Formulaire : Transformée de Fourier

7 mai 2020

Voici quelques formules utiles, ainsi que leur interprétation physique quand c'est utile.

Linéarité $\mathcal{F}[f + \lambda g] = \mathcal{F}f + \lambda \mathcal{F}g, \quad \forall \lambda \in \mathcal{C}$

Dérivée $\mathcal{F}f'(\omega) = i\omega \mathcal{F}f(\omega)$

Dilatation / contraction $\forall \delta > 0,\ \mathcal{F}\left[t \mapsto f\left(\frac{t}{\delta}\right)\right](\omega) = \delta \mathcal{F}f(\delta\omega)$.

Cette propriété signifie qu'une contraction en temps provoque une dilatation en fréquence, et vice-versa. C'est particulièrement important dans le contexte du fenêtrage : une fenêtre précisément localisée en temps aura un étalement fréquentiel large.

Décalage en temps $\mathcal{F}\left[t \mapsto f\left(t - t_0\right)\right](\omega) = e^{i\omega t_0} \mathcal{F}f(\omega)$.

Notons que le décalage en temps ne modifie pas l'énergie du signal, le module de la transformée de Fourier restant inchangé.

Décalage en fréquence $\mathcal{F}f(\omega - \omega_0) = \mathcal{F}\left[t \mapsto e^{i\omega_0 t} f(t)\right](\omega)$.

Fréquences /temps négatifs $\mathcal{F}f(-\omega) = \mathcal{F}\left[t \mapsto f\left(-t\right)\right](\omega) = \overline{\mathcal{F}\bar{f}(\omega)}$

Il en découle que le spectre d'une fonction à valeurs réelles est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées (pair). C'est pour cette raison qu'on ne représente souvent qu'un demi-spectre (la partie correspondant aux fréquences positives)