

Fiche d'exercices n° IX.1 Polynôme de degré 3

✎ Exercice 1.

Étude de la propagation d'une maladie.

Après l'apparition d'une maladie virale, les responsables de la santé publique ont estimé que le nombre de personnes frappées par la maladie au jour t à partir du jour d'apparition du premier cas est :

$$M(t) = 45t^2 - t^3, \quad \text{pour } t \in [0; 25].$$

1°) Calculer $M(0)$ et $M(10)$ et interpréter les résultats.

La vitesse de propagation de la maladie est assimilée à la dérivée du nombre de personnes malades en fonction de t .

2°) (a) Calculer $M'(t)$.

(b) En déduire la vitesse de propagation le cinquième jour et le dixième jour.

(c) Déterminer le jour où la vitesse de propagation est maximale et calculer cette vitesse.

(d) Déterminer les jours où la vitesse de propagation est supérieure à 600 personnes par jour.

3°) (a) Étudier le sens de variation de la fonction M sur l'intervalle $[0; 25]$.

(b) Interpréter les variations de M .

*

✎ Exercice 2.

Rythme de production.

Le nombre d'objets produits par une entreprise dépend de la quantité de travail fournie : c'est l'une des théories de l'économiste **Taylor** (1856 - 1915).

On se propose d'étudier un modèle théorique, élaboré à partir de l'étude d'un grand nombre de chaînes de montage, pour connaître le temps de travail maximum que l'on peut demander aux ouvriers.

Soit t le temps de travail fourni en heure, t appartenant à l'intervalle $[0; 5]$.

La production, exprimée en nombre d'objets, est donnée en fonction de t par :

$$P(t) = 100(-t^3 + 6t^2).$$

1°) (a) Calculer le nombre d'objets produits pour une heure de travail.

(b) Calculer $P(2)$ et interpréter le résultat.

(c) La quantité d'objets fabriqués est-elle proportionnelle au temps de travail ? Justifier la réponse.

2°) La dérivée de la production est le **rythme de production**, ou aussi **vitesse de production** par heure.

(a) Déterminer P' .

(b) Calculer le rythme de production pour un temps de travail de 2 heures.

(c) Dresser le tableau de variations de P sur l'intervalle $[0; 5]$.

(d) Quel est le temps de travail qui engendre une production maximale ? Dans ces conditions, combien d'objets sont fabriqués ?