Introduction au Génie énergétique
Cours 5 – Transferts thermiques : Rayonnement

Pascal Stabat

Vendredi 24 mars 2023

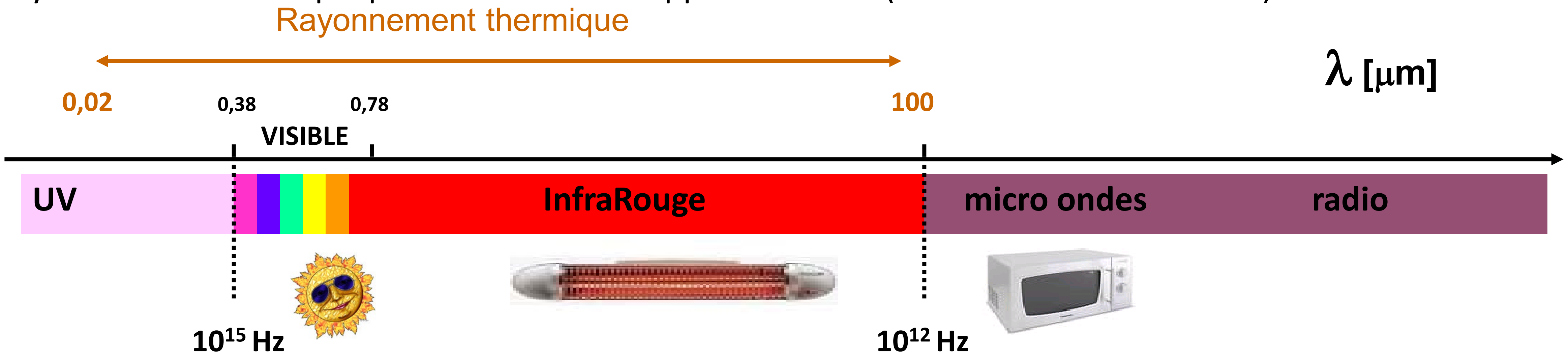
MINES PARIS | PSL

Rayonnement thermique

Tout corps <u>émet</u> continuellement de l'énergie sous forme d'un rayonnement électromagnétique sur une large gamme de fréquences (ou longueurs d'ondes). Le rayonnement thermique d'un corps se traduit par une diminution de son énergie interne (agitation des molécules et transition électronique). Plus un corps est chaud, plus son rayonnement thermique est important.

Un corps qui <u>reçoit</u> un rayonnement thermique, peut en absorber, tout ou partie, et voit son énergie interne augmenter.

Le rayonnement thermique peut se faire sans support matériel (transmission dans le vide).

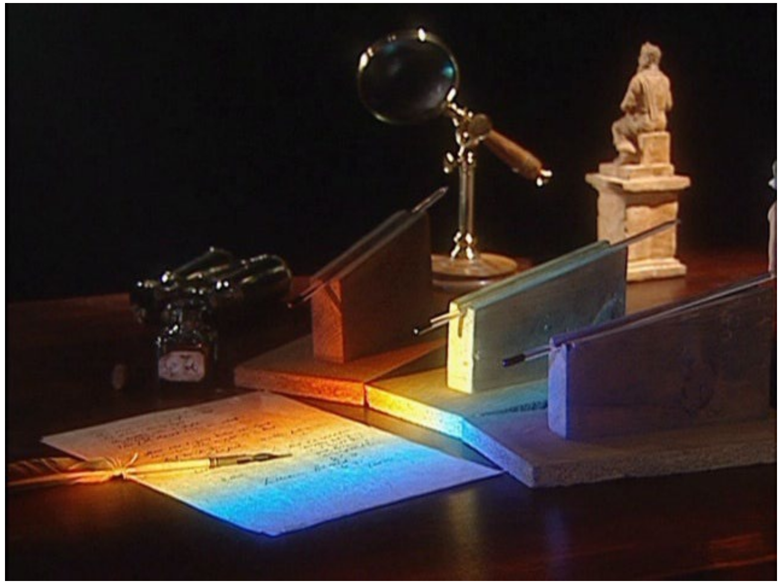


Expérience de Herschel (1800)

Mise en évidence du rayonnement infra-rouge

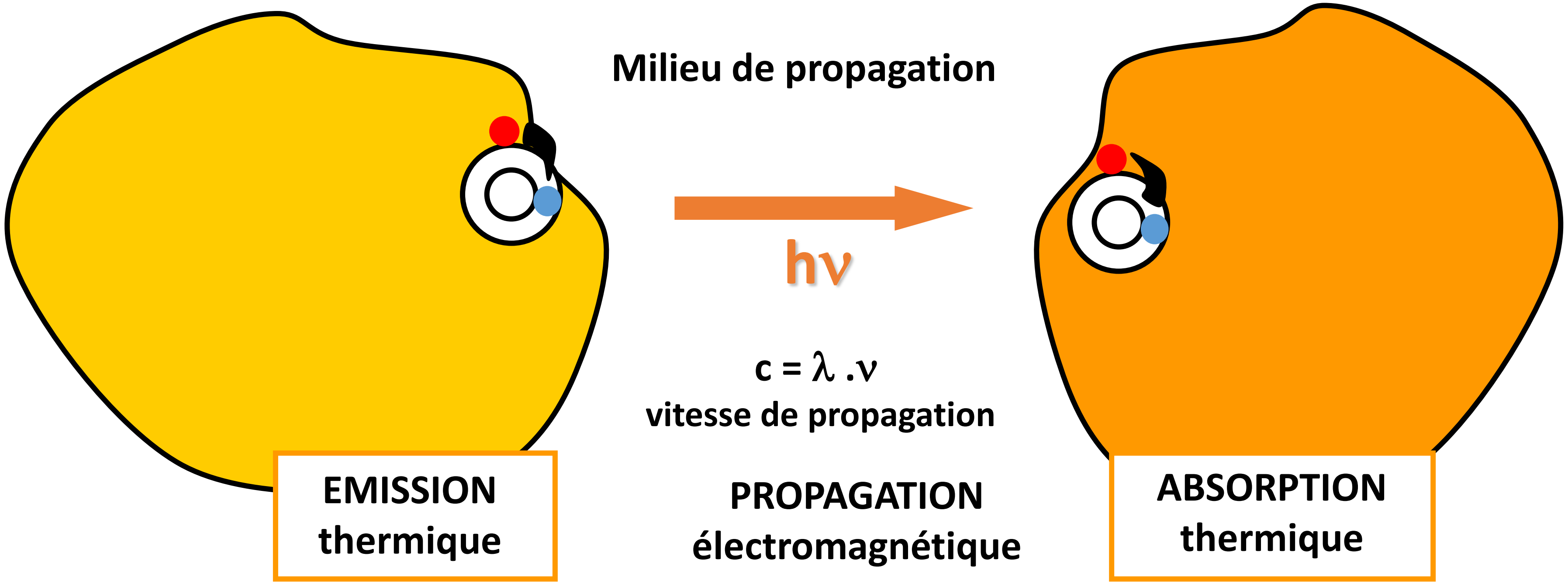
Décomposition de la lumière par un prisme

Mesure de la température des couleurs



Limite de la théorie classique : Onde électromagnétique

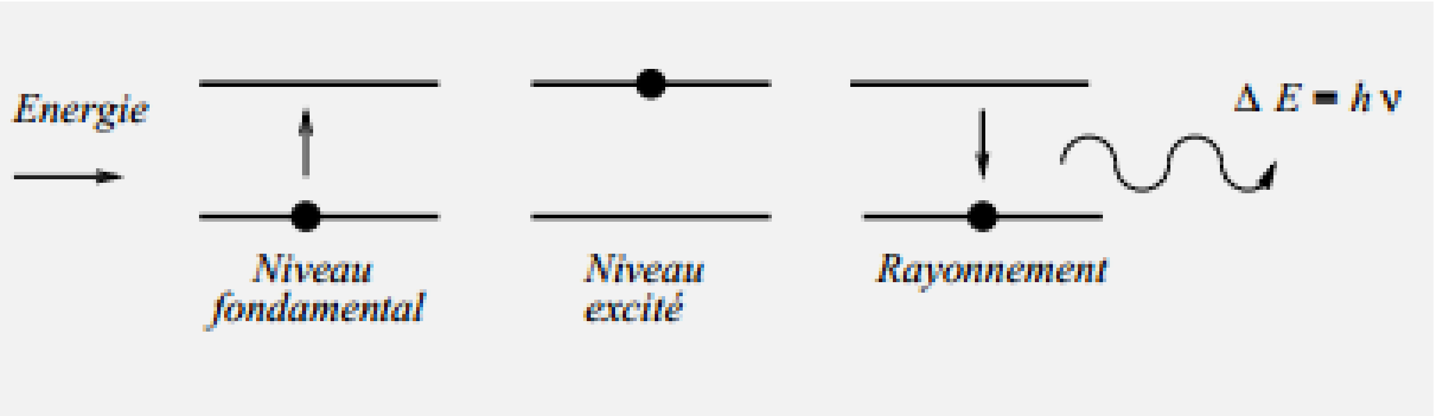
Einstein (1905) introduit la notion de photons : particules discrètes sans masse caractérisées par un niveau d'énergie $E = h.\nu$ avec h, la constante de Planck et ν la fréquence de l'onde électromagnétique associée au photon considéré

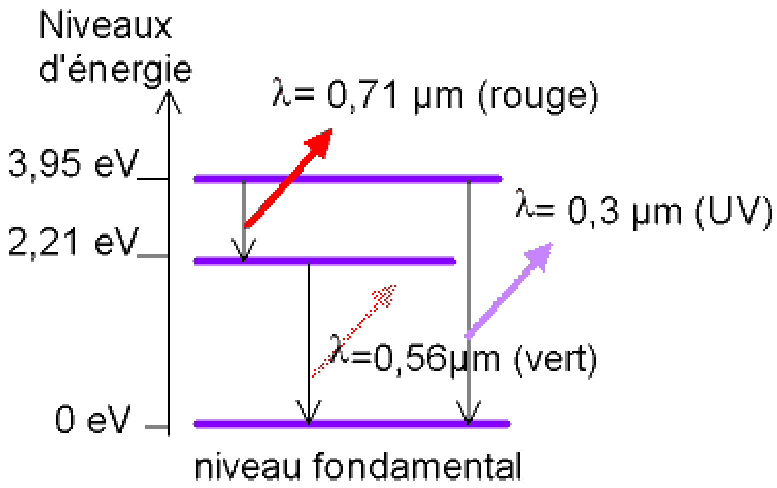


Principe de l'émission d'un photon

- Énergie de vibration des molécules : rayonnement IR

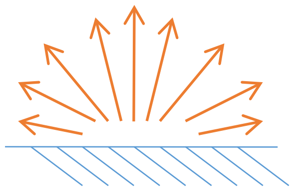
- Énergie de transition électronique : rayonnement UV et visible





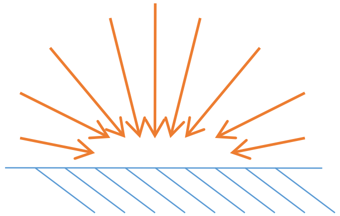
RAYONNEMENT

Le rayonnement thermique entre une surface et son environnement s'effectue selon deux processus :



Émission

L'émission de rayonnement qui est une conversion d'énergie matérielle (translation, rotation, vibration ou excitation électronique) en énergie radiative (production de photons) ;



Réception

L'absorption, qui est le processus inverse, au cours duquel les photons issus de l'environnement disparaissent en cédant l'intégralité de leur énergie au milieu matériel.

La ***réflexion et la transmission du rayonnement*** sont des phénomènes sans transfert thermique.

RAYONNEMENT

Le corps noir

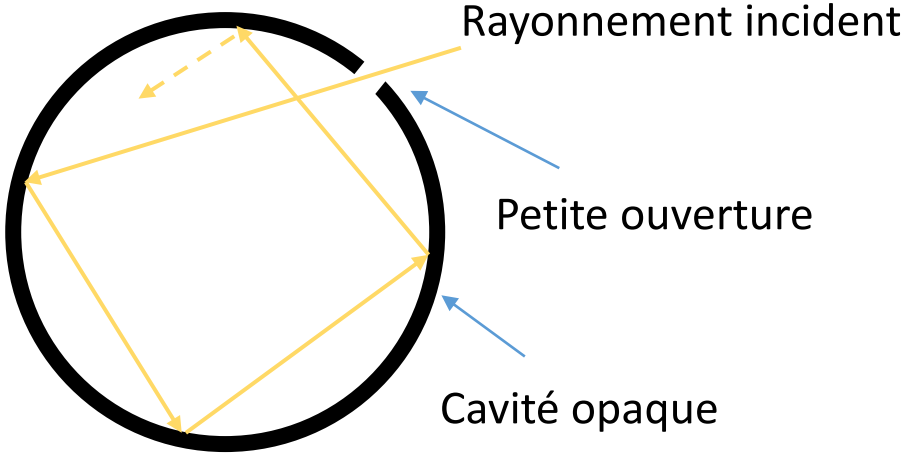
- Chaque corps rayonne selon une loi qui lui est propre. Il existe cependant une source dont la luminance spectrale, déduite des lois de la physique statistique, est une fonction universelle de la fréquence et de la température. Ce système physique, appelé « corps noir », sert d'étalon du rayonnement.
- Le corps noir émet le maximum de rayonnement à une température donnée et pour toute longueur d'onde et il absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit

Exemples de corps noir

3 K

Fond diffus cosmologique

5780 K



Tous les photons qui entrent dans l'enceinte y reste indéfiniment

LOI de PLANCK

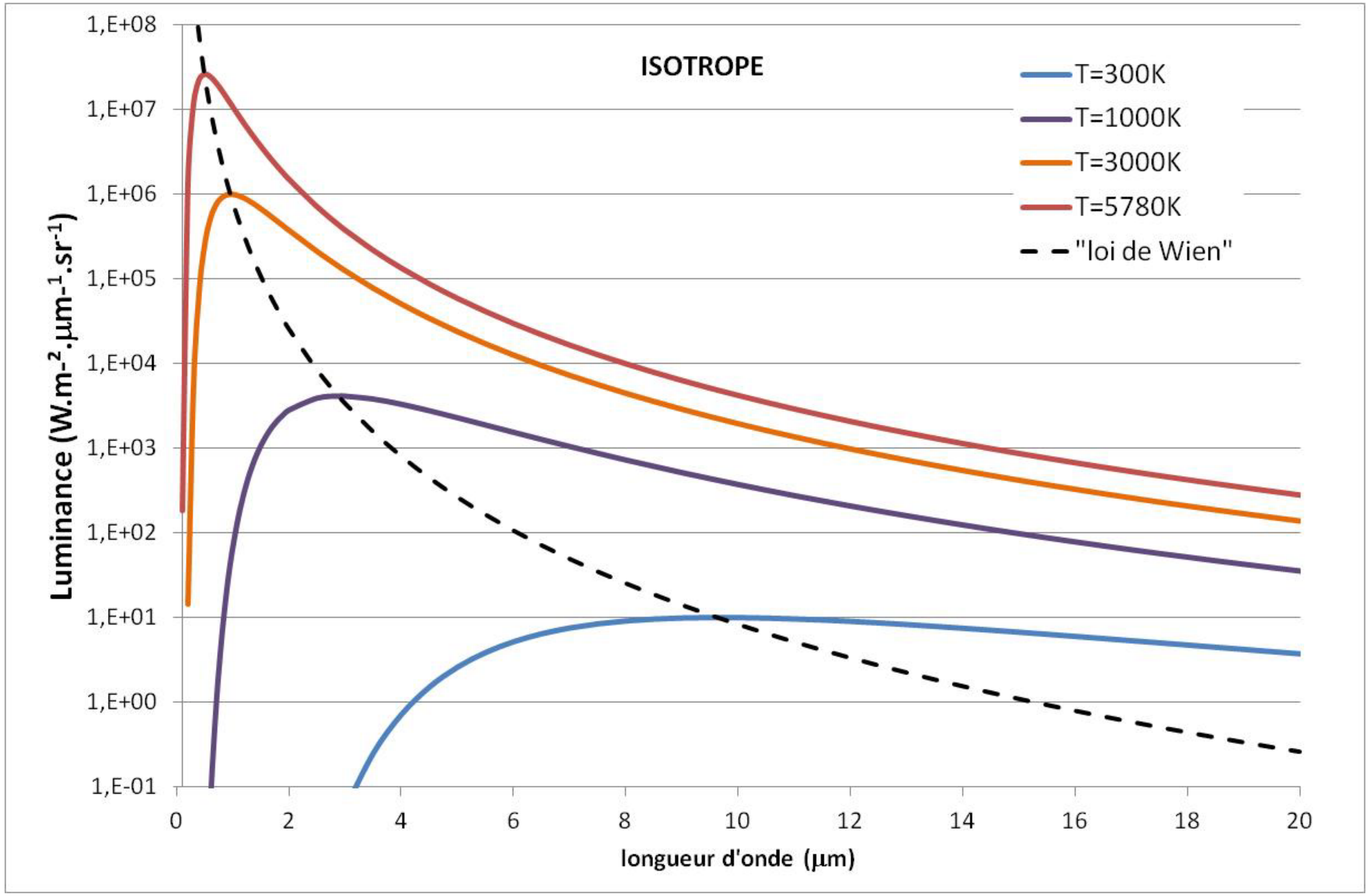
Luminance du corps noir (W/m²/µm/sr)

$$L_\lambda^0(T) = \frac{2hc_0^2\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc_0}{k\lambda T}}-1} = \frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}-1}$$

c_0 vitesse de la lumière 3.10^8 m/s
h constante de Planck $6{,}63.10^{-34}$ J.s
k constante de Boltzmann $1{,}38.10^{-23}$ J/K
$c_2 = 1{,}4388\ 10^4$ µm.K
$c_1 = 1{,}19088\ 10^8$ W.µm^{4}m^{-2}

LOI DE WIEN

$$\boxed{\lambda_{max}.T = 2898\ \mu m.K}$$



- **Approximation de Wien (faibles longueurs d'onde)**

si $\exp(\frac{c_2}{\lambda T}) >> 1$ alors $L_\lambda^0 \cong c_1 \lambda^{-5} \exp(\frac{-c_2}{\lambda T})$

Valable à 1% près si λ.T<3100µm.K

- **Approximation de Rayleigh (grandes longueurs d'onde)**

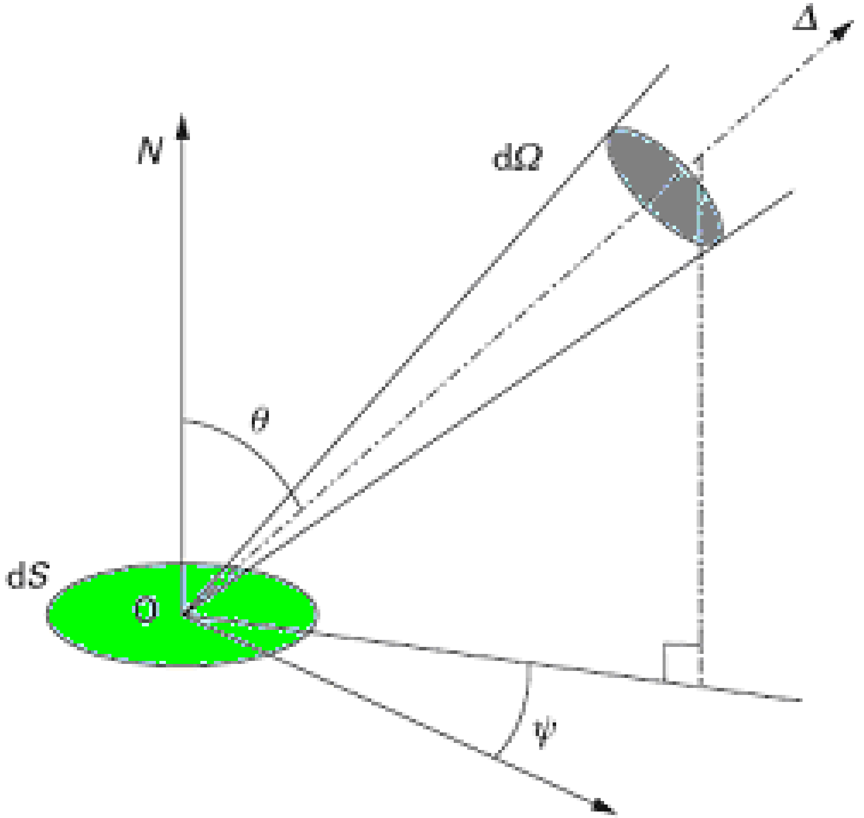
si $\frac{c_2}{\lambda T} << 1$ alors $L_\lambda^0 \cong \frac{c_1 \lambda^{-4} T}{c_2}$

Valable à 1% près si λ > 10.λmax

Calcul de la puissance radiative

La luminance $L(T,\lambda,\theta,\psi)$ ($W.\mu m^{-1}.m^{-2}.sr^{-1}$) est définie :
pour une longueur donnée **(grandeur spectrale ou monochromatique)**
pour une direction donnée **(grandeur directionnelle)**

$$\Phi = \int_S \int_\cap \int_{\lambda=0}^{\infty} L(T,\lambda,\theta,\Psi) \cdot \underbrace{dS \cdot \cos\theta}_{\text{Surface apparente vue dans la direction } \Delta} \cdot \underbrace{d\Omega}_{\text{Angle solide}} \cdot d\lambda$$



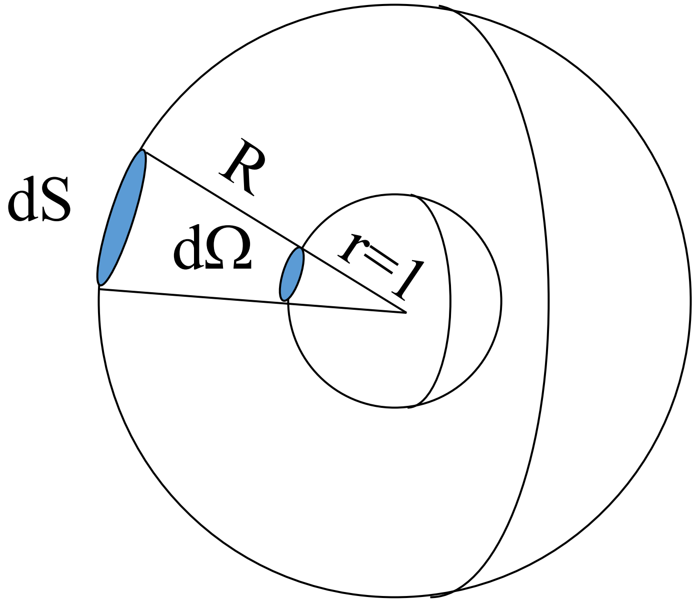
Pour calculer le flux radiatif émis par une surface S, il faut intégrer sur la surface et
- sur toutes les longueurs d'onde (**grandeur totale**)
- dans toutes les directions (**grandeur hémisphérique**)

Angle solide

- Il est défini comme la surface interceptée sur une sphère de rayon unité par un cône issu du centre de la sphère

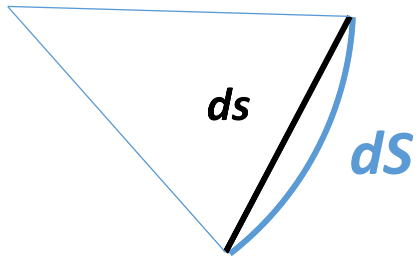
$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$ en stéradian (noté sr)

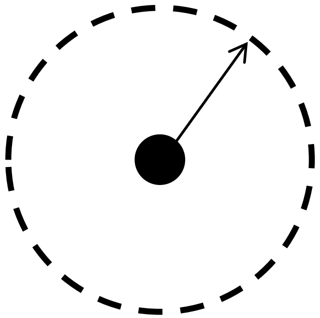
$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\psi$$ en coordonnées sphériques



- Lorsque R est grand, on approxime la portion de sphère ***dS*** par l'élément de surface plane ***ds*** normal à la direction pour évaluer l'angle solide.

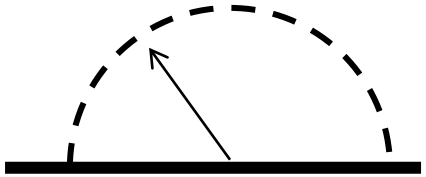
$$d\Omega \approx \frac{ds}{R^2}$$





source sphérique

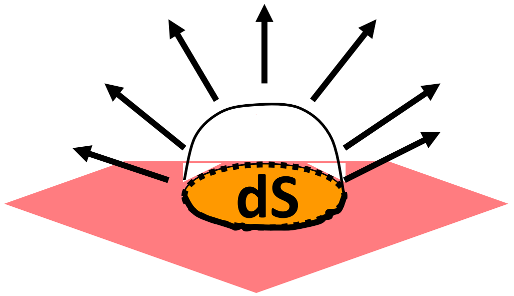
4π sr



source plane

2π sr

Emission d'une surface



- Émittance totale, **M** en W/m²
  - Densité de flux de la surface dS dans toutes les directions
  - Caractéristique <u>hémisphérique</u>

$$d^3\Phi_\lambda = M_\lambda \; dS \, d\lambda = \iint_\Omega L_{\lambda\Delta} \; dS \cos\theta \; d\Omega \, d\lambda$$

$$d^2\Phi = M \; dS = \int_0^\infty M_\lambda \cdot d\lambda \cdot dS$$

- Pour une surface isotrope (L_Δ= L = cte $\forall\Delta$) – intégration sur une hémisphère

○ Grandeur spectrale $\quad M_\lambda = L_\lambda \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\psi = \pi \cdot L_\lambda$

○ Grandeur totale $\quad M = \pi \cdot L$

- **Cas du corps noir : LOI DE STEFAN** (L'émittance d'un corps noir en W/m²)

$$\boxed{M^0 = \sigma . T^4}$$

avec σ= 5,67 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}

Corps à émission isotrope (ou diffuse ou Lambertienne)

La source rayonne de façon indépendante de la direction (la luminance monochromatique est indépendante de la direction d'émission Δ)

$$L_{\lambda\Delta} = L_{\lambda N} \text{ pour tout } \Delta$$

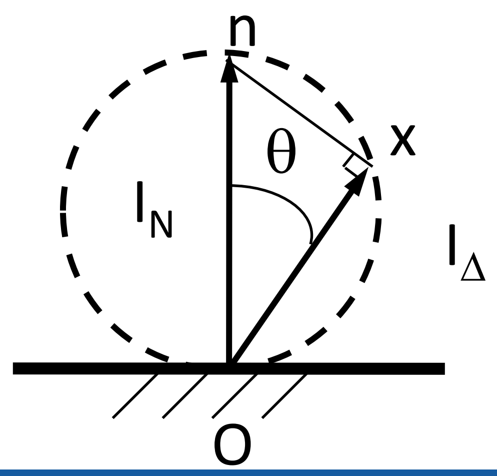
Elle obéit à la loi de Lambert : Le flux est proportionnel à la surface apparente de la source (=cos θ.dS)

<u>L'intensité monochromatique</u> en $W.\mu m^{-1}.sr^{-1}$ s'écrit

$$I_{\lambda\Delta} = L_{\lambda N}.dS.\cos\theta$$

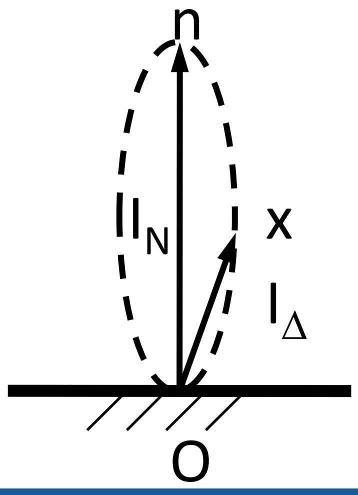
<u>L'intensité totale</u> en $W.sr^{-1}$ s'écrit

$$I_{\Delta} = L_N.dS.\cos\theta = I_N.\cos\theta$$



Émission diffuse

$$I_\Delta = I_N.\cos\theta$$

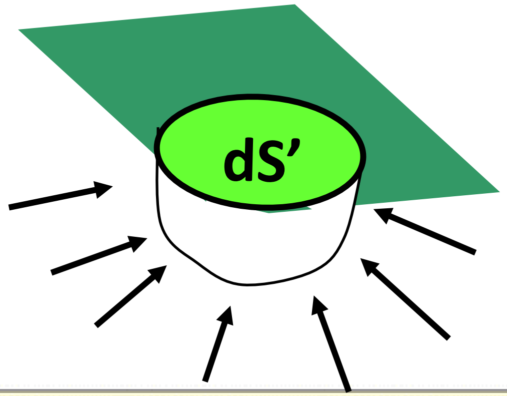


Émission non diffuse

$$I_\Delta \neq I_N.\cos\theta$$

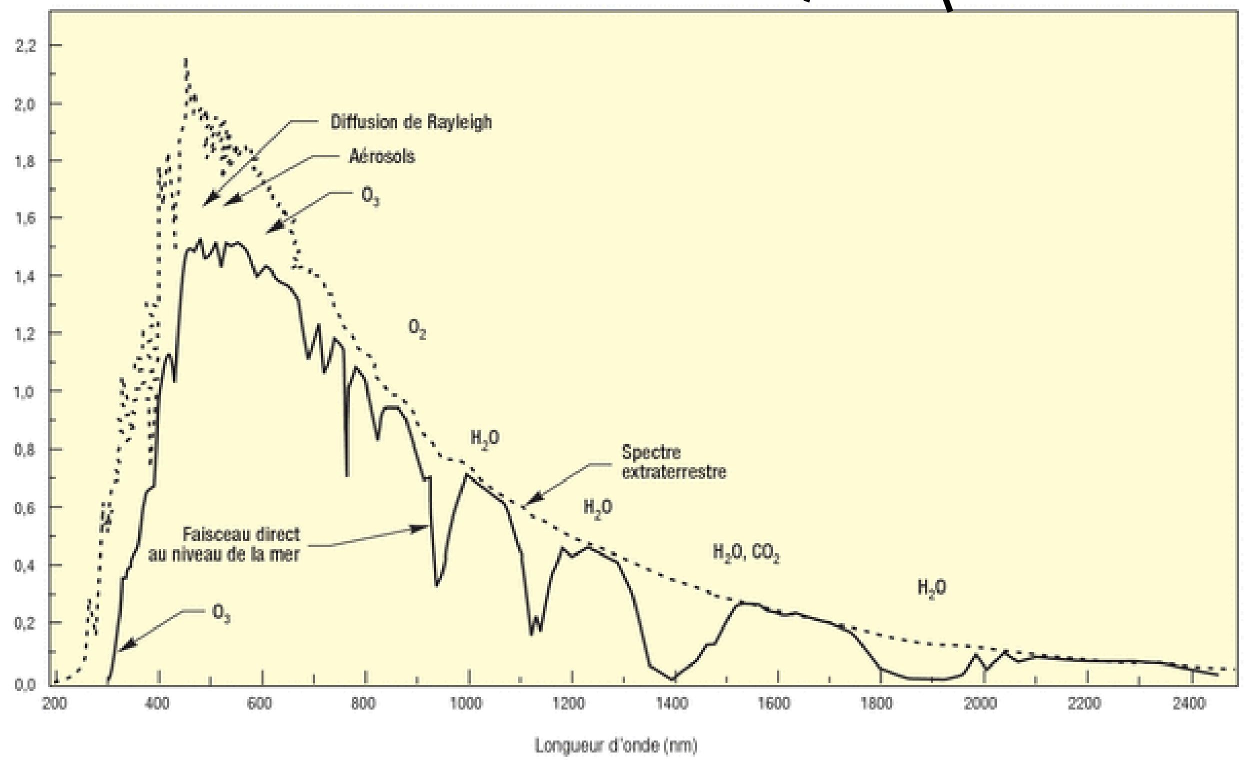
Éclairement d'une surface

- Éclairement total, **E** en W/m²
  - Densité de flux reçu sur une surface réceptrice dS' provenant de toutes les directions
  - Caractéristique <u>hémisphérique</u>

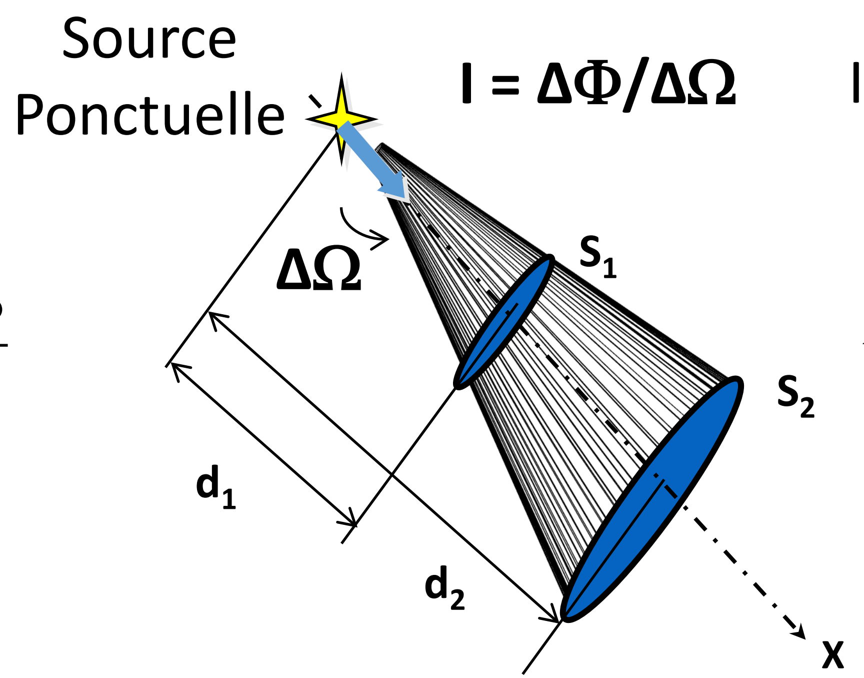


$$d^3\Phi_\lambda = E_\lambda \, dS' \, d\lambda$$

$$d^2\Phi = E \, dS'$$



Loi de l'inverse du carré de la distance



I = ΔΦ/ΔΩ I est l'intensité en W/sr

$$\Delta\Omega \approx \frac{\Delta S}{d^2}$$

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} \\ I &= \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E = \frac{I}{d^2}$$

L'éclairement diminue en s'éloignant de la source

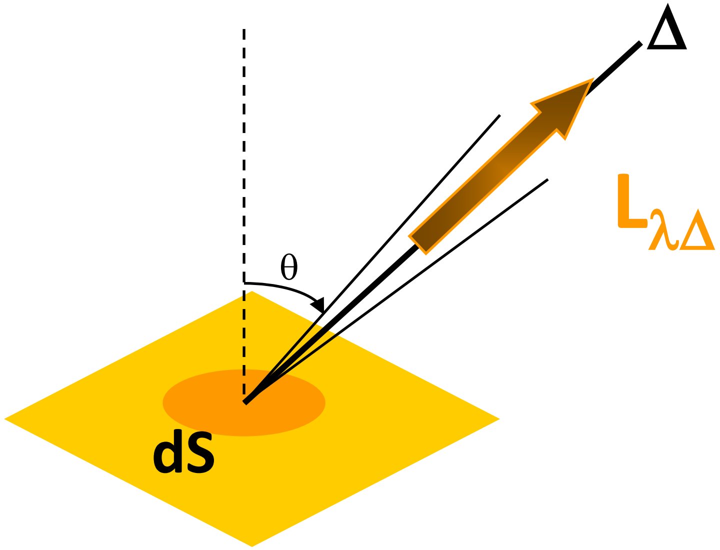
$$E_1 = \frac{I}{d_1^2} >> E_2 = \frac{I}{d_2^2}$$

Émissivité d'un corps réel

Le corps noir sert de référence

Émissivité monochromatique directionnelle

$$\varepsilon_{\lambda\Delta} = \frac{L_{\lambda\Delta}}{L^0_\lambda}$$



$\varepsilon_{\lambda\Delta}$ vaut 1 pour un corps noir

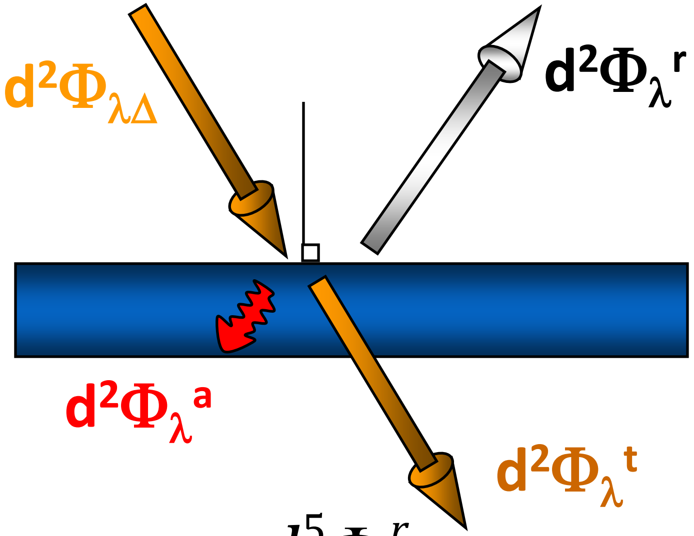
Émissivité totale hémisphérique

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \int_\cap \varepsilon_{\lambda\Delta} L^0_\lambda \cos\theta . d\lambda d\Omega}{M^0}$$

ε(T) ne dépend <u>que de la température</u>. C'est une caractéristique intrinsèque du corps. On peut écrire directement :

$$\boxed{M\ [W/m^2] = \varepsilon(T).\ M^0 = \varepsilon(T).\ \sigma.\ T^4}$$

PROPRIETES RADIATIVES DES CORPS



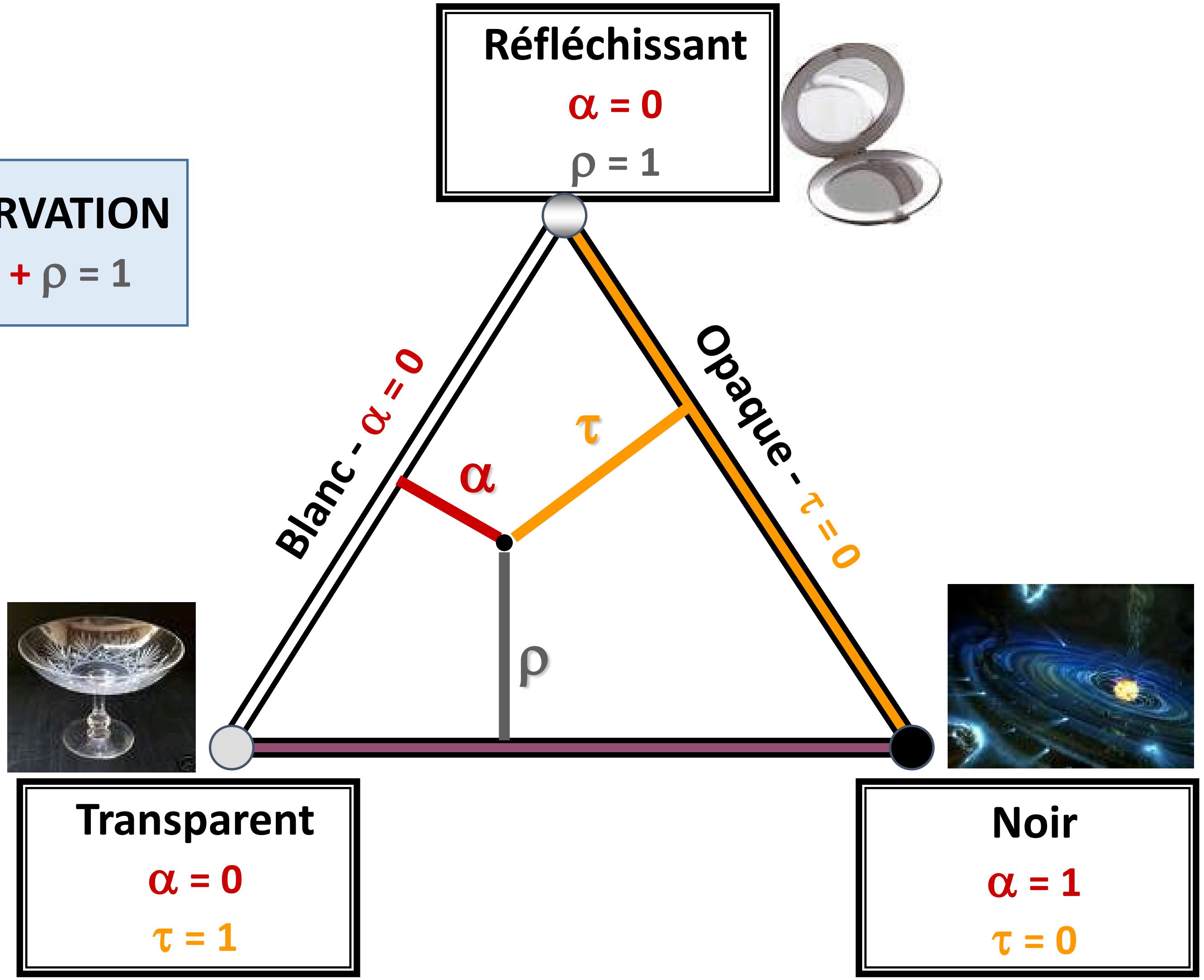
$$\rho_{\lambda\Delta} = \frac{d^5\Phi_\lambda^r}{d^5\Phi_{\lambda\Delta}}$$ réflectivité

$$\tau_{\lambda\Delta} = \frac{d^5\Phi_\lambda^t}{d^5\Phi_{\lambda\Delta}}$$ transmittivité

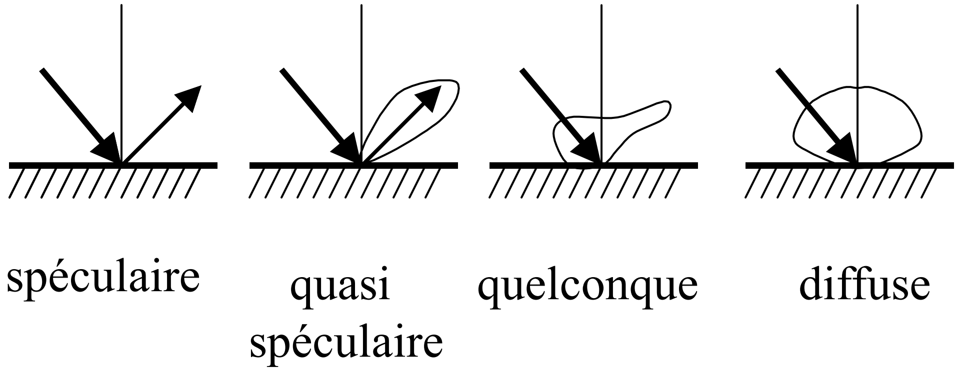
$$\alpha_{\lambda\Delta} = \frac{d^5\Phi_\lambda^a}{d^5\Phi_{\lambda\Delta}}$$ absorptivité

CONSERVATION

$\alpha + \tau + \rho = 1$



Types de réflexion



Loi de Kirchhoff

Pour toute direction et toute longueur d'onde

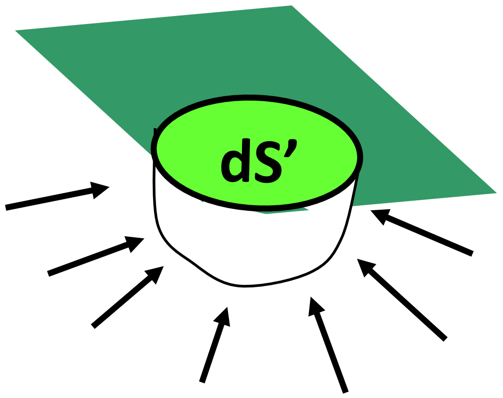
$$\boxed{\alpha_{\lambda\Delta} = \varepsilon_{\lambda\Delta}}$$

Pour les surfaces <u>grises et isotropes</u>

$$\boxed{\alpha = \varepsilon}$$

Absorptivité totale hémisphérique

α est le rapport entre
le rayonnement incident absorbé dans toutes les longueurs d'onde et toutes les directions
et le rayonnement incident total (éclairement total)



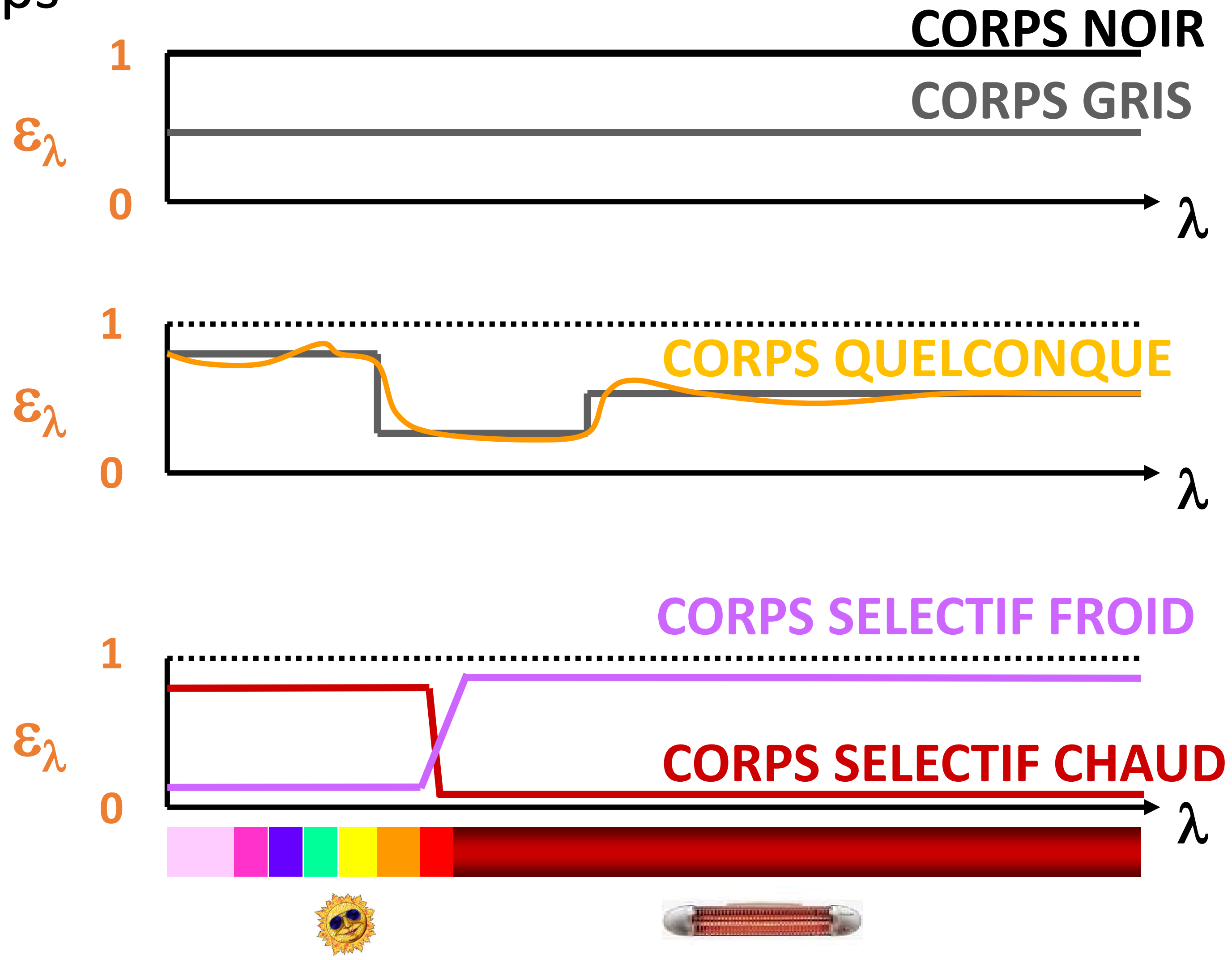
$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \int_\cap \alpha_{\lambda\Delta} E_{\lambda\Delta} \, d\lambda d\Omega}{E}$$

α n'est donc pas intrinsèque de la surface
Elle dépend du rayonnement incident

Idem τ et ρ

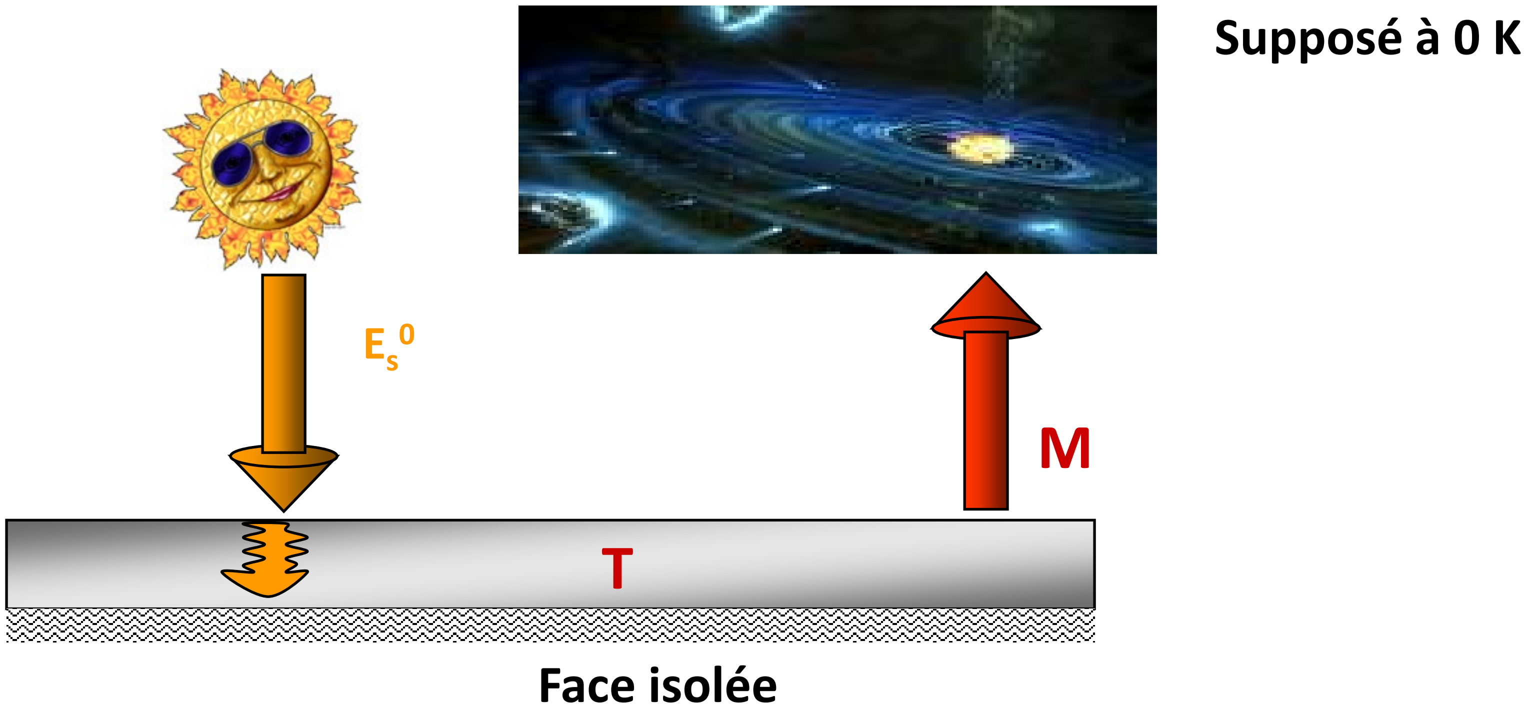
PROPRIETES RADIATIVES DES CORPS

Émissivité des corps



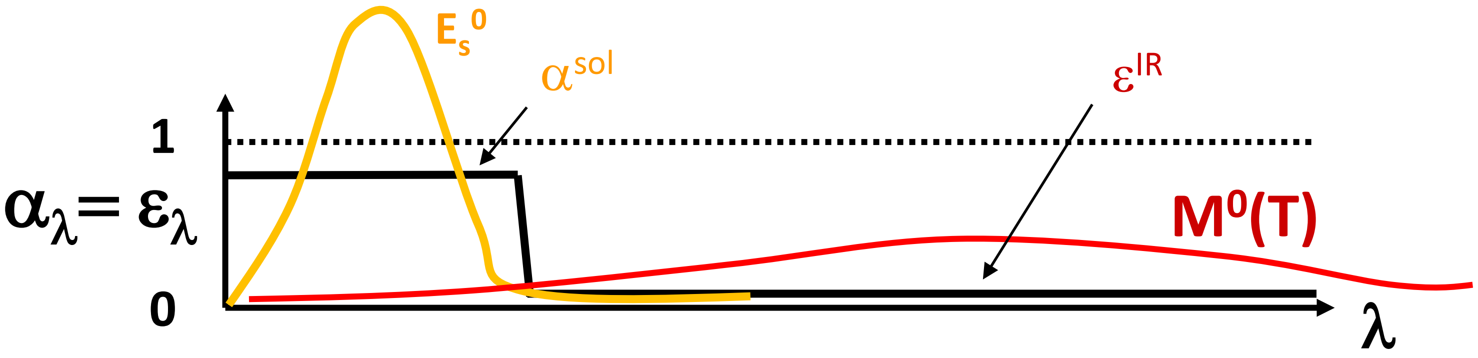
Corps Sélectifs

Bilan thermique dans le vide



A l'équilibre thermique à température T, l'émission du corps noir à sa température est égal au flux solaire absorbé :

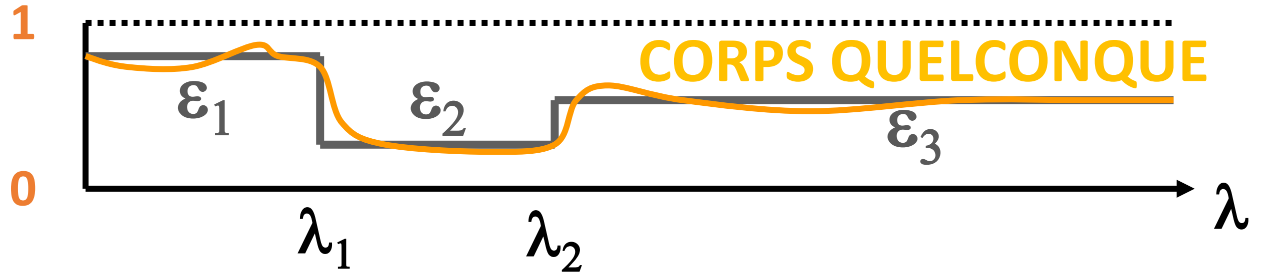
$$\alpha^{sol}.E_s^0 = M = \varepsilon^{IR}.\sigma.T^4$$



Calcul des grandeurs totales (intégrées sur toutes les longueurs d'ondes)

Dans le cas d'un rayonnement isotrope

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_\lambda^0 d\lambda}{M^0} \qquad \alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda . d\lambda}{E}$$



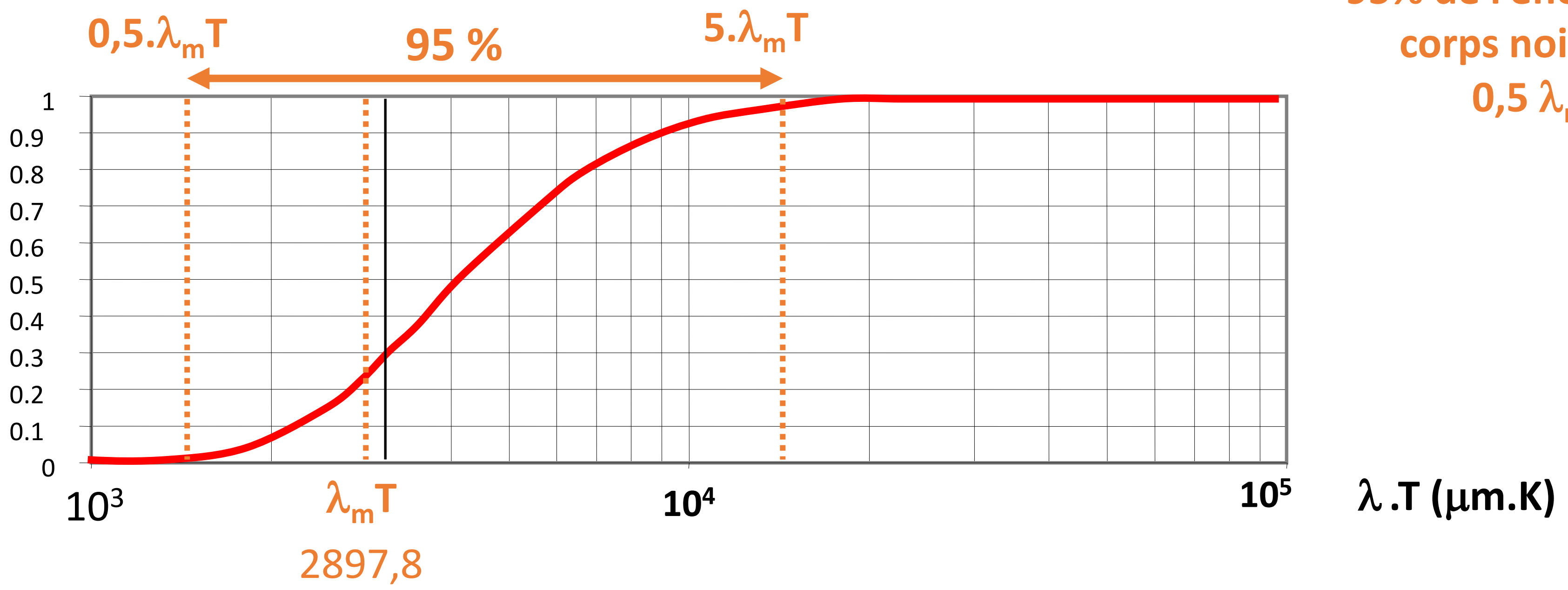
On peut faire une intégration par bandes de longueurs d'ondes.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \frac{\int_0^{\lambda_1} M_\lambda^0 d\lambda}{M^0} + \varepsilon_2 \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda^0 d\lambda}{M^0} + \varepsilon_3 \frac{\int_{\lambda_2}^{\infty} M_\lambda^0 d\lambda}{M^0}$$

Répartition cumulée de M_λ^0

On pose $F_{0-\lambda T} = \dfrac{\int_0^\lambda M_\lambda^0 d\lambda}{\sigma T^4}$ (fonction tabulée de λT)

C'est la fraction d'énergie émise par un corps noir pour toutes les longueurs d'ondes inférieures à λ.



95% de l'énergie émise par un corps noir se situe entre $0{,}5\ \lambda_m T$ et $5\ \lambda_m T$

Fraction d'énergie émise entre λ_1 et λ_2 : $F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T}$

- **Répartition cumulée de M_λ^0**

Quelle est la fraction d'énergie émise par le soleil dans l'Ultra-Violet, Le visible et l'Infra-rouge ?

5780 K

Le rayonnement dans le visible se situe entre 0,38 et 0,78 μm

On lit sur le diagramme ou dans la table de la fraction d'énergie du corps noir :

$F_{0\text{-}0,38x5780} = 10\%$

$F_{0\text{-}0,78x5780} = 56\%$

Pour le visible

$F_{0\text{-}4500} - F_{0\text{-}2200} = 56\ \% - 10\ \% = 46\ \%$

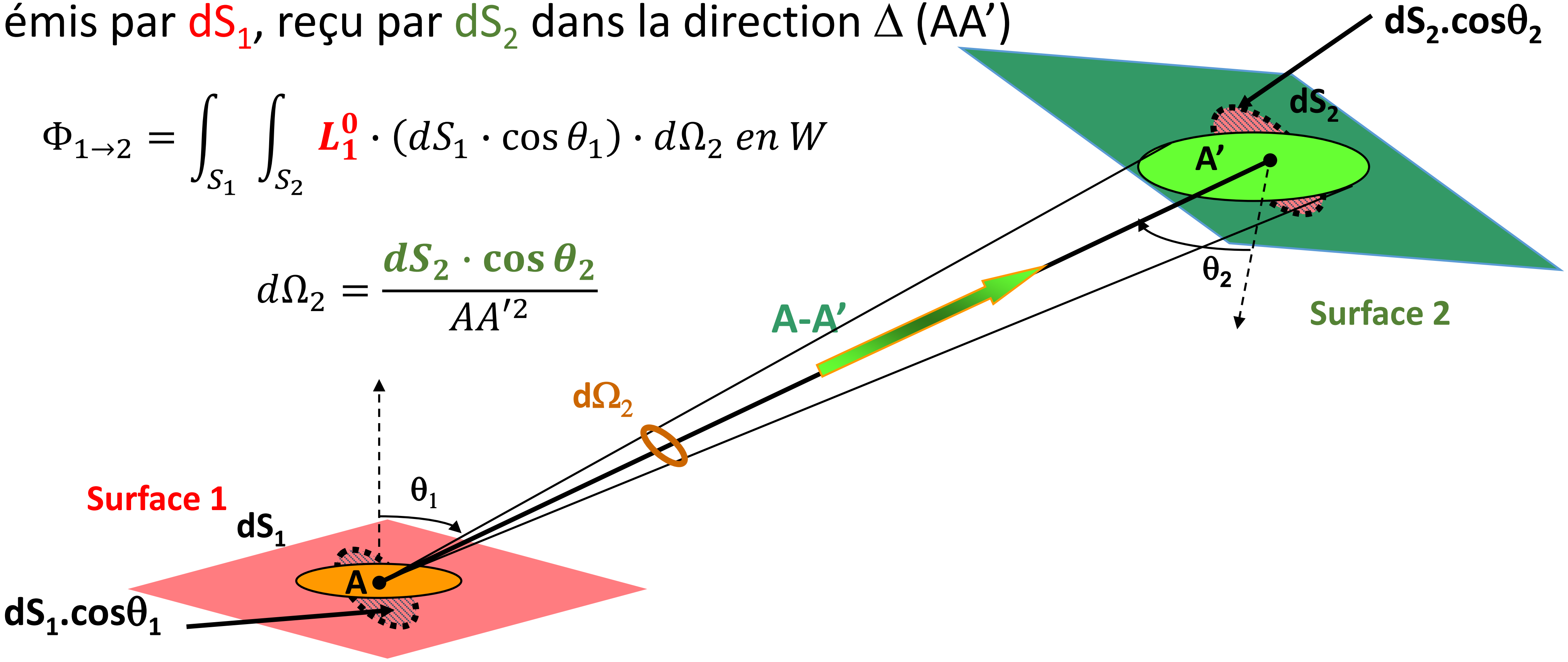
1O % en UV et 44 % en IR

RAYONNEMENT MUTUEL ENTRE SURFACES **NOIRES** OPAQUES

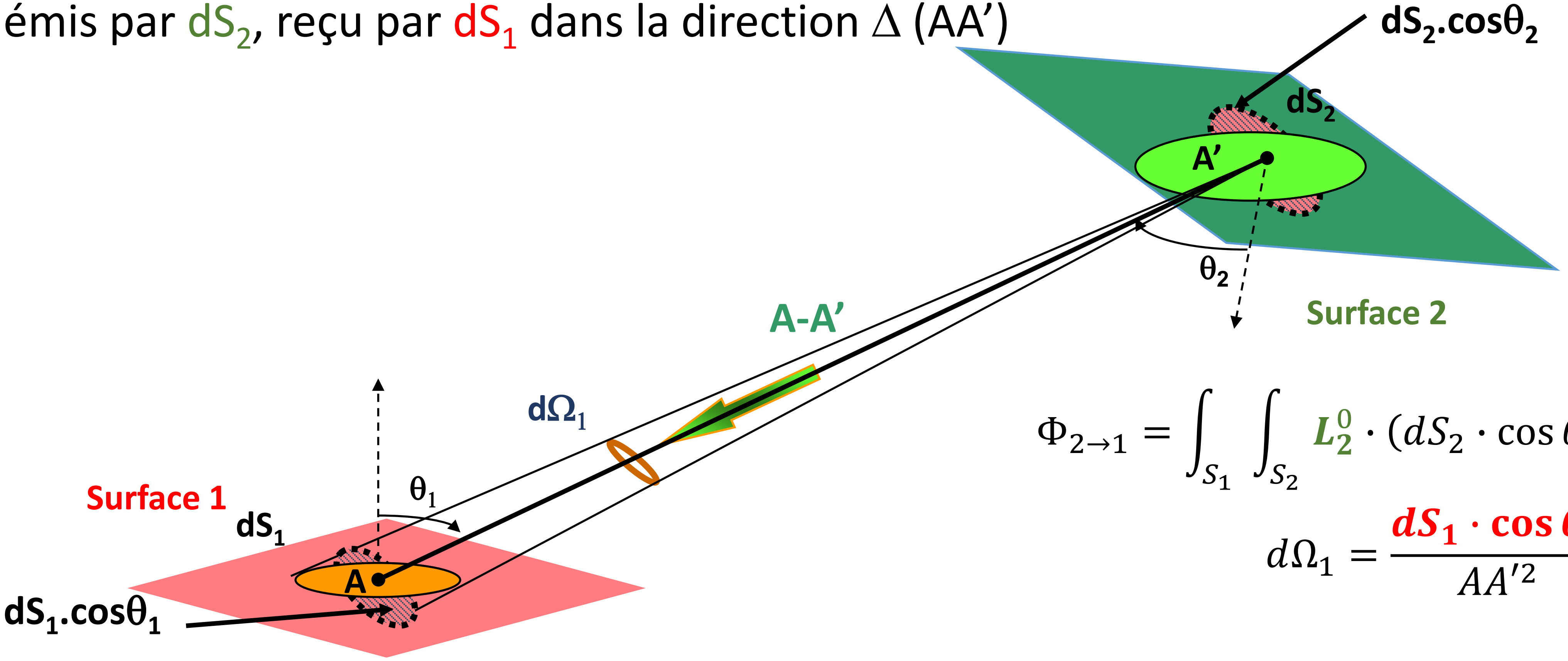
Flux émis par dS_1, reçu par dS_2 dans la direction Δ (AA')

$$\Phi_{1\to 2} = \int_{S_1}\int_{S_2} \boldsymbol{L_1^0} \cdot (dS_1 \cdot \cos\theta_1) \cdot d\Omega_2 \ en\ W$$

$$d\Omega_2 = \frac{\boldsymbol{dS_2 \cdot \cos\theta_2}}{AA'^2}$$



Flux émis par dS_2, reçu par dS_1 dans la direction Δ (AA')



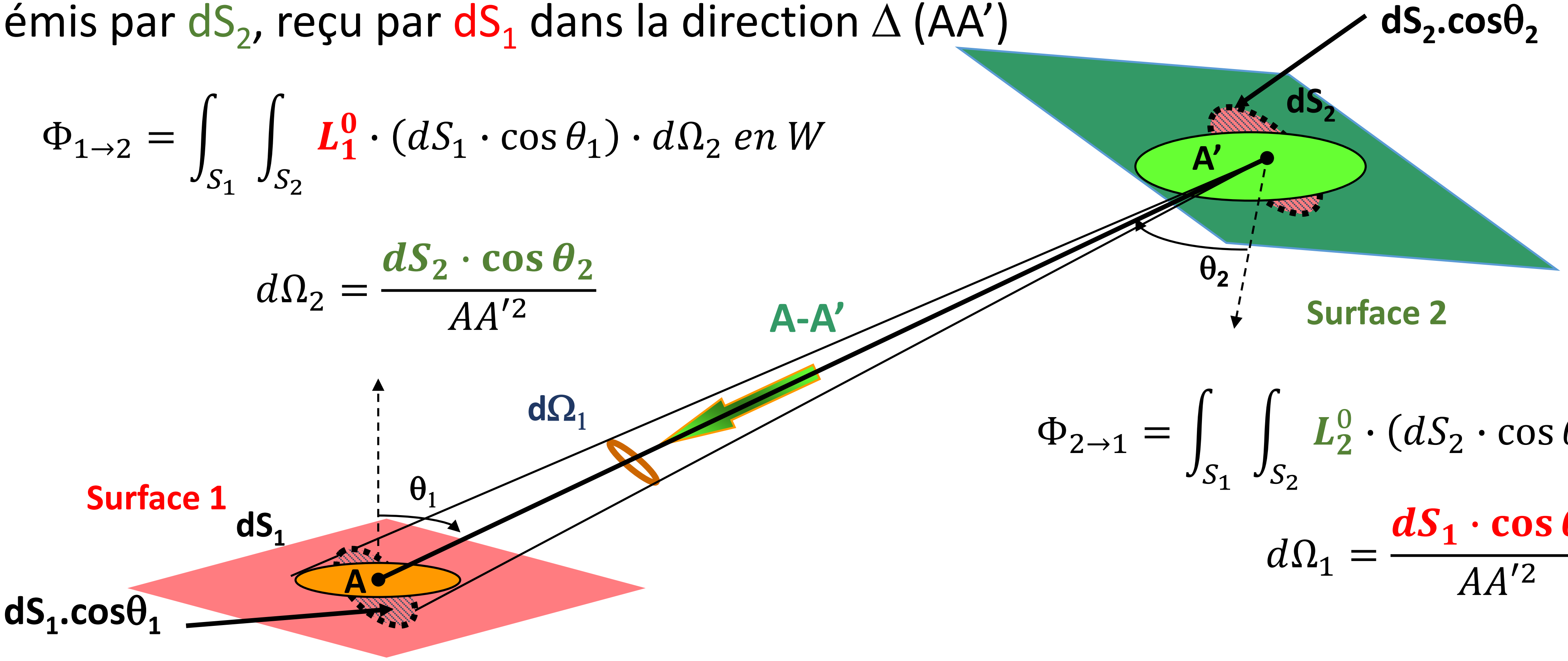
$$\Phi_{2\to1} = \int_{S_1}\int_{S_2} \boldsymbol{L_2^0} \cdot (dS_2 \cdot \cos\theta_2) \cdot d\Omega_1 \ en\ W$$

$$d\Omega_1 = \frac{\boldsymbol{dS_1 \cdot \cos\theta_1}}{AA'^2}$$

Flux émis par dS_2, reçu par dS_1 dans la direction Δ (AA')

$$\Phi_{1\to 2} = \int_{S_1}\int_{S_2} \boldsymbol{L_1^0} \cdot (dS_1 \cdot \cos\theta_1) \cdot d\Omega_2 \; en\ W$$

$$d\Omega_2 = \frac{\boldsymbol{dS_2 \cdot \cos\theta_2}}{AA'^2}$$



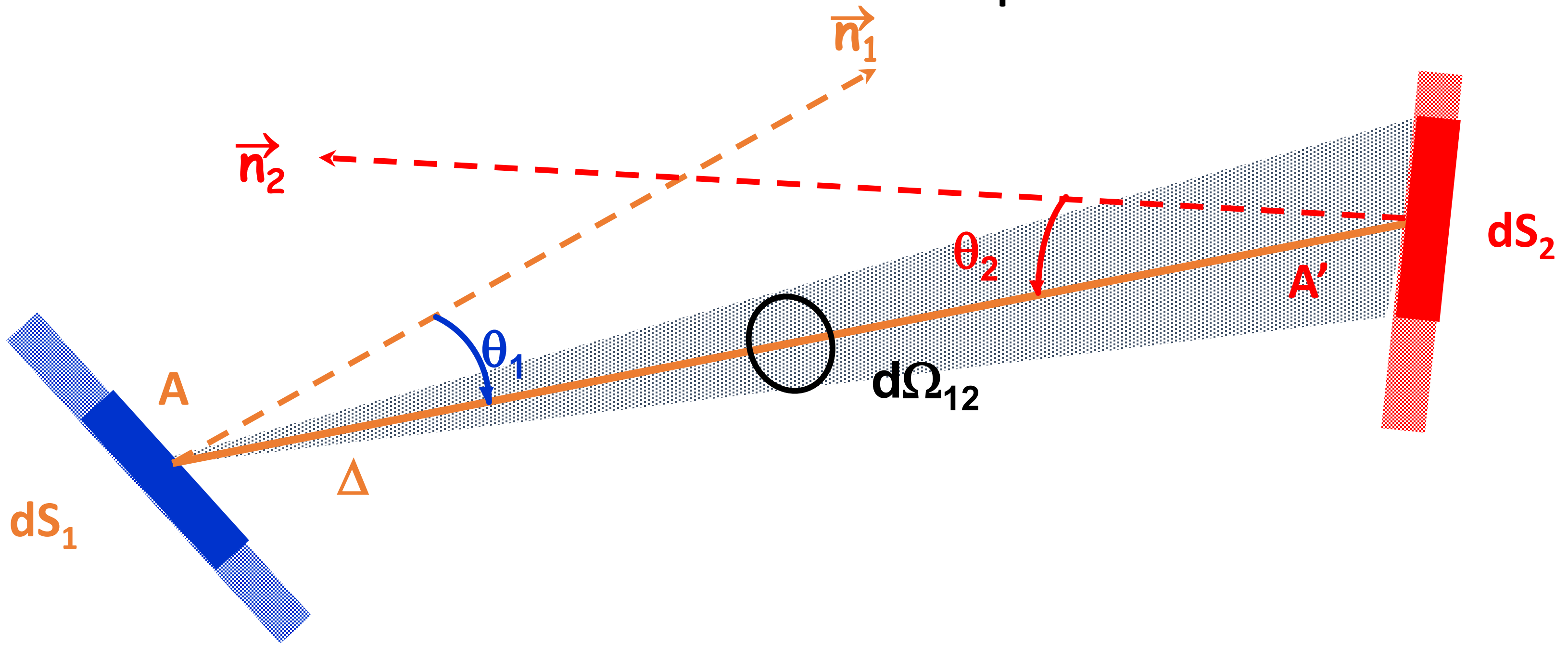
$$\Phi_{2\to 1} = \int_{S_1}\int_{S_2} L_2^0 \cdot (dS_2 \cdot \cos\theta_2) \cdot d\Omega_1 \; en\ W$$

$$d\Omega_1 = \frac{\boldsymbol{dS_1 \cdot \cos\theta_1}}{AA'^2}$$

Flux net échangé entre deux surfaces noires

$$\Phi_{1\leftrightarrow 2} = |\Phi_{1\to 2} - \Phi_{2\to 1}| = (\boldsymbol{L_1^0} - L_2^0)\int_{S_1}\int_{S_2} \cdot \frac{dS_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cdot \cos\theta_2}{AA'^2} \; en\ W$$

Facteurs de forme entre surface uniformes isotropes



Fraction du rayonnement Φ_1 émis par S_1 qui atteint S_2 :

$$F_{12} = \frac{F_{1\to2} \text{ (de } S_1 \text{ vers } S_2)}{F_1 \text{ (tout le demi espace)}} = \frac{\Phi_{1\to2}}{M_1^0 \cdot S_1}$$

$$F_{12} = \frac{1}{\pi S_1} \int_{S_1}\int_{S_2} \frac{\cos\theta_1 . \cos\theta_2}{|AA'|^2} dS_1 dS_2$$

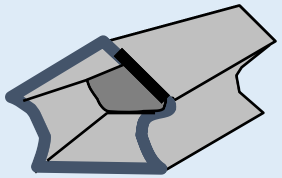
RAYONNEMENT MUTUEL ENTRE SURFACES OPAQUES

Facteurs de forme entre surface uniformes isotropes

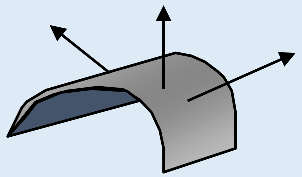
$$F_{ij} = \frac{1}{\pi \cdot S_i} \cdot \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{dS_i \cdot dS_j \cdot \cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{d_{ij}^2}$$

RECIPROCITE : $S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$

CONSERVATION : dans une enceinte fermée



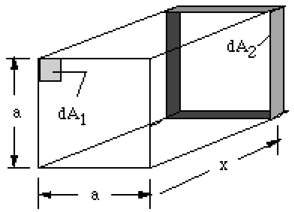
$\forall i \ \sum F_{ij} = 1$



SURFACE CONVEXE : $F_{ii} = 0$

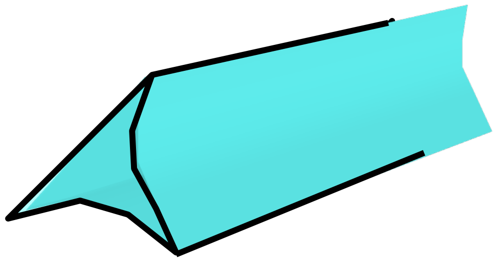
Détermination pratique des facteurs de forme

FORMULES & ABAQUES
(Siegel et Howell)

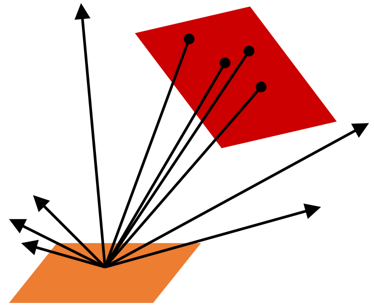


$$dF_{d1-d2} = \frac{X}{\pi\left(1+X^2\right)^{3/2}} \left\{ \frac{\left(1+X^2\right)^{1/2}}{2+X^2} + \tan^{-1}\left[\frac{1}{\left(1+X^2\right)^{1/2}} \right] \right\} dX$$

Méthode d'Hottel



INTEGRATION NUMERIQUE
Méthode de Monte Carlo



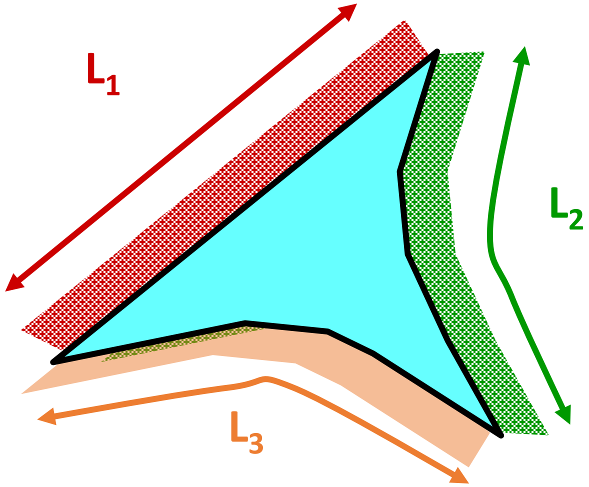
Cas de géométries avec une dimension transverse infinie

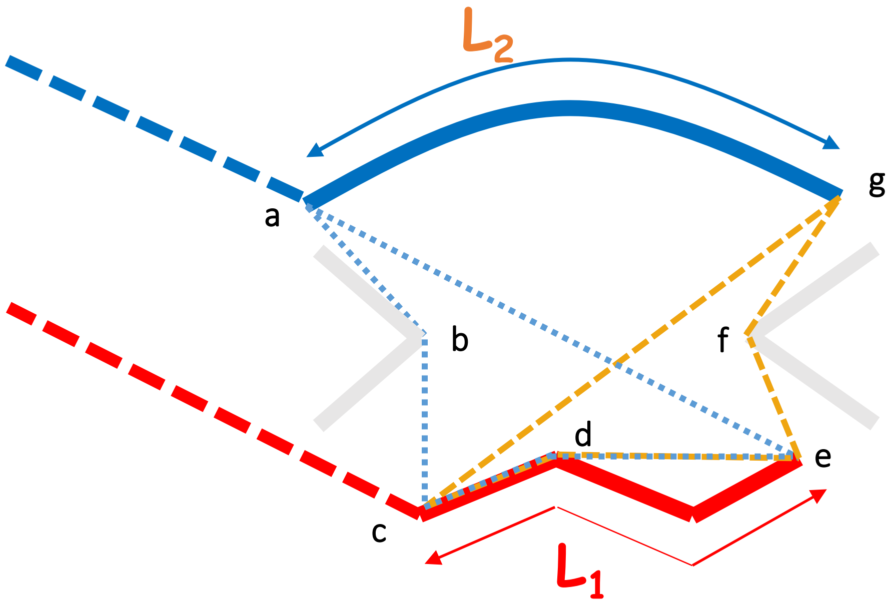
Applicable dans le cas d'un problème à deux dimensions, c'est-à-dire, quand l'une des dimensions est très grande devant les deux autres.

METHODE DES CORDES CROISEES
Méthode d'Hottel

Prisme à base triangulaire
Surfaces convexes

$F_{ii} = 0$
3 relations de réciprocité
3 relations de conservation





$$F_{ij} = \frac{L_i + L_j - L_k}{2 \cdot L_i}$$

$$F_{12} = \frac{L_{ae} + L_{cg} - L_{abc} - L_{efg}}{2 \cdot L_1}$$

$$F_{12} = \frac{\sum L_{cordes\ croisées} - \sum L_{cordes\ non\ croisées}}{2 \cdot L_1}$$

Flux net échangé entre deux surfaces noires

$$\Phi_{1\leftrightarrow 2} = |\Phi_{1\to 2} - \Phi_{2\to 1}| = \left(\boldsymbol{L_1^0} - \boldsymbol{L_2^0}\right) \int_{S_1} \int_{S_2} \cdot \frac{dS_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cdot \cos\theta_2}{AA'^2} \, en \, W$$

Pour un corps isotrope (cas du corps noir) $\quad M^0 = L^0 \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\psi = \pi \cdot L^0$

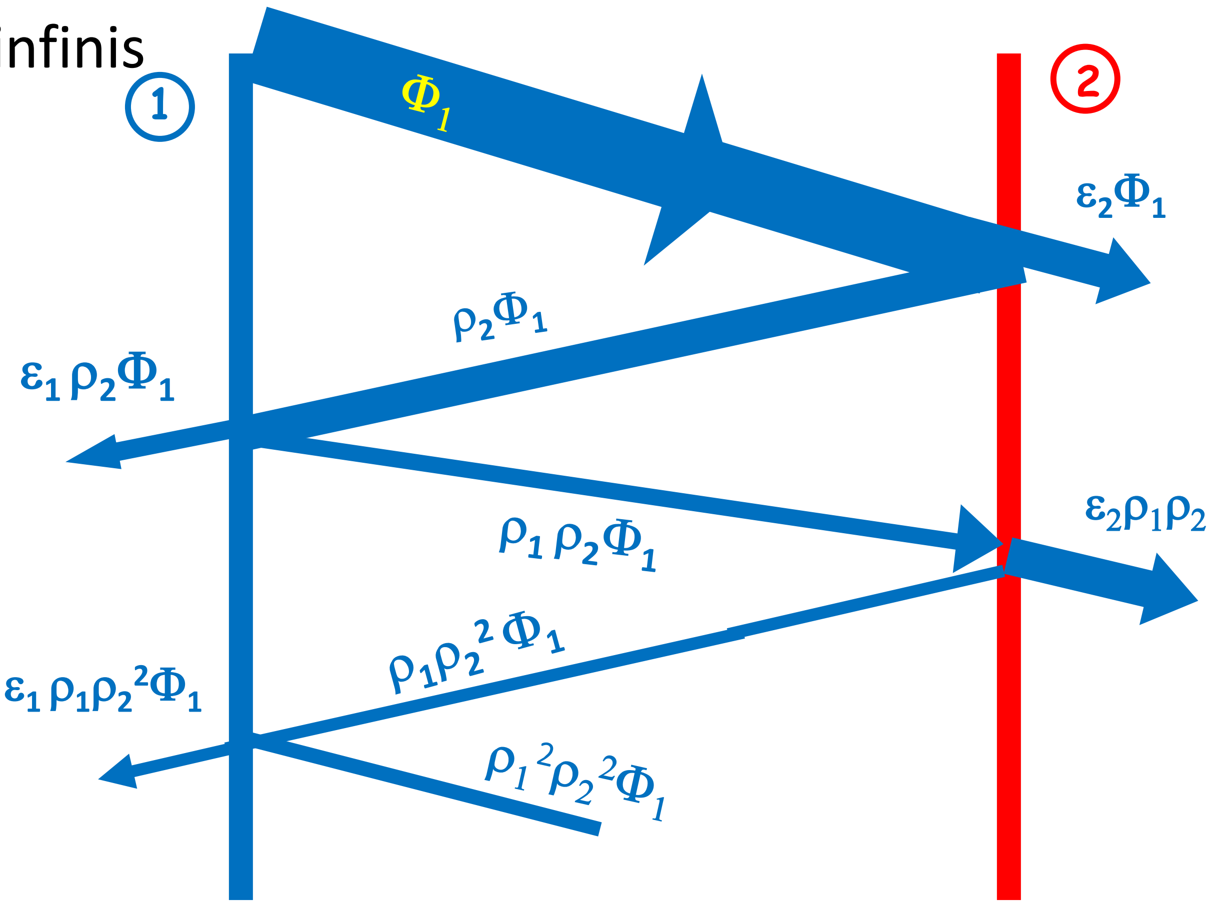
$$\Phi_{1\leftrightarrow 2} = |\Phi_{1\to 2} - \Phi_{2\to 1}| = \left(\boldsymbol{M_1^0} - \boldsymbol{M_2^0}\right) \cdot S_1 \frac{1}{\pi \cdot S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \cdot \frac{dS_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot dS_2 \cdot \cos\theta_2}{AA'^2} \, en \, W$$

D’où

$$\boxed{\Phi_{1\leftrightarrow 2} = \left(\boldsymbol{M_1^0} - \boldsymbol{M_2^0}\right) \cdot S_1 \cdot F_{12}}$$

Exemple de plans parallèles infinis

Multiples réflexions



S_1 perd Φ_1

et S_1 absorbe

$\varepsilon_1\ (1-\varepsilon_2)\ \Phi_1\ (1+\rho_1\rho_2+\ldots+\rho_1{}^n\rho_2{}^n)$

S_2 absorbe

$\varepsilon_2\ \Phi_1\ (1+\rho_1\rho_2+\ldots+\rho_1{}^n\rho_2{}^n)$

RAYONNEMENT MUTUEL ENTRE SURFACES **GRISES** OPAQUES

Exemple de plans parallèles infinis

1

$\Phi_1 = \varepsilon_1 \sigma S_1 T_1^4$

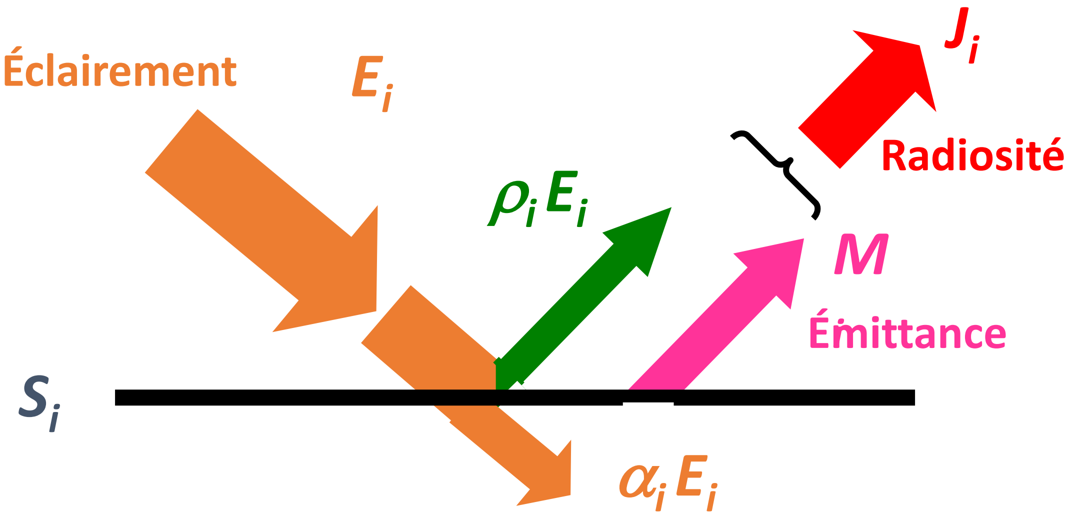
2

$\Phi_2 = \varepsilon_2 \sigma S_2 T_2^4$

S_1 perd	Φ_1	S_2 perd	Φ_2
et S_1 absorbe	$\dfrac{\boldsymbol{\varepsilon_1(1-\varepsilon_2)\cdot\Phi_1}}{\boldsymbol{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}}$	et S_2 absorbe	$\dfrac{\boldsymbol{\varepsilon_2(1-\varepsilon_1)\cdot\Phi_2}}{\boldsymbol{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}}$
S_1 absorbe	$\dfrac{\boldsymbol{\varepsilon_1\Phi_2}}{\boldsymbol{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}}$	S_2 absorbe	$\dfrac{\boldsymbol{\varepsilon_2\cdot\Phi_1}}{\boldsymbol{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}}$

$$\Phi_{1\leftrightarrow 2} = \frac{\varepsilon_2\cdot\Phi_1 - \varepsilon_1\Phi_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} = r\cdot\sigma\cdot S\cdot(T_1^4 - T_2^4) \qquad avec\ r = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

Méthode des radiosités



Radiosité (W/m²) : tient compte implicitement des multi réflexions

$$J_i = \varepsilon_i \cdot M_i^0 + \rho_i \cdot E_i = \varepsilon_i \cdot M_i^0 + (1 - \varepsilon_i) \cdot E_i$$

Densité de flux net perdu (W/m²)

$$\varphi_{net}^i = M_i - \alpha_i E_i$$

RAYONNEMENT MUTUEL ENTRE SURFACES **GRISES** OPAQUES

Méthode des radiosités

Soit une enceinte fermée de n surfaces grises isotropes

$$S_i \cdot E_i = \sum_{j=1}^{n} S_j F_{ji} J_j = \sum_{j=1}^{n} S_i F_{ij} J_j = S_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j$$

$$\boxed{E_i = \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j}$$

$$J_i = \varepsilon_i \cdot M_i^0 + \rho_i \cdot E_i = \varepsilon_i \cdot M_i^0 + (1-\varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} F_{ij} \cdot J_j$$

$$J_i - (1-\varepsilon_i) \sum_{j=1}^{n} F_{ij} \cdot J_j = \varepsilon_i \cdot M_i^0 = \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot T_i^4$$

Système linéaire des J_i en fonction de ce qu'on connait :

- températures

$$\sum_{j=1}^{n} [\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i) F_{ij}] J_j = \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot T_i^4$$

- flux nets

$$\varphi_{net}^i = J_i - \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j = \sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - F_{ij}) J_j$$

Ou par une résolution matricielle

$$E_i = M_i^0 - \frac{\varphi_{net}^i}{\varepsilon_i} \qquad E_i = \sum_{j=1}^{n} F_{ij} J_j \qquad J_j = \varepsilon_j \cdot M_j^0 + (1-\varepsilon_j) E_j$$

$$M_i^0 - \frac{\varphi_{net}^i}{\varepsilon_i} = \sum_{j=1}^{n} F_{ij} \cdot \left[\varepsilon_j M_j^0 + (1-\varepsilon_j).(M_j^0 - \frac{\varphi_{net}^j}{\varepsilon_j}) \right]$$

$$M_i^0 - \sum_{j=1}^{n} F_{ij} M_j^0 = \frac{\varphi_{net}^i}{\varepsilon_i} - \sum_{j=1}^{n} F_{ij}.(1-\varepsilon_j) \frac{\varphi_{net}^j}{\varepsilon_j}$$

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - F_{ij}) \cdot \sigma \cdot T_j^4 = \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{\delta_{ij} - F_{ij}.(1-\varepsilon_j)}{\varepsilon_j} \right] \cdot \varphi_{net}^j}$$

$$A \cdot \sigma \cdot T^4 = B \cdot \varphi_{net}$$

$$T^4 = \begin{bmatrix} T_1^4 \\ T_2^4 \\ \vdots \\ T_n^4 \end{bmatrix} \qquad \varphi_{net} = \begin{bmatrix} \varphi_{net}^1 \\ \varphi_{net}^2 \\ \vdots \\ \varphi_{net}^n \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1-F_{11} & -F_{12} & \cdots & -F_{1n} \\ -F_{21} & 1-F_{22} & & -F_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ -F_{n1} & & & 1-F_{nn} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1-F_{11}.(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1} & -\frac{F_{12}.(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2} & \cdots & -\frac{F_{1n}.(1-\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \\ -\frac{F_{21}.(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1} & \frac{1-F_{22}.(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_2} & & -\frac{F_{2n}.(1-\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ -\frac{F_{n1}.(1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1} & & & \frac{1-F_{nn}.(1-\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \end{bmatrix}$$

Analogie électrique

Puissance radiative nette

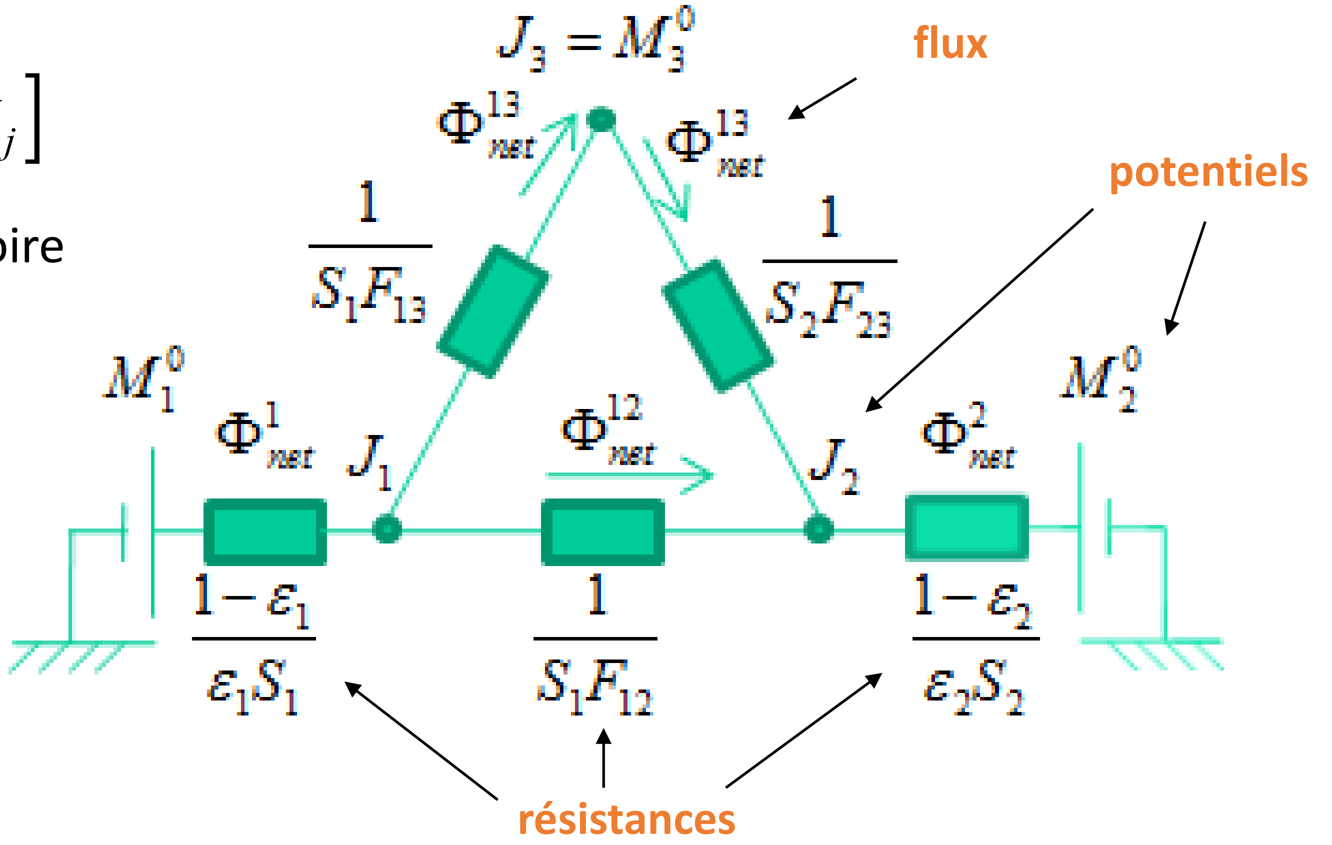
- Surface S_i

$$\Phi^{i}_{net}=\frac{\varepsilon_i\, S_i}{1-\varepsilon_i}\cdot\left[M_i^0-J_i\right]$$

- Entre surfaces S_i et S_j

$$\Phi^{i-j}_{net}=S_i F_{ij}\cdot\left[J_i-J_j\right]$$

- Cas de deux surfaces grises et une surface noire

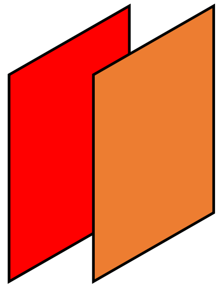


RAYONNEMENT MUTUEL ENTRE SURFACES **GRISES** OPAQUES

Le flux net échangé entre deux surfaces grises isotropes s'écrit

$$\Phi_{net}^{12} = \left(M_1^0 - M_2^0\right)\cdot\left[\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1 \cdot F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}\right]^{-1}$$

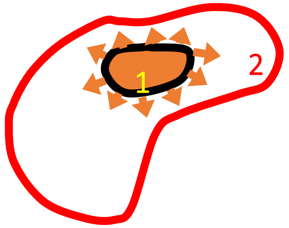
Dans des cas simples



Plans parallèles infinis

$S_1 = S_2$ $F_{12} = 1$

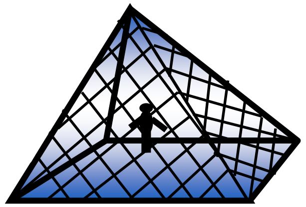
$$\Phi_{net}^{12} = S_1 \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)\cdot\left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right]^{-1}$$



Surface extérieure noire

S_1 convexe

$$\Phi_{\mathrm{net}}^{12} = \mathrm{S}_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot \left(\mathrm{T}_1^4 - \mathrm{T}_2^4\right)$$



Grande enceinte

$S_1 << S_2$ et S1 convexe

$$\Phi_{net}^{12} \cong S_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

Linéarisation de $\Phi_{net}^{12} = S_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)$

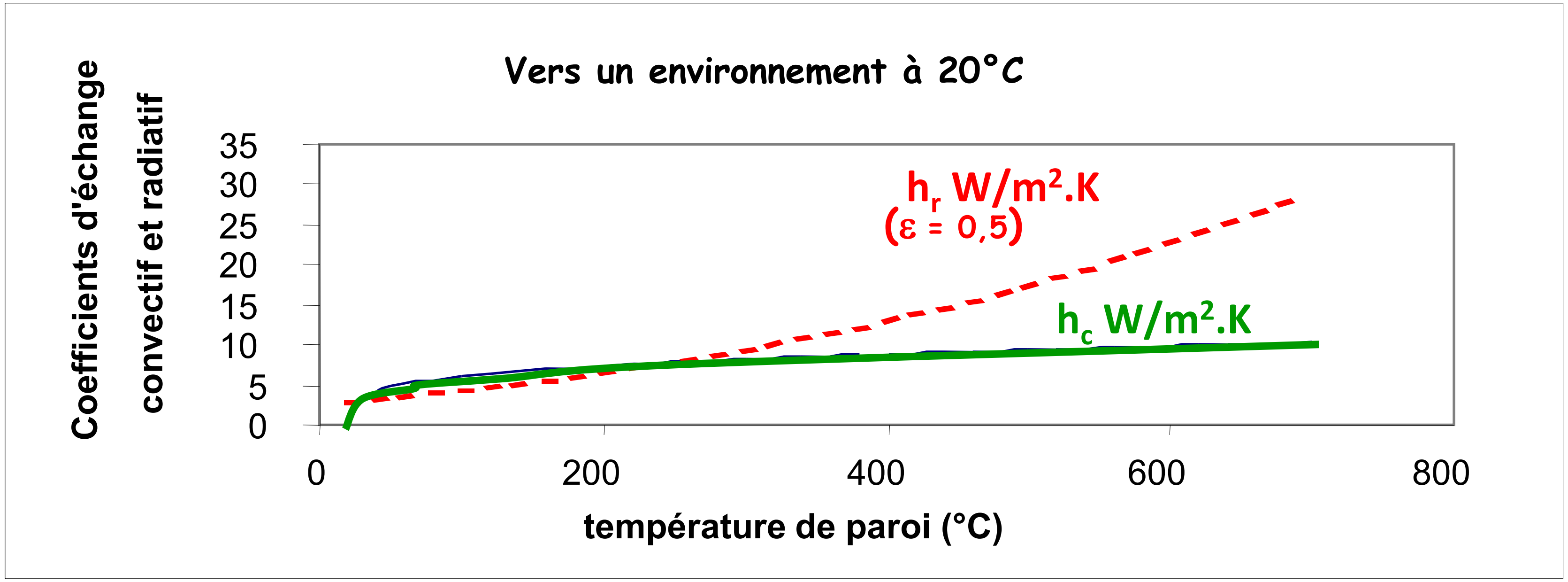
quand les 2 températures T_1 et T_2 sont proches

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\left|T_1^4 - T_2^4\right| \# 4 \cdot T_0^3 \left|T_1 - T_2\right|$$

Coefficient d'échange radiatif et convectif

À haute température, les échanges radiatifs sont prépondérants



$h_r = 4\ \varepsilon\ \sigma\ T_0^3$

comparé à

h_c en convection naturelle