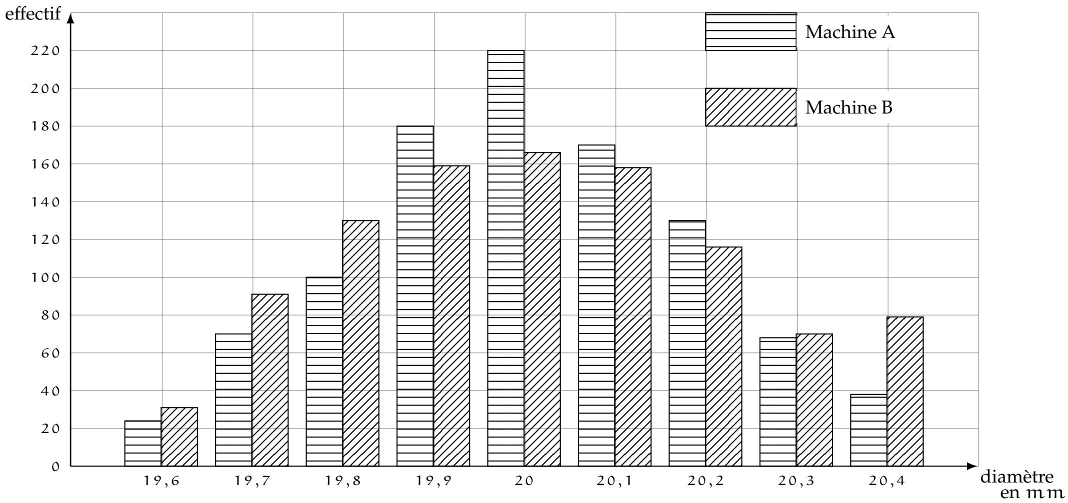
Une usine produit des pièces dont le diamètre doit être de 20 mm.
Pour cela, elle utilise deux machines différentes.
Après production de 1 000 pièces par machine, on effectue une vérification et on obtient le tableau suivant :

Diamètre en mm	19,6	19,7	19,8	19,9	20	20,1	20,2	20,3	20,4
Nombre Machine A	24	70	100	180	220	170	130	68	38
Nombre Machine B	31	91	130	159	166	158	116	70	79

À partir de ces données, le gérant de l'usine veut comparer la fiabilité des deux machines.

1°) Pour chaque machine, calculer le diamètre moyen puis déterminer une médiane.
Quelle conclusion peut-on en tirer ?

2°) Le gérant a fait réaliser le diagramme en bâton ci-dessous. Quelle remarque peut-on faire ?



3°) Pour chaque machine, déterminer l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ où Q_1 et Q_3 représentent respectivement le premier et le troisième quartile.
Quel pourcentage de pièces appartiennent à cet intervalle ? Justifier en utilisant les définitions des quartiles.

4°) Quelle conclusion peut-on apporter ?

Activité II.1
Modéliser des mesures

À l'aide d'un ohmmètre, un ingénieur fait la mesure de la résistance R aux bornes d'un radiateur électrique pour chacune des positions du bouton de commande (10 puissances possibles). Le tableau des valeurs de résistances (en ohms, arrondies à l'entier près) pour les différentes valeurs de puissances P est donné ci-dessous.

Position bouton	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P **(en watts)**	200	400	600	800	1 000	1 200	1 400	1 600	1 800	2 000
R **(en ohms)**	264	132	88	66	53	44	38	33	29	26

1°) Dans le repère $\left(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ci-dessous, placer les points de coordonnées $(P\,;\,R)$ pour chacun des couples donnés dans le tableau (1 cm pour 200 W en abscisses et 1 cm pour 20 Ω en ordonnées).

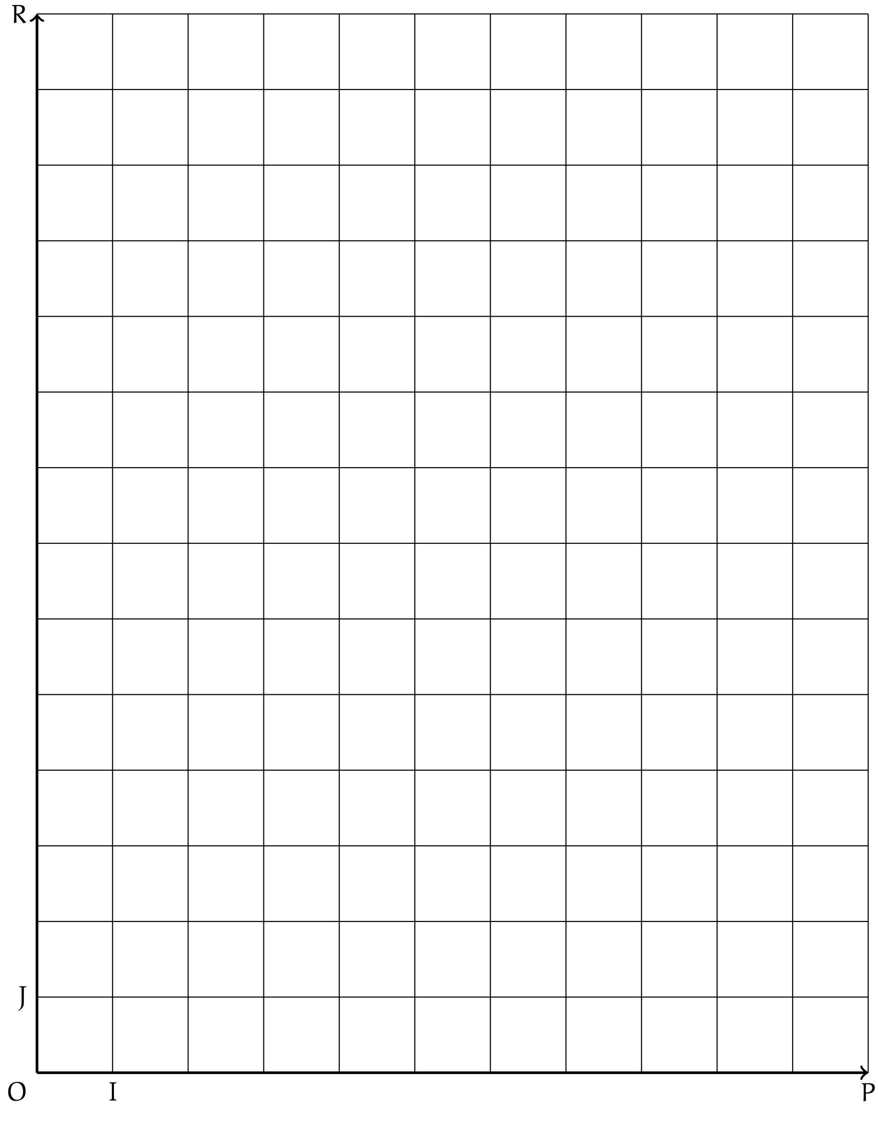
2°) Relier les points précédents pour représenter l'allure de la courbe représentative de la fonction qui à P fait correspondre R.

3°) Cette courbe a la même allure que quelle autre courbe de fonction vue en seconde ? Quelle est le nom de ce type de courbe ?

4°) Dans la ligne vide du tableau, calculer pour chaque valeur $\sqrt{P \times R}$. Arrondir à l'unité près.

5°) Déduire une expression de R en fonction de P le plus possible en accord avec les résultats obtenus.

6°) Déterminer alors la valeur de résistance que devrait présenter le radiateur pour fournir une puissance de chauffe de 3 000 W.



Activité II.2
Fonction valeur absolue

On appelle **valeur absolue** d'un nombre réel x le nombre **positif**, noté $|x|$, défini par :

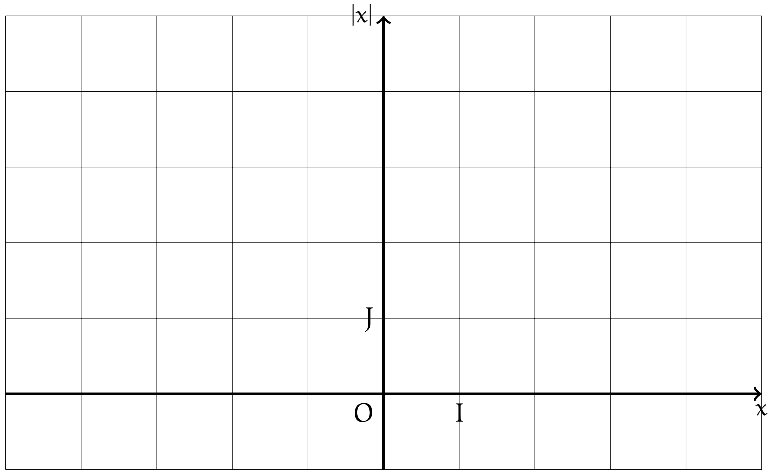
$$|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geqslant 0 \\ -x \text{ si } x \leqslant 0 \end{cases}$$

1°) À combien est égale $|12|$? Et $|-12|$?

2°) Compléter le tableau suivant :

x	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3
$\|x\|$													

3°) Sur le repère ci-dessous, représenter la fonction $v\colon x \mapsto |x|$.



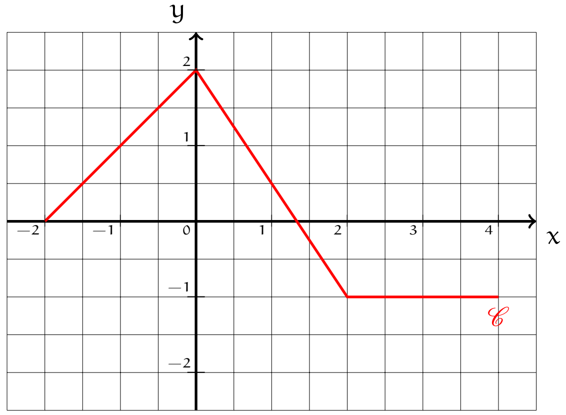
4°) Dessiner le tableau de variation de la fonction v puis déterminer le minimum de v.

5°) Sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$, la fonction v coïncide avec quelle autre fonction ?

6°) Même question sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

Activité II.3
Représentation graphique de fonctions composées

Le plan est muni du repère orthonormal $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$. On définit la fonction u sur l'intervalle $[-2\,;4]$ dont on donne la représentation graphique $\mathscr{C}$ ci-dessous.



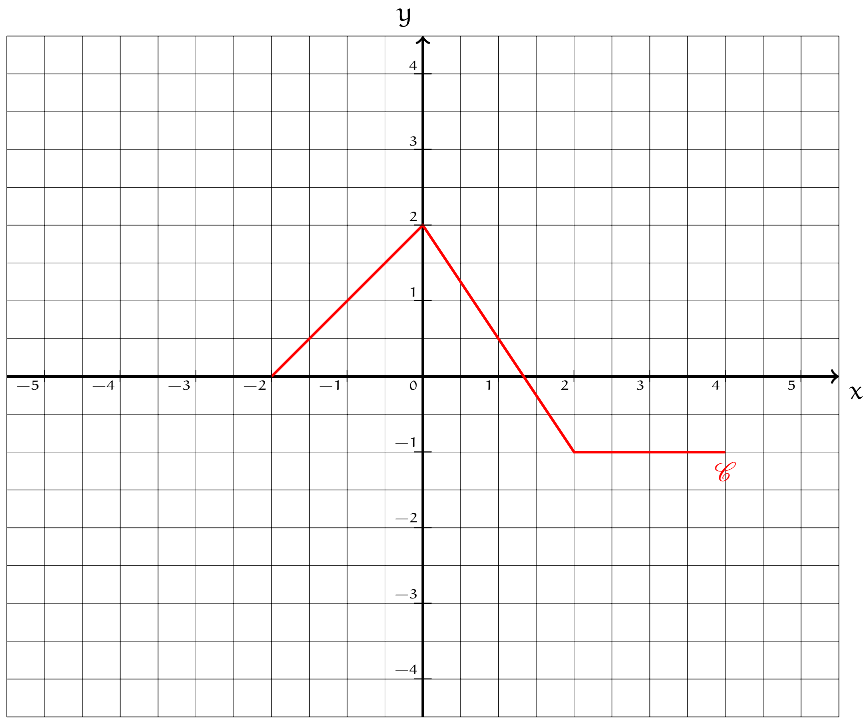
Fonction $u + k$

1°) Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$u(x)$							
$f(x) = u(x) + 1$							
$g(x) = u(x) - 2$							

2°) Sur le repère ci-dessous, construire **en rouge** la courbe $\mathscr{C}_1$ représentative de f et **en vert** la courbe $\mathscr{C}_2$ représentative de g.

3°) Indiquer comment obtenir $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ en fonction de $\mathscr{C}$.



Fonction $t \mapsto u(t+\lambda)$

1°) Sur le repère ci-dessous, construire en vert la courbe $\mathscr{C}_3$ obtenue par une translation **horizontale** de tous les points de $\mathscr{C}$ d'une unité **vers la gauche**.

2°) On appelle h la fonction dont la représentation graphique est $\mathscr{C}_3$.

(a) Sur quel intervalle I_1 la fonction h est-elle définie ?

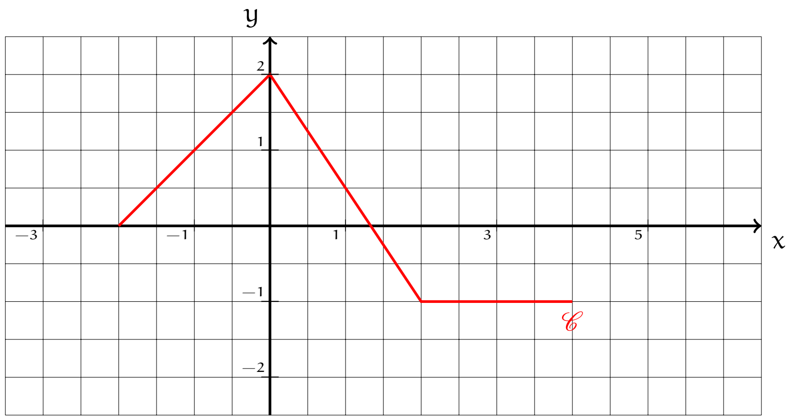
(b) Pour les valeurs entières de I_1, a-t-on $h(t) = u(t+1)$ ou $h(t) = u(t-1)$?

3°) Toujours sur le repère ci-dessous, construire en bleu la courbe $\mathscr{C}_4$ obtenue par une translation **horizontale** de tous les points de $\mathscr{C}$ de deux unités **vers la droite**.

4°) On appelle ℓ la fonction dont la représentation graphique est $\mathscr{C}_4$.

(a) Sur quel intervalle I_2 la fonction ℓ est-elle définie ?

(b) Pour les valeurs entières de I_2, a-t-on $\ell(t) = u(t+2)$ ou $\ell(t) = u(t-2)$?



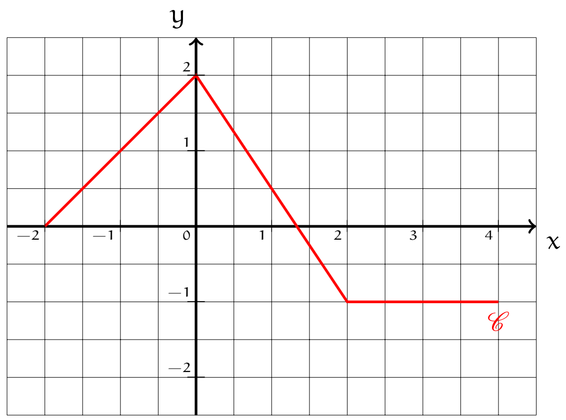
Fonction $|u|$

1°) Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$u(x)$							
$m(x) = \lvert u(x)\rvert$							

2°) Sur le repère ci-dessous, construire **en rouge** la courbe $\mathscr{C}_5$ représentative de m.

3°) Quel est le signe de m ?



Activité III.1
Cosinus et Sinus
Cercle trigonométrique

✍ **Exercice 1.**
Pour chaque question :

- Faire une figure à main levée ;
- Répondre à la question sans utiliser le théorème de Pythagore ;
- Arrondir les résultats au centième près.

1°) Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $AB = 5\,\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 25°$.
Calculer les longueurs AC et BC.

2°) Soit DEF un triangle rectangle en D tel que $DF = 8{,}5\,\text{cm}$ et $\widehat{DEF} = 75°$.
Calculer les longueurs DE et EF.

3°) Soit GHI un triangle rectangle en I tel que $GH = 5\,\text{cm}$, $HI = 12\,\text{cm}$ et $GI = 13\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de chacun des angles du triangle.

✍ **Exercice 2.**
On se place dans un repère $\left(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$avec 4 carreaux comme unité de longueur. I est le point de coordonnées $(1\,;\,0)$.

1°) Réaliser la figure suivante :
- *(a)* Dessiner le repère et le cercle trigonométrique $\mathscr{U}$;
- *(b)* Placer le point M sur $\mathscr{U}$ tel que $IOM = 45°$;
- *(c)* Placer le point H, projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses ;
- *(d)* Placer le point K, projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées.

2°)
- *(a)* Le triangle OMH est-il rectangle ? Pourquoi ? Quel côté est l'hypoténuse ? Quelle est sa longueur ?
- *(b)* Donner l'expression de $\cos\left(\widehat{IOM}\right)$ en fonction d'un des côtés du triangle OMH.
- *(c)* À l'aide de la calculatrice, déterminer alors l'abscisse du point M.
- *(d)* Le triangle OMK est-il rectangle ? Pourquoi ? Quel côté est l'hypoténuse ? Quelle est sa longueur ?
- *(e)* Donner l'expression de $\sin\left(\widehat{KMO}\right)$ en fonction d'un des côtés du triangle OMK.
- *(f)* Expliquer pourquoi $\widehat{KMO} = \widehat{IOM}$ et donner alors l'expression de $\sin\left(\widehat{IOM}\right)$ en fonction d'un des côtés du triangle OMK.
- *(g)* À l'aide de la calculatrice, déterminer alors l'ordonnée du point M.

3°)
- *(a)* Placer le point N sur $\mathscr{U}$ tel que $ION = \dfrac{\pi}{3}$ rad.
- *(b)* Lire les coordonnées du point N. En déduire alors les valeurs de $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.
- *(c)* Vérifier à la calculatrice.

4°)
- *(a)* Déterminer graphiquement les valeurs exactes de $\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.
- *(b)* Déterminer graphiquement les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

5°) On place un point P sur le cercle $\mathscr{U}$ tel que $\widehat{IOP} = \alpha$ rad.
- *(a)* Graphiquement, comment déterminer $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$?
- *(b)* Où placer le point P pour avoir $\cos(\alpha) > 0$ et $\sin(\alpha) < 0$?
- *(c)* Où placer le point P pour avoir $\cos(\alpha) < 0$ et $\sin(\alpha) < 0$?
- *(d)* Où placer le point P pour avoir $\cos(\alpha) = 0$?
- *(e)* Où placer le point P pour avoir $\sin(\alpha) = 0$?

* * *

Écrit par Philippe De Sousa.
Dernière modification le 3 novembre 2013.