

1 ^{re} E.E.A.C.	Mardi 17 décembre 2013	Forme algébrique
CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES		
NOM :		
Prénom :		
Note et observations :		

*La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.
Le barème est indicatif.*

Exercice 1 :

1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 pts

On considère les nombres complexes suivants :

$$z_1 = 1 + 3i \quad \text{et} \quad z_2 = 2 - 2i.$$

Écrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique :

$$a = z_1 + z_2 \quad ; \quad b = z_2 - 2\overline{z_1} \quad ; \quad c = z_1 \times z_2 \quad ; \quad d = (1 - z_1)(1 + z_2) \quad ; \quad e = \frac{z_1}{z_2}$$

Exercice 2 :

2 + 2 = 4 pts

Résoudre dans \mathbb{C} les deux équations suivantes :

$$(E_1) : 1 + 2iz = 3 - 5i \quad \text{et} \quad (E_2) : 2z - 4i = -i \times \overline{z} + 5$$

Exercice 3 :

2 + 2 = 4 pts

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points F, G et H d'affixes respectives :

$$z_F = 3 + i\sqrt{3} \quad ; \quad z_G = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times z_F \quad \text{et} \quad z_H = z_F - 2i\sqrt{3}.$$

1°) En détaillant les calculs, déterminer la forme algébrique de z_G et z_H .

2°) Démontrer que le quadrilatère OHFG est un parallélogramme.

Exercice 4 :

1 + 1 + 2 + 2 + 1 = 7

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 carreaux.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = i \quad ; \quad z_B = 4 + 3i \quad \text{et} \quad z_C = \frac{4 + 3i}{1 + 2i}.$$

1°) Démontrer par un calcul détaillé que $z_C = 2 - i$.

2°) D(z_D) est le milieu de [BC]. Déterminer par un calcul détaillé l'affixe de D.

3°) On considère le point E(z_E) tel que ABEC est un parallélogramme.

Déterminer par un calcul détaillé l'affixe du point E.

4°) Le point F(z_F) est tel que $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CF} = \vec{FO}$.

Déterminer par un calcul détaillé l'affixe du point F.

5°) Sur la copie, dessiner le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ et placer les points A, B, C, D, E et F.