1re S.T.M.G.	Mercredi 30 avril 2 014	**Bilan annuel**
	CORRECTION	

Exercice 1 : **(3 points)**

Les justifications n'étaient pas exigées.

1°) Le taux t est égal à 180%. D'après le cours, on multiplie la valeur par $1+t$ donc par $1+1{,}80$ donc :
Réponse c : Il a été multiplié par 2,80.

2°) $t = 25\%$. Le taux réciproque t' est tel que : $1+t' = \dfrac{1}{1+t}$. Ici, $\dfrac{1}{1+t} = \dfrac{1}{1+0{,}25} = 0{,}8$.
Ainsi, $1+t' = 0{,}8$ donc $t' = 0{,}8-1$ donc :
Réponse a : -20%.

3°) Le taux d'évolution global t est tel que $1+t = (1+t_1)(1+t_2)$ avec ici $t_1 = +5\%$ et $t_2 = -2\%$.
Ainsi : $1+t = (1+0{,}05)(1-0{,}02) = 1{,}029$ donc $t = 1{,}029-1 = 0{,}029$. Donc :
Réponse d : $+2{,}90\%$.

*

Exercice 2 : **(6 points)**

1°) u_1 est le nombre d'adolescents ayant regardé l'émission la première semaine. D'après l'énoncé, $\boxed{u_1 = 400}$.

2°) La semaine suivante, l'audience a augmenté de 5% donc $u_2 = u_1(1+5\%) = 400\times 1{,}05 = 420$.
$\boxed{u_2 = 420}$. La deuxième semaine, 420 adolescents ont regardé l'émission.
De même $u_3 = u_2(1+5\%) = 420\times 1{,}05 = 441$.
$\boxed{u_3 = 441}$. La troisième semaine, 441 adolescents ont regardé l'émission.

3°) En suivant la logique précédente, $\boxed{u_{n+1} = u_n \times 1{,}05}$.

4°) D'après le cours, la suite $\boxed{(u_n) \text{ est une suite géométrique}}$ de raison $q = 1{,}05$ et de premier terme $u_1 = 400$. En effet, pour passer d'un terme au terme suivant, on multiplie toujours par le même nombre 1,05.

5°) On sait que $u_2 = u_1\times 1{,}05$. De même $u_3 = u_2\times 1{,}05 = \underbrace{u_1\times 1{,}05}_{u_2}\times 1{,}05 = u_1\times 1{,}05^2$.

Par le même raisonnement, on a : $u_4 = u_3\times 1{,}05 = \underbrace{u_1\times 1{,}05^2}_{u_3}\times 1{,}05 = u_1\times 1{,}05^3$.

On continue jusqu'à obtenir $\boxed{u_n = u_1\times 1{,}05^{n-1}}$.

6°) Le nombre d'adolescents regardant l'émission lors de la douzième semaine est égal à u_{12}.
D'après la formule précédente, $u_{12} = u_1\times 1{,}05^{11} \approx 684$. Le tableau de valeur de la calculatrice permet d'obtenir le même résultat.
$\boxed{u_{12} \approx 684}$. La finale a été regardé par 684 adolescents la douzième semaine.

*

Exercice 3 : **(7 points)**

Partie A Lectures graphiques

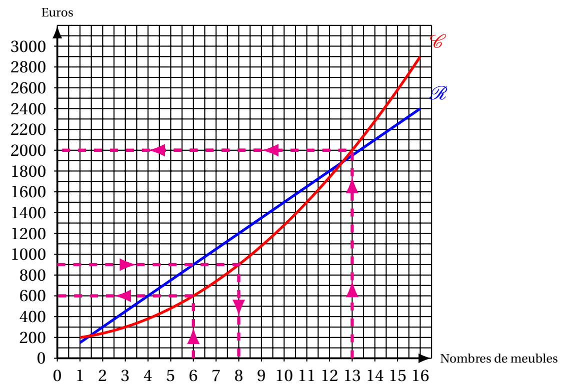
1°) Le coût de fabrication de 6 meubles revient à $\boxed{600\,€}$.

Le coût de fabrication de 13 meubles revient à $\boxed{2\,000\,€}$.

2°) Pour $x = 13$, la courbe $\mathscr{C}$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{R}$ donc le coût de fabrication de 13 meubles est supérieur à la recette obtenue en vendant les meubles. Donc $\boxed{\text{ce n'est pas rentable}}$ pour l'artisan de fabriquer et vendre 13 meubles.

3°) Pour un coût de fabrication de 900 €, l'artisan peut fabriquer $\boxed{\text{8 meubles}}$.

4°) Le bénéfice est positif lorsque la courbe $\mathscr{R}$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$. Cela est vrai sur l'intervalle $[1{,}5\,;12{,}5]$ (valeurs approchées). Le nombre de meubles à construire est évidemment un nombre entier.
Pour être bénéficiaire, l'entreprise doit donc construire $\boxed{\text{entre 2 et 12 meubles}}$.



Partie B Étude du bénéfice

1°) $\mathrm{B}(x) = -10x^2 + 140x - 180$ avec $a = -10$. Sur $\mathbb{R}$, on a donc le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$+\infty$
Variations de B	$\nearrow$		$\searrow$

2°) Le maximum est obtenu pour $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-140}{2 \times (-10)} = 7$.

Pour que le bénéfice soit maximal, il faut fabriquer $\boxed{\text{7 meubles}}$.

3°) $\mathrm{B}(7) = -10 \times 7^2 + 140 \times 7 - 180 = -490 + 980 - 180 = 310$.
Le bénéfice maximal est égal à $\boxed{310\,€}$.

4°) $\Delta = b^2 - 4ac$ avec $a = -10$, $b = 140$ et $c = -180$ donc $\Delta = 140^2 - 4 \times (-10) \times (-180) = 12\,400$.
Le discriminant de B est positif donc l'équation $\mathrm{B}(x) = 0$ admet deux solutions :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} & \text{et} \quad x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-140-\sqrt{12\,400}}{2\times(-10)} & &= \frac{-140+\sqrt{12\,400}}{2\times(-10)} \\ &\approx 12{,}6 & &\approx 1{,}4 \end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $\mathrm{B}(x) = 0$ sont donc (au dixième près) : $\boxed{1{,}4 \text{ et } 12{,}6}$.

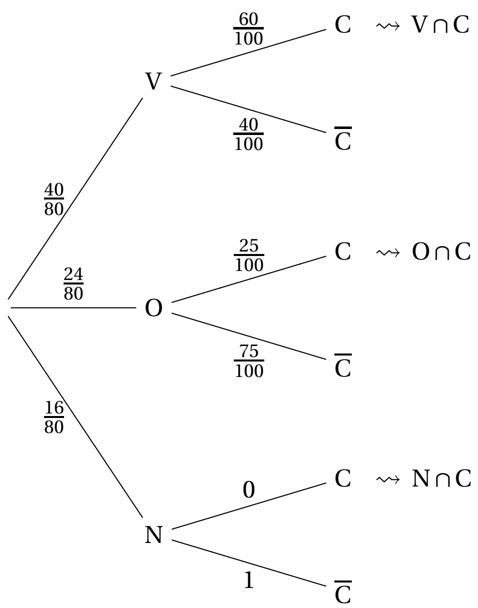
*

Exercice 4 : **(4 points)**

1°) Il y a 80 biscuits dont 40 à la vanille et 24 à l'orange. Le reste est à la noix de coco. Puisque $80 - 40 - 24 = 16$, il y a 16 biscuits à la noix de coco.

Donc : $\boxed{p(\mathrm{N}) = \dfrac{16}{80} = 0{,}2}$.

2°) voir ci-contre



3°) $\mathrm{V} \cap \mathrm{C}$ est l'événement : « obtenir un biscuit à la vanille avec des pépites de chocolat ». On suit le chemin de l'arbre $\mathrm{V} \to \mathrm{C}$ donc : $p(\mathrm{V} \cap \mathrm{C}) = \dfrac{40}{80} \times \dfrac{60}{100} = \dfrac{2\,400}{8\,000}$. Ainsi, $\boxed{p(\mathrm{V} \cap \mathrm{C}) = 0{,}3}$.

4°) Il y a trois chemins pour obtenir un biscuit avec des pépites de chocolat : $\mathrm{V} \cap \mathrm{C}$, $\mathrm{O} \cap \mathrm{C}$ et $\mathrm{N} \cap \mathrm{C}$. Ainsi,

$$\begin{aligned} p(\mathrm{C}) &= p(\mathrm{V}\cap\mathrm{C}) + p(\mathrm{O}\cap\mathrm{C}) + p(\mathrm{N}\cap\mathrm{C}) \\ &= \frac{40}{80}\times\frac{60}{100} + \frac{24}{80}\times\frac{25}{100} + \frac{16}{80}\times 0 \\ &= 0{,}3 + 0{,}075 + 0 \end{aligned}$$

$\boxed{p(\mathrm{C}) = 0{,}375}$