

Physique Quantique : Petite classe n°4

Spin 1/2 , filtres quantiques

1 Filtres quantiques

On considère un jet d'atomes d'argent (spin $\frac{1}{2}$) issu d'un four. Les atomes sont sélectionnés en direction par des collimateurs et l'on prend pour axe Ox la direction du jet. Les atomes pénètrent dans un premier appareil de Stern et Gerlach SG_1 dont le gradient de champ magnétique est dirigé selon Oz . L'appareil sépare le jet en deux faisceaux ; les atomes déviés vers les z négatifs sont arrêtés par un absorbeur. Les atomes de l'autre faisceau pénètrent alors dans un second appareil de Stern et Gerlach SG_2 dont le gradient de champ est dirigé dans le plan yOz et fait avec Oz un angle θ (voir figure 1). On dit que le jet est **polarisé** quand tous les atomes sont dans un état de spin bien défini.

1. Dans quelle(s) région(s) le jet d'atomes est-il polarisé ? Que peut-on dire des atomes à l'entrée de SG_2 ?
2. On désigne par $|z+\rangle$ et $|z-\rangle$ les états propres de \hat{S}_z avec les valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ respectivement. Dans la base formée par ces états, exprimer en fonction de l'angle θ la matrice représentant la composante du spin sur la direction de SG_2 . Calculer ses états propres $|\theta+\rangle$ et $|\theta-\rangle$ en fonction de $|z+\rangle$ et $|z-\rangle$.
3. À la sortie de SG_2 , on observe les impacts des atomes sur un écran. Calculez en fonction de l'angle θ les intensités relatives des taches observées.
4. En quoi cette expérience se rapproche-t-elle d'une expérience d'optique avec polariseur et analyseur ? Comparer les résultats obtenus dans les deux cas. Peut-on justifier (au moins intuitivement) les différences observées ?

2 Évolution temporelle d'un état de spin

Une particule de spin $\frac{1}{2}$ est placée dans un champ magnétique uniforme B ; on choisira la direction du champ comme axe Oy . La particule possède un moment magnétique proportionnel à son spin \vec{S} selon $\vec{M} = \gamma\vec{S}$. On ne s'intéresse ici qu'à l'évolution de l'état de spin puisque le champ magnétique, uniforme, n'a aucun effet sur la fonction d'onde d'espace de la particule (qui n'est pas chargée). On pourra poser $\omega = \gamma B/2$. On désigne par $|z+\rangle$ et $|z-\rangle$ les états propres de \hat{S}_z avec les valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ respectivement. Au temps $t = 0$, la particule est supposée dans l'état $|z+\rangle$.

1. Écrire sous forme matricielle l'équation d'évolution du système. Donner l'évolution en fonction du temps t des coefficients c_+ et c_- du développement de l'état de spin

- sur la base des états propres de \hat{S}_z . Calculer en fonction de t les probabilités P_+ et P_- d'obtenir $S_z = +\hbar/2$ et $S_z = -\hbar/2$ respectivement.
2. En fait, au temps t , on décide de ne pas mesurer S_z mais S_x . Calculer en fonction de t les probabilités Q_+ et Q_- d'obtenir $S_x = +\hbar/2$ et $S_x = -\hbar/2$ respectivement.
 3. Cette mesure de S_x donne en fait la valeur $+\hbar/2$. On remesure S_z au bout d'un nouveau laps de temps Δt . Quelle est la probabilité de trouver $S_z = +\hbar/2$?

3 Réflexions à approfondir après la Petite Classe

- Représentation du spin $\frac{1}{2}$: états de spins ; représentation sous forme de vecteur-colonne à deux composantes ou **spineur** ; opérateurs de spin (projection selon un axe quelconque).
- Les composantes du spin sur des directions différentes ne commutent pas. Savoir exprimer un état propre de \hat{S}_z sur les états propres d'une projection quelconque.
- Mesures de spin ; calcul des probabilités des différents états finaux à partir de l'état initial (cf. décomposition selon les états propres de la composante mesurée).
- Spin et polarisation : analogies et différences avec l'optique. Le cas spécifique du photon (spin 1 mais seulement **deux états d'hélicité** ; l'hélicité est la projection du spin sur l'impulsion). Cette particularité est un effet relativiste dû à la masse nulle du photon.
- Équation de Schrödinger sous forme matricielle pour un système à deux niveaux.
- Mesure et réduction du paquet d'ondes.