

Introduction au Génie Énergétique

Cours 1 - Équations de bilans et exergie

Étienne Décossin

V1.5.1 - 10 février 2023



Équipe pédagogique : Pascal Stabat (Mines/CES, pascal.stabat@minesparis.psl.eu) Antoine Fabre, Egoï Ortego, Nathan Guilbaud (Mines/CES), Paolo Stringari, Marco Campestrini (Mines/CTP), Étienne Décossin, Thomas Perrotin, Didier Banner (EDF)

- 1 Introduction
- 2 Équations de conservation
- 3 Introduction à l'analyse exergétique
- 4 Annexes

1 Introduction

- Objectifs de l'enseignement
- Exemples d'application
- Organisation de l'enseignement

2 Équations de conservation

3 Introduction à l'analyse exergétique

4 Annexes

Introduction

Objectifs de l'enseignement

Disposer des éléments de base permettant de **concevoir**, d'**analyser** et d'**optimiser** les performances des principaux **systèmes énergétiques industriels**.

• Équations macroscopiques de bilan

- Matière : « conservation de la masse »
- Quantité de mouvement : théorème d'Euler, théorème d'Euler-Rateau
- Énergie : 1^{er} principe de la thermodynamique, théorème de Bernoulli
- Dégradation de l'énergie : second principe, bilan exergétique

• Comportement thermo-physique de fluides réels

- Diagrammes thermodynamiques ...

• Relations phénoménologiques traduisant les principales sources d'irréversibilité

- Transferts de chaleur : loi de Fourier, convection, rayonnement ...
- Frottement fluide : pertes de charge ...

Introduction

Exemples d'application

Centrale nucléaire



- Comment concevoir un cycle de production d'énergie respectant les exigences de sûreté ?
- Comment dimensionner les composants du circuit de refroidissement ?
- Quel est le comportement thermique du combustible ?

Terminal méthanier



- Comment regazéifier le GNL de manière la plus économique possible ?
- Comment définir l'isolation thermique des réservoirs et canalisations ?
- Comment maîtriser l'évaporation naturelle du GNL ?

Introduction

Exemples d'application

Bâtiment



- Comment dimensionner un système de climatisation ?
- Comment minimiser la consommation énergétique du bâtiment ?
- Comment garantir le confort thermique ?

Turbo-réacteur



- Comment déterminer la poussée du réacteur ?
- Comment limiter la consommation de carburant et les émissions de CO₂ ?
- Comment assurer la tenue des matériaux à la température ?

Introduction

Organisation de l'enseignement

Cours

- ① Équations de bilan / Analyse exergétique
- ② Fluides réels / lois phénoménologiques
- ③ Conduction
- ④ Convection / échangeurs
- ⑤ Rayonnement

→ Évaluation

- Examen écrit en fin de session
- Projet en binôme

Petites classes

- ① Climatiseur
- ② Batterie à eau glacée
- ③ Turbo-réacteur
- ④ Centrale Nucléaire
- ⑤ Équilibre thermique d'un satellite
- ⑥ Four industriel
- ⑦ Terminal méthanier

Sommaire

1 Introduction

2 Équations de conservation

- Généralités
- Conservation de la matière
- Conservation de la quantité de mouvement
- Théorème de Bernoulli généralisé
- Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation
- Conservation de l'énergie
- Bilan d'entropie
- Application aux installations industrielles

3 Introduction à l'analyse exergétique

4 Annexes

Équations de conservation

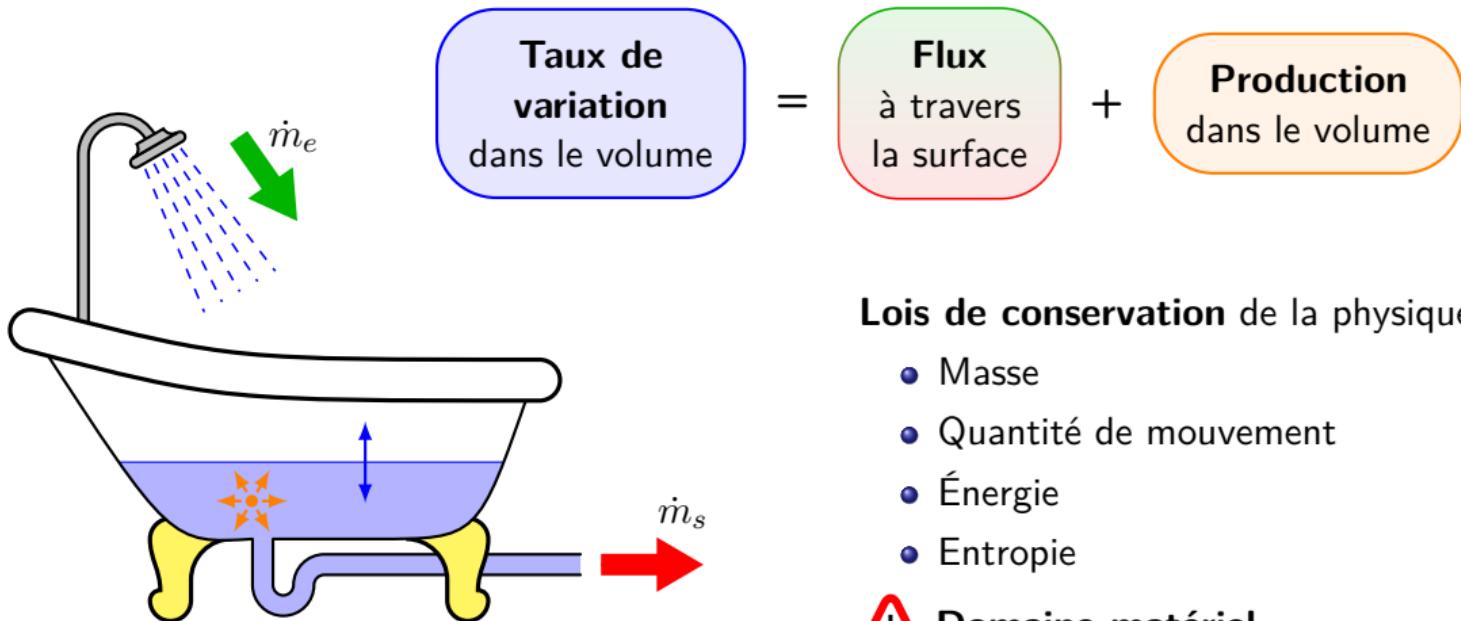
Généralités

Système physique : ensemble de corps matériels défini soit par les masses qui le composent, soit par le domaine d'espace qu'il occupe (*le volume de contrôle*).

- Le système est **fermé** s'il n'échange pas de matière avec l'extérieur : aucun transfert de masse à travers sa frontière → *domaine matériel*
- Le système est **ouvert** dans le cas contraire.

Équations de conservation

Généralités



Équations de conservation

Généralités

Grandeur additive A attachée à la matière

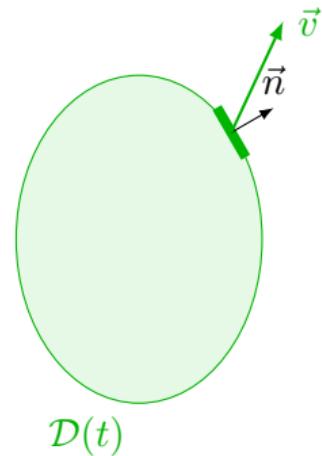
- masse, quantité de mouvement, énergie interne, entropie ...
- a est une fonction de l'espace et du temps
- $\mathcal{D}(t)$ est un volume de contrôle quelconque

$$A = \int_{\mathcal{D}(t)} \rho a \, dV$$

Domaine fixe :

- S_A taux de production de A à l'intérieur de \mathcal{D} .
- \vec{n} normale orientée vers l'extérieur du domaine.

$$\frac{\partial A}{\partial t} = S_A - \int_{\partial\mathcal{D}} \rho a \vec{v} \cdot \vec{n} \, dS$$



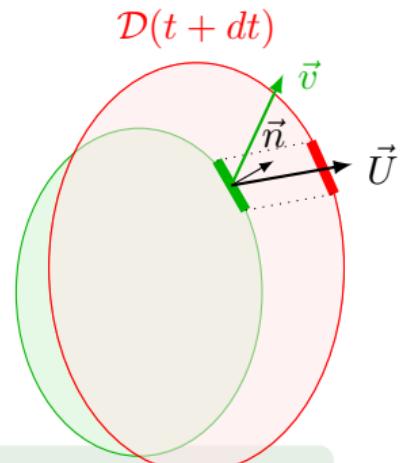
Équations de conservation

Généralités

Domaine mobile :

- surface animée d'une vitesse \vec{U}
- la vitesse de variation de A vaut (*démonstration intuitive*) :

$$\frac{\delta A}{\delta t} = \frac{\partial A}{\partial t} + \int_{\partial \mathcal{D}(t)} \rho a \vec{U} \cdot \vec{n} dS = S_A - \int_{\partial \mathcal{D}(t)} \rho a (\vec{v} - \vec{U}) \cdot \vec{n} dS$$



Domaine matériel : suivi du mouvement du fluide : $\vec{U} = \vec{v}$

$$\frac{dA}{dt} = S_A = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{D}_m(t)} \rho a dV + \int_{\partial \mathcal{D}_m(t)} \rho a \vec{v} \cdot \vec{n} dS$$

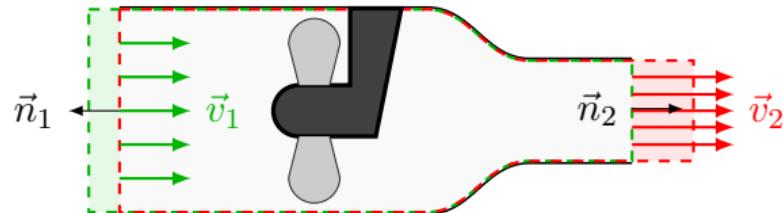
→ Formule permettant d'établir les bilans sur les systèmes fluides

Équations de conservation

Généralités

Un volume de contrôle usuel :

- système ouvert par convection
- nombre discret d'entrées et de sorties
- approximation 1D en entrée et en sortie



En introduisant le débit-masse $\dot{m}_i = \rho_i S_i v_i$, on a $\int_{\partial D} \rho a \vec{v} \cdot \vec{n} dS = - \sum_{e-s} \dot{m}_i a_i$
où a_i est la grandeur a estimée dans la section S_i .

$$\frac{dA}{dt} = S_A = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{D}} \rho a dV - \sum_{e-s} \dot{m}_i a_i$$

→ **Formule usuelle des bilans**

Équations de conservation

Généralités - formulation des bilans

Termes sources associés aux bilans :

a	A	Grandeur	S _A
1	M	Masse	0
\vec{v}	\vec{P}	Quantité de mouvement	$\sum \vec{F}_{\text{ext}}$
$O\vec{M} \wedge \vec{v}$	\vec{L}_O	Moment cinétique	$\sum \vec{M}_{O,\text{ext}}$
$v^2/2$	E_c	Énergie cinétique	$\dot{W}_{\text{ext}} + \dot{W}_{\text{int}}$
u	U	Énergie interne	$\dot{W}_{\text{ext}} + \dot{Q}$
s	S	Entropie	$\dot{\sigma} + \sum \dot{Q}_i/T_i$

→ Équations macroscopiques de la thermo-mécanique des fluides

Équations de conservation

Conservation de la matière

Dans un domaine matériel où il n'y a pas de création de masse ($S_M = 0$) :

$$\frac{dM}{dt} = 0 = \frac{\partial M}{\partial t} - \sum_{e-s} \dot{m}_i$$

$$M = \int_{\mathcal{D}} \rho dV \quad \text{Masse du système} \quad [\text{kg}]$$
$$\dot{m}_i \quad \text{Débit-masse dans la section considérée} \quad [\text{kg/s}]$$

Cas particuliers du **régime permanent** ou du **fluide incompressible**

$$\sum_{e-s} \dot{m}_i = 0$$

Équations de conservation

Conservation de la quantité de mouvement

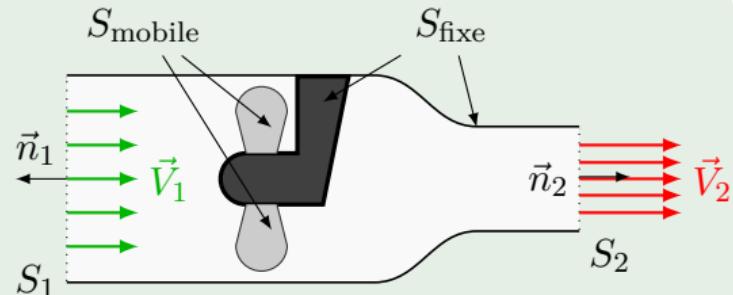
Principe fondamental de la dynamique :

Le taux de variation de la **quantité de mouvement** d'un volume matériel est égal à la **résultante des efforts extérieurs** agissant sur le volume matériel et sa frontière.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{D}_m} \rho \vec{v} dV = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

Cas pratique : le **théorème d'Euler**

- régime permanent
- approximation 1D entrée/sortie
- forces de pesanteur



$$\sum_i [\rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) + p \vec{n}]_i S_i = \vec{F}_{\text{fixe}} + \vec{F}_{\text{mobile}} + M \vec{g}$$

► Démonstration

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé

Théorème de l'énergie cinétique :

Le taux de variation de l'énergie cinétique d'un domaine matériel est égal à chaque instant à la puissance de toutes les forces appliquées, aussi bien intérieures qu'extérieures.

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{D}_m} \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dV = \dot{W}_i + \dot{W}_e$$

Cas pratique : le théorème de Bernoulli généralisé

- régime permanent
- fluide incompressible
- approximation 1D entrée/sortie

$$\pi_e - \pi_s = \left[p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 \right]_{e-s} = \Delta E_e^s - \Delta W_e^s$$

► Démonstration

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation

$$\pi_e - \pi_s = \left[p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 \right]_{e-s} = \Delta E_e^s - \Delta W_e^s$$

$$\pi = p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 \quad \textbf{Charge (définition)}$$

ΔE_e^s **Pertes de charge** dans le domaine fluide
(p.ex. réseau de tuyauteries, etc.)

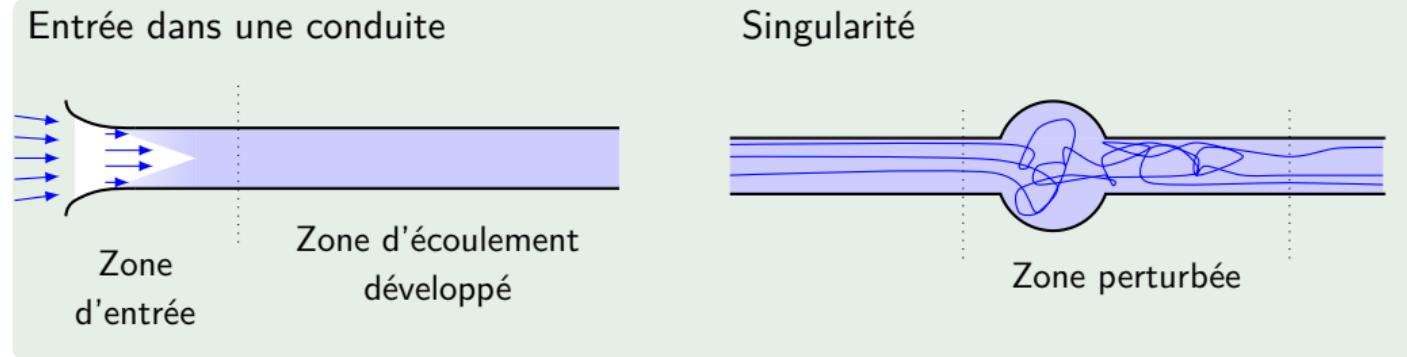
ΔW_e^s **Apports de charge par les surfaces mobiles**
(p.ex. roues, hélices, aubes de turbine, pistons, etc.)

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Évaluation des pertes de charge

Les **pertes de charge** sont la manifestation des frottements à la paroi et de la dissipation visqueuse (turbulence) dans le cœur de l'écoulement.

- L'**approche empirique** permet de déterminer macroscopiquement les pertes de charge dans les situations industrielles usuelles.
- Les lois empiriques doivent respecter les conditions d'uniformité entrée/sortie de l'écoulement.



Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Évaluation des pertes de charge

L'analyse dimensionnelle donne la forme à rechercher pour les pertes de charge.

Exemple d'une **conduite rugueuse** :

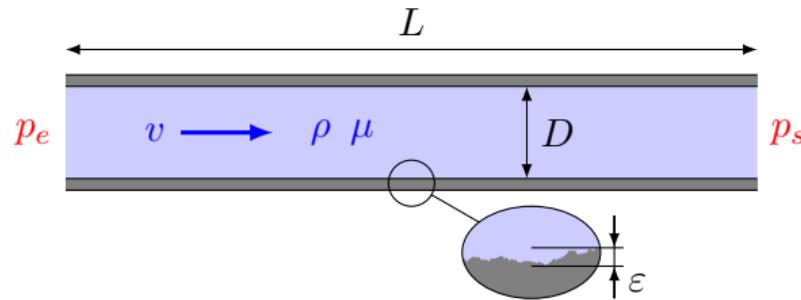
$$\Delta p = \mathbf{F}(L, D, \varepsilon, \rho, \mu, v)$$

Théorème de Vaschy-Buckingham

$$r = 3 \implies \pi = \mathbf{f}(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$$

$$\pi = \frac{\Delta p}{\rho v^2}, \pi_1 = \frac{\mu}{\rho v D}, \pi_2 = \frac{L}{D}, \pi_3 = \frac{\varepsilon}{D}$$

$$\Delta p \approx f \left(\text{Re}, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \frac{1}{2} \rho v^2$$



	Δp	ρ	v	D	μ	L	ε
[L]	-1	-3	1	1	-1	1	1
[M]	1	1	0	0	1	0	0
[T]	-2	0	-1	0	-1	0	0

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Évaluation des pertes de charge

Pertes linéiques

$$\Delta E_e^s = \lambda \frac{L}{D_h} \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$\lambda = f(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D_h}) \quad \text{Coefficient de perte de charge linéique}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho v D_h}{\mu} \quad \text{Nombre de Reynolds}$$

$$D_h = \frac{4S}{P} \quad \text{Diamètre hydraulique}$$

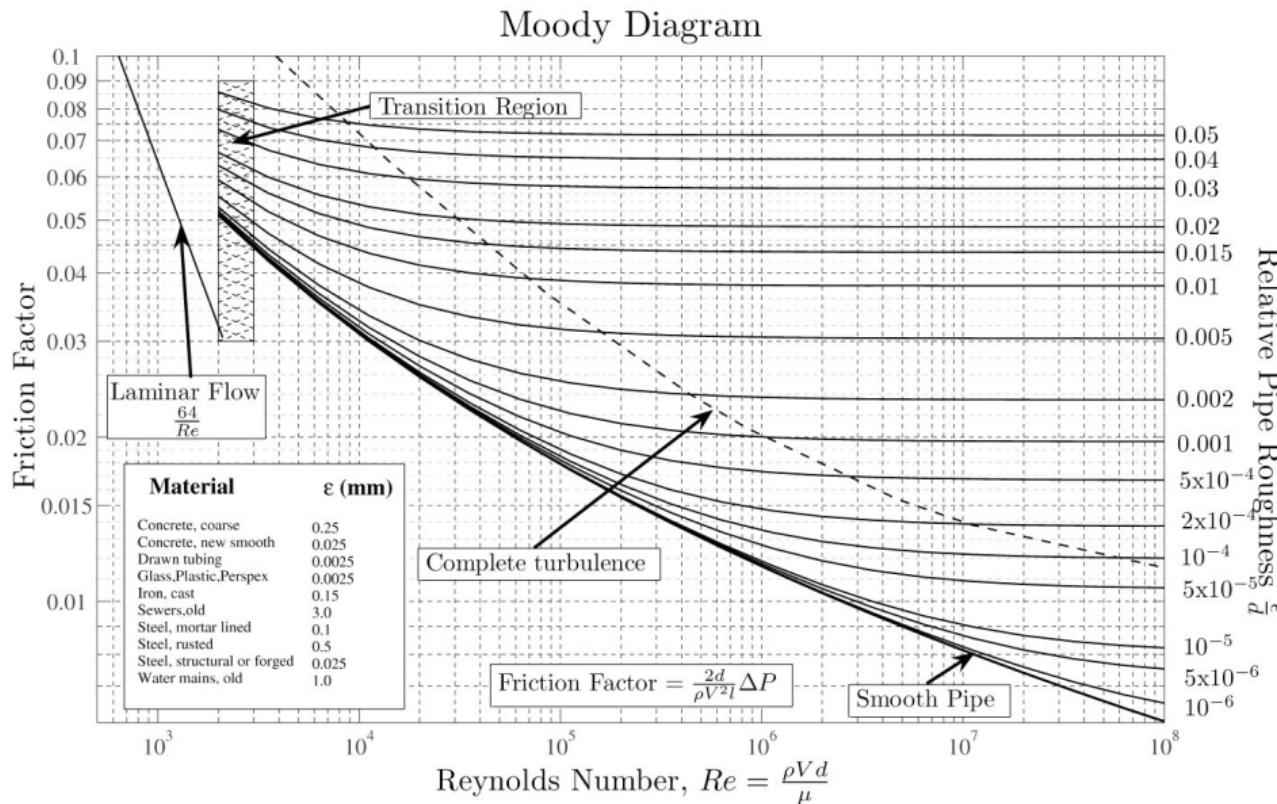
Écoulement laminaire : $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$ si $\text{Re} < 2000$

Tubes lisses : $\lambda = \begin{cases} 0,316 \text{Re}^{-0,25} & \text{si } 10000 < \text{Re} < 30000 \text{ (Blasius)} \\ 0,184 \text{Re}^{-0,2} & \text{si } 30000 < \text{Re} < 10^6 \text{ (Reynolds)} \end{cases}$

Tubes rugueux : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{2,51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71D} \right]$ si $\text{Re} > 3000$ (Colebrook)

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Conduites industrielles : diagramme de Moody



Équations de conservation

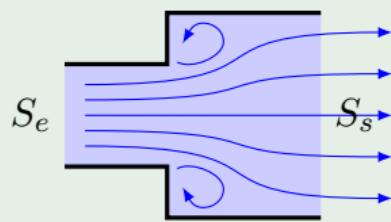
Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Évaluation des pertes de charge

Pertes singulières

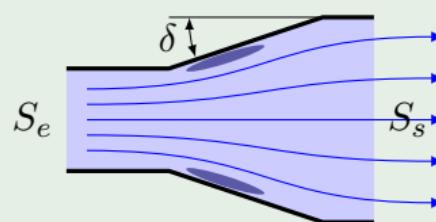
$$\Delta E_1^2 = \xi \frac{1}{2} \rho v^2$$

ξ Coefficient de perte de charge singulière

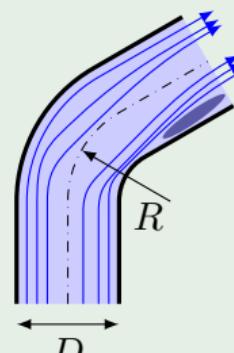
Élargissement brusque



Élargissement progressif



Coude



$$\xi = \left(1 - \frac{S_e}{S_s}\right)^2$$

$$\xi = f(\delta)$$

ξ minimal pour $\delta \simeq 7^\circ$

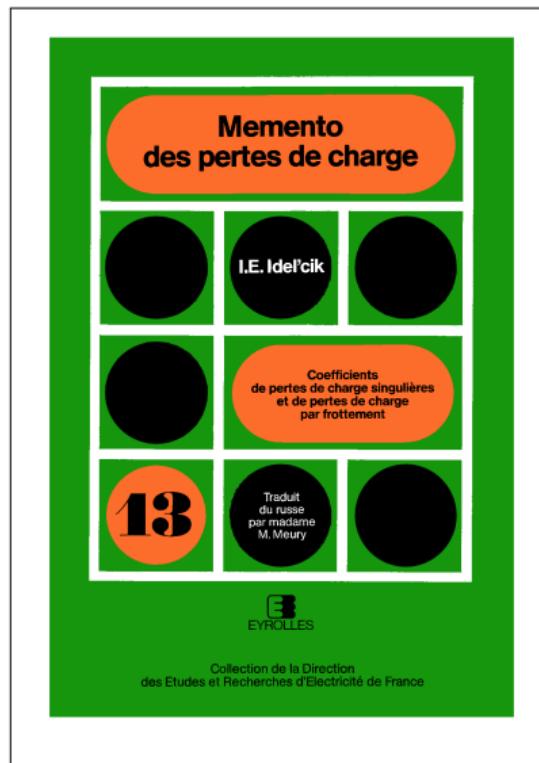
$\xi \simeq 0,15$
minimal pour un coude à 90°

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Évaluation des pertes de charge

Autres singularités :

- Orifices, diaphragmes
- Convergents
- Jonctions, dérivations
- Organes de robinetterie
- Faisceaux de tubes
- Grilles, plaques percées
- Déflecteurs, chicanes
- Filtres
- Milieux poreux
- ...

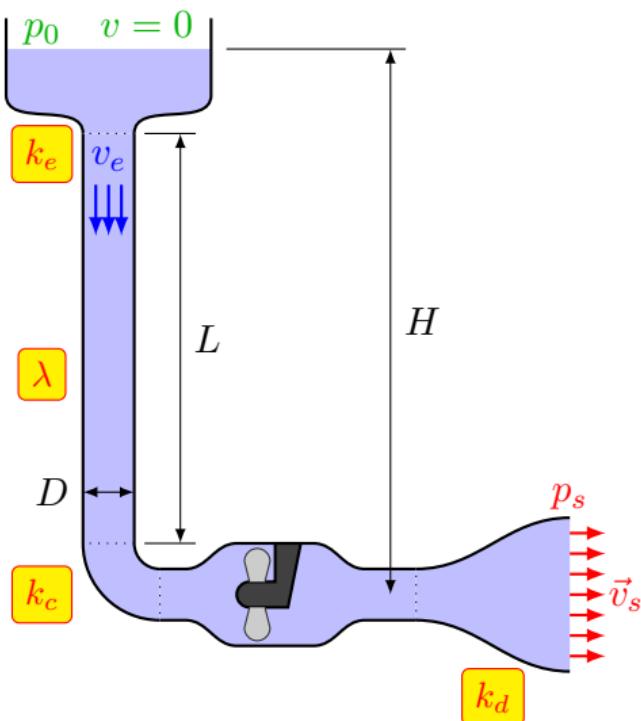


ou votre **logiciel de calcul**
préféré ...

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Exemple d'application

Machine hydraulique



Théorème de Bernoulli généralisé entre les sections d'entrée et de sortie :

$$(p_0 + \rho g H + 0) - (p_s + 0 + \frac{1}{2} \rho v_s^2) = \Delta E_e^s - \Delta W_e^s$$

Comme $p_0 = p_s$:

$$-\Delta W_e^s = \rho g H - \Delta E_e^s - \frac{1}{2} \rho v_s^2$$

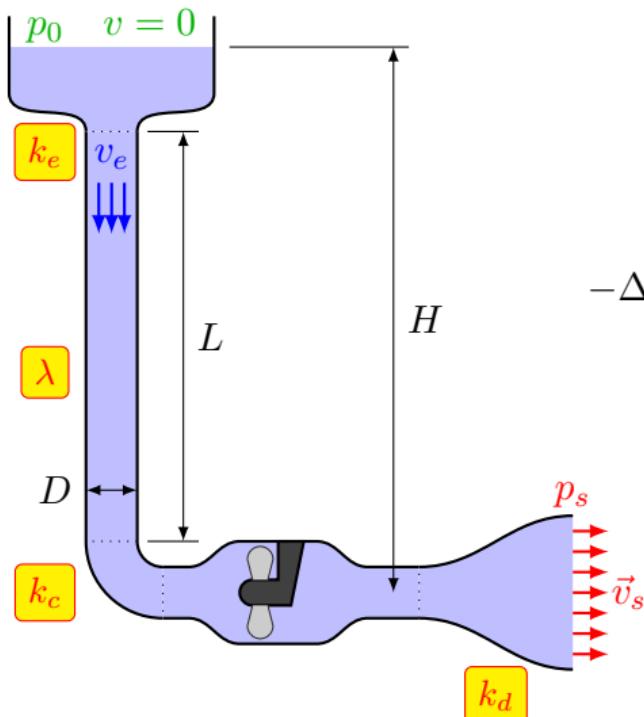
Les pertes de charge se décomposent :

$$\Delta E_e^s = \lambda \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho v_e^2 + (k_e + k_c + k_d) \frac{1}{2} \rho v_e^2$$

Équations de conservation

Théorème de Bernoulli généralisé - interprétation - Exemple d'application

Machine hydraulique



La conservation de la masse s'écrit :

$$\rho S v = \text{cste} = \rho q_v$$

En supposant toutes les conduites cylindriques :

$$\begin{aligned}-\Delta W_e^s &= \rho g H - \frac{8\rho q_v^2}{\pi^2} \left[\lambda \frac{L}{D^5} + (k_e + k_c + k_d) \frac{1}{D^4} + \frac{1}{D_s^4} \right] \\ &= \rho g H - \frac{8\rho q_v^2}{\pi^2 D^4} \left[\lambda \frac{L}{D} + (k_e + k_c + k_d) + \left(\frac{D}{D_s} \right)^4 \right]\end{aligned}$$

Puissance extraite par la turbine : $\dot{W}_t = -q_v \Delta W_e^s$

Rendement du système : $\eta = -\frac{\Delta W_e^s}{\rho g H}$

Équations de conservation

Conservation de l'énergie - énoncé

Pour un **système ouvert par convection**, le **premier principe de la thermodynamique** permet d'écrire la conservation de l'énergie interne totale U^* :

$$\frac{\partial}{\partial t} U^* = \sum_{e-s} \dot{m}(h + \frac{v^2}{2} + gz) + \dot{W}_u + \dot{Q}$$

→ Premier principe dit *industriel*

$$U^* \quad \text{Énergie interne totale} \quad U^* = \int_{\mathcal{D}} \rho(u + \frac{v^2}{2} + gz) \, dV \quad [\text{J}]$$

$$h \quad \text{Enthalpie massique} \quad h = u + \frac{p}{\rho} \quad [\text{J/kg}]$$

\dot{W}_u Puissance mécanique utile (puissance développée par l'extérieur sur les parois mobiles du système) [W]

\dot{Q} Puissance thermique venant de l'extérieur du système [W]

Équations de conservation

Conservation de l'énergie - démonstration

Démonstration : pour un domaine matériel (système fermé), le premier principe s'énonce :

$$\frac{d}{dt}(U + E_c + E_p) = \dot{W}_e + \dot{Q}$$

E_c Énergie cinétique [J]

E_p Énergie potentielle [J]

\dot{W}_e Puissance des forces extérieures non conservatives [W]

Sur un domaine géométrique \mathcal{D} , les variations des énergies interne, cinétique et potentielle font apparaître les termes convectifs :

$$\frac{d}{dt}(U + E_c + E_p) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{D}} (\rho u + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g z) dV - \sum_{e-s} \dot{m} (u + \frac{v^2}{2} + gz)$$

Équations de conservation

Conservation de l'énergie - démonstration

La puissance des efforts extérieurs non conservatifs se décompose en deux termes :

- le transvasement entrée/sortie
- les efforts sur les surfaces fixes et mobiles

$$\dot{W}_e = - \int_{\cup S_i} p \vec{n} \cdot \vec{v} dS + \int_{S_m \cup S_f} (\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v} dS = \sum_{e-s} q_v p + \int_{S_m \cup S_f} (\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v} dS$$

S'il n'y a pas de glissement sur les parois fixes, alors le second terme s'identifie aux efforts sur les surfaces mobiles : la puissance *utile*.

$$\dot{W}_e = \sum_{e-s} q_v p + \dot{W}_u$$

Équations de conservation

Conservation de l'énergie - démonstration

Le bilan s'écrit donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{D}} (\rho u + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g z) dV - \sum_{e-s} \dot{m} \left(u + \frac{v^2}{2} + g z \right) = \sum_{e-s} q_v p + \dot{W}_u + \dot{Q}$$

L'introduction de l'enthalpie massique $h = u + \frac{p}{\rho}$ et du débit-masse $\dot{m} = \rho q_v$ donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} U^* = \sum_{e-s} \dot{m} \left(h + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g z \right) + \dot{W}_u + \dot{Q} = \sum_{e-s} \dot{m} \left(h + \frac{v^2}{2} + g z \right) + \dot{W}_u + \dot{Q}$$

Cas d'un **système stationnaire** : $\frac{\partial U^*}{\partial t} = 0$

$$\sum_{e-s} \dot{m} \left(h + \frac{v^2}{2} + g z \right) + \dot{W}_u + \dot{Q} = 0$$

Équations de conservation

Bilan d'entropie

Second principe en système fermé : à tout système matériel est associée une grandeur scalaire S , fonction d'état **entropie**, telle que pour toute transformation élémentaire on ait :

$$dS = dS_e + dS_i$$

- dS_e : échange d'entropie résultant de l'interaction du système avec l'extérieur
- dS_i : production d'entropie **provenant uniquement de phénomènes internes**, strictement positive lorsque la transformation est irréversible et nulle lorsque la transformation est réversible.

→ Sur un **domaine matériel**

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{D}_m} \rho s \, dV = \int_{\partial\mathcal{D}_m} \frac{\delta\Phi}{T} + \dot{\sigma} \quad \text{avec } \dot{\sigma} \geq 0$$

$\delta\Phi$ Puissance thermique élémentaire échangée [W]

$\dot{\sigma}$ Production d'entropie par unité de temps dans le domaine \mathcal{D}_m

Équations de conservation

Bilan d'entropie

Système ouvert par convection : le théorème de transport conduit à :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \sum_{e-s} \dot{m}s + \int_{\partial D} \frac{\delta \Phi}{T} + \dot{\sigma}$$

s Entropie massique [J/kgK]

$\delta \Phi$ Puissance thermique élémentaire échangée [W]

$\dot{\sigma}$ Production d'entropie par unité de temps dans le domaine D ($\dot{\sigma} \geq 0$)

Cas d'un **système stationnaire** et d'un nombre discret de sources thermiques :

$$\sum_{e-s} \dot{m}s + \sum_{\text{sources}} \frac{\dot{Q}}{T_{\text{ech}}} + \dot{\sigma} = 0 \quad \text{avec } \dot{\sigma} \geq 0$$

Équations de conservation

Application aux installations industrielles

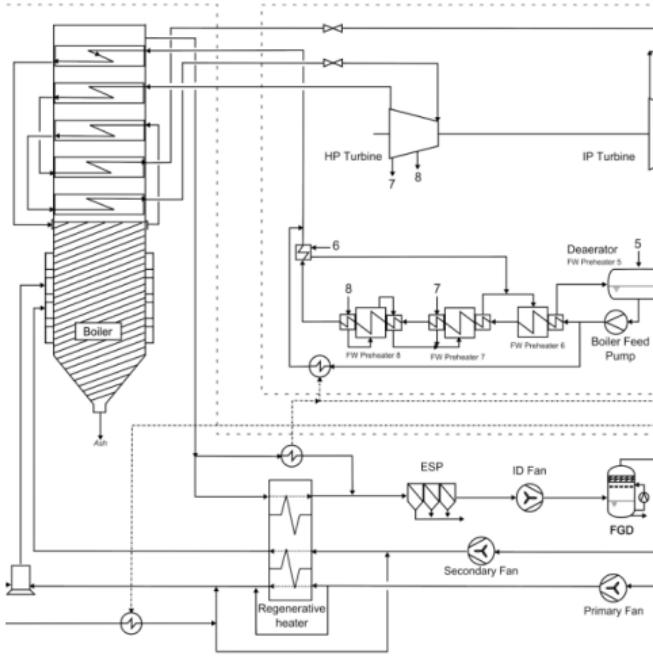
Les installations industrielles sont constituées d'équipements réalisant les **principales opérations/transformations élémentaires**.

- Pompes, compresseurs, turbines
- Échangeurs de chaleur
- Organes déprimogènes
- Séparateurs, réacteurs chimiques ...

Leur assemblage constitue le **schéma de procédé** (*Process Flow Diagram (PFD)* en anglais).

Hypothèses usuelles pour les appareils :

- Une seule entrée, une seule sortie
- Variation d'énergie cinétique en général négligeable
- Appareil isolé thermiquement de l'extérieur



Équations de conservation

Application aux installations industrielles

Organes déprimogènes (laminage)

Fonction : provoquer simplement une chute de pression ou ajouter une résistance hydraulique dans le circuit.

$$0 = \dot{m}(h_e - h_s) + \cancel{\dot{W}_u} + \cancel{\dot{Q}}$$

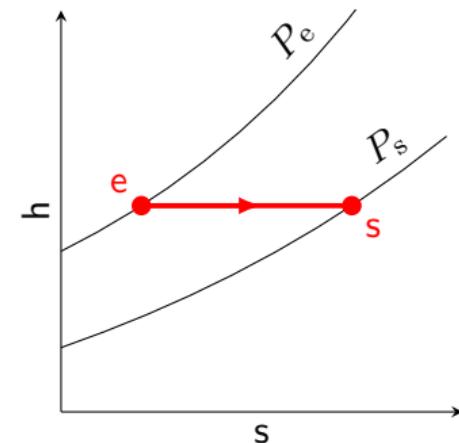
Évolution isenthalpique : détente de Joule-Thomson

$$h_e - h_s = 0$$

Second principe

$$0 = \dot{m}(s_e - s_s) + \cancel{\frac{\dot{Q}}{T_{\text{ech}}}} + \dot{\sigma} \implies \dot{\sigma} = s_s - s_e > 0$$

Perte de charge $\Delta E_e^s = p_e - p_s$: **irréversibilité.**



Équations de conservation

Application aux installations industrielles

Machines adiabatiques (turbine, compresseur, pompe ...)

Fonction : apporter ou extraire de l'énergie mécanique du système.

$$0 = \dot{m}(h_e - h_s) + \dot{W}_u + \dot{\mathcal{Q}}$$

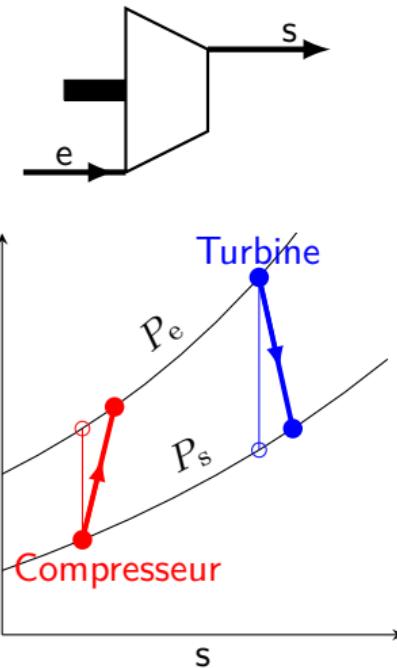
L'écart d'enthalpie entrée-sortie représente le transfert de puissance mécanique.

$$\dot{m}(h_s - h_e) = \dot{W}_u$$

Second principe

$$0 = \dot{m}(s_e - s_s) + \frac{\dot{\mathcal{Q}}}{T_{\text{ech}}} + \dot{\sigma} \implies \dot{\sigma} = s_s - s_e \geq 0$$

→ Évolution isentropique si la machine est parfaite.



Équations de conservation

Application aux installations industrielles

Le **rendement isentropique** permet de prendre en compte les imperfections de la machine : ratio entre la puissance de la machine parfaite et celle de la machine réelle.

- Machine motrice : $\eta_{\text{is}} = \frac{\Delta h_{\text{is}}}{\Delta h}$
- Machine réceptrice : $\eta_{\text{is}} = \frac{\Delta h}{\Delta h_{\text{is}}}$



Cas particulier d'une **pompe à liquide incompressible**

On a $dh = Tds + vdP$, si $v \approx \text{cst}$ et $ds = 0$ alors $\Delta h_{\text{is}} = v\Delta P = \frac{\Delta P}{\rho}$.

La puissance de la pompe est $\dot{W}_u = \dot{m}\Delta h = \frac{\dot{m}\Delta P}{\eta_{\text{is}} \rho}$ soit $\dot{W}_u = q_v \frac{\Delta P}{\eta_{\text{is}}}$

Équations de conservation

Application aux installations industrielles

Échangeur de chaleur

Fonction : transférer une puissance thermique d'un fluide à un autre.

$$0 = \dot{m}_1(h_{1e} - h_{1s}) + \dot{m}_2(h_{2e} - h_{2s}) + \dot{W}_u + \dot{\mathcal{Q}}$$

Soit

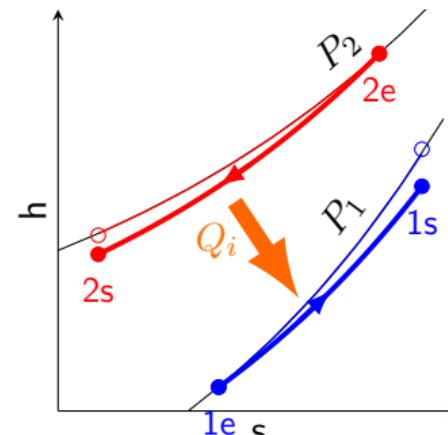
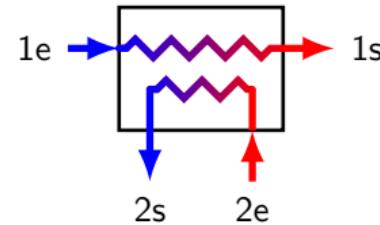
$$\dot{m}_1(h_{1e} - h_{1s}) + \dot{m}_2(h_{2e} - h_{2s}) = 0$$

Si \dot{Q}_i est la puissance échangée entre les deux fluides :

$$\dot{m}_1(h_{1e} - h_{1s}) = \dot{m}_2(h_{2s} - h_{2e}) = \dot{Q}_i$$

En première approximation, les pertes de charge dans les deux circuits peuvent être négligées :

$$p_{1s} = p_{1e} \quad p_{2s} = p_{2e}$$



Équations de conservation

Application aux installations industrielles



1 Introduction

2 Équations de conservation

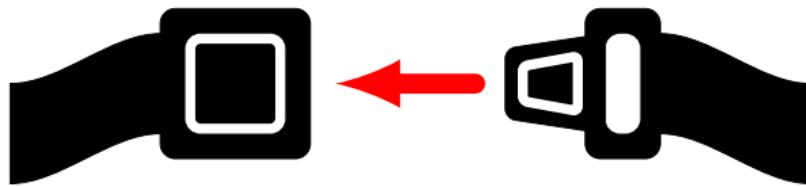
3 Introduction à l'analyse exergétique

- Transformations irréversibles
- Définition et forme générale du bilan exergétique
- Interprétation
- Irréversibilités dans un échangeur
- Exemple : optimisation d'une turbine à gaz
- Conclusion

4 Annexes

Introduction à l'analyse exergétique

Transformations irréversibles

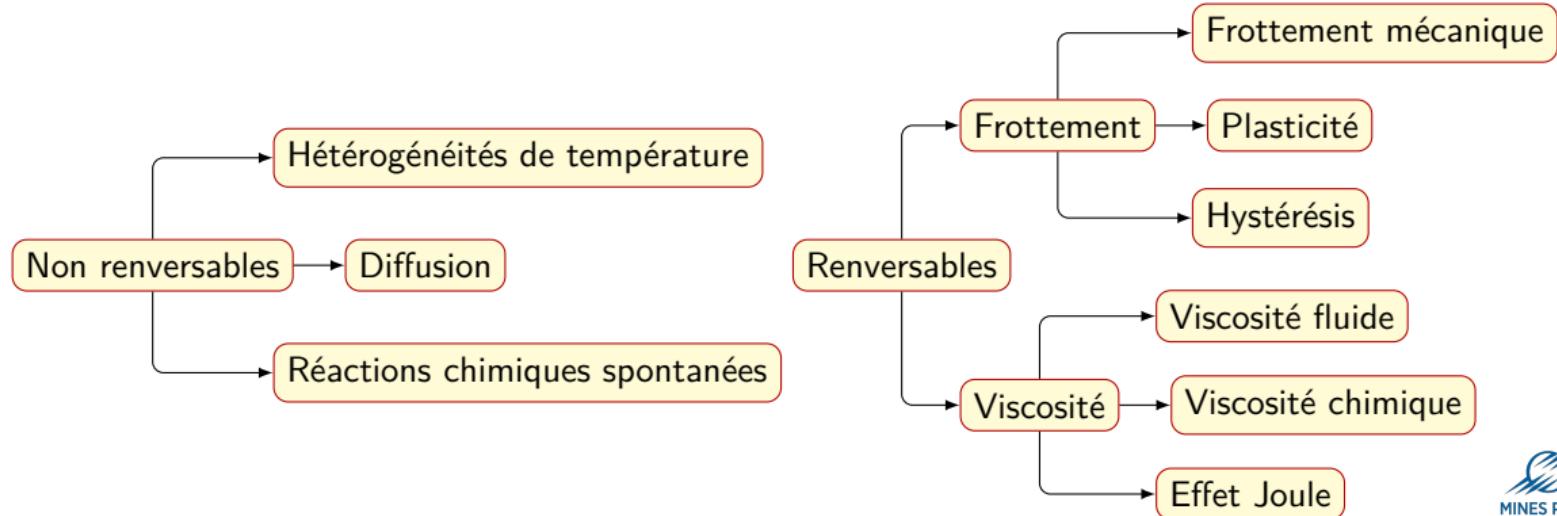


Introduction à l'analyse exergétique

Transformations irréversibles

Irréversibilité : toute transformation qui s'accompagne d'une génération d'entropie strictement positive. La transformation est irréversible si au moins une de ces conditions est vraie :

- Elle n'est pas renversable
- Le système est le **siege de phénomènes de frottement au sens large**, ou de viscosité



Introduction à l'analyse exergétique

Définition et forme générale du bilan exergétique

Analyse exergétique : quantifier les productions d'entropie dans le système sous une forme (plus) facilement interprétable afin de rechercher les voies d'optimisation.

→ **Entropie** \equiv « *l'énergie que l'on ne pourra pas utiliser* » dans le procédé énergétique (on parle d'*anergie*).

→ **Exergie** \equiv « *l'énergie utilisable* » dans le procédé énergétique.

⚠ L'analyse ne peut être menée qu'en rapport avec l'environnement du système.

Fonction d'état **exergie** :

$$e^* = h^* - T_a s = h + \frac{v^2}{2} + gz - T_a s$$

T_a : **température arbitraire** choisie en fonction des conditions technico-économiques (très souvent la température ambiante moyenne)

Introduction à l'analyse exergétique

Définition et forme générale du bilan exergétique

Dans un système ouvert par convection la combinaison des premier et second principes donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} U^* = \sum_{e-s} \dot{m} \left(h + \frac{v^2}{2} + gz \right) + \dot{W}_u + \dot{Q}$$
$$-T_a \left(\frac{\partial}{\partial t} S = \sum_{e-s} \dot{m} s + \sum_{\text{sources}} \frac{\dot{Q}}{T_{\text{ech}}} + \dot{\sigma} \right) \quad \text{avec } \dot{\sigma} \geq 0$$

Forme générale du **bilan d'exergie**

$$\frac{\partial}{\partial t} (U^* - T_a S) = \sum_{e-s} \dot{m} e^* + \dot{W}_u + \sum_{\text{sources}} \dot{Q} \left(1 - \frac{T_a}{T_{\text{ech}}} \right) - T_a \dot{\sigma} \quad \text{avec } T_a \dot{\sigma} \geq 0$$

Introduction à l'analyse exergétique

Interprétation

En régime permanent :

$$\sum_{e-s} \dot{m}e^* + \dot{W}_u + \sum_{\text{sources}} \dot{Q} \left(1 - \frac{T_a}{T_{\text{ech}}} \right) = T_a \dot{\sigma} \geq 0$$

⚠ Ne pas confondre l'exergie avec l'enthalpie libre

- **Les quantités de chaleur sont pondérées par le rendement de Carnot**, représentant ainsi un apport thermique effectif, convertissable en travail mécanique avec l'environnement comme source.
 - Le choix de la température T_a permet de faire disparaître du bilan la quantité de chaleur échangée avec la source à température T_a .
 - La production d'entropie est exprimée sous la forme d'un terme source exprimé en unité de puissance (*dissipation exergétique*), qui s'annule si les phénomènes sont réversibles.
- **Le bilan exergétique est une manière de représenter les transferts d'énergie potentiellement utilisable dans le système, dans un environnement donné.**

Introduction à l'analyse exergétique

Interprétation

Pour les appareils usuels (machines adiabatiques, laminage, échangeurs), avec les hypothèses les plus simples, on montre aisément que le bilan d'exergie se simplifie en :

$$T_a \dot{\sigma} = T_a \sum_{s-e} \dot{m} s \geq 0$$

Comme s est une fonction d'état, sa variation au bornes des appareils se détermine à partir d'autres grandeurs d'état (pression, température, concentration ...).

→ **Les bilans ne permettent pas à eux seuls de déterminer l'état du système.**

Il faut représenter les phénomènes en jeu par des modèles plus ou moins complexes :

- expressions du rendement isentropique, lois empiriques de pertes de charge, corrélations de transfert thermique, de masse, réactions chimiques, etc.

avec deux cas de figure :

- les paramètres opératoires sont fixés, dimensionner les appareils : étude de conception
- la configuration est connue, déterminer le point de fonctionnement : étude d'optimisation

Introduction à l'analyse exergétique

Irréversibilités dans un échangeur

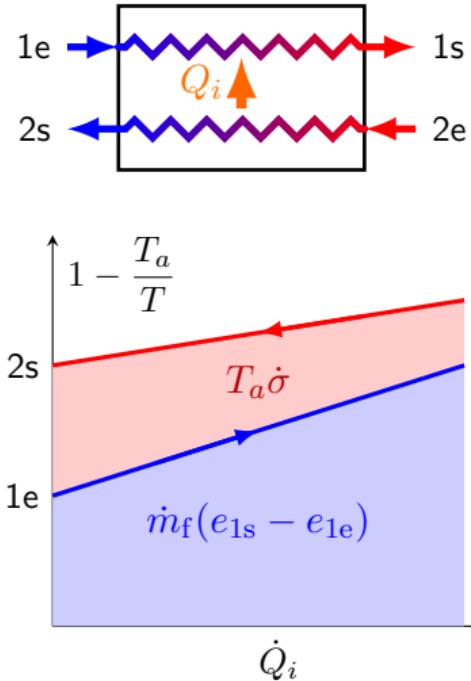
Échangeur de chaleur : le bilan d'exergie donne directement accès à la dissipation interne. Pour un échangeur isolé thermiquement :

$$T_a \dot{\sigma} = \dot{m}_1 (e_{1e} - e_{1s}) + \dot{m}_2 (e_{2e} - e_{2s})$$

Pour chaque fluide, le transfert de chaleur interne est réalisé de proche en proche sur la surface de l'échangeur et leur température varie. En première approximation (frottements fluides négligés) :

$$\dot{m}_1 \Delta e_{1s-e}^{1s} = \int_{1e}^{1s} \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) \delta \dot{Q}_i \quad \text{et} \quad \dot{m}_2 \Delta e_{2s-e}^{2s} = - \int_{2e}^{2s} \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) \delta \dot{Q}_i$$

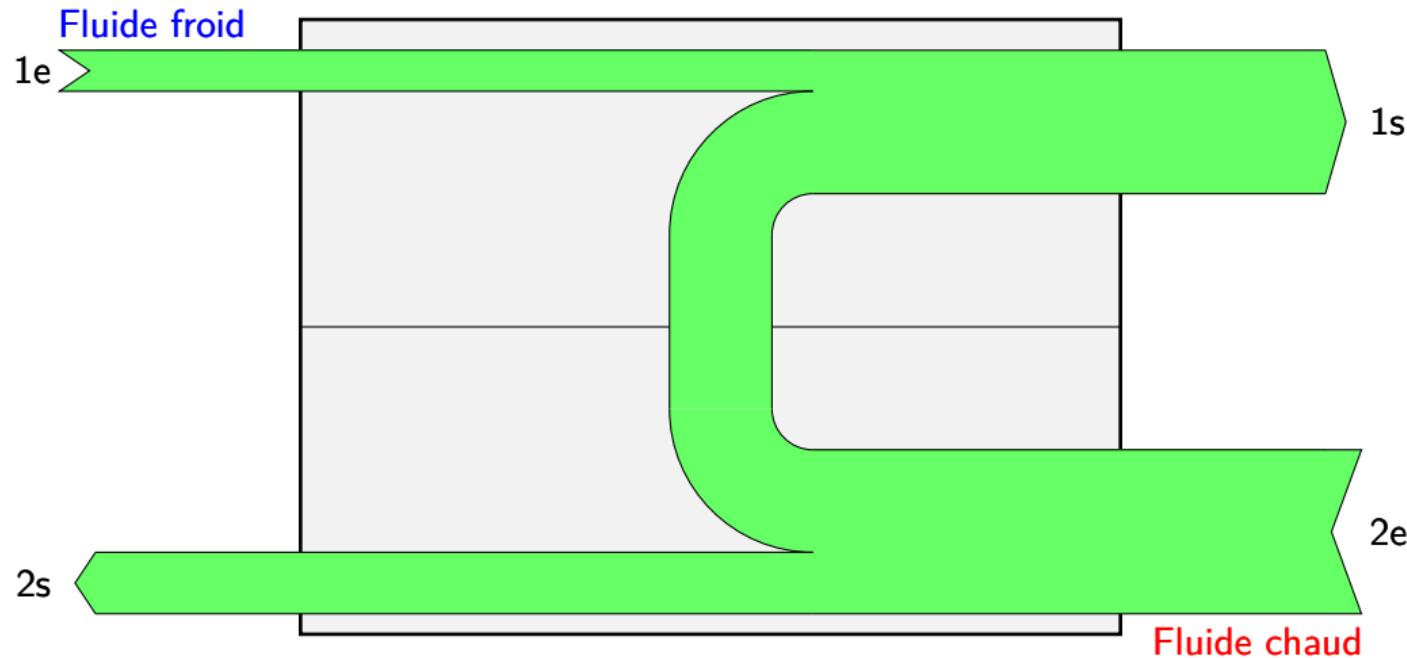
→ Les irréversibilités internes à l'échangeur sont caractérisées par l'écart entre les profils des températures de chaque fluide.



Introduction à l'analyse exergétique

Irréversibilités dans un échangeur

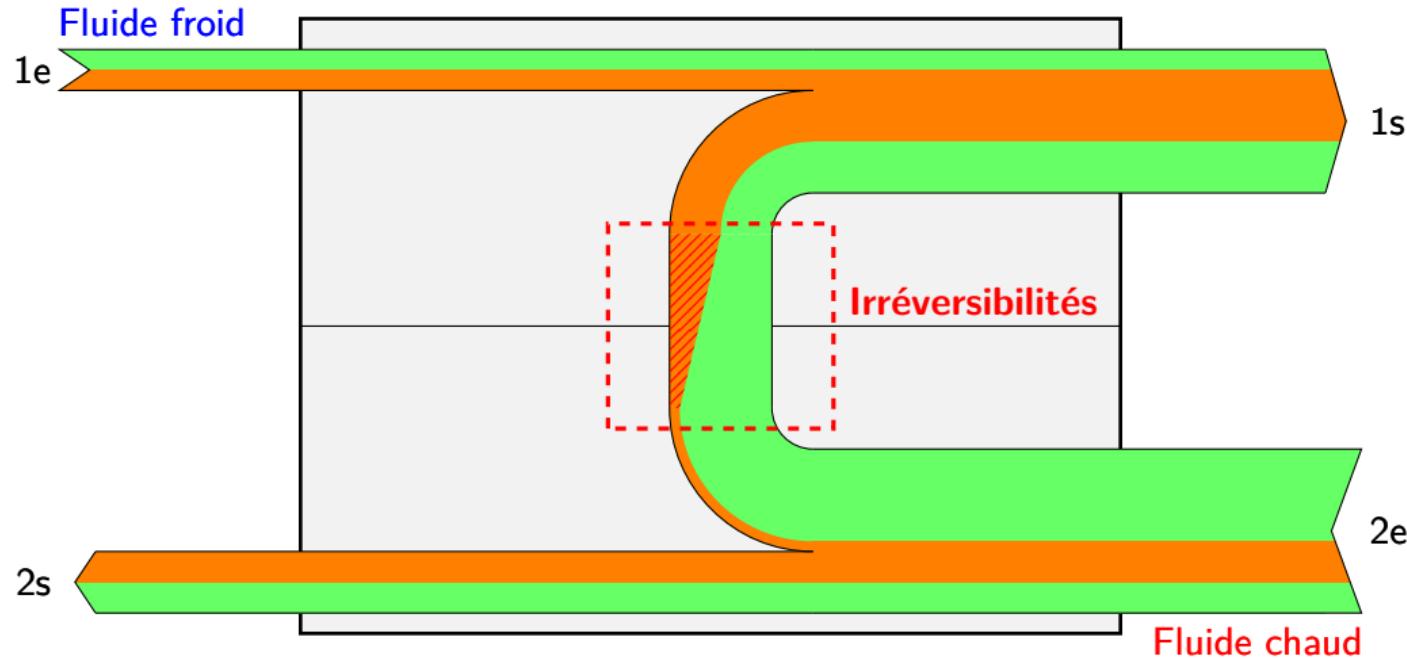
Transferts d'énergie dans l'échangeur (diagramme de Sankey)



Introduction à l'analyse exergétique

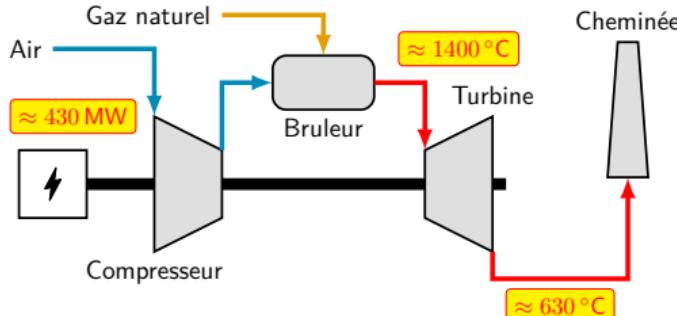
Irréversibilités dans un échangeur

Transferts d'**exergie** et d'**anergie** dans l'échangeur



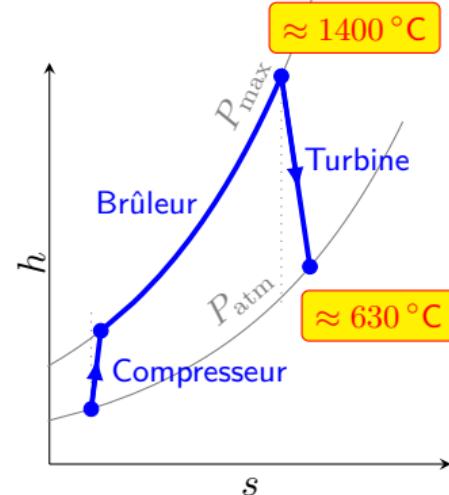
Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz



Rendement énergétique :

$$\eta = \frac{|\dot{W}_t - \dot{W}_c|}{\dot{Q}_{\text{gaz}}} \simeq 41\%$$



Rendement exergétique :

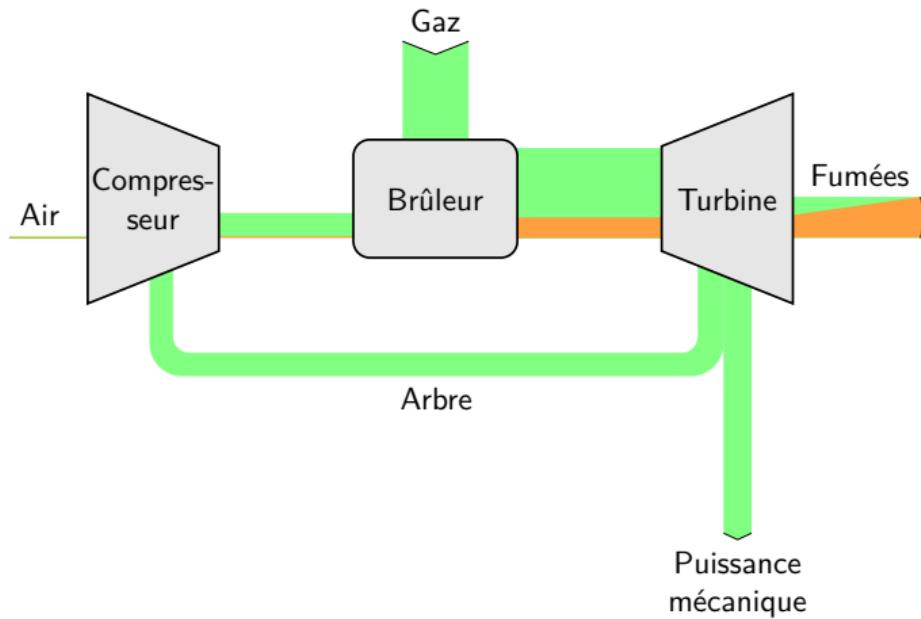
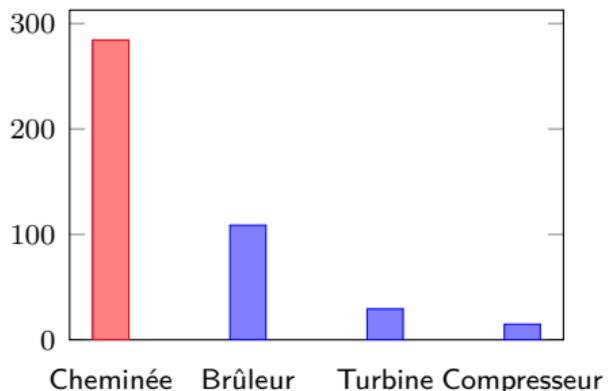
$$\eta_{\text{ex}} = \frac{|\dot{W}_t - \dot{W}_c|}{\dot{Q}_{\text{gaz}} \left(1 - \frac{T_a}{T_{\max}}\right)} = \frac{\eta}{\eta_{\text{Carnot}}} \simeq 49\%$$

→ Un fort potentiel d'optimisation du système

Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

Dissipation par appareil (MW)

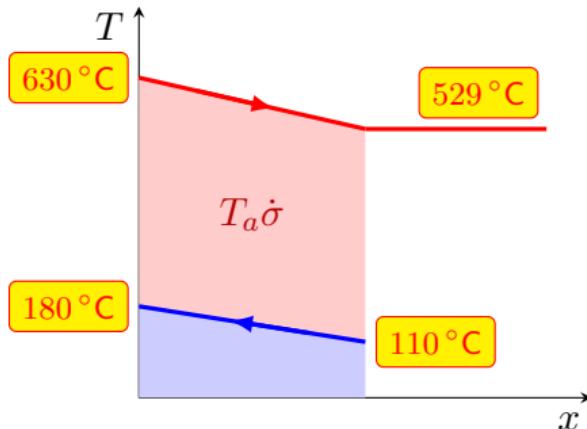
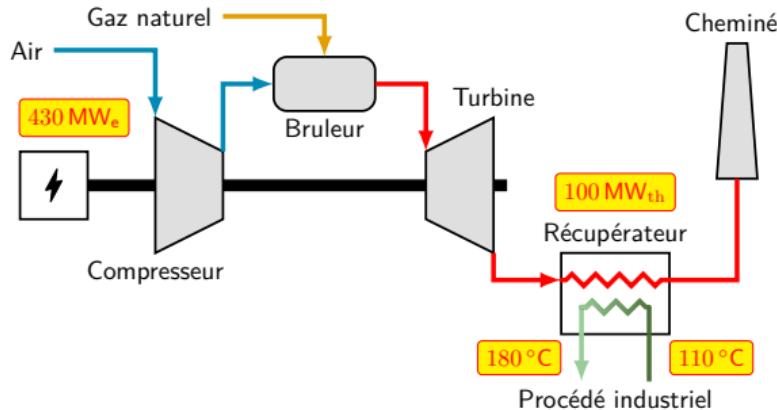


→ Exploiter en priorité la chaleur des fumées

Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

Récupération de la chaleur des fumées dans un échangeur



Rendement énergétique

$$\eta = \frac{|\dot{W}_t - \dot{W}_c| - \dot{Q}_{\text{recup}}}{\dot{Q}_{\text{gaz}}} \simeq 51\%$$

Rendement exergétique

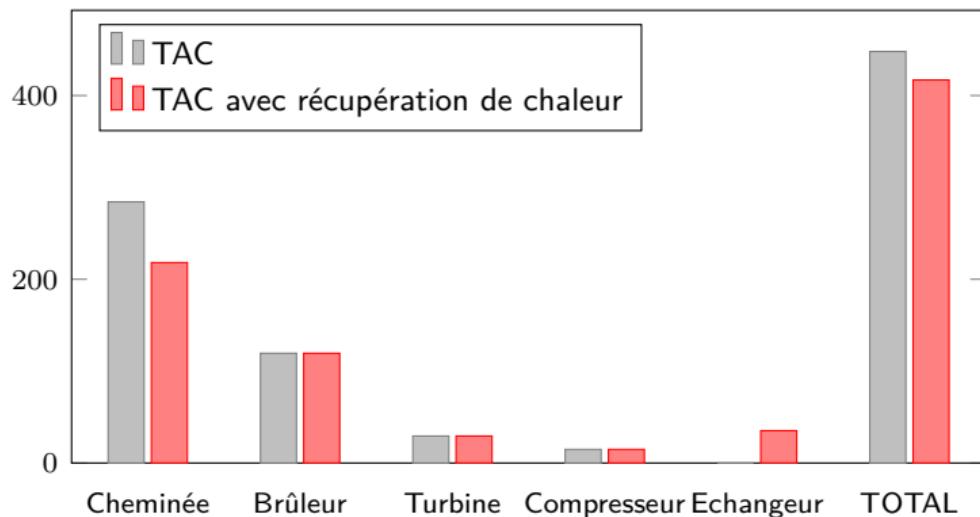
$$\eta = \frac{|\dot{W}_t - \dot{W}_c + (\dot{m}\Delta e)_{\text{recup}}|}{\dot{Q}_{\text{gaz}}(1 - T_a/T_{\max})} \simeq 53\% \text{ (peu de sens)}$$

→ Gain en efficacité possible, dépendant des possibilités de valorisation thermique

Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

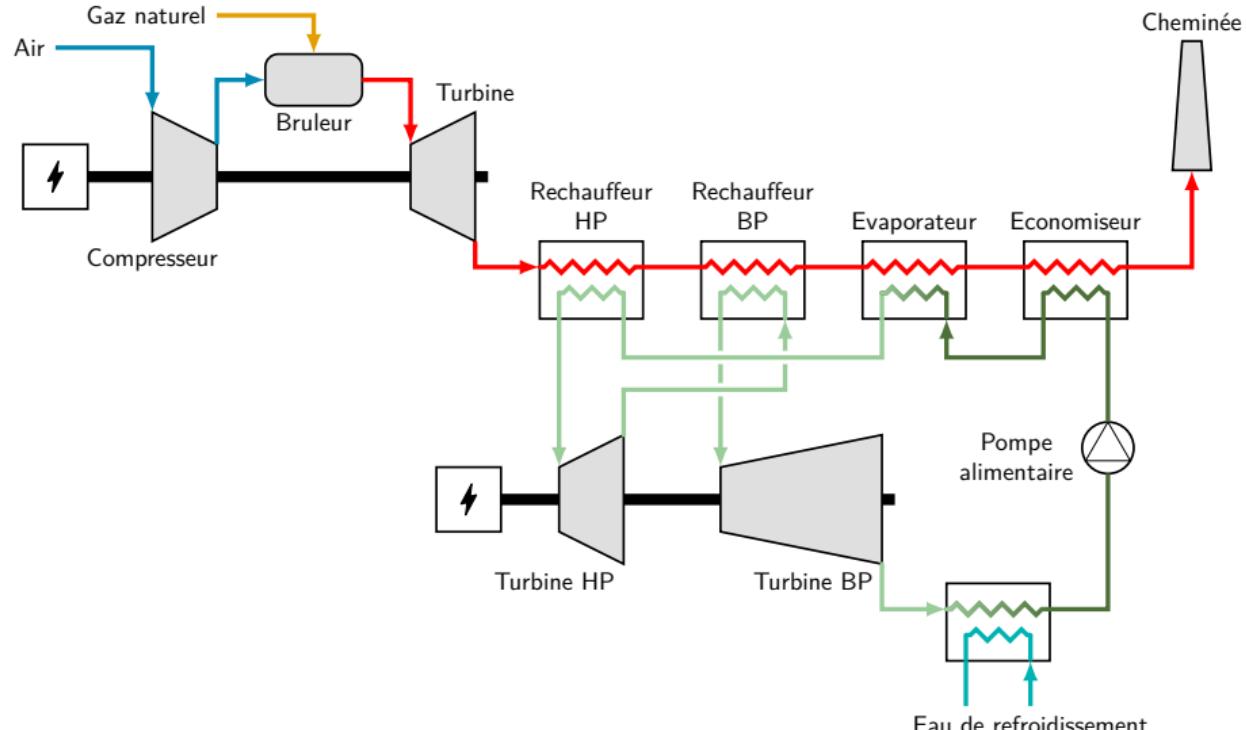
Dissipation par appareil (MW)



Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

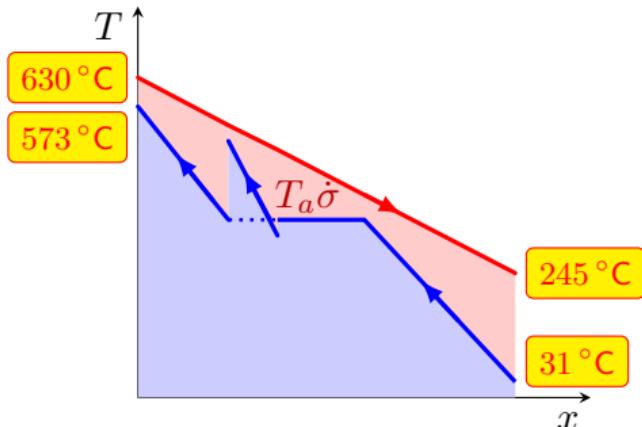
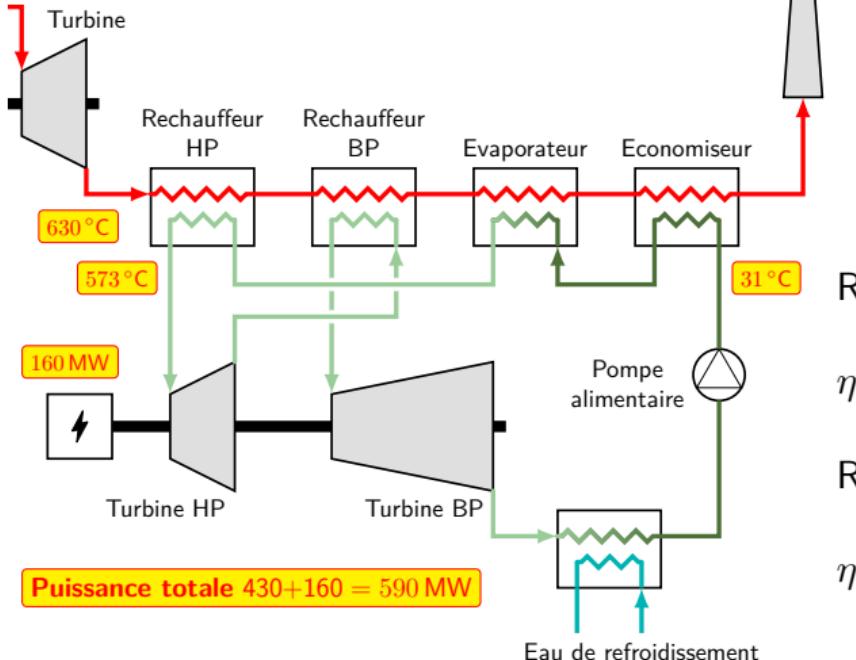
Intégration d'un cycle vapeur



Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

Intégration d'un cycle vapeur



Rendement énergétique

$$\eta = \frac{|\dot{W}_t - \dot{W}_c + \dot{W}_{HP} + \dot{W}_{BP}|}{\dot{Q}_{gaz}} \simeq 56\%$$

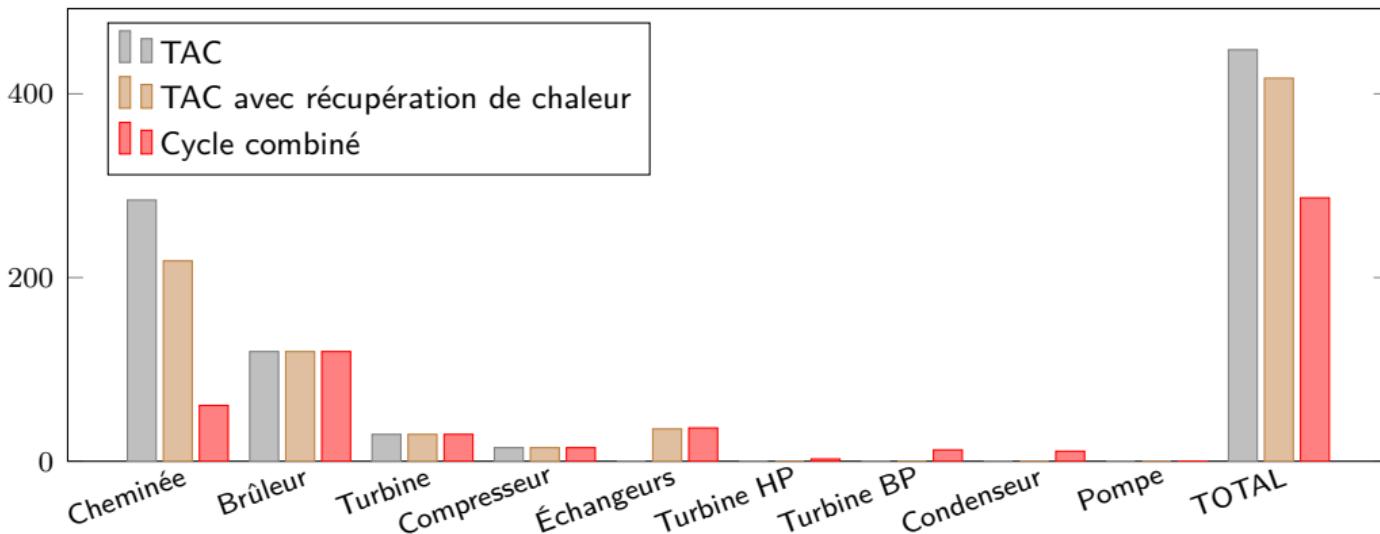
Rendement exergétique

$$\eta = \frac{|\dot{W}_t - \dot{W}_c + \dot{W}_{HP} + \dot{W}_{BP}|}{\dot{Q}_{gaz}(1 - T_a/T_{max})} \simeq 68\%$$

Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

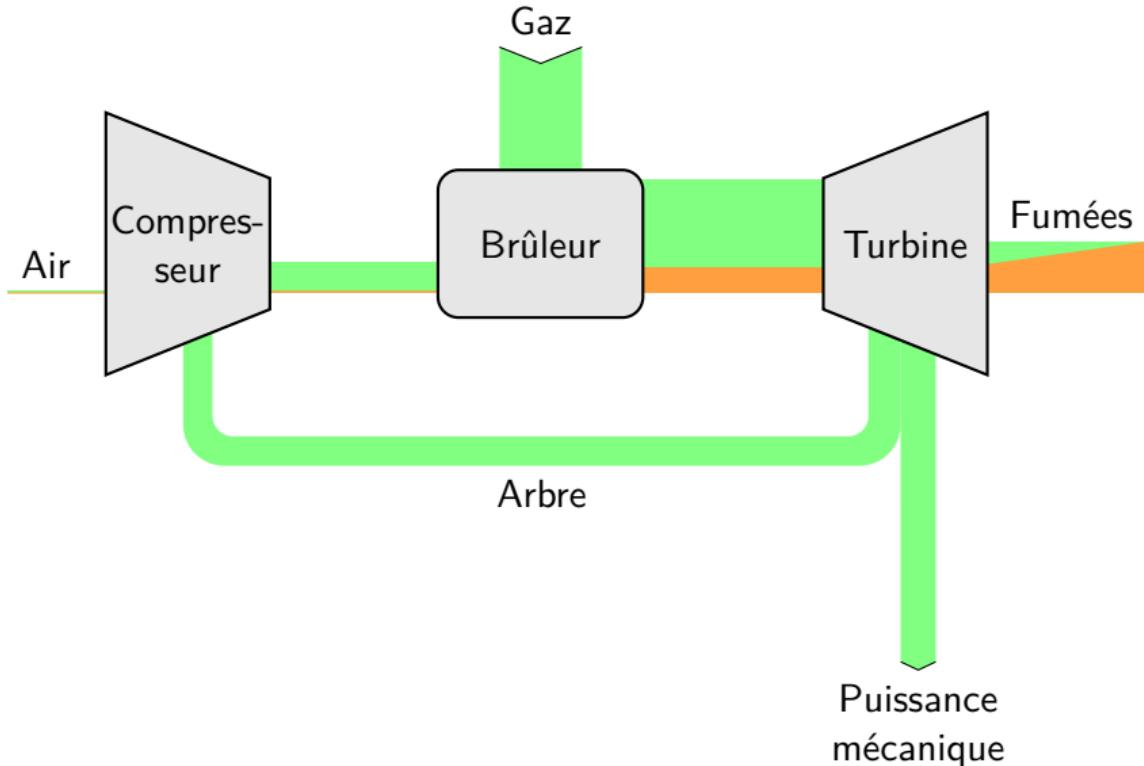
Dissipation par appareil (MW)



Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

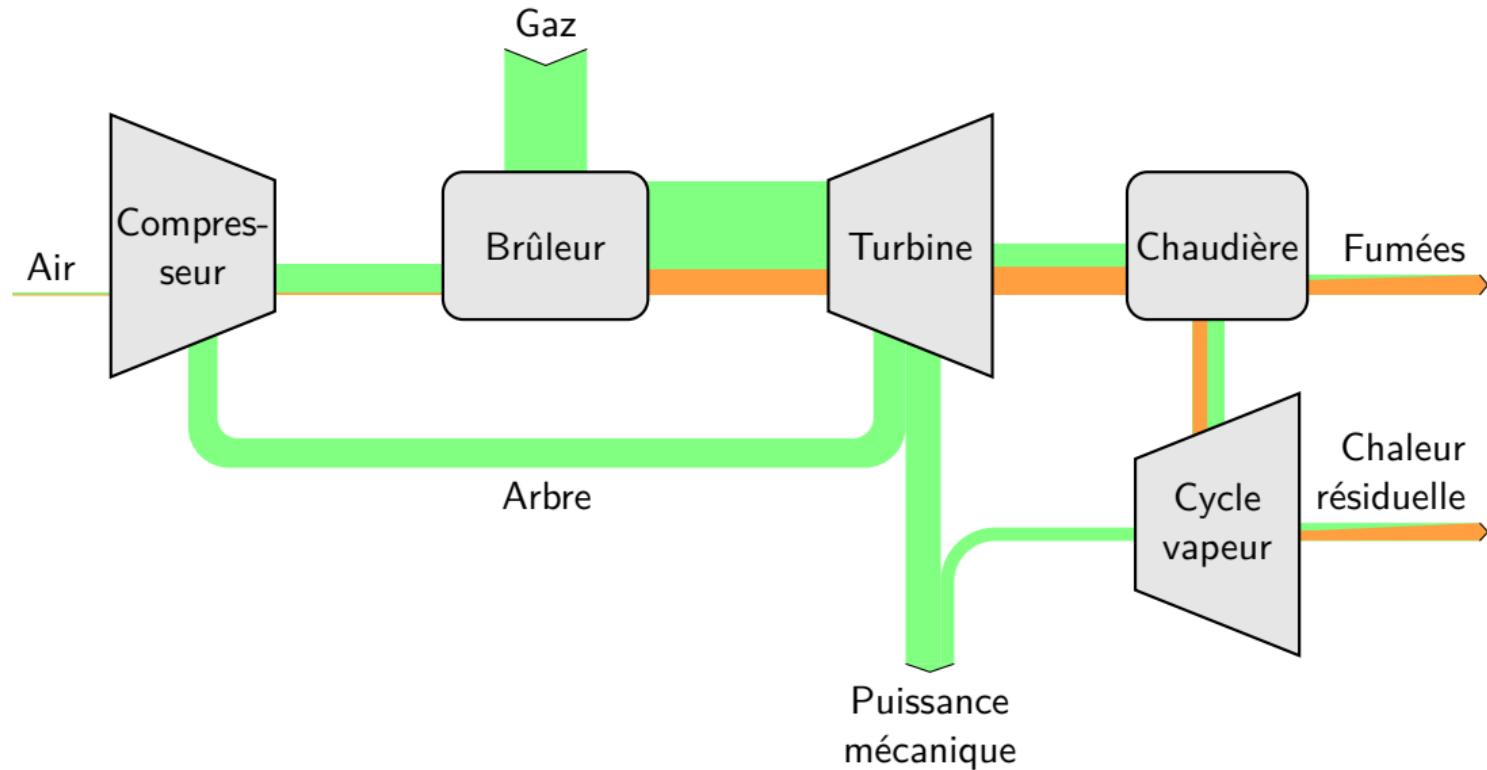
Flux d'énergie et d'exergie dans la **turbine à combustion**



Introduction à l'analyse exergétique

Exemple : optimisation d'une turbine à gaz

Flux d'énergie et d'exergie dans le **cycle combiné**



Introduction à l'analyse exergétique

Conclusion

L'analyse exergétique :

- est une **formulation du second principe de la thermodynamique en système ouvert**, dans un environnement donné, sous la forme de transferts d'énergie utilisable ;
- n'a de sens que si **l'environnement de référence est représentatif** de la situation à étudier ;
- élimine du bilan les échanges avec la source de chaleur «gratuite»
- permet de mesurer **le poids des irréversibilités** dans les différents composants d'une installation énergétique ;
- permet d'identifier des **pistes d'optimisation** d'un système.

Introduction à l'analyse exergétique

Conclusion



Introduction à l'analyse exergétique

Conclusion



Sommaire

1 Introduction

2 Équations de conservation

3 Introduction à l'analyse exergétique

4 Annexes

Démonstration du théorème d'Euler

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

Régime permanent

Approx. 1D e/s

$$\sum_i [\rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n})]_i S_i = \int_{\mathcal{D}} \rho \vec{g} dV + \int_{S_{\text{fixe}}} \sigma \cdot \vec{n} dS + \int_{S_{\text{mobile}}} \sigma \cdot \vec{n} dS + \int_{\cup S_i} \sigma \cdot \vec{n} dS$$

$$\sum_i [\rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n})]_i S_i = M \vec{g} + \vec{F}_{\text{fixe}} + \vec{F}_{\text{mobile}} - \int_{\cup S_i} p \vec{n} dS + \int_{\cup S_i} \tau \cdot \vec{n} dS$$

Approx 1D e/s

$$\sum_i [\rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) + p \cdot \vec{n}]_i S_i = M \vec{g} + \vec{F}_{\text{fixe}} + \vec{F}_{\text{mobile}}$$

Démonstration du théorème de Bernoulli

$$\int_{\mathcal{D}} \frac{\partial \rho v^2}{\partial t} dV - \sum_{e-s} \dot{m} \frac{v^2}{2} = \int_{\mathcal{D}} \rho \vec{g} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial \mathcal{D}} (\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v} dS - \int_{\mathcal{D}} \sigma : \vec{\nabla} \vec{v} dV$$

Régime permanent

$$\sum_{s-e} q_v \frac{\rho v^2}{2} = - \int_{\mathcal{D}} \rho \vec{\nabla}(gz) \cdot \vec{v} dV + \int_{\cup S_i} (\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v} dS + \int_{S_m} (\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{v} dS + \int_{S_f} (\sigma \cdot \vec{v}) \vec{n} dS - \int_{\mathcal{D}} \sigma : \nabla \vec{v} dV$$

$\vec{v} = 0$

$$\sum_{s-e} q_v \frac{\rho v^2}{2} = - \int_{\partial \mathcal{D}} \rho g z \vec{v} \cdot \vec{n} dS - \int_{\cup S_i} p \vec{v} \cdot \vec{n} dS + \int_{S_m} \sigma \vec{v} \cdot \vec{n} dS - \int_{\mathcal{D}} \sigma : \nabla \vec{v} dV$$

$$\sum_{s-e} \left[q_v \frac{\rho v^2}{2} + q_v \rho g z + q_v p \right] = q_v \Delta W_e^s - q_v \Delta E_e^s$$