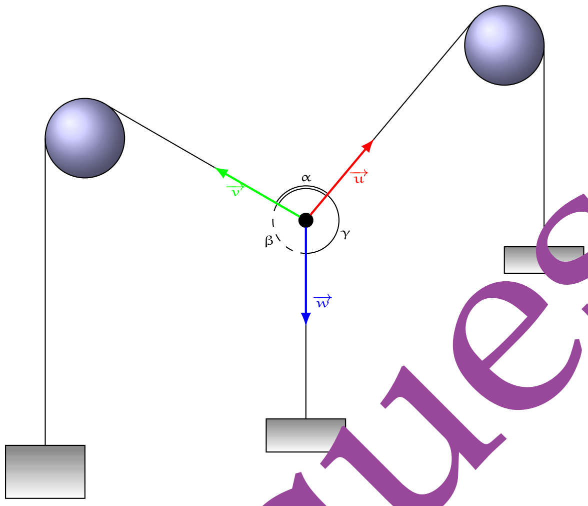
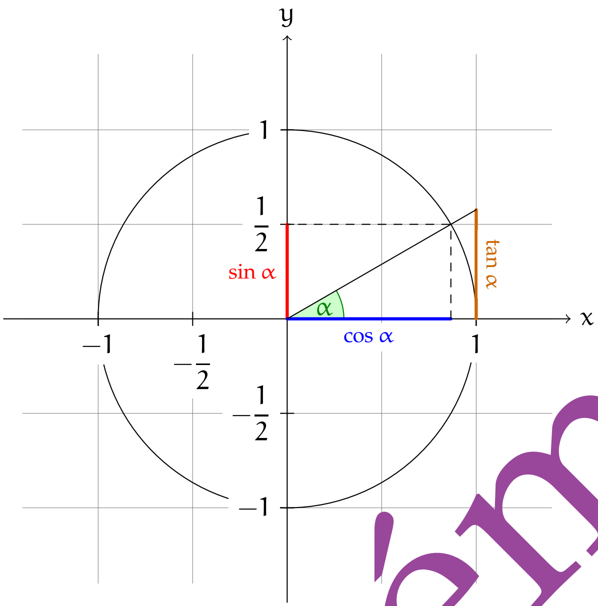
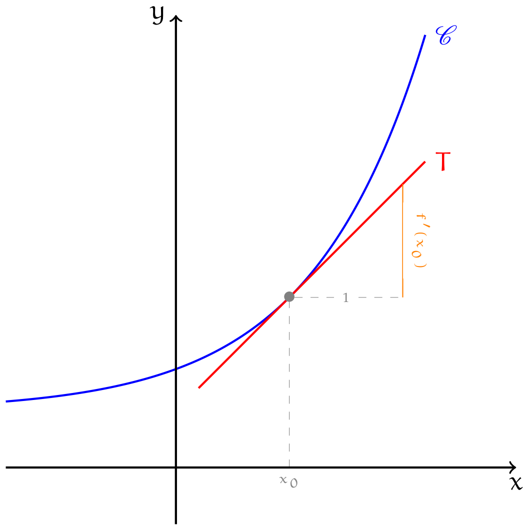
Philippe De Sousa





Mathématiques

1ère STI2D



D'après le programme 2 012

Sommaire

1 Statistiques descriptives

I. Vocabulaire

Une **étude statistique** a pour but d'obtenir une information, appelée **caractère**, sur une population à partir de **données** recueillies sur un **échantillon** de cette population.

Définition 1

Le **caractère** étudié peut être :

quantitatif : les valeurs du caractère s'expriment avec des nombres (ex : températures, pointures, salaires...) ;

qualitatif : les valeurs ne s'expriment pas par des nombres (ex : couleurs, type d'essence...) ;

discret : les valeurs du caractère sont isolés (ex : notes...) ;

continu : les valeurs sont regroupées par classes (ou intervalles de nombre) (par ex : durée, distance parcourue,

Remarque

Dans la suite du cours, on considère que le caractère est quantitatif.

Définition 2

Lorsque les valeurs d'une série statistique sont regroupés par classe de type $[a ; b[$, on appelle **centre de classe** le nombre défini par $\dfrac{a+b}{2}$.

II. Indicateurs de position

A. Moyenne

Définition 3

On considère une série qui possède des valeurs différentes $x_1, x_2, \dots, x_p$ chacune affectée de leur effectif. L'effectif total est égal à N.
On appelle **moyenne** d'une série le nombre $\overline{m}$ tel que :

$$\overline{m} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \cdots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_ix_i}{N}.$$

Exemple • Un élève souhaite calculer la moyennes de ses notes sur 20 : 8 ; 10 ; 14 ; 13 ; 10 ; 14 ; 10.

$\overline{m} = \dfrac{8+10+14+13+10+14+10}{7} = \dfrac{79}{7} \approx 11,29.$

Parfois, les valeurs sont regroupées dans un tableau :

Notes	8	10	13	14
Effectifs	1	3	1	2

On peut alors utiliser la formule : $\overline{m} = \dfrac{1\times 8 + 3\times 10 + 1\times 13 + 2\times 14}{1+3+1+2} = \dfrac{79}{7} \approx 11,29.$

Remarques

1°) *En règle générale, la moyenne n'est pas une valeur de la série. On peut la considérer comme le* point d'équilibre *des valeurs. Par conséquent, la moyenne est sensible aux valeurs extrêmes.*
Pour reprendre l'exemple, si la prochaine note du contrôle est très élevée alors la moyenne va augmenter.

2°) *Lorsque les valeurs sont regroupés par classe, au lieu d'utiliser les x_i, on utilise les centres de classe.*

Exemple • Le tableau ci-dessous regroupe le temps de parcours des habitants d'un village entre leur domicile et leur lieu de travail. Le maire cherche à calculer le temps moyen.

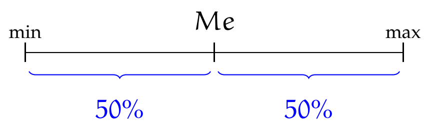
Durée en min	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 50[	[50 ; 70[	Total
Effectif	18	35	25	112	80	270
Centre de classe	5	15	25	40	60	

On a donc : $\overline{m} = \dfrac{18 \times 5 + 35 \times 15 + 25 \times 25 + 112 \times 40 + 80 \times 60}{270} = \dfrac{10\ 520}{270} \approx 39 \text{ min}.$

B. Médiane

Définition 4

On considère une série statistique dont l'effectif total est égal à N. Les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant.
Une médiane Me est un nombre réel qui permet de partager la série statistique en deux séries de même valeur.
Autrement dit, la moitié (50%) des valeurs de la série est inférieure ou égale à Me et l'autre moitié est supérieure ou égale à Me.



Méthode de calcul : Par définition, la médiane dépend de l'effectif de la série :

- Si N est impair, alors on calcule $\dfrac{N+1}{2}$ et le résultat correspond à la position de la médiane choisie dans la série.
- Si N est pair, alors la médiane choisie est égale à la moyenne de la valeur situé à la position $\dfrac{N}{2}$ et la valeur suivante.

Exemple • On considère le relevé des températures en janvier et en février dans une ville :

Janvier									
Valeurs	$-3°$	$-2°$	$-1°$	$0°$	$1°$	$2°$	$3°$	$4°$	Total
Effectifs	3	5	8	5	4	3	2	1	31
Février									
Valeurs	$-3°$	$-2°$	$-1°$	$0°$	$1°$	$2°$	$3°$	$4°$	Total
Effectifs	1	2	3	3	5	9	3	2	28

En janvier : $N = 31$ donc $\dfrac{N+1}{2} = 16$: une médiane possible est la 16ᵉ valeur donc $Me = -1°$. En janvier, il a fait moins de $-1°$ la moitié du mois.

En févier : $N = 28$ donc $\dfrac{N}{2} = 14$: la 14ᵉ est $1°$ et la suivante est égale à $2°$. Donc la moyenne des deux est $\dfrac{1+2}{2} = 1,5$. Une médiane possible est égale à $1,5°$ donc durant la moitié du mois, la température a été supérieure à $1,5°$.

Remarque

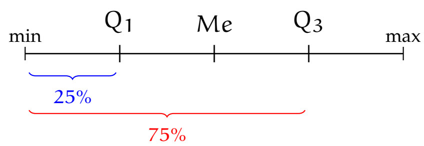
Contrairement à la moyenne, la médiane n'est pas sensible aux valeurs extrêmes. En effet, dans notre exemple, si la dernière température était égale à 20° au lieu de 4°, la moyenne augmenterait alors que la médiane resterait identique car l'effectif total n'a pas changé.

C. Quartiles

Définition 5

On considère une série statistique S dont l'effectif total est égal à N. Les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant.

- Le **premier quartile** Q_1 de S est le plus petit élément a de S tel qu'au moins 25% des données soient inférieures ou égales à a.
- Le **troisième quartile** Q_3 de S est le plus petit élément b de S tel qu'au moins 75% des données soient inférieures ou égales à b.



Méthode de calcul : Par définition, les quartiles dépendent de l'effectif de la série :

Premier quartile : On arrondit le nombre $\dfrac{N}{4}$ à l'unité par excès et cela donne la position de Q_1 dans la série S.

Troisième quartile : On arrondit le nombre $3 \times \dfrac{N}{4}$ à l'unité par excès et cela donne la position de Q_3 dans la série S.

Exemple • On reprend les températures du moins de janvier de l'exemple précédent.

Premier quartile : $N = 31$ donc $\dfrac{N}{4} = 7,75 \approx 8$ donc la 8^e valeur est $Q_1 = -2°$.

Troisième quartile : $N = 31$ donc $3 \times \dfrac{N}{4} = 23,25 \approx 24$ donc la 24^e valeur donne $Q_3 = 1°$.

Ainsi, 25% des valeurs sont inférieures ou égales à $-2°$ et 75% des valeurs sont inférieures ou égales à 1°. On peut dire aussi que 25% des valeurs sont supérieures ou égales à 1°.

III. Indicateurs de dispersion

Dans les classes antérieures, l'**étendue** était un indicateur de dispersion utilisé dont voici rappelée la définition :

Définition 6

Dans une série statistique, l'**étendue** est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale.

Remarque

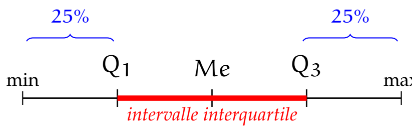
Une valeur élevée de l'étendue signifie qu'au moins une des valeurs extrêmes de la série est éloignée de la médiane et le risque de dispersion des valeurs est donc plus important.
Dans l'exemple précédent, l'étendue de la série janvier *était identique à celle de la série* février *ce qui montre les besoins d'avoir d'autres indicateurs.*
Les quartiles nous permettent d'obtenir d'autres indicateurs de dispersion lié à la médiane.

A. Intervalle et écart interquartile

Définition 7

On appelle l'**intervalle interquartile** l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$.
On appelle l'**écart interquartile** le nombre $Q_3 - Q_1$.

Remarque



La figure ci-dessus nous permet de comprendre pourquoi l'intervalle interquartile contient 50% de valeurs de la série, c'est-à-dire la moitié. Ainsi, un écart interquartile faible impose que les valeurs soient regroupées proches de la médiane et donc peu dispersée pour la moitié d'entre elles.

B. Variance et écart-type

On s'intéresse ici à l'écart existant entre chaque valeur de la série et la moyenne. Puis on calcule la moyenne de ces écarts. Dans ce cas, on trouve 0. En effet :

$$\begin{aligned}\frac{x_1 - \overline{m} + x_2 - \overline{m} + \cdots + x_n - \overline{m}}{n} &= \frac{x_1 + x_2 + \cdots x_n}{n} - \frac{n \times \overline{m}}{n}\\ &= \overline{m} - \overline{m}\\ &= 0\end{aligned}$$

Pour éviter ce résultat, on utilise la même méthode mais en calculant la moyenne des carrés des écarts.

Définition 8

Soit S une série statistique de valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et de moyenne $\overline{m}$. La **variance** est le nombre positif ou nul V défini par :

$$V = \frac{(x_1 - \overline{m})^2 + (x_2 - \overline{m})^2 + \cdots + (x_3 - \overline{m})^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{m})^2.$$

Exemple • Prenons une série de notes :

Notes	7	9	12	13	15	18
Effectifs	1	2	1	2	4	2
Moyenne : $\overline{m} = 159 \div 12 = 13,25$						
$(x_i - \overline{m})$	$-6,25$	$-4,25$	$-1,25$	$-0,25$	$1,75$	$4,75$
$(x_i - \overline{m})^2$	$39,0625$	$18,0625$	$1,5625$	$0,0625$	$3,0625$	$22,5625$
Variance : $V = (39,0625 \times 1 + 18,0625 \times 2 + \cdots + 22,5625 \times 2) \div 12 = 134,25 \div 12 = 11,1875$						

La moyenne des carrés des écarts est donc égale à $11,1875$.

Théorème 1 de König-Huygens (admis)

Soit S une série statistique de valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et de moyenne $\overline{m}$.
On pose $\overline{n} = \dfrac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n}$ (moyenne des carrés des valeurs).
La variance V de la série statistique est alors égale à :

$$V = \overline{n} - (\overline{m})^2.$$

Exemple • Avec l'exemple précédent :

Notes	7	9	12	13	15	18
Effectifs	1	2	1	2	4	2
Moyenne : $\overline{m} = 159 \div 12 = 13,25$ donc $(\overline{m})^2 = 175,5625$						
$(x_i)^2$	49	81	144	169	225	324
Moyenne des carrés : $\overline{n} = 2\ 241 \div 12 = 186,75$						
Variance : $V = 186,75 - 175,5625 = 11,1875$						

On trouve bien le même résultat mais en faisant intervenir la moyenne qu'une seule fois.

Cela n'est cependant pas exploitable car l'unité de mesure n'est plus la même depuis que l'on a utilisé des nombres au carré. On s'intéresse donc surtout à l'indicateur suivant :

Définition 9

Soit S une série statistique de variance V. L'**écart-type** σ est le nombre réel positif défini par :

$$\sigma = \sqrt{V}.$$

Remarque

L'écart-type est un nombre réel positif qui caractérise la dispersion des valeurs d'une série statistiques par rapport à la moyenne.
Plus l'écart-type est petit et plus les valeurs sont proches de la moyenne (dispersion faible). Au contraire, si l'écart-type est grand alors les valeurs sont éloignés de la moyenne (dispersion élevée).
Calculer l'écart-type est notamment intéressant pour comparer plusieurs séries statistiques dont les valeurs sont exprimées dans la même unité de mesure.

Exemple • Dans l'exemple précédent, on obtient $\sigma = \sqrt{11,1875} \approx 3,34$.
Cela donne une indication de la répartition moyenne des notes autour de la moyenne $\overline{m}$.

Remarque

En 1ère STI2D, on utilisera la plupart du temps la calculatrice ou le tableur pour calculer directement la variance et l'écart-type.
On se servira alors des fonctions `VAR.P` *et* `ECARTYPEP` *ou encore, pour la dernière version de* EXCEL *:* `VAR.P.N` *et* `ECARTYPE.PEARSON`

2 Études de fonctions

I. Fonction $x \mapsto |x|$

Définition 1

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on définit la fonction **valeur absolue** $x \mapsto |x|$ par :

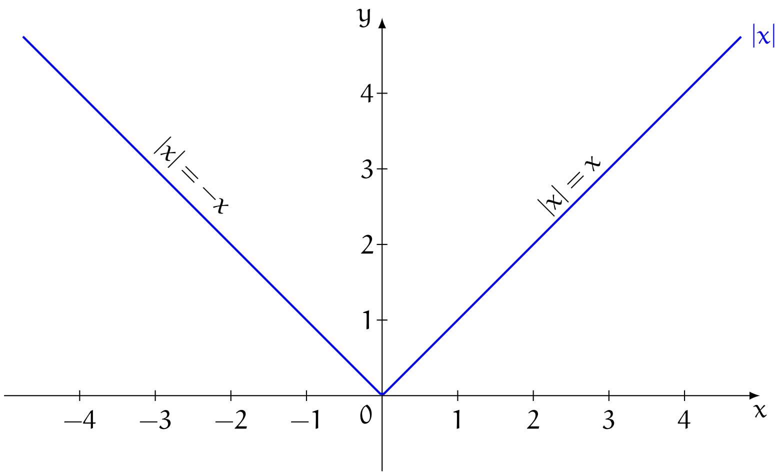
$$|x| = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \geqslant 0 \\ -x & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

La définition nous permet de déduire immédiatement le résultat suivant :

Propriété 1

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, la fonction valeur absolue est strictement positive et $|0| = 0$.
Son minimum (la plus petite des images) est donc égal à 0.

D'après la définition, on constate que la fonction valeur absolue est une fonction affine par morceaux.
En effet, pour $x < 0$, elle est égale à la fonction affine $x \mapsto -x$ et elle est donc décroissante.
Pour $x \geqslant 0$, elle est égale à la fonction affine $x \mapsto x$ et elle est donc croissante.
On en déduit alors sa représentation graphique ainsi que ses variations.



Propriété 2

Sur l'intervalle $]-\infty\,; 0]$, la fonction valeur absolue est strictement décroissante.
Sur l'intervalle $[0\,; +\infty[$, la fonction valeur absolue est strictement croissante.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $\lvert x\rvert$	↘	0	↗

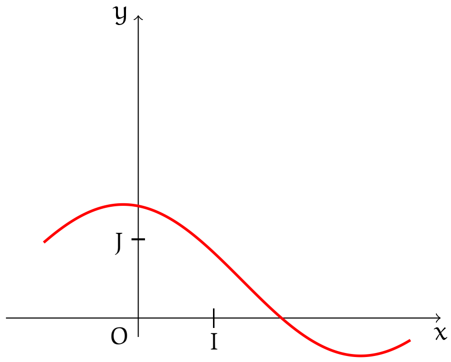
Remarque
La fonction valeur absolue étant toujours positive ou nulle, sa représentation graphique est au-dessus de l'axe des abscisses.

En enfin, toujours grâce aux fonctions affines, on a le résultat graphique suivant :

Propriété 3
La représentation graphique de la fonction valeur absolue est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

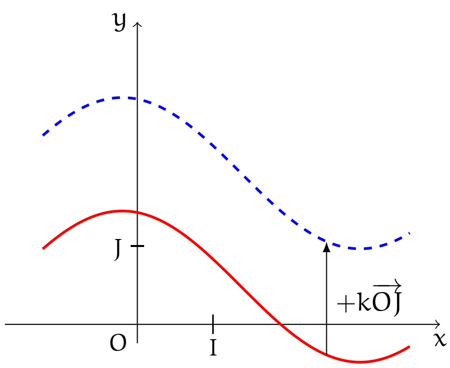
II. Somme et fonctions composées

On se place dans un repère orthonormé nommé (O, I, J). On considère une fonction u définie sur $\mathscr{D}_u$ dont voici la représentation graphique $\mathscr{C}_u$ sur un intervalle A.

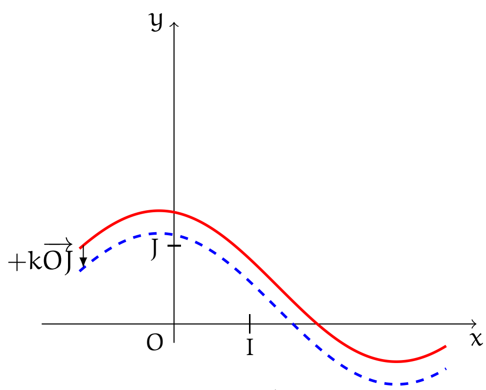


A. Fonction $t \mapsto u(t) + k$

Propriété 4 (admise)
La représentation graphique de la fonction $t \mapsto u(t) + k$ est l'image de $\mathscr{C}_u$ par la translation de vecteur $k \times \overrightarrow{OJ}$.



$k > 0$

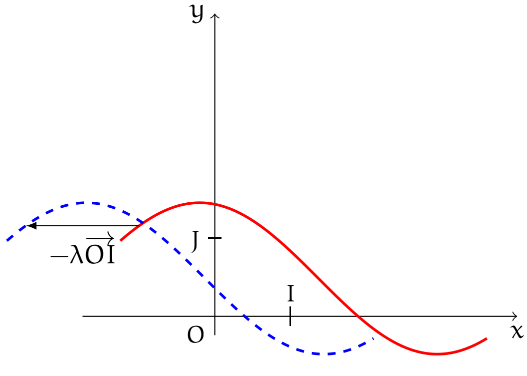


$k < 0$

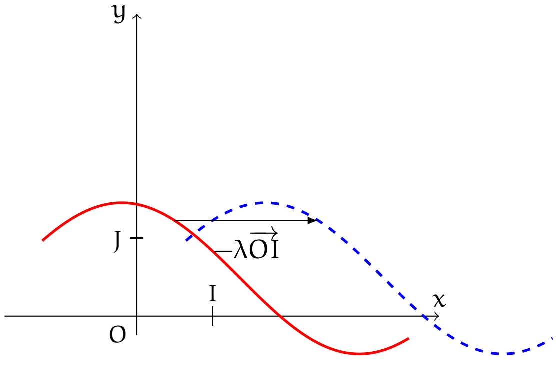
Propriété 5 (admise)
Les fonctions $t \mapsto u(t)$ et $t \mapsto u(t) + k$ ont le même ensemble de définition.

B. Fonction $t \mapsto u(t + \lambda)$

Propriété 6 (admise)
La représentation graphique de la fonction $t \mapsto u(t + \lambda)$ est l'image de $\mathscr{C}_u$ par la translation de vecteur $-\lambda \times \overrightarrow{OI}$.



$\lambda > 0$



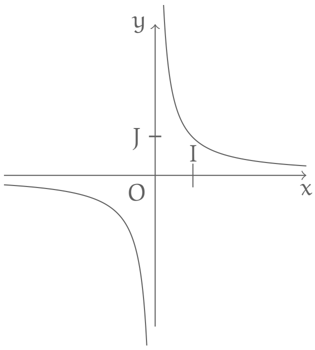
$\lambda < 0$

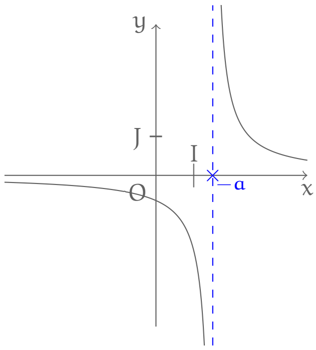
Remarque

L'intervalle de définition de la fonction u subit également une translation. Il faut donc faire attention à cela.

Exemple • La fonction inverse $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est défini sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$.

On pose maintenant la fonction g définie sur $\mathscr{D}_g$ par $g(x) = f(x+a) = \dfrac{1}{x+a}$ où a est un nombre réel. La représentation graphique de g sera l'image de la représentation graphique de la fonction f par le vecteur $-a\overrightarrow{OI}$. On aura donc : $\mathscr{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{-a\} =]-\infty\,;-a[\cup]-a\,;+\infty[$.





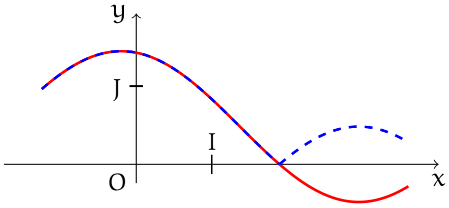
C. Fonction $t \mapsto |u(t)|$

Propriété 7 (admise)

Deux cas se présentent :

1°) Sur la réunion de tous les intervalles où la fonction u est positive, alors $\mathscr{C}_u$ est confondue avec la courbe de $|u|$.

2°) Sinon, la courbe représentative de la fonction $|u|$ est l'image de $\mathscr{C}_u$ par la symétrie d'axe (OI).



Propriété 8 (admise)

Les fonctions $t \mapsto u(t)$ et $t \mapsto |u(t)|$ ont le même domaine de définition.

3 Cercle trigonométrique

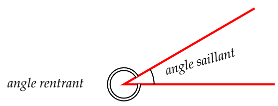
I. Angles dans un cercle

Définition 1

Un **angle** est une surface délimitée par deux demies-droites (les **côtés** de l'angle) de même origine appelée **sommet** de l'angle.
Le **degré** est une unité de mesure permettant de mesurer l'écart entre les deux demi-droites, appelé **mesure** de l'angle.

Remarque

On s'intéressera dans ce cours à l'angle saillant.



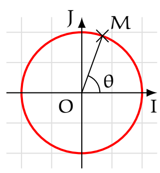
A. Cercle trigonométrique

Définition 2

On considère un repère orthonormé (O, I, J) du plan.
On appelle **cercle trigonométrique** le cercle $\mathscr{U}$ de centre O et de rayon 1.

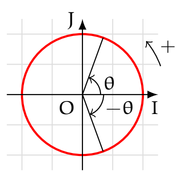
Remarque

On s'intéressera dans ce cours à un point M *situé sur* $\mathscr{U}$ *et à l'angle* $\widehat{IOM}$ *formé par les demies-droites* $[OI)$ *et* $[OM)$ *ainsi qu'à sa mesure* θ.



Définition 3

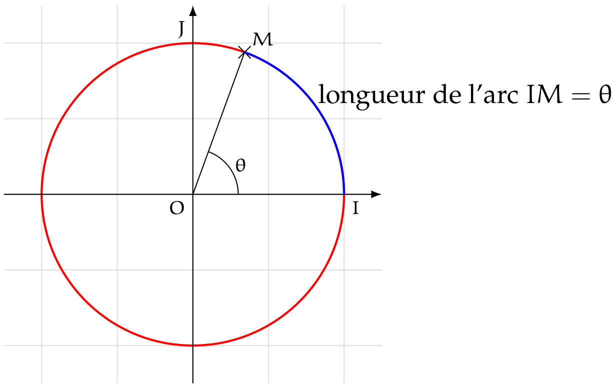
Dans le cercle trigonométrique, on appelle **sens trigonométrique**, ou sens direct, le sens qui parcourt le cercle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
Dans le sens trigonométrique, la mesure d'un angle sera positive ; dans le sens indirect, la mesure sera négative.



B. Mesurer un angle en radian

Définition 4

On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{U}$ ainsi qu'un point M sur ce cercle.
La mesure de l'angle $\widehat{IOM}$, exprimée en **radian**, est égale à la longueur de l'arc IM dans le sens trigonométrique et est égale à l'opposé de la longueur de l'arc IM dans le sens indirect.



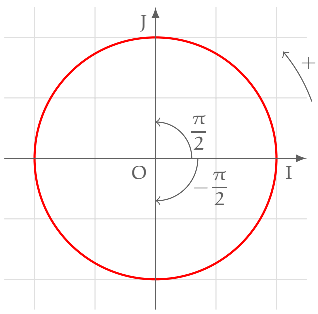
Exemples •

1°) Lorsque le point M est confondu au point I, la longueur de l'arc IM est égal à 0 donc on obtient $\widehat{IOM} = 0$ rad.

2°) Si on suppose maintenant que le point M a effectué un tour complet autour du cercle dans le sens trigonométrique, on trouve que la longueur de l'arc IM est égal au périmètre $\mathscr{P}$ du cercle. Or, $\mathscr{P} = 2\pi r$ et $r = 1$ donc on obtient $\widehat{IOM} = 2\pi$ rad.

3°) Si on effectue à présent un quart de tour dans le sens direct, on aura $\widehat{IOM} = \dfrac{2\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$ rad.

4°) Si on effectue à présent un quart de tour dans le sens indirect, on aura $\widehat{IOM} = -\dfrac{2\pi}{4} = -\dfrac{\pi}{2}$ rad.



L'exemple précédent nous montre qu'une même position pour le point M peut entraîner différentes mesures d'un angle, en fonction du nombre de tours effectués par M. Les différentes mesures diffèrent donc d'un multiple de 2π qui correspond au périmètre du cercle trigonométrique. On a donc :

Propriété 1

On considère un point M sur le cercle $\mathscr{U}$.

1°) L'angle $\widehat{IOM}$ possède une infinité de mesure.

2°) Pour deux mesures x et y, il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $y = x + 2k\pi$.

3°) Il n'existe qu'une seule mesure dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$.

Afin de garantir l'unicité de certains résultats, on est amené à définir la notion de mesure principale d'un angle :

Définition 5

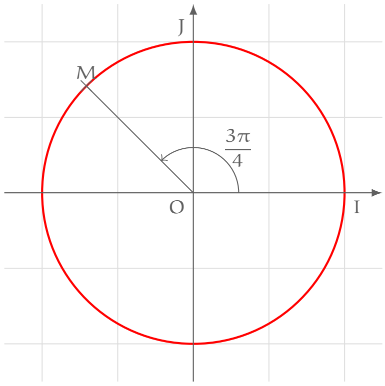
On considère un point M sur le cercle $\mathscr{U}$. Parmi toutes les mesures de l'angle $\widehat{IOM}$, on appelle **mesure principale** celle qui appartient à l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$.

Exemple • On considère un angle de mesure $\alpha = \dfrac{43\pi}{4}$. Déterminer la mesure principale de cet angle et placer M sur $\mathscr{U}$ tel que $\widehat{IOM} = \alpha$.

Il suffit de trouver $k \in \mathbb{Z}$ tel que $\dfrac{43\pi}{4} = x + 2k\pi$ et x sera alors la mesure principale cherchée.

On réduit tout d'abord au même dénominateur : $2\pi = \dfrac{8\pi}{4}$ puis on effectue la division euclidienne de 43 par 8 : $43 = 5 \times 8 + 3$.

Ainsi : $\dfrac{43\pi}{4} = \dfrac{5 \times 8\pi}{4} + \dfrac{3\pi}{4} = 5 \times 2\pi + \dfrac{3\pi}{4}$ donc la mesure principale de l'angle est $\dfrac{3\pi}{4}$.



C. Quelques conversions à connaître

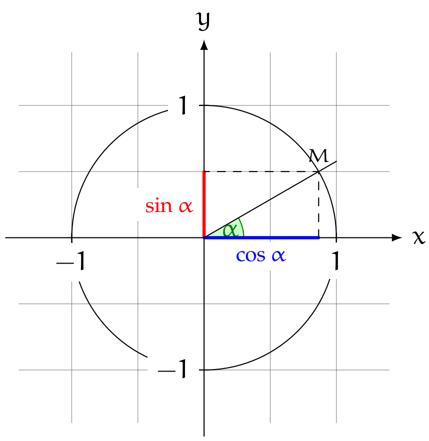
Angles en degré	0	360	180	30	45	60	90	270	α
Angles en radian	0	2π	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{3\pi}{2}$	$\alpha \times \dfrac{2\pi}{360}$

II. Cosinus et Sinus d'un nombre réel

A. Lien avec le cercle trigonométrique

Propriété 2

On considère un point M sur le cercle $\mathscr{U}$ et α un nombre réel tel que $\widehat{IOM} = \alpha$. On ne demande pas à α d'être la mesure principale de l'angle $\widehat{IOM}$.
Le nombre $\cos(\alpha)$ est alors égal à l'abscisse du point M et le nombre $\sin(\alpha)$ est égal à l'ordonnée du point M.

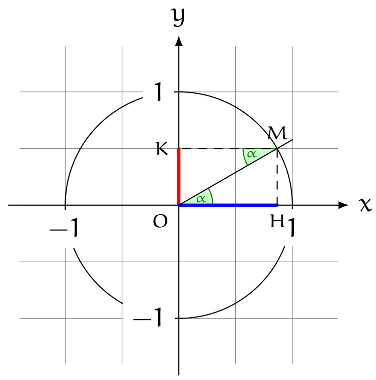


Démonstration

L'unité de longueur étant fixée, on utilise les définitions données du cosinus et du sinus d'un angle aigu α dans le triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

On considère dans la figure ci-dessous les triangles OMH et OMK rectangles respectivement en H et en K.
Les angles $\widehat{\mathrm{HOM}}$ et $\widehat{\mathrm{KMO}}$ sont alternes-internes. Et comme les droites (OH) et (MK) sont parallèles alors les angles $\widehat{\mathrm{HOM}}$ et $\widehat{\mathrm{KMO}}$ sont égaux donc $\widehat{\mathrm{KMO}} = \alpha$.



Les triangles OKM et OHM ont la même hypoténuse [OM] qui est un rayon du cercle. Donc $\mathrm{OM} = 1$. On utilise les définitions et on a :

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{OM}} = \mathrm{OH} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{\mathrm{OK}}{\mathrm{OM}} = \mathrm{OH}.$$

□

B. Relations à connaître

Propriété 3

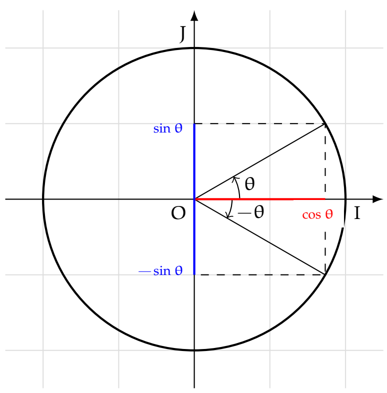
On considère un angle de mesure θ. On a les relations suivantes :

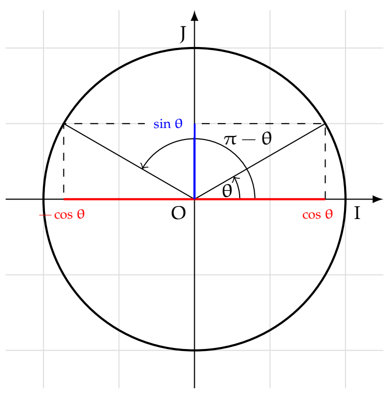
1°) $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ et $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$.

2°) $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$ et $\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$.

Démonstration

Le plus simple est d'utiliser une figure géométrique :





□

C. Quelques équations trigonométriques

La propriété précédente nous permet alors de résoudre quelques équations où apparaissent soit le cosinus, soit le sinus.

Propriété 4

Soit a un nombre fixé.
L'équation $\cos(t) = \cos(a)$ admet une **infinité** de solutions pouvant s'écrire sous l'une des deux formes suivantes :

$$t = a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \qquad \text{ou} \qquad t = -a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Exemple • Donner toutes les solutions de l'équation suivantes puis la mesure principale des angles qui vérifient l'équation :

$$\cos(t) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

Les solutions sont de la forme $t = \frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ou $t = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
Par exemple, voici quelques solutions :

$k = 0$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$
$k = 1$	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
$k = -1$	$-\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{7\pi}{3}$
$k = 2$	$\frac{13\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{3}$
$k = -2$	$-\frac{11\pi}{3}$	$-\frac{13\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$ sont les mesures principales des angles solutions.

Propriété 5

Soit a un nombre fixé.
L'équation $\sin(t) = \sin(a)$ admet une **infinité** de solutions pouvant s'écrire sous l'une des deux formes suivantes :

$$t = a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \qquad \text{ou} \qquad t = \pi - a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Exemple • Donner toutes les solutions de l'équation suivantes puis la mesure principale des angles qui vérifient l'équation :

$$\sin(t) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right).$$

Les solutions sont de la forme $t = \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ou $t = \underbrace{\pi - \frac{\pi}{6}}_{=\frac{5\pi}{6}} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Par exemple, voici quelques solutions :

$k = 0$	$k = 1$	$k = -1$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{6}$	$-\frac{11\pi}{6}$
$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{17\pi}{6}$	$-\frac{7\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$ sont les mesures principales des angles solutions.

Index des notions définies

* * *

Écrit par Philippe De Sousa.

Dernière modification le 22 juillet 2013.