

Activité III.2

Valeurs remarquables

Équations

✎ Exercice 1.

On considère un repère $(O; I, J)$ et le cercle trigonométrique \mathcal{U} . On place le point M sur \mathcal{U} tel que $\widehat{IOM} = \frac{\pi}{3}$ rad.

On veut démontrer que $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1°) Faire une figure.

2°) Démontrer que le triangle MIO est un triangle équilatéral.

3°) On appelle H le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisse.

(a) Quel lien existe-t-il entre le point H et $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

(b) Que représente la droite (MH) pour le triangle OMI (plusieurs réponses attendues) ? Justifier.

(c) En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

4°) On appelle K le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées.

(a) Quel lien existe-t-il entre le point K et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

(b) Expliquer pourquoi $OK = MH$.

(c) Dans le triangle OHM rectangle en H, calculer la valeur exacte de la longueur MH.

(d) En déduire la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

*

✎ Exercice 2.

En s'appuyant sur une représentation dans le cercle trigonométrique, résoudre les équations suivantes **dans l'intervalle donné** :

1°) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ avec $x \in]-\pi; \pi]$.

2°) $\cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ avec $x \in \mathbb{R}$.

3°) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec $x \in]-\pi; \pi]$.

4°) $\sin(x) = \sin\left(-\frac{2\pi}{5}\right)$ avec $x \in \mathbb{R}$.

*

✎ Exercice 3.

1°) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{1}{2}$.

2°) Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tracer le cercle trigonométrique \mathcal{U} . Placer les points M et M' de \mathcal{U} repérés par les solutions de l'équation de la question précédente.

3°) En rouge, repasser la partie de \mathcal{U} dont les points ont une abscisse supérieure à $\frac{1}{2}$.

4°) En déduire les solutions de l'inéquation $\cos(x) > \frac{1}{2}$ dans $]-\pi; \pi]$.

* * *