| 1$^{re}$ S.T.I.2D. | Lundi 7 avril 2 014 | **Bilan annuel** |
|---|---|---|
| CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES | | |
| NOM : <br> Prénom : | | |
| **Note et observations :** | | |

*La calculatrice est **autorisée**. Les feuilles de brouillon personnelles sont **interdites**.*
*La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*
*Le barème est indicatif.*

**ATTENTION *!! Le sujet est à rendre avec la copie.***

**Exercice 1** : **(10 points – Métropole - La Réunion - 11 septembre 2012)**

Si A et B sont deux événements, on rappelle que

$$p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) = p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) + p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}).$$

Au départ d'une randonnée, trois itinéraires différents sont proposés à un groupe de 48 randonneurs : un itinéraire pour débutant, un de difficulté moyenne et un de niveau élevé.
Ce groupe est composé de 32 femmes et de 16 hommes.
Concernant le choix de l'itinéraire :

- 5 femmes et 2 hommes choisissent l'itinéraire de niveau débutant ;
- 25 % des randonneurs choisissent l'itinéraire de difficulté moyenne et parmi eux, il y a autant de femmes que d'hommes ;
- Les autres randonneurs choisissent l'itinéraire de niveau élevé.

On choisit au hasard un randonneur (on suppose que tous les randonneurs ont la même chance d'être choisis) et on note :
F l'évènement « le randonneur est une femme » ;
H l'évènement« le randonneur est un homme » ;
D l'évènement« le randonneur choisit l'itinéraire de niveau débutant » ;
E l'évènement« le randonneur choisit l'itinéraire de niveau élevé ».

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible. On pourra utiliser un arbre ou un tableau.

**1°)** Calculer la probabilité $p(\mathrm{F})$ de l'évènement F.

**2°)** Calculer la probabilité $p(\mathrm{E})$ de l'évènement E.

**3°)** Définir par une phrase l'évènement noté $\mathrm{H} \cap \mathrm{E}$ et calculer sa probabilité $p(\mathrm{H} \cap \mathrm{E})$.

**4°)** Montrer que la probabilité de l'évènement « le randonneur est une femme ou choisit l'itinéraire de niveau débutant » est $\dfrac{17}{24}$.

**5°)** Dans cette question, on choisit au hasard un randonneur parmi les hommes.
Quelle est la probabilité qu'il ait choisi l'itinéraire de niveau élevé ?

**6°)** Commenter et critiquer éventuellement cette phrase : « Le niveau des femmes de ce groupe est plus élevé que celui des hommes ».

*

**Exercice 2 :** **(8 + 7 = 15 points – Métropole - La Réunion - 11 septembre 2012 + Antilles - Guyane - 20 juin 2012)**

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

**Partie A**

On considère les fonctions $f$ et $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = (x-1)^2 - 4.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal et $\mathscr{C}_g$ celle de $g$ dans le même repère.

**1°)** Par quelle transformation géométrique passe-t-on de $\mathscr{C}_f$ à $\mathscr{C}_g$ ?

**2°)** Déterminer les coordonnées du sommet de $\mathscr{C}_g$.

**3°)** Dresser le tableau de variations de la fonction $g$.

**4°)** Dresser le tableau de signe de la fonction $g$ sur $\mathbb{R}$.

**5°)** Compléter directement sur le sujet le tableau de valeur suivant :

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | | | | | |

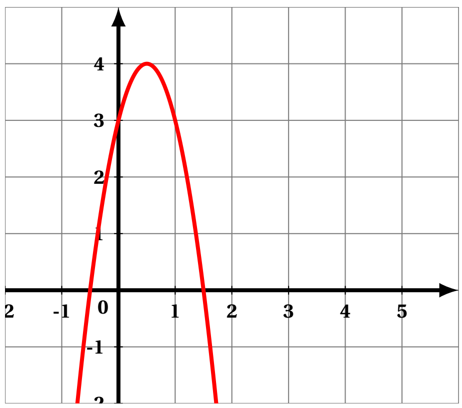
**6°)** Sur la page Annexe (page 4), on a représenté $\mathscr{C}_f$ dans un repère.
Sur ce même repère, tracer précisément $\mathscr{C}_g$.

**Partie B**

La parabole $\mathscr{P}$ ci-contre est la représentation graphique de la fonction polynôme $t$ définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$t(x) = ax^2 + bx + c$$

où $a$, $b$ et $c$ désignent trois nombres réels que l'on se propose de déterminer dans cette partie.




**1°)** Démontrer à l'aide d'un calcul que $c = 3$.

**2°)** On sait que le point S $\left(\dfrac{1}{2} ; 4\right)$ est le sommet de la parabole $\mathscr{P}$.
En utilisant l'abscisse de S, démontrer que $a + b = 0$.

**3°)** En utilisant le fait que $t\left(\frac{1}{2}\right) = 4$, démontrer que $a + 2b = 4$.

**4°)** À l'aide des deux égalités précédentes, démontrer que $t(x) = -4x^2 + 4x + 3$.

**5°)** Déterminer les racines du polynôme $t$.

*

**Exercice 3 :** **(7 + 8 = 15 points – Antilles - Guyane - 19 juin 2013)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v}\right)$ (voir Annexe page 4).
On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes et on note $i$ le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

On rappelle que $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ et que $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

**Partie A**

On considère l'équation (E) d'inconnue $z$ :

$$(2 - i)z = 2 - 6i.$$

**1°)** On appelle $z_1$ la solution de (E) dans $\mathbb{C}$. Démontrer que $z_1 = 2 - 2i$.

**2°)** Déterminer la forme trigonométrique de $z_1$.

**3°)** Soit $z_2 = -i \times z_1$.
Déterminer la forme algébrique puis la forme trigonométrique de $z_2$.

**Partie B**

Soit A, B et C les points du plan d'affixes respectives :

$$z_A = 2 - 2i \quad ; \quad z_B = -2 - 2i \quad \text{et} \quad z_C = -4i.$$

**1°)** Placer les points A, B et C dans le plan complexe de l'annexe page 4.

**2°)** Calculer les affixes $z_3$ et $z_4$ de $\overrightarrow{CA}$ et de $\overrightarrow{CB}$.

**3°)** Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

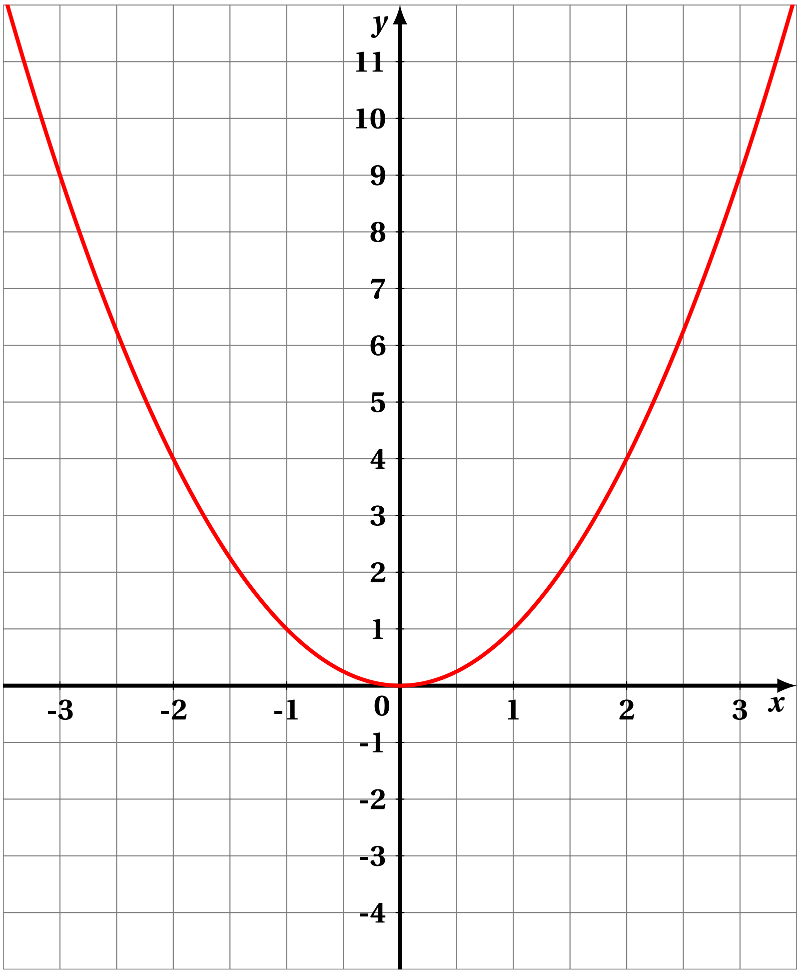
**4°)** Calculer $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|$.

**5°)** Déterminer la nature exacte du triangle ABC.

* * * * *

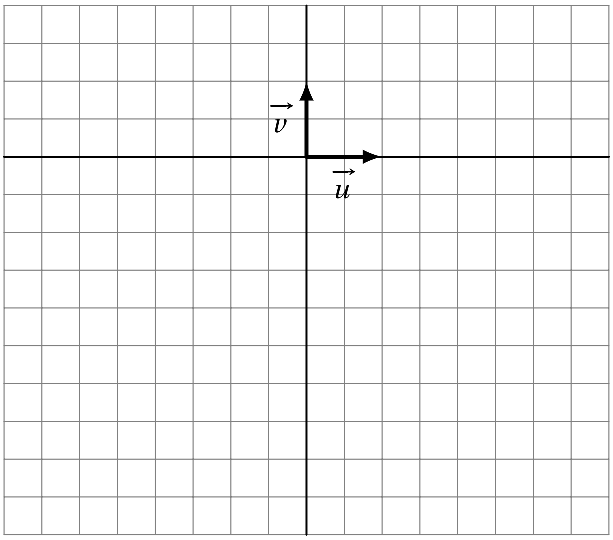
# Annexe

**Exercice 2**




*

**Exercice 3**




* * * * *