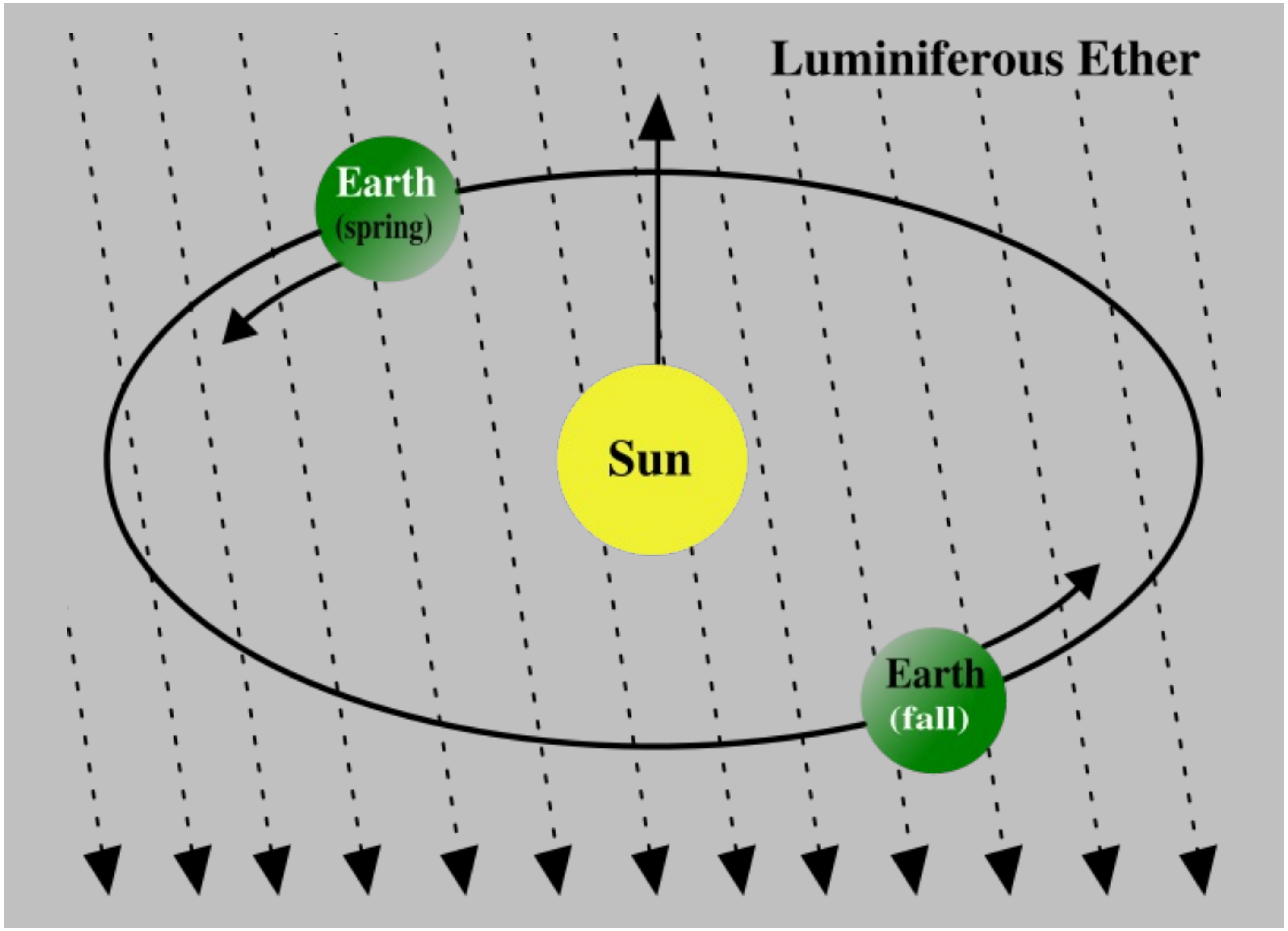
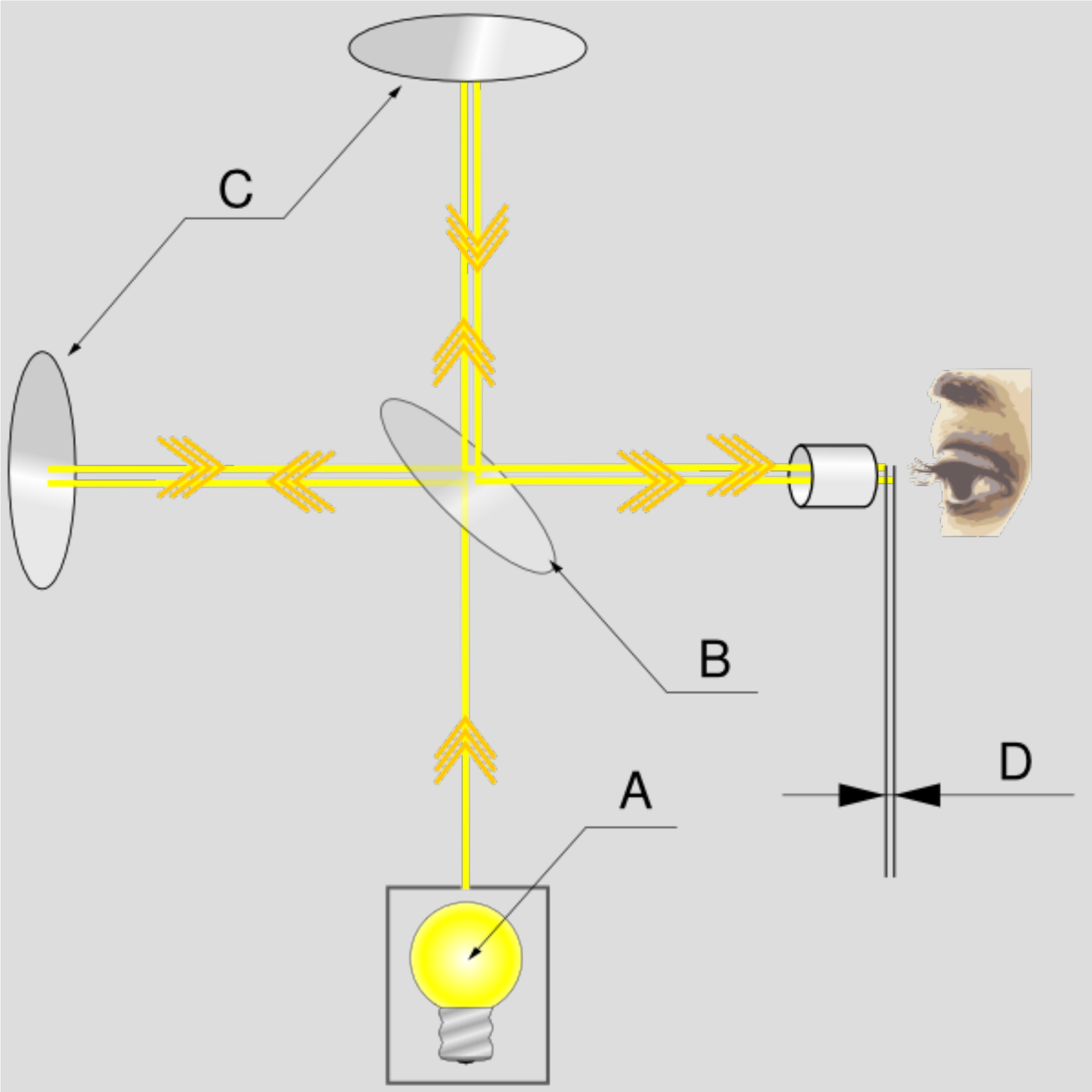
Maxwell contre Newton



Les vitesses de la lumière et de l'éther s'additionnent-elles ?

L’expérience de Michelson-Morley

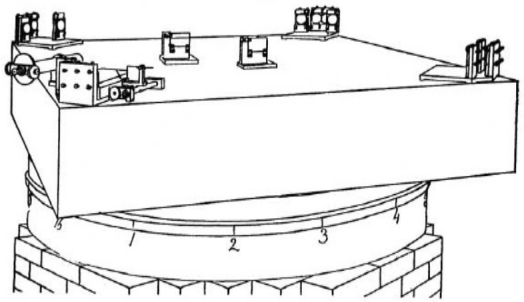


Michelson and Morley—Relative Motion of the 337

The first named difficulties were entirely overcome by mounting the apparatus on a massive stone floating on mercury ; and the second by increasing, by repeated reflection, the path of the light to about ten times its former value.

The apparatus is represented in perspective in fig. 3, in plan in fig. 4, and in vertical section in fig. 5. The stone *a* (fig. 5) is about 1·5 meter square and 0·3 meter thick. It rests on an annular wooden float *bb*, 1·5 meter outside diameter, 0·7 meter inside diameter, and 0·25 meter thick. The float rests on mercury contained in the cast-iron trough *cc*, 1·5 centimeter thick, and of such dimensions as to leave a clearance of about one centimeter around the float. A pin *d*, guided by arms *gggg*, fits into a socket *e* attached to the float. The pin may be pushed into the socket or be withdrawn, by a lever pivoted at *f*. This pin keeps the float concentric with the trough, but does not bear any part of the weight of the stone. The annular iron trough rests on a bed of cement on a low brick pier built in the form of a hollow octagon.

3.



At each corner of the stone were placed four mirrors *dd ee* fig. 4. Near the center of the stone was a plane-parallel glass *b*. These were so disposed that light from an argand burner *a*, passing through a lens, fell on *b* so as to be in part reflected to d_1; the two pencils followed the paths indicated in the figure, *bdedbf* and $bd_1e_1d_1bf$ respectively, and were observed by the telescope *f*. Both *f* and *a* revolved with the stone. The mirrors were of speculum metal carefully worked to optically plane surfaces five centimeters in diameter, and the glasses *b* and *c* were plane-parallel and of the same thickness, 1·25 centimeter ;

No. 203. Vol. XXXIV. NOVEMBER, 1887.

Established by BENJAMIN SILLIMAN in 1818.

THE

AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

EDITORS

JAMES D. AND EDWARD S. DANA.

ASSOCIATE EDITORS

Professors ASA GRAY, JOSIAH P. COOKE, and JOHN TROWBRIDGE, of Cambridge,

Professors H. A. NEWTON and A. E. VERRILL, of New Haven,

Professor GEORGE F. BARKER, of Philadelphia.

THIRD SERIES.

VOL. XXXIV.—[WHOLE NUMBER, CXXXIV.]

WITH PLATES II TO IX.

No. 203—NOVEMBER, 1887.

NEW HAVEN, CONN.: J. D. & E. S. DANA.
1887.

TUTTLE, MOREHOUSE & TAYLOR, PRINTERS, 371 STATE STREET.

Six dollars per year (postage prepaid). $6.40 to foreign subscribers of countries in the Postal Union. Remittances should be made either by money orders, registered letters, or bank checks.

means 0·02 wave-length. The rotation in the observations at noon was contrary to, and in the evening observations, with, that of the hands of a watch.

Noon Observations.

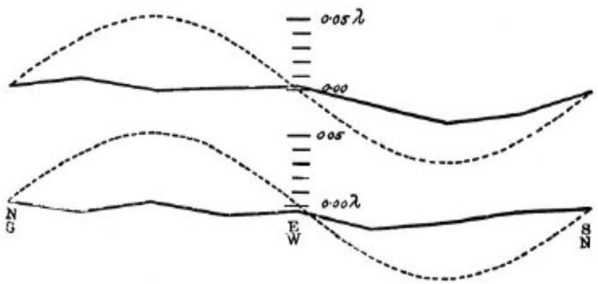
	16.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
July 8	44·7	44·0	43·5	39·7	35·2	34·7	34·3	32·5	28·2	26·2	23·8	23·2	20·3	18·7	17·5	16·8	13·7
July 9	57·4	57·3	58·2	59·2	58·7	60·2	60·8	62·0	61·5	63·3	65·8	67·3	69·7	70·7	73·0	70·2	72·2
July 11	27·3	23·5	22·0	19·3	19·2	19·3	18·7	18·8	16·2	14·3	13·3	12·8	13·3	12·3	10·2	7·3	6·5
Mean........	43·1	41·6	41·2	39·4	37·7	38·1	37·9	37·8	35·3	34·6	34·3	34·4	34·4	33·9	33·6	31·4	30·8
Mean in w. l.	·862	·832	·824	·788	·754	·762	·758	·756	·706	·692	·686	·688	·688	·678	·672	·628	·616
	·706	·692	·686	·688	·688	·678	·672	·628	·616								
Final mean.	·784	·762	·755	·738	·721	·720	·715	·692	·661								

P. M. Observations.

July 8	61·2	63·3	63·3	68·2	67·7	69·3	70·3	69·8	69·0	71·3	71·3	70·5	71·2	71·2	70·5	72·5	75·7
July 9	26·0	26·0	28·2	29·2	31·5	32·0	31·3	31·7	33·0	35·8	36·5	37·3	38·8	41·0	42·7	43·7	44·0
July 12	66·8	66·5	66·0	64·3	62·2	61·0	61·3	59·7	58·2	55·7	53·7	54·7	55·0	58·2	58·5	57·0	56·0
Mean	51·3	51·9	52·5	53·9	53·8	54·1	54·3	53·7	53·4	54·3	53·8	54·2	55·0	56·8	57·2	57·7	58·6
Mean in w. l.	1·026	1·038	1·050	1·078	1·076	1·082	1·086	1·074	1·068	1·086	1·076	1·084	1·100	1·136	1·144	1·154	1·172
	1·068	1·086	1·076	1·084	1·100	1·136	1·144	1·154	1·172								
Final mean.	1·047	1·062	1·063	1·081	1·088	1·109	1·115	1·114	1·120								

The results of the observations are expressed graphically in fig. 6. The upper is the curve for the observations at noon, and the lower that for the evening observations. The dotted curves represent *one-eighth* of the theoretical displacements. It seems fair to conclude from the figure that if there is any dis-

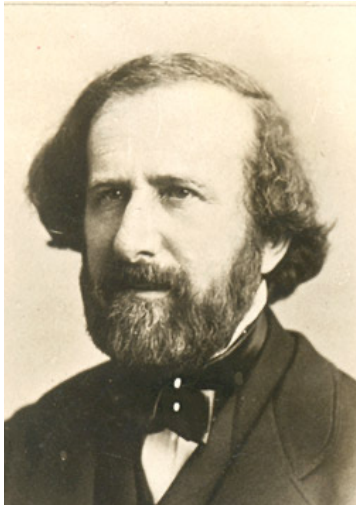
6.



placement due to the relative motion of the earth and the luminiferous ether, this cannot be much greater than 0·01 of the distance between the fringes.

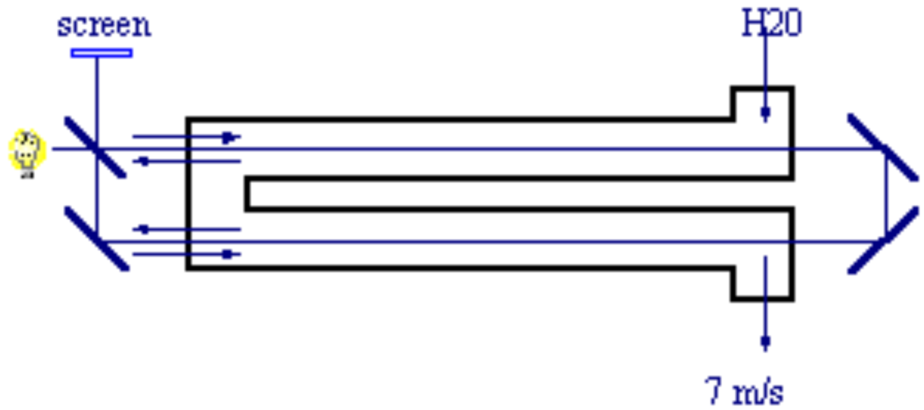
Considering the motion of the earth in its orbit only, this

L'expérience de Fizeau



Hippolyte Fizeau
(1819 – 1896)

Vitesse de la lumière dans de l'eau en mouvement à la vitesse *u*.

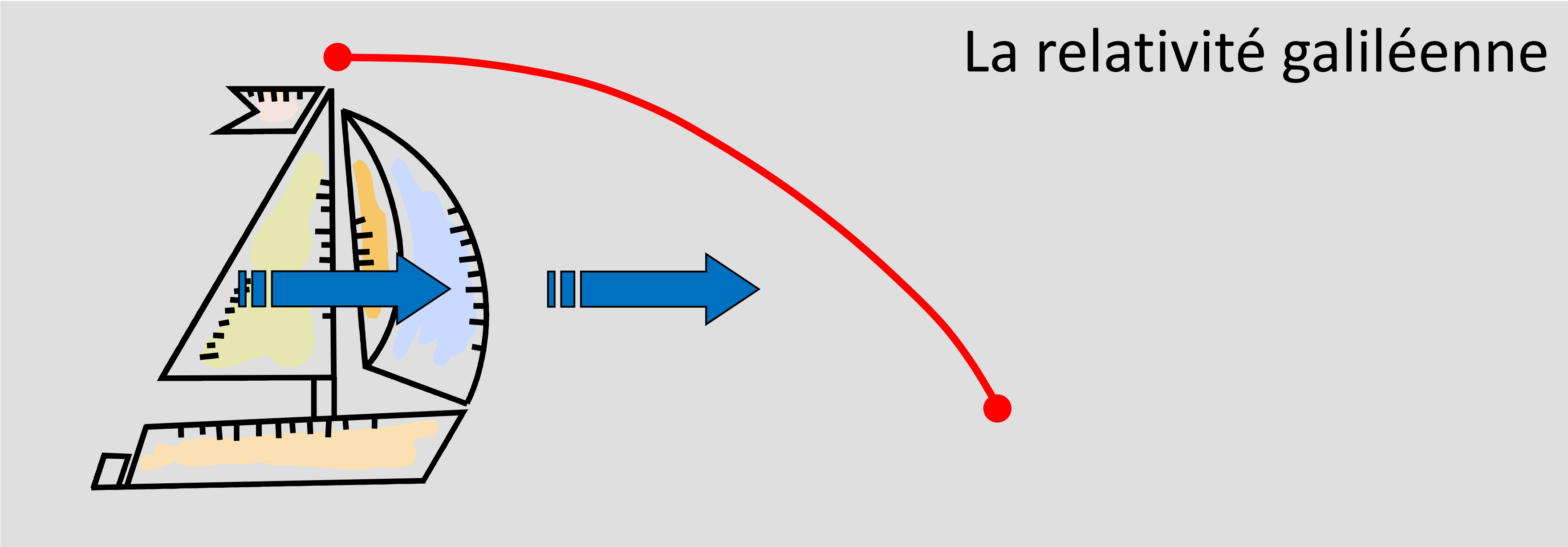


Collection Ecole polytechnique

Interférences entre les trajets aller et retour

$$\boxed{c' = \frac{c}{n} + u\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$$

La remise en cause du temps absolu



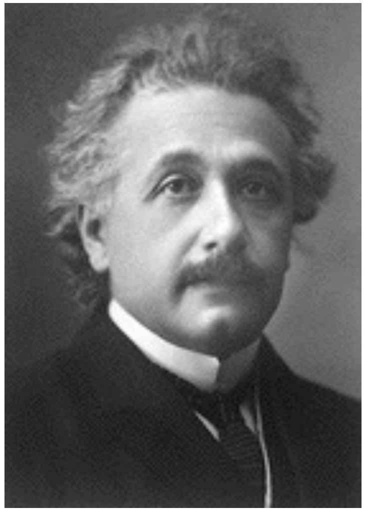
La relativité de Galilée

Un « **même** » lieu peut être un lieu **différent** dans un autre référentiel

La relativité d'Einstein

Un « **même** » instant peut être un instant **différent** dans un autre référentiel

Le principe de relativité

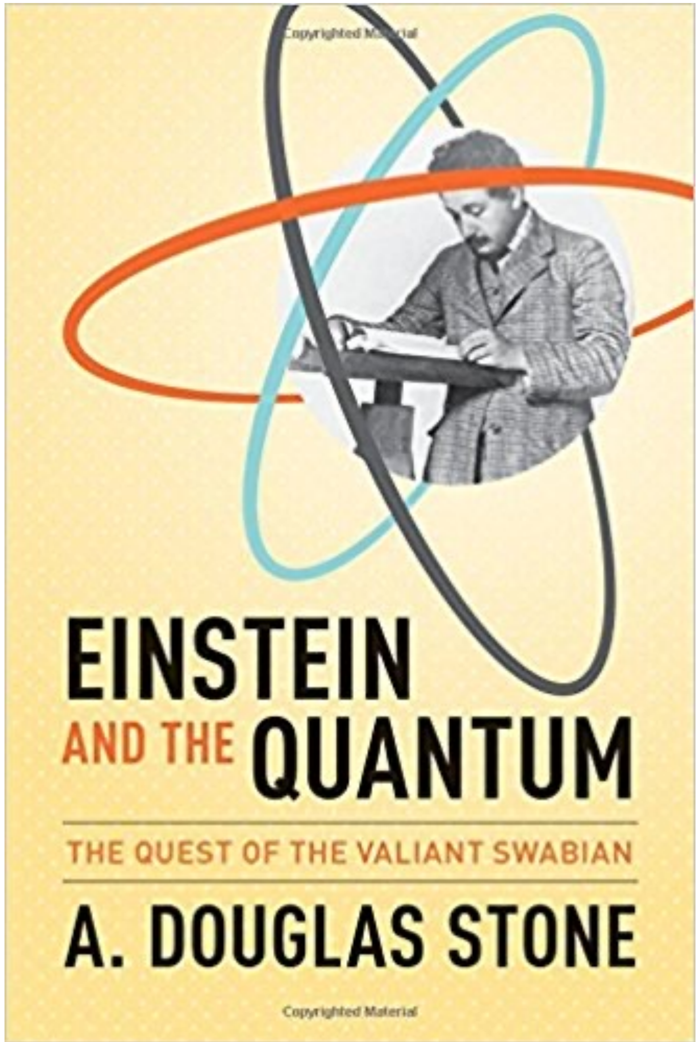


Albert Einstein
(1879 – 1955)

Toutes les lois physiques ont la même forme dans tous les repères galiléens

- L'espace vide est homogène et isotrope
- L'éther est une notion arbitraire inutile
- La célérité de la lumière est indépendante de la vitesse de l'observateur

Henri Poincaré
(1854 – 1912)


Copyrighted Material
EINSTEIN
AND THE QUANTUM
THE QUEST OF THE VALIANT SWABIAN
A. DOUGLAS STONE
Copyrighted Material

Simultanéité et causalité

Perte de sens absolu

E1 et E2 ont lieu au même point en des temps différents

E1 et E2 ont lieu au même moment en des lieux différents

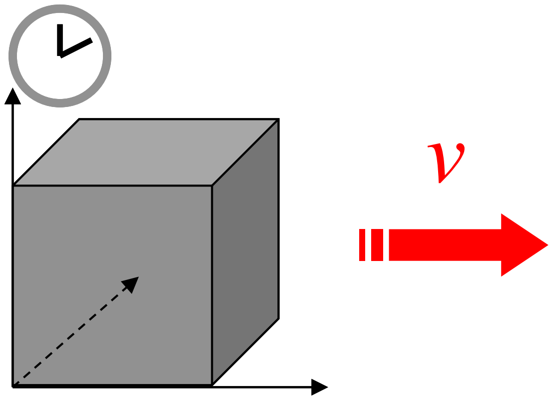
Mais

On doit conserver la causalité

Deux événements dont l'un est la conséquence de l'autre dans un repère donné doivent conserver cet ordre dans tous les repères.

Pour deux événements ne pouvant échanger de l'information entre eux : aucune contrainte.

Quelle transformation ?



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = F_v \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \quad ?$$

<u>Contraintes</u> :

- Conservation du mouvement rectiligne uniforme
- Respect de la causalité
- Espace homogène
- Invariance de la vitesse de la lumière

Transformation de Lorentz

M. Filoche

18 mars 2018

On se place dans un système d'unités où $c = 1$ et on cherche la forme générale de la transformation pour passer d'un repère (x,t) à un repère (x',t') en translation uniforme par rapport au premier d'une vitesse β, en supposant une coïncidence des repères en $(x,t) = (0,0)$. On pose donc :

$$\begin{cases} x' &= F_\beta(x,t) \\ t' &= G_\beta(x,t) \end{cases}$$

L'invariance de la distance relativiste (ici à deux dimensions d'espace-temps) impose :

$$x^2 - t^2 = x'^2 - t'^2 = F_\beta^2(x,t) - G_\beta^2(x,t)$$

d'où l'on déduit que

$$G_\beta^2(x,t) = F_\beta^2(x,t) - x^2 + t^2 \,.$$

Par ailleurs, on sait que tous les points se déplaçant à la vitesse β dans R (soit $x = \beta t + x_0$) demeurent en une abscisse constante dans le repère R'. Ceci implique que x' ne dépend pas du temps mais uniquement de $(x - \beta t)$ (et de β) :

$$F_\beta(x,t) = f_\beta(x - \beta t)$$

Il suffit donc de trouver la fonction f_β à une seule variable. On utilise pour cela le fait qu'un référentiel galiléen par rapport à R est également galiléen par rapport à R'. Par conséquent, un point se déplaçant à vitesse constante β_1 dans R se déplacera à vitesse constante $a_\beta(\beta_1)$ dans R', a_β étant une fonction à déterminer. Ainsi, si un point suit la trajectoire $x = \beta_1 t$ dans R, alors sa trajectoire dans R' vérifie (en utilisant la coïncidence en $(0,0)$) :

$$a_\beta(\beta_1) = \frac{x'}{t'} = \frac{F_\beta(\beta_1 t, t)}{G_\beta(\beta_1 t, t)} = \frac{f_\beta((\beta_1 - \beta)t)}{\sqrt{f_\beta^2((\beta_1 - \beta)t) + t^2(1 - \beta_1^2)}}$$

On en déduit donc l'expression de f_β en inversant l'équation précédente pour l'obtenir en fonction de a_β :

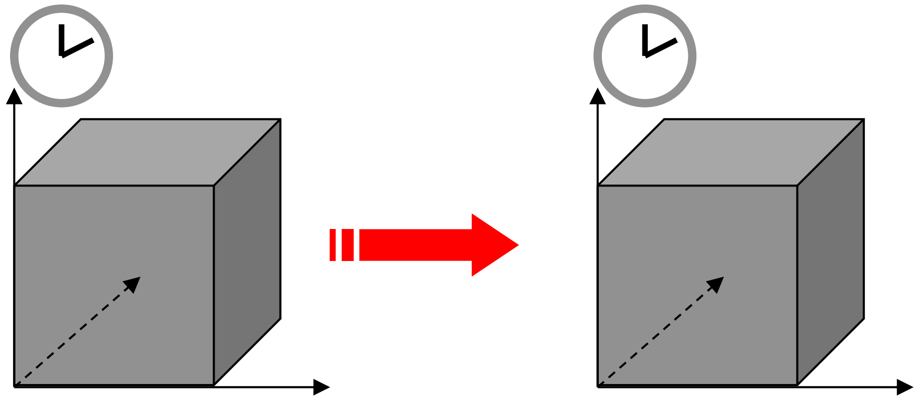
$$\frac{f_\beta^2((\beta_1 - \beta)t)}{f_\beta^2((\beta_1 - \beta)t) + t^2(1 - \beta_1^2)} = a_\beta^2(\beta_1)$$

On en déduit donc :

$$f_\beta((\beta_1 - \beta)t) = \sqrt{1 - \beta_1^2}\; a_\beta(\beta_1)\; t$$

MINES ParisTech

La transformation de Lorentz



Hendrik Antoon Lorentz
(1853 – 1928)

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \\ ct' = \gamma(-\beta x + ct) \end{cases}$$

$$\beta = \frac{v}{c} \quad , \quad \boxed{\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 - \beta^2\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

Facteur de Lorentz

La loi d'addition des vitesses

On peut réécrire la transformation de Lorentz sous la forme

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{ch}\,\varphi & -\mathrm{sh}\,\varphi \\ -\mathrm{sh}\,\varphi & \mathrm{ch}\,\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{ch}\,\varphi = \gamma = \left(1-\beta^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{sh}\,\varphi = \gamma\beta$$

« rotation » dans l'espace-temps, φ : rapidité

$$\begin{pmatrix} \mathrm{ch}\,\varphi_1 & -\mathrm{sh}\,\varphi_1 \\ -\mathrm{sh}\,\varphi_1 & \mathrm{ch}\,\varphi_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{ch}\,\varphi_2 & -\mathrm{sh}\,\varphi_2 \\ -\mathrm{sh}\,\varphi_2 & \mathrm{ch}\,\varphi_2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} \mathrm{ch}(\varphi_1+\varphi_2) & -\mathrm{sh}(\varphi_1+\varphi_2) \\ -\mathrm{sh}(\varphi_1+\varphi_2) & \mathrm{ch}(\varphi_1+\varphi_2) \end{pmatrix}}$$

$\rightarrow$ **On additionne les rapidités**

$\beta = \mathrm{th}\varphi$ donc $\beta_{1+2} = \mathrm{th}\left(\varphi_1+\varphi_2\right) = \boxed{\dfrac{\beta_1+\beta_2}{1+\beta_1\beta_2}}$

L'espace-temps de Minkowski

Espace quadri-dimensionnel (x, y, z, ct)

Invariant de la transformation de Lorentz

$$I = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c^2 \Delta t^2 \qquad \textit{métrique } (1,1,1,-1)$$

Cet invariant est la distance relativiste

$\rightarrow$ si $I > 0$, on dit que l'intervalle est du genre espace

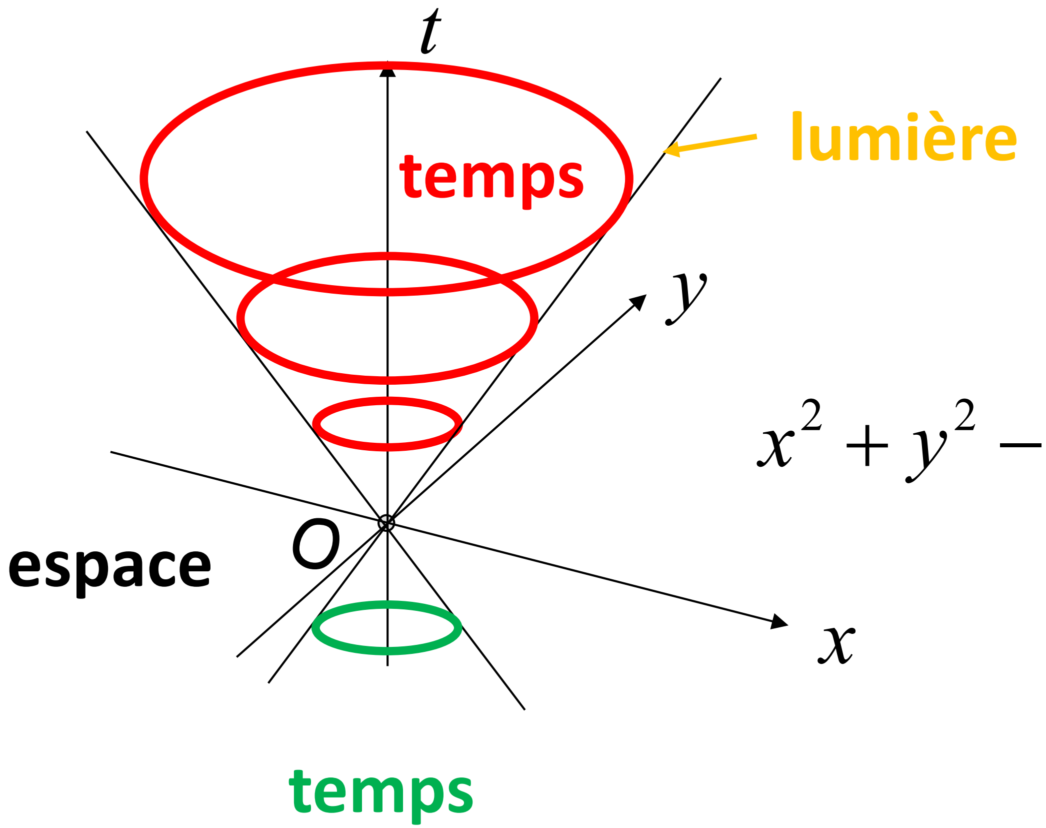
$\rightarrow$ si $I < 0$, on dit que l'intervalle est du genre temps

$\rightarrow$ si $I = 0$, on dit que l'intervalle est du genre lumière

Deux points séparés par un intervalle du genre espace ne peuvent communiquer !

L’espace-temps de Minkowski

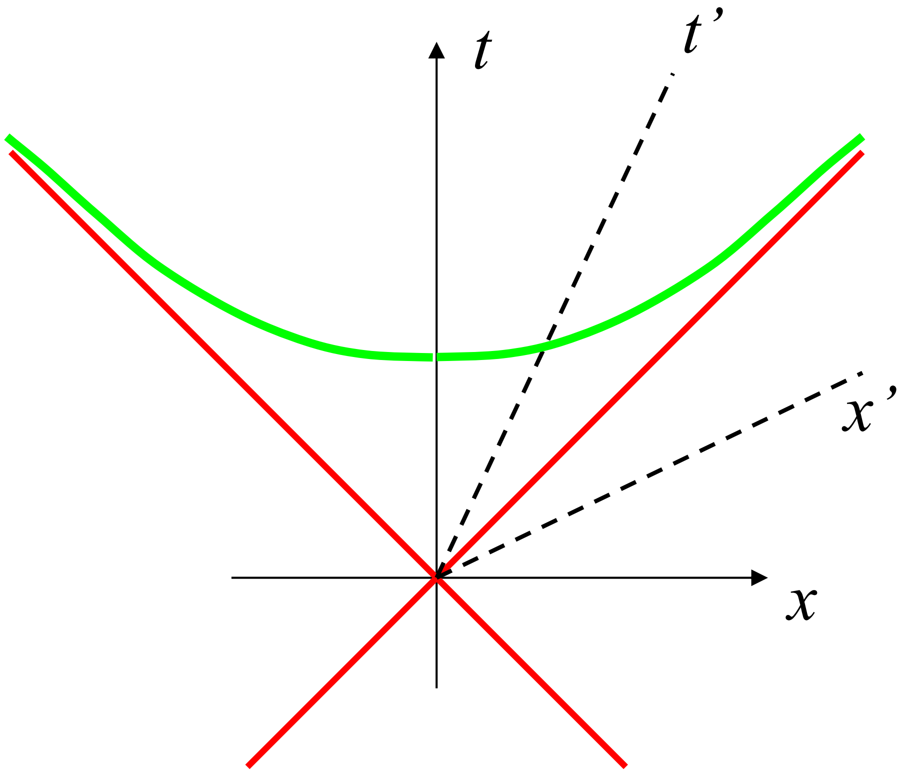
Hermann Minkowski
(1864 - 1909)



$$x^2 + y^2 - c^2 t^2 = 0$$

Pour un intervalle de genre temps, la distance relativiste donne directement le temps entre deux événements liés à un même objet : c’est le **temps propre** de l’objet.

La « dilatation » des temps



L'événement $(0,\tau)$ dans le repère en mouvement correspond à l'événement (x,t) dans le repère au repos.

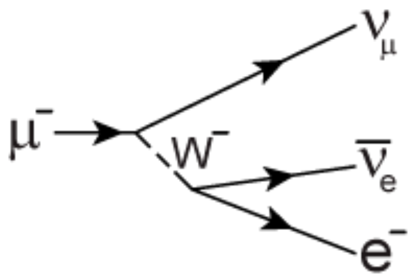
$$x^2 - c^2 t^2 = -c^2 \tau^2$$

Plus la vitesse est grande,
plus la « dilatation du temps » est importante

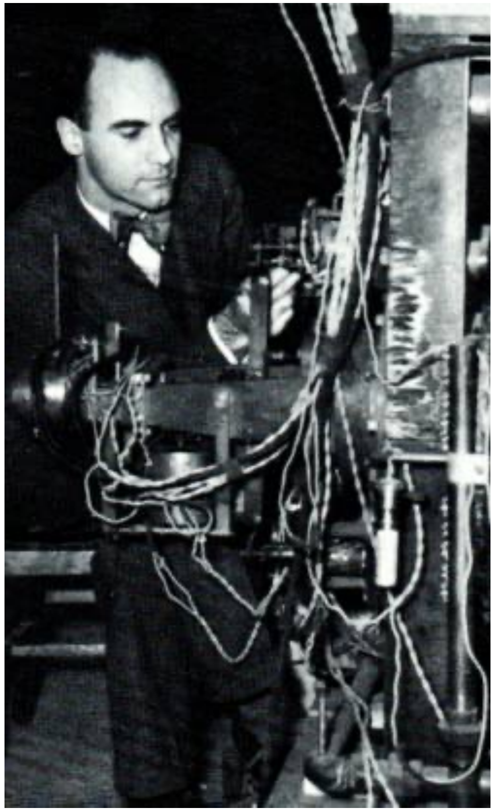
La durée de vie des muons

1936 : découverte du muon

Le muon se désintègre pour donner un électron, un neutrino muonique et un antineutrino électronique.



Sa durée de vie est d'environ **$2{,}2\times10^{-6}$ seconde**.



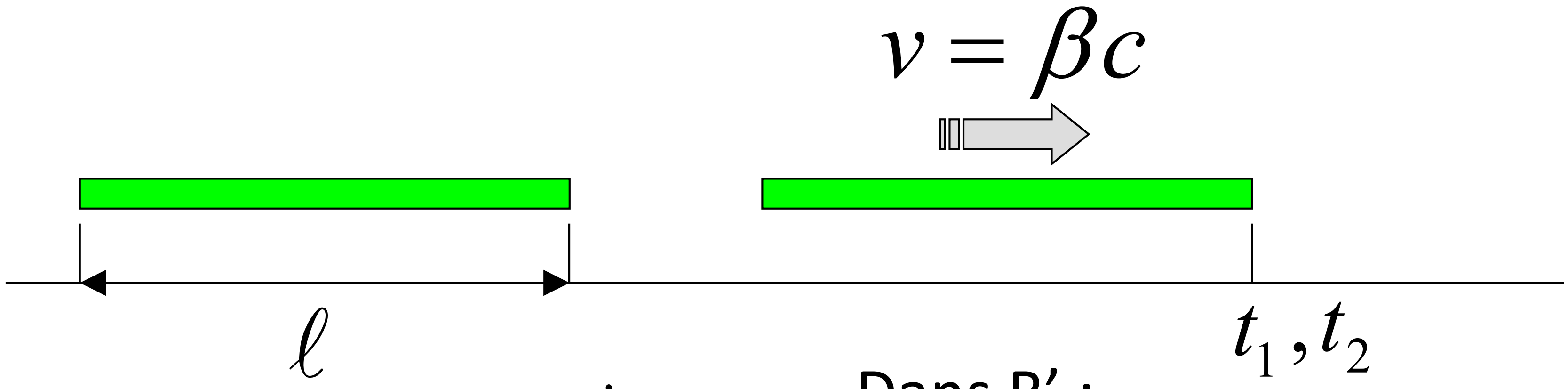
Carl David Anderson
(1905 - 1991)

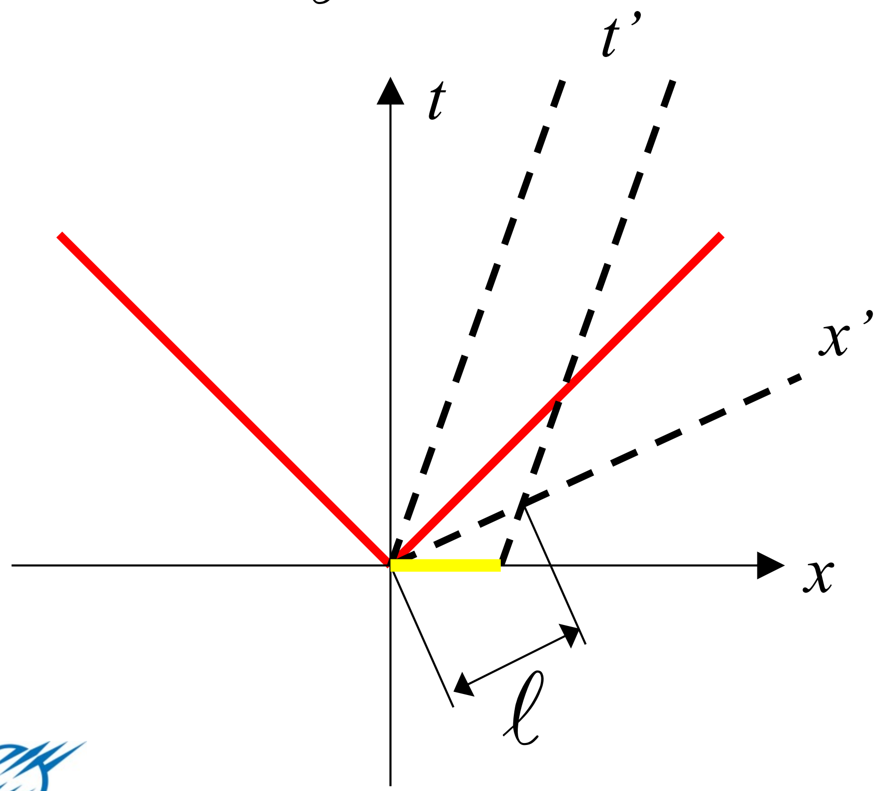
Proton cosmique → pions → muons

Distance parcourue sans relativité : < 1 km

Distance avec relativité : surface de la terre

La « contraction » des longueurs



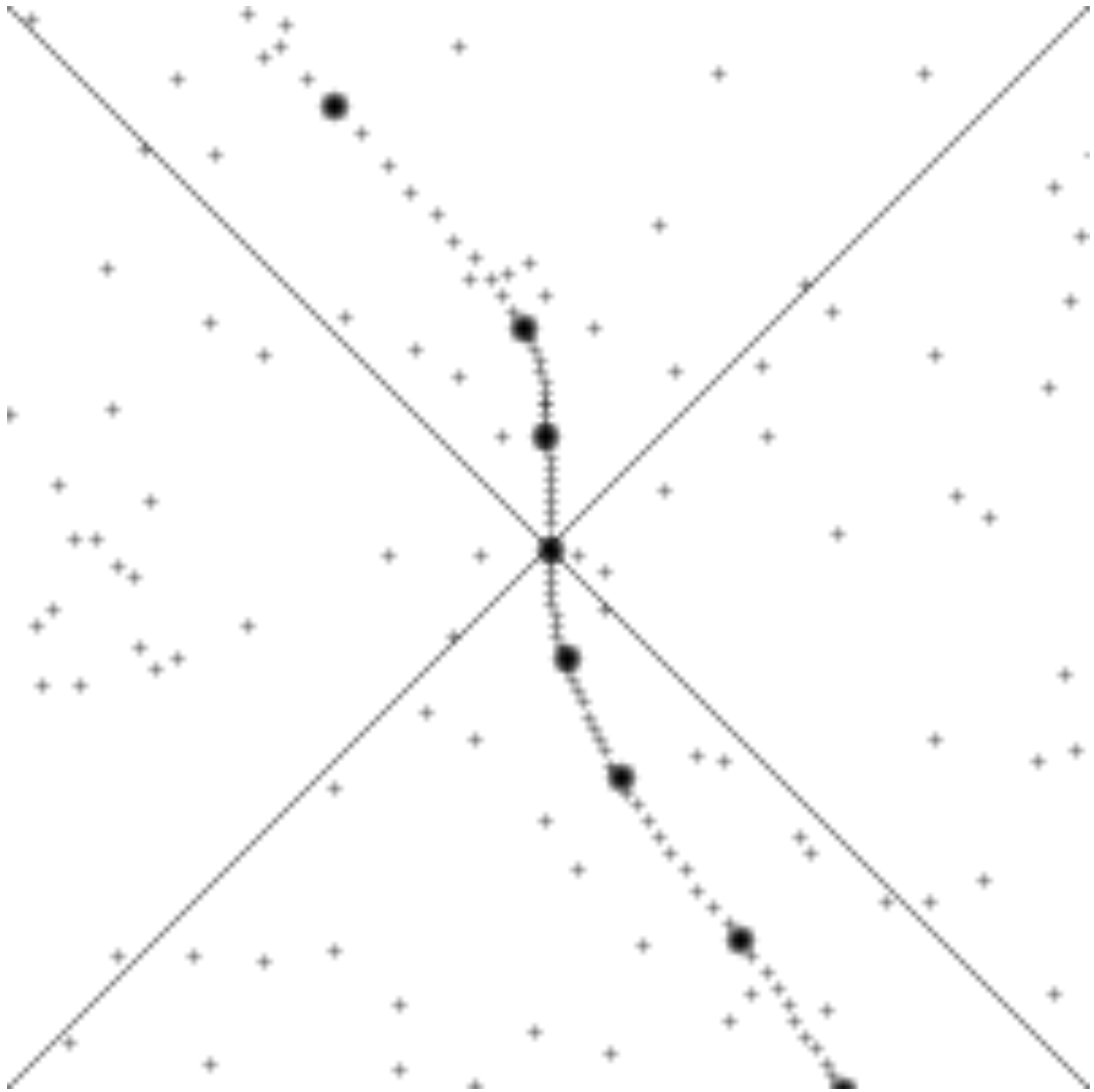


Dans R’ :
un point qui remonte la règle

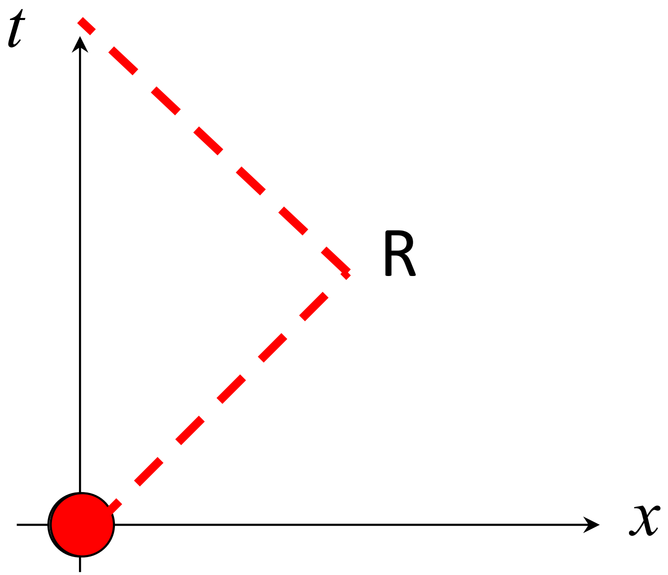
$$\Delta t' = \mathrm{ch}\,\varphi\ \Delta t = \frac{\ell}{v}$$

$$\boxed{\ell_{app} = v\ \Delta t = \frac{\ell}{\mathrm{ch}\,\varphi}}$$

Une trajectoire dans l'espace-temps



Le paradoxe des jumeaux de Langevin



R : point de retour

Lequel des jumeaux est le plus jeune quand ils se revoient ?

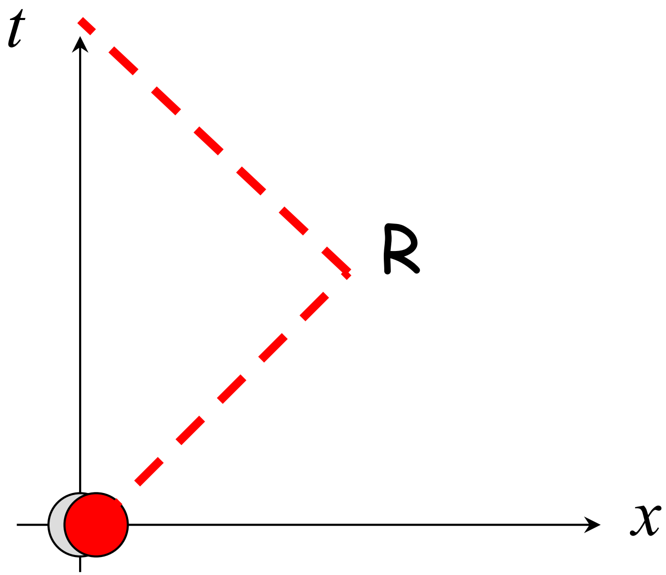
A. **Celui parti dans la fusée**

B. **Celui resté sur Terre**

C. **Ils ont le même âge**

D. **Cela depend de la trajectoire de la fusée**

Le paradoxe des jumeaux de Langevin



$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\varphi & -\operatorname{sh}\varphi \\ -\operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} x_R \\ ct_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{sh}\varphi_1 \times c\tau_R \\ \operatorname{ch}\varphi_1 \times c\tau_R \end{pmatrix}}$$

R : point de retour

$$\begin{pmatrix} x - x_R \\ ct - ct_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{sh}\varphi_2 \times c(\tau - \tau_R) \\ \operatorname{ch}\varphi_2 \times c(\tau - \tau_R) \end{pmatrix}$$

$$t_A = t_R + (\tau - \tau_R)\operatorname{ch}\varphi_2 = \boxed{\tau_R \operatorname{ch}\varphi_1 + (\tau - \tau_R)\operatorname{ch}\varphi_2}$$

$$\boxed{t_A > \tau_R + (\tau - \tau_R) = \tau}$$

La ligne d'univers galiléenne est la ligne de **plus long temps propre**

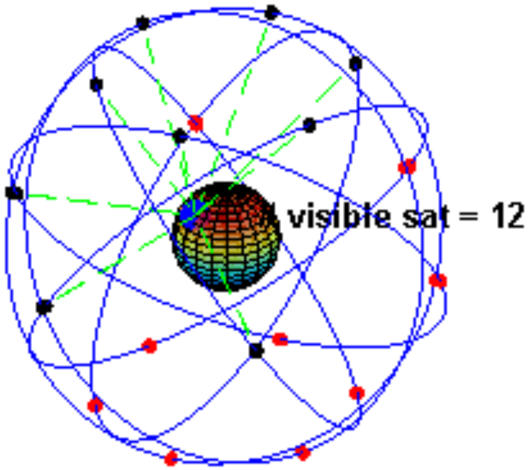

FULD HALL

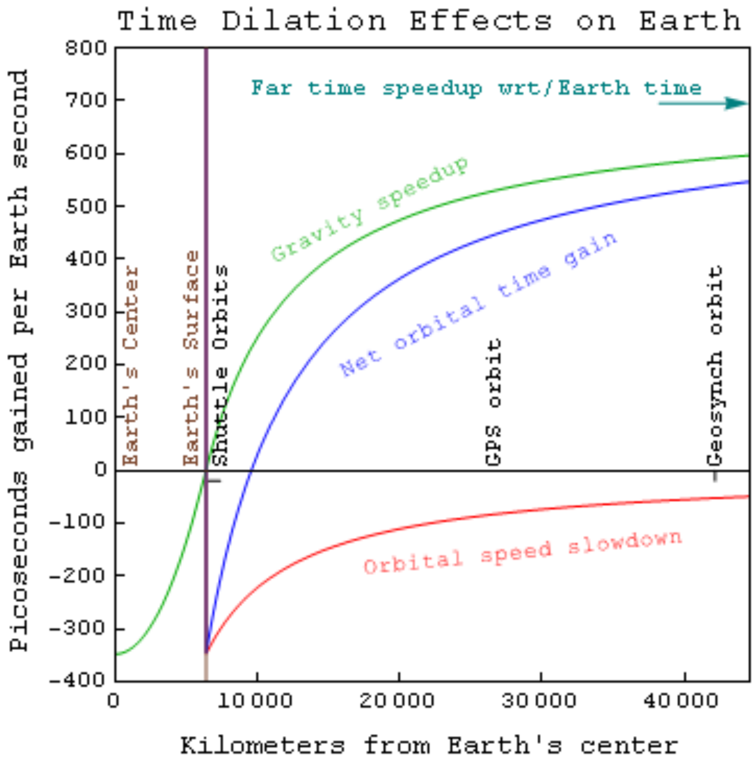

EINSTEIN DR

Une application de la relativité : le GPS

GPS : Global Positioning System

24 satellites orbitant à 20 000 km





Invariance, covariance et conservation

- L'**invariance** caractérise une quantité scalaire ou vectorielle qui n'est pas modifiée lors d'un changement de repère.

- La **covariance** caractérise des quantités ou des lois qui se transforment lors d'un changement de repère selon la transformation de **Lorentz**.

- La **conservation** caractérise une quantité scalaire ou vectorielle qui ne se modifie pas au cours du temps, dans le **même** repère.

La covariance des lois physiques

Toutes les lois physiques doivent être **covariantes** dans les transformations de Lorentz : elles doivent s'écrire de la même manière dans tous les référentiels galiléens.

Algèbre de **quadrivecteurs** :

Métrique $(1,1,1,-1)$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{pmatrix} = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 - d_1 d_2$$

Norme et produit scalaire sont des **invariants relativistes**

La quadri-vitesse

Mouvement d'une particule dans l'espace-temps :

Ligne d'univers $\longrightarrow$ le vecteur tangent est la **quadri-vitesse**

Entre deux positions successives *P* et *P'*

$$-c^2 d\tau^2 = (d\vec{r})^2 - c^2 dt^2$$

$$-c^2 = \left(\frac{d\vec{r}}{d\tau}\right)^2 - c^2\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2$$

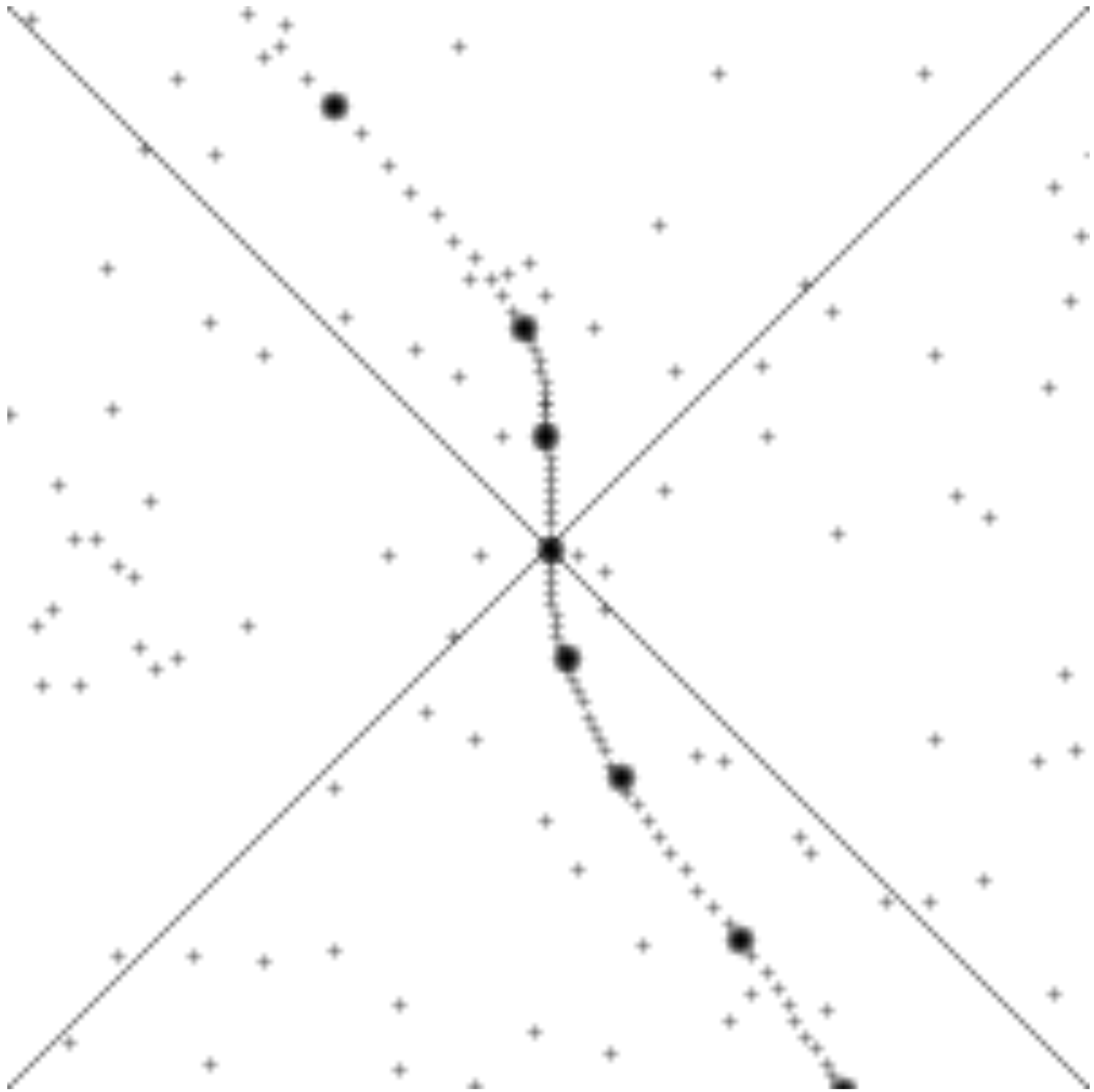
On définit le quadrivecteur

$$\boxed{\mathbf{u} = \left(\frac{d\vec{r}}{d\tau}, c\frac{dt}{d\tau}\right)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{u} &= \frac{d\vec{r}}{d\tau} = \gamma\frac{d\vec{r}}{dt} = \gamma\vec{v} \\ u_4 &= c\frac{dt}{d\tau} = c\gamma \end{aligned}}$$

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{u} = \mathbf{u}^2 = -c^2$$

Une trajectoire dans l'espace-temps



Le principe de moindre action relativiste

- L’espace vide est homogène et isotrope
- La mécanique obéit à un principe de moindre action
- Les lois de la physique sont covariantes par transformation de Lorentz

Le principe de moindre action se traduit par la recherche d’une géodésique de l’espace-temps de Minkowski :

La trajectoire maximise le **temps propre** entre deux points

$$S = -K \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} d\tau$$

Comment déduire l'expression de S

$\Rightarrow$ L'expression la plus simple de l'action est l'intégrale d'un scalaire invariant relativiste formé à partir des dérivées premières.

Seule possibilité : $$\boxed{A\,ds = A\sqrt{c^2dt^2 - d\vec{r}^2}}$$

$$\boxed{A\,dt\sqrt{c^2 - \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2} = A\sqrt{c^2 - \vec{v}^2}\,dt}$$

Le Lagrangien relativiste

On considère une particule libre et on se place dans un référentiel galiléen quelconque

$$\boxed{S = -K \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau = -K \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{d\tau}{dt} \right) dt}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\varphi & \operatorname{sh}\varphi \\ \operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ c\tau \end{pmatrix} \qquad \frac{d\tau}{dt} = (\operatorname{ch}\varphi)^{-1} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

<u>Aux faibles vitesses</u> : $L(v) = -K\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \boxed{-K + \frac{K}{2}\frac{v^2}{c^2}}$

Par analogie avec la mécanique newtonienne : $\boxed{K = mc^2}$

L'énergie relativiste

La masse est un invariant relativiste

$$L(v) = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$\boxed{\vec{p} = \frac{\partial L(v)}{\partial \vec{v}} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{v}}$$

<u>Erreur</u> : « La masse de la particule croît avec la vitesse »

$$E = \vec{p}\cdot\vec{v} + mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \boxed{\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mc^2}$$

$$E \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Énergie au repos

$$\boxed{E = mc^2}$$

Licence d'usage dans un contexte public, sans modification

La licence confère à l'utilisateur un droit d'usage sur le document consulté ou téléchargé, totalement ou en partie, dans les conditions définies ci-après et à l'exclusion expresse de toute utilisation commerciale.
Le droit d'usage défini par la licence autorise un usage à destination de tout public qui comprend :

- Le droit de reproduire tout ou partie du document sur support informatique ou papier,
- Le droit de diffuser tout ou partie du document au public sur support papier ou informatique, y compris par la mise à la disposition du public sur un réseau numérique.

Aucune modification du document dans son contenu, sa forme ou sa présentation n'est autorisée.
Les mentions relatives à la source du document et/ou à son auteur doivent être conservées dans leur intégralité.
Le droit d'usage défini par la licence est personnel, non exclusif et non transmissible. Tout autre usage que ceux prévus par la licence est soumis à autorisation préalable et expresse de l'auteur.