Rappels sur les gaz parfaits quantiques

- **Définition :**

Ce sont les systèmes pour lesquels le caractère fermionique ou bosonique des constituants domine les effets des interactions entre constituants.

- **Statistique de Fermi-Dirac :**

Nombre moyen de fermions par état quantique individuel d'énergie E :

$$\boxed{\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} + 1}} = \text{probabilité d'occupation d'un état d'énergie E.}$$

- **Statistique de Bose-Einstein :**

Nombre moyen de bosons par état quantique individuel d'énergie E :

$$\boxed{\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} - 1}} \quad (\neq \text{probabilité car peut être} > 1)$$

- **Calcul des grandeurs macroscopiques :**
  - Nombre moyen de particules : $\boxed{\bar{N} = \int_0^\infty \bar{n}(E)\, g(E)\, dE}$
  - Energie moyenne : $\boxed{\bar{U} = \int_0^\infty E\, \bar{n}(E)\, g(E)\, dE}$
  - g(E) dE = nb d'états quantiques dans [E,E+dE] = $\boxed{(2J+1)\frac{V}{2\pi^2\hbar^3}\sqrt{2m^3}\,\sqrt{E}\, dE}$

    (pour des particules non relativistes)

- **Statistique de Maxwell-Boltzmann :**

C'est le cas limite où le caractère fermionique ou bosonique des constituants devient sans importance ; on retrouve le gaz parfait (p102):

  - (longueur d'onde de de Broglie) $\lambda_B \equiv \frac{\hbar}{p} << d$ (distance entre les constituants)
  - Par conséquent, $\boxed{\frac{\bar{U}}{N} >> \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{N}{V}\right)^{2/3} \quad \Rightarrow \quad k_B T_0 >> \frac{\hbar^2}{m}\left(\frac{N}{V}\right)^{2/3}}$ (p34, p102)
  - Proba d'occupation d'1 état individuel d'énergie E : $\bar{n}(E) = C \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)$
  - Potentiel chimique (p103) : $\boxed{\mu = -k_B T_0 \left[\ln\frac{(2J+1)V_0}{N_0} + \frac{3}{2}\ln\left(\frac{m k_B T_0}{2\pi\hbar^2}\right)\right]}$ $\quad e^{-\frac{\mu}{k_B T_0}} >> 1$