

Fiche d'exercices n° X.1

Loi binomiale

✎ Exercice 1.

On lance un dé trois fois de suite et on note X la variable aléatoire égale au nombre d'apparitions du 6.

- 1°) Quel est le schéma associé au lancer du dé? Justifier.
- 2°) Quelle est la loi suivie par X ?
- 3°) À l'aide d'un arbre pondéré, calculer $p(X = k)$ avec $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.
- 4°) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un six.

*

✎ Exercice 2.

Une entreprise produit des batteries de téléphones portables. Au cours de la production peuvent apparaître deux défauts indépendants que l'on appellera défaut A et défaut B.

La probabilité que le défaut A apparaisse vaut 2% et celle que le défaut B apparaisse vaut 0,01.

- 1°) Calculer la probabilité qu'une batterie soit défectueuse, c'est-à-dire qu'elle comporte au moins un des deux défauts.
- 2°) On prélève au hasard dans la production un échantillon de 100 batteries. La production est suffisamment importante pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille 100, associe le nombre de batteries défectueuses.
 - (a) Caractériser la loi de probabilité de X .
 - (b) Donner son espérance mathématique et interpréter le résultat.
 - (c) Quelle est la probabilité que toutes les batteries soient en bon état?
 - (d) Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement une batterie défectueuse?

*

✎ Exercice 3.

Une fabrique artisanale de jouets en bois vérifie la qualité de sa production avant sa commercialisation. Chaque jouet produit par l'entreprise est soumis à deux contrôles : d'une part l'aspect du jouet est examiné afin de vérifier qu'il ne présente pas de défaut de finition, d'autre part sa solidité est testée.

Il s'avère, à la suite d'un grand nombre de vérifications, que :

- 92% des jouets sont sans défaut de finition ;
- parmi les jouets qui sont sans défaut de finition, 95% réussissent le test de solidité ;
- parmi les jouets qui ont des défauts de finition, 25% ne réussissent pas le test de solidité.

On prend au hasard un jouet parmi les jouets produits. On note :

- F l'événement : « le jouet est sans défaut de finition » ;
- S l'événement : « le jouet réussit le test de solidité ».

- 1°) Construire l'arbre pondéré correspondant à cette situation.
- 2°) Démontrer que $p(S) = 0,934$.
- 3°) Les jouets ayant satisfait aux deux contrôles rapportent un bénéfice de 10 €, ceux qui n'ont pas satisfait au test de solidité sont mis au rebut, les autres rapportent un bénéfice de 5 €. On désigne par B la variable aléatoire qui associe à chaque jouet le bénéfice rapporté.
 - (a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire B .
 - (b) Calculer l'espérance mathématiques de la variable aléatoire B . Interpréter le résultat.
- 4°) On prélève au hasard dans la production de l'entreprise un lot de 10 jouets. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jouets de ce lot subissant avec succès le test de solidité. On suppose que la quantité fabriquée est suffisamment importante pour que tous les tirages soient considérés comme indépendants les uns des autres.
 - (a) Calculer l'espérance mathématique de X , sa variance et son écart-type.
On donnera des valeurs approchées à 10^{-3} près de ces nombres.
 - (b) Calculer la probabilité que tous les jouets réussissent le test S ?
 - (c) À l'aide de la calculatrice, donner la probabilité qu'au moins 8 jouets réussissent le test S .