

Définition 1

Une **équation** est une égalité où figure une inconnue.

Résoudre une équation revient à trouver la (ou les) valeur(s) de l'inconnue pour laquelle (ou lesquelles) l'égalité est vérifiée.

Propriété 1

On peut ajouter un même nombre à chaque membre d'une égalité pour obtenir ainsi une égalité équivalente :

$$a = b \Leftrightarrow a + c = b + c$$

Démonstration

Puisque $a = b$ alors $a - b = 0$ et puisque $c - c = 0$, on a :

$$0 = a - b + c - c = a + c - b - c = a + c - (b + c) = 0 \quad \text{donc} \quad a + c = b + c.$$

□

Propriété 2

On peut multiplier par un même nombre non nul les deux membres d'une égalité pour obtenir ainsi une égalité équivalente :

$$\text{Avec } c \neq 0, \quad a = b \Leftrightarrow a \times c = b \times c$$

Démonstration

Puisque $a = b$ alors $a - b = 0$ et puisque $c \neq 0$, on a :

$$0 = c(a - b) = ca - cb = 0 \quad \text{donc} \quad a \times c = b \times c.$$

□

1. Équation du premier degré

Définition 2

Une **équation à une inconnue du premier degré** est une équation de la forme $ax + b = 0$ où x est l'inconnue et a et b sont des paramètres donnés tels que $a \neq 0$.

2. Équation produit

Propriété 3 (admise)

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$A(x) \times B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

3. Résolution d'un problème

Exemple • Lors d'une séance de cinéma, on a accueilli 56 spectateurs. Certains ont payé le tarif réduit (5 €), les autres le tarif normal (8 €). La recette de cette séance se monte à 376 €. Combien de spectateurs ont payé le tarif réduit ? (réponse : 24)

Voici les étapes de la résolution d'un problème en utilisant les équations :

- 1°) choix de l'inconnue ;
- 2°) mise en équation du problème ;
- 3°) résolution de l'équation ;
- 4°) réponse au problème.