

## Fiche d'exercices n° XI.1

### Dérivation

### Étude de fonctions

#### ✎ Exercice 1.

Soit la fonction définie sur l'intervalle  $I = [-6; 6]$  par :

$$f(x) = \frac{2(x+3)^2}{x^2+3}.$$

$\mathcal{C}_f$  est la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 1 cm.

- 1°) Les points A, B, C, D et E sont cinq points appartenant à la courbe  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectives :

$$x_A = -6 \quad ; \quad x_B = -3 \quad ; \quad x_C = -1 \quad ; \quad x_D = 1 \quad ; \quad x_E = 6.$$

Déterminer les ordonnées de ces cinq points.

- 2°) Déterminer les racines puis le tableau de signes du polynôme :  $-12x^2 - 24x + 36$ .  
 3°) Calculer l'expression de  $f'$  sur  $I$ .  
 4°) Dresser le tableau de signes de  $f'$  et en déduire les variations de  $f$ .  
 5°) Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}_f$  au point B.  
 6°) Tracer le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  et y placer les cinq points A, B, C, D et E. Y tracer la tangente  $T$  et la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

\*

#### ✎ Exercice 2.

On désire fabriquer une boîte fermée de la forme d'un parallélépipède rectangle à base carrée. Le volume  $\mathcal{V}$  de la boîte doit être égal à  $200 \text{ cm}^3$ .

Le matériau utilisé pour le fond et le dessus coûte  $0,16 \text{ € le cm}^2$  alors que celui utilisé pour les côtés revient à  $0,1 \text{ € le cm}^2$ .

On se propose de calculer les dimensions de la boîte afin que son coût de fabrication soit minimal.

On désigne par  $x$  le côté de la base en cm et par  $h$  la hauteur de la boîte en cm.

- 1°) Faire un schéma représentant la situation.  
 2°) Écrire une relation existant entre  $\mathcal{V}$ ,  $x$  et  $h$ .  
 3°) Déterminer l'expression  $h(x)$  qui donne la hauteur de la boîte en fonction de  $x$ .  
 4°) On appelle  $P$  la fonction qui donne le prix de fabrication de la boîte en fonction de  $x > 0$ .

Démontrer que  $P(x) = \frac{80}{x} + 0,32x^2$ .

- 5°) Déterminer la dérivée de  $P$  pour  $x > 0$ .  
 6°) En déduire les dimensions qui permettent d'obtenir une boîte dont le prix de construction est minimal.  
 Quel est ce prix de construction ?