

I. Vocabulaire

Définition 1

- 1°) Une **population** E est un ensemble d'éléments appelés les **individus** de cette population. Le nombre d'individus est appelé l'**effectif** de E, on le notera n_E .
- 2°) Une **sous-population** A de E est une population dont tous les individus sont aussi des individus de E.

Exemple • Tous les livres d'une bibliothèque constituent une population B. Les romans sont une sous-population de B.

Définition 2

La **proportion** (ou **fréquence**) d'une sous-population A dans une population E est le nombre p_A tel que :

$$p_A = \frac{n_A}{n_E}.$$

La population E est la **population de référence**.

p_A est aussi la proportion des individus de A parmi les individus de E.

Remarque

⚡ Puisque $0 \leq n_A \leq n_E$, alors la proportion p_A est toujours comprise entre 0 et 1.

Exemple • Parmi les 24 000 votants d'une ville, 18 000 personnes ont voté pour Paul au second tour d'une élection.

La population E est composé des votants donc $n_E = 24\ 000$.

La sous-population A est composé des personnes ayant voté pour Paul donc $n_A = 18\ 000$.

La proportion des voix obtenues par Paul est donc :

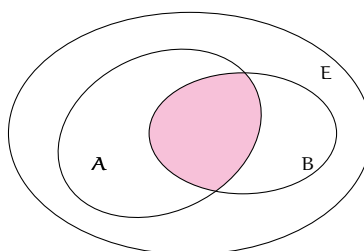
$$p_A = \frac{n_A}{n_E} = \frac{18\ 000}{24\ 000} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%.$$

II. Intersection et réunion de sous-populations

Soient A et B deux sous-populations d'une même population E.

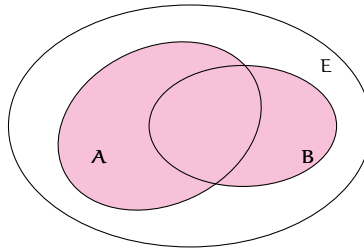
Définition 3

L'**intersection** de A et B, notée $A \cap B$, est l'ensemble des individus de E qui appartiennent à A et à B.



Définition 4

La **réunion** de A et B, notée $A \cup B$, est l'ensemble des individus de E qui appartiennent à A **ou** à B de façon non exclusive.



Exemple • On interroge 1 000 personnes qui constituent la population E.
On note A la sous population de E des personnes qui possèdent un ordinateur et on note B la sous-population de E qui possède une télévision.
Le tableau ci-dessous indique tous les résultats du sondage :

	Ont un ordinateur	N'ont pas d'ordinateur	Total
Ont une télévision	345	385	730
N'ont pas de télévision	75	195	270
Total	420	580	1 000

On a donc :

$$n_E = 1\,000 \quad ; \quad n_A = 420 \quad ; \quad n_B = 730.$$

$A \cap B$ représente ceux qui ont un ordinateur et un téléviseur donc : $n_{A \cap B} = 345$.

$A \cup B$ représente ceux qui ont un ordinateur ou un téléviseur. On retire donc ceux qui n'ont ni ordinateur, ni téléviseur. Donc : $n_{A \cup B} = 1\,000 - 195 = 805$.

Propriété 1

A et B sont deux sous-populations d'une population E.
Les proportions p_A , p_B , $p_{A \cap B}$ et $p_{A \cup B}$ sont reliées par la relation suivantes :

$$p_A + p_B = p_{A \cup B} + p_{A \cap B}.$$

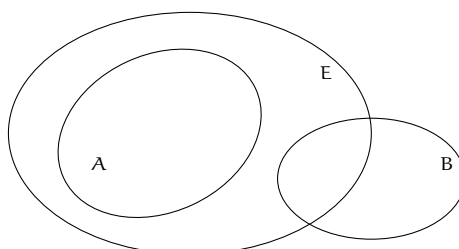
III. Inclusion

Définition 5

On considère une population E et une sous-population A de E. Puisque tous les éléments de A sont des éléments de E, on dit que A est **inclus** dans E et on note $A \subset E$.

Ici, tous les éléments de A sont dans E donc $A \subset E$.

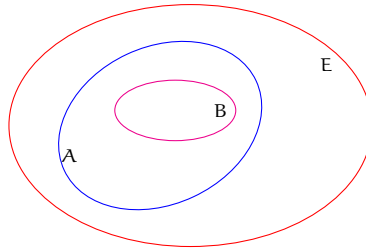
En revanche, certains éléments de B ne sont pas dans E donc $B \not\subset E$.





Propriété 2

Soit E une population. On note A une sous-population de E et B une sous-population de A .



On note p_A la proportion de A parmi les éléments de E et p_B la proportion de B parmi les éléments de E .

De plus, on note p la proportion de B uniquement parmi les éléments de A .

Dans ce cas, on a l'égalité suivante :

$$p_B = p_A \times p.$$



Démonstration

En effet, $p_A = \frac{n_A}{n_E}$ et $p = \frac{n_B}{n_A}$.

Ainsi, $p_A \times p = \frac{n_A}{n_E} \times \frac{n_B}{n_A} = \frac{n_B}{n_E} = p_B$. □

Exemple • Dans un lycée, 90% des lycéens vont au cinéma au moins une fois par mois. Parmi ceux-là, 12% vont au cinéma au moins une fois par semaine.
Quelle est la proportion de lycéens allant au cinéma au moins une fois par semaine sur l'ensemble du lycée ?

Ici, on note E l'ensemble des lycéens et A , les lycéens allant au cinéma au moins une fois par mois.

On a bien $A \subset E$ et $p_A = 0,9$.

On note B les lycéens allant au cinéma au moins une fois par semaine. On a donc $B \subset A$ et $p = 0,12$.

Ainsi, $p_B = 0,9 \times 0,12 = 0,108 = 10,8\%$.

Sur l'ensemble des lycéens, 10,8% d'entre eux vont au cinéma au moins une fois par semaine.