Durée : 4 heures

Baccalauréat STI 2D/STL
Métropole 12 septembre 2013

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -5 + 5\text{i}$ est :

a. $z = 5\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$

b. $z = 5\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$

c. $z = 5\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$

d. $z = 5\sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$

2. Si $z_1 = 2\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$, alors le produit $z_1 \times z_2$ est un nombre complexe :

a. de module 4 et dont un argument est $\dfrac{2\pi}{7}$

b. de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\dfrac{5\pi}{12}$

c. de module 4 et dont un argument est $\dfrac{5\pi}{12}$

d. de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\dfrac{13\pi}{12}$

3. Le nombre complexe $\dfrac{\sqrt{2} - \text{i}\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \text{i}\sqrt{2}}$ est égal à :

a. 1

b. i

c. -1

d. $-\text{i}$

4. Le nombre complexe z de module $2\sqrt{3}$ et dont un argument est $\dfrac{2\pi}{3}$ a pour forme algébrique :

a. $\sqrt{3} - 3\text{i}$

b. $3 - \text{i}\sqrt{3}$

c. $-\sqrt{3} + 3\text{i}$

d. $-3 + \text{i}\sqrt{3}$

EXERCICE 2 **4 points**

Une entreprise fabrique en grande série des barres de pâte d'amande. La masse annoncée sur leur emballage est de 125 grammes. La machine qui fabrique les barres de pâte d'amande est préréglée afin que ces dernières respectent la masse de 125 grammes avec une certaine tolérance. Une barre de pâte d'amande est dite conforme lorsque sa masse est comprise dans un intervalle de tolérance de $[124\,;\,127{,}5]$.

1. On désigne par X la variable aléatoire qui, à une barre de pâte d'amande prélevée au hasard dans la production, associe sa masse en grammes. Le service qualité estime que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $125,5$ et d'écart type $0,75$.

   a. Calculer la probabilité qu'une barre de pâte d'amande prélevée au hasard ait une masse supérieure à 125,5 grammes.

   b. Calculer la probabilité qu'une barre de pâte d'amande prélevée au hasard soit conforme.

   c. En déduire la probabilité qu'une barre de pâte d'amande prélevée au hasard soit non conforme.

   On utilisera éventuellement le tableau suivant présentant le calcul, effectué à l'aide d'un tableur, des probabilités de quelques événements pour une loi normale d'espérance $125,5$ *et d'écart type* $0,75$.

a	$p(X \leqslant a)$
122,00	0,000 001 5
122,25	0,000 007 3
122,50	0,000 031 7
122,75	0,000 122 9
123,00	0,000 429 1
123,25	0,001 349 9

a	$p(X \leqslant a)$
123,50	0,003 830 4
123,75	0,009 815 3
124,00	0,022 750 1
124,25	0,047 790 4
124,50	0,091 211 2
124,75	0,158 655 3

a	$p(X \leqslant a)$
125,00	0,252 492 5
125,25	0,369 441 3
125,50	0,500 000 0
125,75	0,630 558 7
126,00	0,747 507 5
126,25	0,841 344 7

a	$p(X \leqslant a)$
126,50	0,908 788 8
126,75	0,952 209 6
127,00	0,977 249 9
127,25	0,990 184 7
127,50	0,996 169 6
127,75	0,998 650 1

2. Lors d'un contrôle, le responsable qualité prélève de façon aléatoire un échantillon de 300 barres de pâte d'amande dans la production et constate que 280 barres de pâte d'amande sont conformes.

   On admet que, lorsque la machine est correctement réglée, la proportion de barres de pâte d'amande conformes dans l'ensemble de la production est de 97 %.

   On souhaite savoir si le réglage de la machine peut être jugé satisfaisant.

   a. Donner l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % de la fréquence des barres de pâte d'amande de masse conforme obtenue sur un échantillon de taille 300 (les bornes de l'intervalle seront arrondis à 10^{-3} près).

   b. Le résultat obtenu lors du contrôle qualité remet-il en question le réglage de la machine ?

EXERCICE 3 **6 points**

Depuis 2000, l'Union Européenne cherche à diminuer les émissions de polluants (hydrocarbures et oxydes d'azote) sur les moteurs diesel des véhicules roulants. En 2000, la norme tolérée était fixée à 635 milligrammes par kilomètre en conduite normalisée. L'objectif de l'Union Européenne est d'atteindre une émission de polluants inférieure à 100 milligrammes par kilomètre.
La norme est réactualisée chaque année à la baisse et depuis 2000, sa baisse est de 11,7 % par an.

1. **a.** Justifier que la norme tolérée était d'environ 561 milligrammes par kilomètre en 2001.

   b. Un véhicule émettait 500 milligrammes par kilomètre en 2002.

   Indiquer, en justifiant, s'il respectait ou non la norme tolérée cette année-là.

2. Dans le cadre d'une recherche, Louise veut déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.

   Louise a amorcé l'algorithme suivant :

Variables
  n : un nombre entier naturel
  p : un nombre réel
Initialisation
  Affecter à n la valeur 0
  Affecter à p la valeur 635
Traitement
  Tant que ......
    Affecter à n la valeur $n+1$
    Affecter à p la valeur $0,883 \times p$
  Fin Tant que
Sortie
  Afficher ......

a. Expliquer l'instruction « Affecter à p la valeur $0,883 \times p$ ».

b. Deux lignes de l'algorithme comportent des pointillés. Recopier ces lignes et les compléter afin de permettre à Louise de déterminer l'année recherchée.

3. Pour tout entier naturel n, on note u_n la norme tolérée, exprimée en milligrammes l'année $(2000+n)$. On a ainsi $u_0 = 635$.

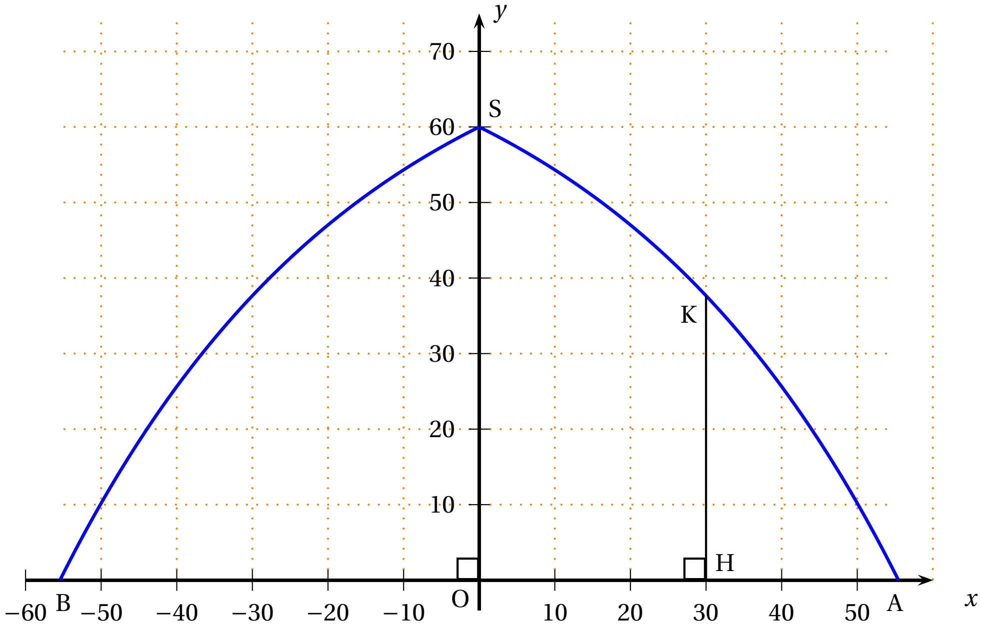
a. Établir que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

4. Déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif.

EXERCICE 4 **6 points**

Un architecte veut établir les plans d'un hangar pour ballon dirigeable.
La forme de la façade avant de ce hangar et les points O, A, B, S, H et K sont donnés sur le schéma ci-dessous.



Cette façade avant est symétrique par rapport au segment vertical [OS] et OH = 30 m.
L'arc $\widehat{SA}$ de la façade avant correspond à une partie de la représentation graphique d'une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,60]$, dans un repère orthonormal direct d'origine O du plan, l'unité étant le mètre.
Le cahier des charges impose les quatre conditions suivantes :

- OS = 60 ;
- HK > 35 ;
- la fonction évoquée ci-dessus doit être strictement décroissante sur l'intervalle [0 ; 60] ;
- OA $\leqslant$ 60.

Partie A - Étude d'une fonction numérique

1. Vérifier que la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 60] par

$$f(x) = 80 - 20\text{e}^{0,025x}$$

vérifie les trois premières conditions du cahier des charges.

2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la valeur décimale approchée à 10^{-1} près par excès du réel a qui vérifie $f(a) = 0$.

Vérifier que la quatrième condition du cahier des charges est remplie.

Partie B - Calcul d'intégrale et application

1. a. La fonction F est définie sur l'intervalle [0 ; 60] par

$$F(x) = 80x - 800\text{e}^{0,025x}.$$

Vérifier que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 60].

b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale

$$J = \int_0^{55,5} f(x)\,\text{d}x$$

c. Donner la valeur approchée, arrondie à 10^{-2} près de J.

2. On souhaite peindre la surface extérieure de la façade avant.

a. Déterminer à 10^{-2} près l'aire de cette surface exprimée en m^2.

b. La peinture utilisée pour peindre la surface extérieure de la façade avant est vendue en bidons de 68 litres. Sachant que cette peinture a une propriété de recouvrement de 0,2 mètre carré par litre, combien de bidons sont nécessaires pour peindre la surface extérieure de la façade avant ?