Intervalles de $\mathbb{R}$
Ensemble de définition

Module n° 2

I. Intervalles de $\mathbb{R}$

1. Rappel
L'ensemble des réels peut être représenté par la *droite numérique*.
A tout point de la droite numérique correspond un nombre réel, et à tout segment correspond un *intervalle*.

2. Intervalles de $\mathbb{R}$
Les différents types d'intervalles sont représentés dans le tableau suivant.

Intervalle noté :	Ensemble des réels x tels que :	Représenté par :
$[a; b]$	$a \leqslant x \leqslant b$	
$]a; b[$	$a < x < b$	
$[a; b[$	$a \leqslant x < b$	
$[a; +\infty[$	$a \leqslant x$	
$]-\infty; b[$	$x < b$	

Notations
Le symbole « ∞ »désigne l'infini.
L'intervalle $[a; b]$ est un intervalle *fermé*.
L'intervalle $]a; b[$ est un intervalle *ouvert*.

Exemple

a. Définir l'intervalle $\mathrm{I} = [-0,5; 3[$ puis le représenter.

b. Cet intervalle contient-il les réels -1, $\sqrt{7}$, $-\dfrac{7}{4}$ et $\dfrac{1}{0,5^2}$?

3. Intersection d'intervalles
Définition
L'*intersection* de deux intervalles I et J, notée $\mathrm{I} \cap \mathrm{J}$, est définie par :

$$x \in \mathrm{I} \cap \mathrm{J} \quad \text{si, et seulement si,} \quad x \in \mathrm{I} \quad \text{et} \quad x \in \mathrm{J}.$$

Exemple

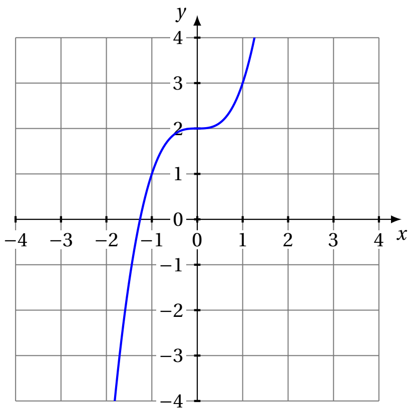
a. Sur un axe gradué, représenter les intervalles $\mathrm{I} = [-2; 5[$ et $\mathrm{J} = [0; +\infty[$.

b. Déterminer alors leur intersection $\mathrm{I} \cap \mathrm{J}$.

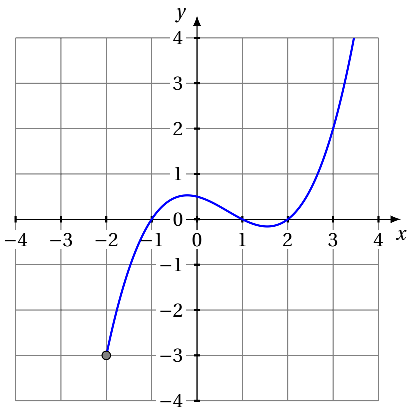
II. Ensemble de définition d'une fonction

1. La définition du cours
   Rappeler ce qu'est l'ensemble de définition d'une fonction.

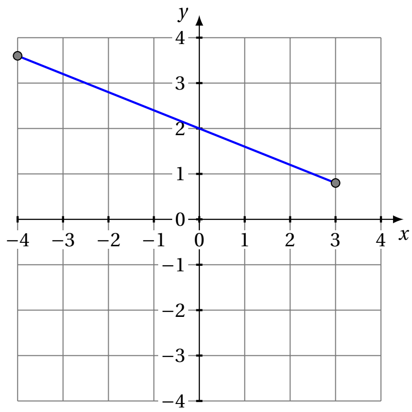
2. Détermination graphique
   Sur chacun des exemples suivants, lire l'ensemble de définition D_f de la fonction f représentée.



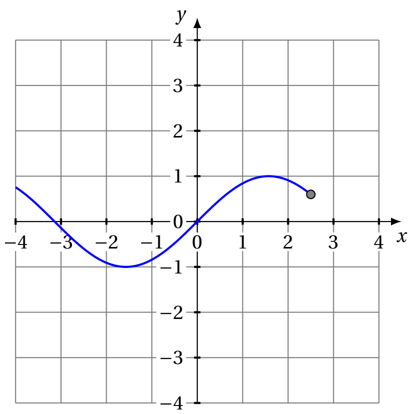
f est définie pour …
On note $D_f = \ldots$



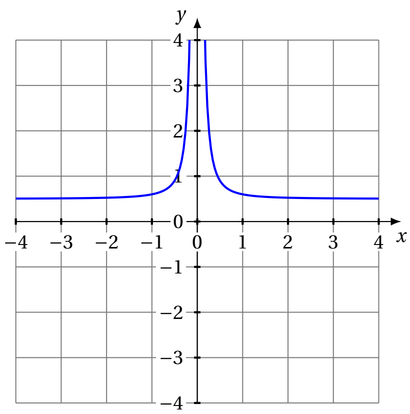
f est définie pour …
On note $D_f = \ldots$



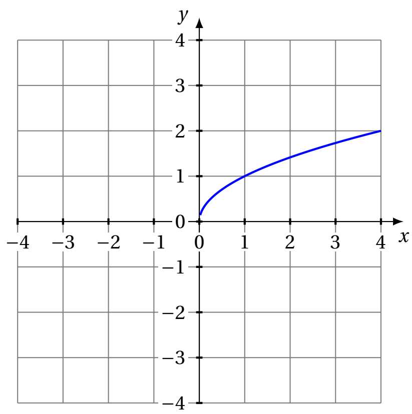
f est définie pour …
On note $D_f = \ldots$



f est définie pour …
On note $D_f = \ldots$



f est définie pour …
On note $D_f = \ldots$



f est définie pour …
On note $D_f = \ldots$

3. Exemples algébriques
   On considère la fonction définie par $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.
   On peut calculer l'image d'un réel x, à condition que celui-ci soit non nul.
   On note $\mathbb{R}^\star$ ou $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ l'ensemble de tous les réels non nuls.
   D'où ici $D_f = \mathbb{R}^\star$.
   En procédant de la même manière, déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

   a. $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$

   b. $f(x) = \sqrt{x}$

   c. $f(x) = \sqrt{x+2}$

   d. $f(x) = \dfrac{1}{x^2+3}$