

1 ^{re} S.T.M.G.	Mercredi 12 novembre 2 013	Suites
CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES		
NOM :		
Prénom :		
Note et observations :		

La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Le barème est indicatif.

Tous les calculs doivent être détaillés.

Exercice 1 :

(1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 pts)

1°) Calculer les quatre premiers termes de chacune des suites suivantes :

(a) La suite (u_n) est définie pour tout nombre entier naturel n par $u_n = n^2 + 4n$.

(b) La suite (v_n) est définie pour tout nombre entier naturel $n \neq 0$ par $v_n = \frac{2}{n} + 3n$.

(c) La suite (w_n) est définie pour tout nombre entier naturel n par
$$\begin{cases} w_0 &= -2 \\ w_{n+1} &= 2w_n - 4 \end{cases}.$$

(d) La suite (x_n) est définie pour tout nombre entier naturel $n \neq 0$ par
$$\begin{cases} x_1 &= 2 \\ x_{n+1} &= (x_n)^2 - 1 \end{cases}.$$

2°) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur de u_{200} et w_{13} .

Exercice 2 :

(3 + 3 = 6 pts)

1°) (a_n) est la suite arithmétique de premier terme $a_0 = -2$ et de raison $r = 3$.

(a) Calculer a_1 et a_2 .

(b) Donner l'expression de a_{n+1} en fonction de a_n .

(c) Donner l'expression de a_n en fonction de a_0 .

(d) En détaillant précisément les calculs et à l'aide de la question précédente, donner la valeur exacte de a_{100} .

(e) La suite (a_n) est-elle croissante ou décroissante ? Justifier précisément en utilisant une propriété du cours.

2°) (b_n) est la suite géométrique de premier terme $b_0 = 4\,000\,000$ et de raison $q = 0,5$.

(a) Calculer b_1 et b_2 .

(b) Donner l'expression de b_{n+1} en fonction de b_n .

(c) Donner l'expression de b_n en fonction de b_0 .

(d) En détaillant précisément les calculs et à l'aide de la question précédente, donner la valeur exacte de b_{10} .

(e) La suite (b_n) est-elle croissante ou décroissante ? Justifier précisément en utilisant une propriété du cours.

Exercice 3 :

(1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9 pts)

La population d'une ville augmente de 7 200 habitants chaque année. En 2 010, la ville comptait 105 400 habitants.

On note p_0 le nombre d'habitants en 2 010 et p_n le nombre d'habitants en $(2\,010 + n)$.

1°) Quelle est la valeur de p_0 ?

2°) Calculer p_1 et p_2 . Interpréter les résultats.

3°) Quelle est la nature de la suite (p_n) ? Donner une réponse précise.

4°) Expliquer pourquoi $p_n = 105\,400 + 7\,200n$.

5°) À l'aide de la question précédente, calculer p_{10} . Interpréter le résultat.

6°) À l'aide de la calculatrice :

(a) déterminer le nombre d'habitants en 2 033 ;

(b) déterminer au bout de combien d'années le nombre d'habitants aura au moins doublé.