Les masses des particules

Leurs énergies au repos se mesurent en multiples de l'eV.

$$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Leurs masses se mesurent en eV/c²

$$1\,\mathrm{eV/c}^2 = 1{,}783 \times 10^{-36}\,\mathrm{Kg}$$

$$m_{electron} = 511 \quad \mathrm{keV/c}^2$$
$$m_{proton} = 938 \quad \mathrm{MeV/c}^2$$
$$m_{neutron} = 940 \quad \mathrm{MeV/c}^2$$

$c = 1$ dans les équations

Le quadrivecteur impulsion-énergie

$$\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} \vec{p} \\ E/c \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\boldsymbol{p}^2 = \vec{p}^{\,2} - \frac{E^2}{c^2} = -m^2c^2}$$

L'énergie et l'impulsion sont les composantes d'un même vecteur

- L'énergie est définie de manière absolue.
- L'énergie au repos peut apparaître quand on modifie la structure interne des systèmes.

$$\boxed{E^2 = \vec{p}^{\,2}c^2 + m^2c^4}$$

$$H(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^{\,2}c^2 + m^2c^4}$$

Les particules de masse nulle

Approximation ultra-relativiste pour des particules massives

$$E = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4} = cp \times \left(1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}\right)^{1/2} \approx \boxed{cp + \frac{m^2 c^3}{2p}}$$

Dans la limite d'une masse nulle : $E = cp$ et $v = c$

Des particules sans masse se déplacent à la vitesse de la lumière dans tous les repères galiléens

<ins>Trajectoires des photons</ins> : génératrices du cône de lumière

Les systèmes de particules

Paradigme des systèmes loin des instants d'interaction

Les lois de conservation et d'invariance permettent d'établir des bilans → **cinématique relativiste**

$$\boxed{\mathbf{p}_{\mathrm{tot}} = \sum_i \mathbf{p}_{\mathrm{i}}}$$

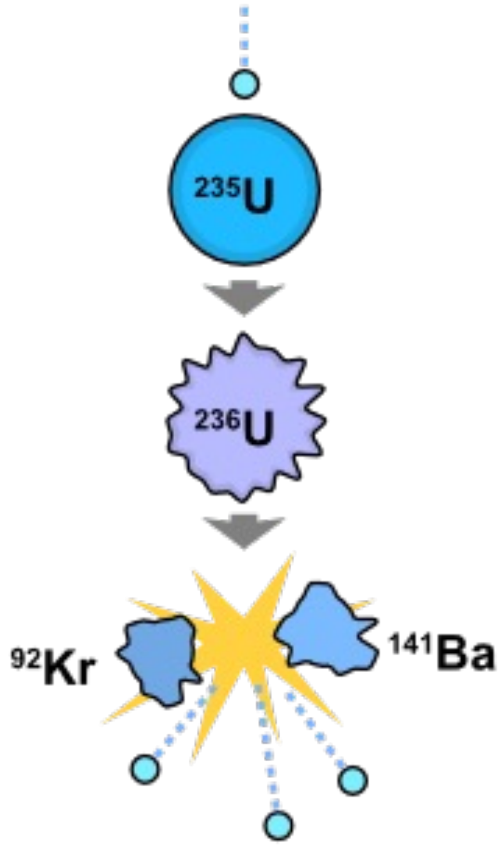
Référentiel dans lequel $\vec{p}_{tot} = \vec{0}$: référentiel du **centre de masse**

Ce système n'est pas celui où : $\sum_i m_i \vec{v}_i = \frac{d}{dt}\left(\sum_i m_i \vec{OM}_i\right) = 0$

Défaut de masse et énergie

Fission nucléaire

$$ {}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + 3\,{}^{1}_{0}n $$



La fission libère une énergie due au défaut de masse entre l'uranium et les produits de la réaction.

Fusion nucléaire

Paradoxe → durée de vie du soleil ?

$$ 4\,{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2e^{+} + 2\gamma $$

Emission solaire dans tout l'espace : $4{,}4 \times 10^{9}\ \mathrm{Kg.s}^{-1}$

Durée de vie du soleil

$$M_{soleil} = 2 \times 10^{30}\,\mathrm{Kg}$$

Perte de masse dans la réaction :

$$\Delta m \approx 4m_p - M_\alpha = 4 \times 1{,}67262 \times 10^{-24} - 6{,}6466 \times 10^{-24}$$
$$= 0{,}04582 \times 10^{-24}\,g \quad \approx \boxed{\frac{4m_p}{150}}$$

Donc la durée de vie estimée est :

$$T = \frac{M_{soleil}}{150 \times 4{,}4 \times 10^{9}}\,\mathrm{s} = \boxed{96 \times 10^{9}\,\mathrm{ans}}$$

Des ondes relativistes

Electromagnétisme et relativité

“If a unit electric point charge is in motion in an electromagnetic field, the force acting upon it is equal to the electric force which is present at the locality of the charge, and which we ascertain by transformation of the field to a system of coordinates at rest relatively to the electrical charge.”

A. Einstein (1905),
De l’électrodynamique des corps en mouvement

Electromagnétisme et relativité

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

La force dépendait du repère…

Dans le repère tangent : $\dfrac{d\vec{p}}{d\tau} = \gamma \dfrac{d\vec{p}}{dt} = q\gamma\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$

$$\mathbf{u} = (\gamma\vec{v}, \gamma c) \qquad \begin{cases} \dfrac{d\vec{p}}{d\tau} = \gamma \dfrac{d\vec{p}}{dt} = q\left(-\dfrac{u_4}{c}\vec{E} + \vec{u} \wedge \vec{B}\right) \\[2ex] \dfrac{dp_4}{d\tau} = \gamma \dfrac{d\left(q\vec{E}\cdot\vec{v}\right)}{cdt} = \dfrac{q}{c}\left(\vec{E}\cdot\vec{u}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = q\,\mathbf{F}\,\mathbf{u}}$$

$$\boxed{\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ E_y & -B_z & 0 & B_x \\ E_z/c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}}$$

La covariance des équations de Maxwell

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \dfrac{1}{c^2} \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} E'_x = E_x & B'_x = B_x \\ E'_y = \gamma\left(E_y - c\beta\, B_z\right) & B'_y = \gamma\left(B_y + \dfrac{\beta}{c} E_z\right) \\ E'_y = \gamma\left(E_z + c\beta\, B_y\right) & B'_z = \gamma\left(B_z - \dfrac{\beta}{c} E_y\right) \end{array}}$$

Quadri-potentiel $\mathbf{A} = \left(\vec{A}, \dfrac{V}{c}\right)$

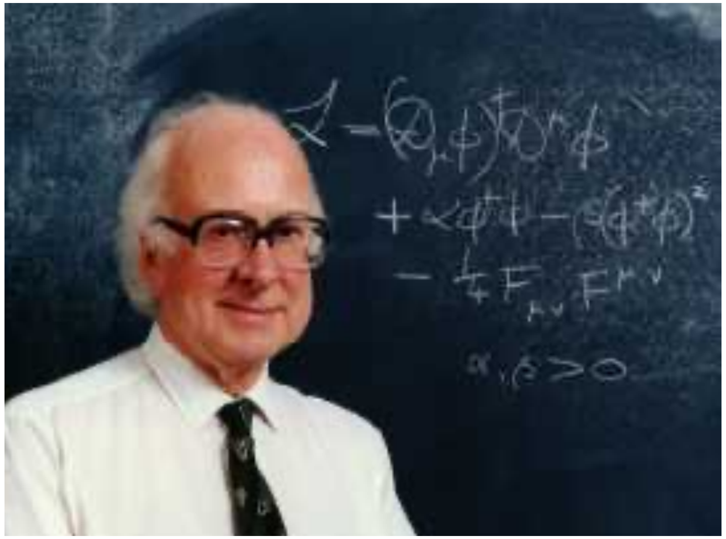
Quadri-courant $\mathbf{j} = \left(\vec{j}, \rho c\right)$

$$\boldsymbol{F}^{\mu\nu} = \partial^{\mu} \boldsymbol{A}^{\nu} - \partial^{\nu} \boldsymbol{A}^{\mu}$$

$$\boxed{\mathbf{dF} = \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ E_x & 0 & B_z & -B_y \\ E_y & -B_z & 0 & B_x \\ E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}}$$

Tenseur électromagnétique



Peter Higgs
(1929 -)

$$L = \partial_\mu \phi \, \partial^\mu \phi - \frac{1}{4} \boldsymbol{F}_{\mu\nu} \boldsymbol{F}^{\mu\nu} + \ldots$$

L’onde plane monochromatique

$$G = A\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi\right)$$

Les crêtes et les creux sont indépendants de l’observateur

$\Phi = \vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi$ est un invariant relativiste

On définit donc un nouveau quadrivecteur $\boxed{\mathbf{k} = \left(\vec{k}, \frac{\omega}{c}\right)}$

Quadrivecteur d’onde

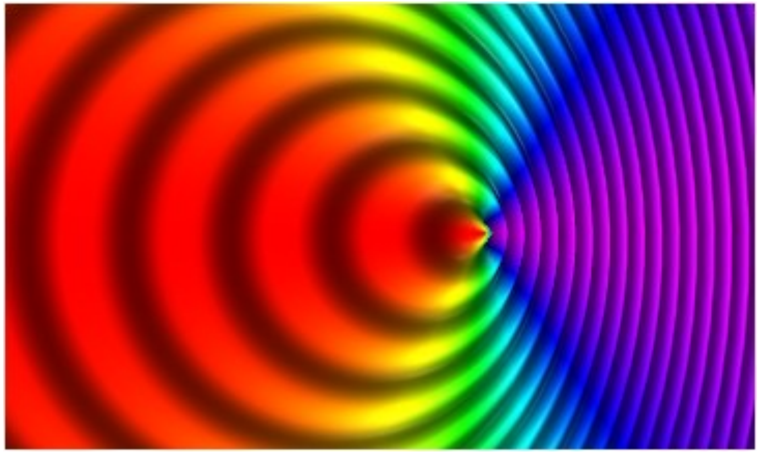
Transformation de Lorentz

$$\begin{pmatrix} k'_x \\ \frac{\omega'}{c} \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_x \\ \frac{\omega}{c} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\omega' = \gamma\left(\omega - \vec{k}\cdot\vec{v}\right)}$$

L'effet Doppler relativiste

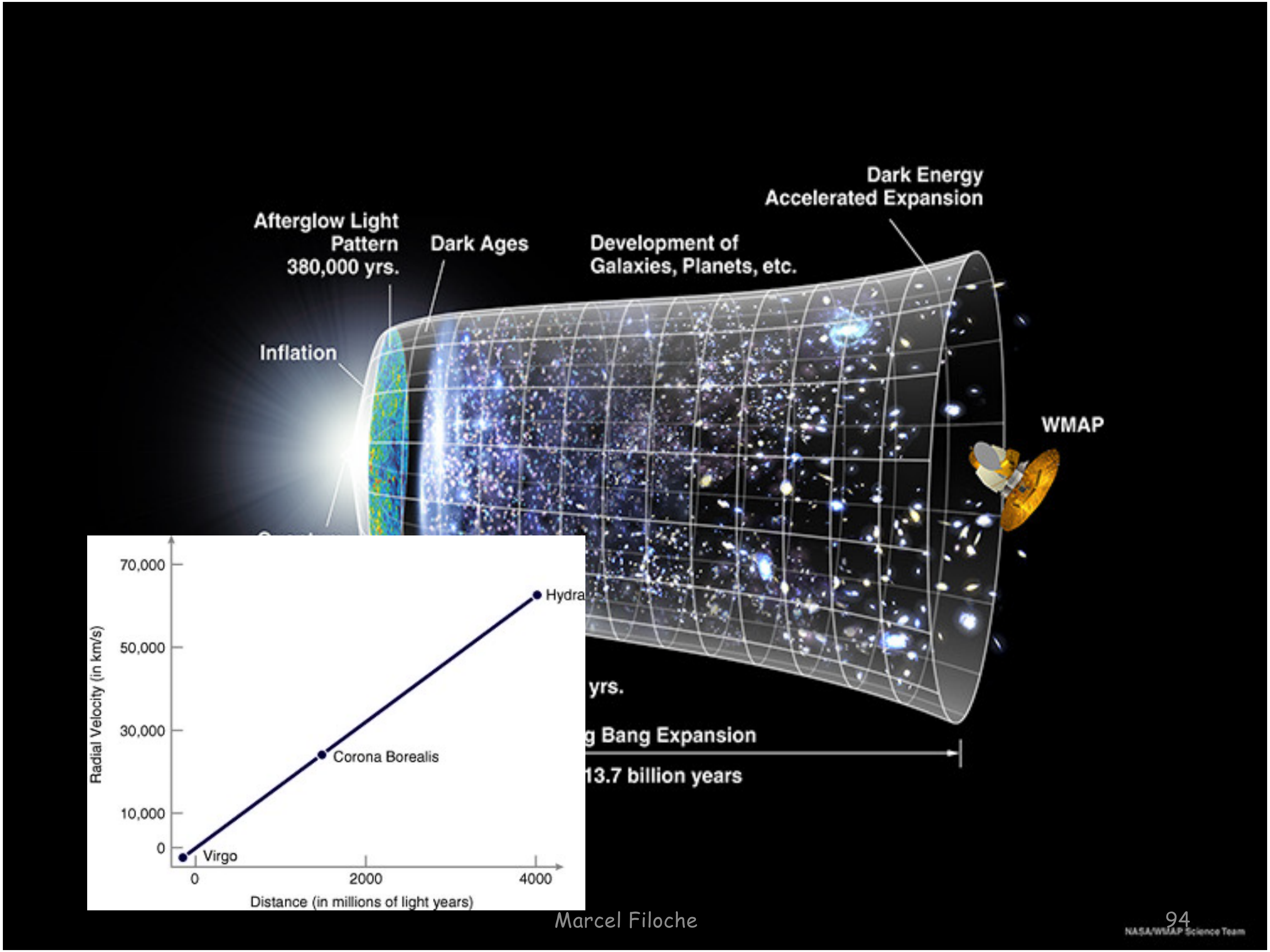
On considère une source d'une onde électromagnétique s'éloignant de l'observateur.



$$\omega' = \gamma\left(\omega - \vec{k}\cdot\vec{v}\right) = \gamma\omega\left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$\boxed{\frac{\lambda_r}{\lambda_e} = \frac{\omega'}{\omega} = \gamma\,(1-\beta) = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Décalage vers le rouge pour les objets qui s'éloignent


Dark Energy
Accelerated Expansion
Afterglow Light
Pattern
380,000 yrs.
Dark Ages
Development of
Galaxies, Planets, etc.
Inflation
WMAP
yrs.
Bang Expansion
13.7 billion years
NASA/WMAP Science Team
70,000
50,000
30,000
10,000
0
Radial Velocity (in km/s)
Hydra
Corona Borealis
Virgo
0
2000
4000
Distance (in millions of light years)

L'effet Cerenkov

La gravitation : vers la relativité générale

Equivalence entre masse inertielle et masse pesante

Le mouvement est indépendant de la masse

$\Rightarrow$ propriété de l'espace-temps

Paradoxe des jumeaux

$\Rightarrow$ modification du temps avec l'accélération

Trajectoire dans l'espace-temps : géodésique, même en présence d'un champ gravitationnel.

Principe d'équivalence : accélération $\leftrightarrow$ pesanteur

Licence d’usage dans un contexte public, sans modification