

□

De Galilée à Einstein, de Newton à Schrödinger...

M. Filoche

marcel.filoche@mines-paristech.fr



PARISIENNE
DE PHOTO
GRAPHIE



Pierre Brun
(CEA)



Davide Boschetto
(ENSTA)



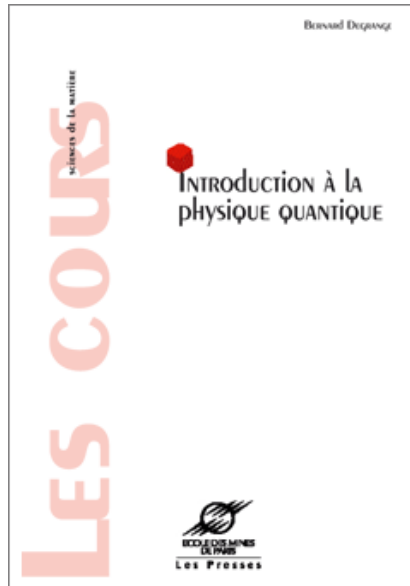
Antoine Tilloy
(Mines-ParisTech)



Philippe Campagne-Ibarcq
(INRIA/ENS)

Le matériel pédagogique

Livre de cours



Site web moodle (PDFs cours)



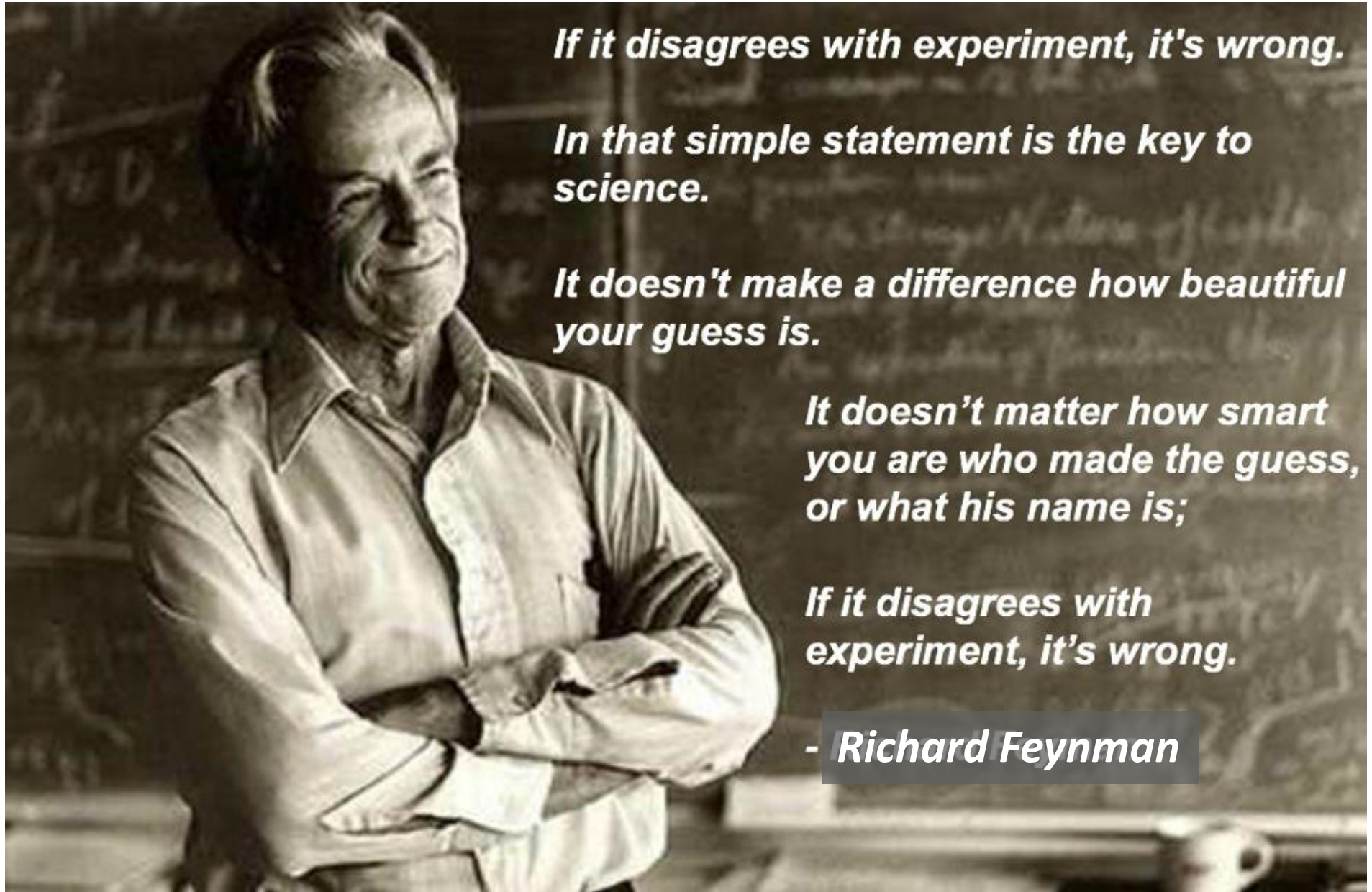
Boîtiers interactifs



<https://moodle.minesparis.psl.eu>

Semestre 1/UE13/MIN_21-22_ECUE13.1

Pourquoi fait-on de la physique ?



If it disagrees with experiment, it's wrong.

In that simple statement is the key to science.

It doesn't make a difference how beautiful your guess is.

It doesn't matter how smart you are who made the guess, or what his name is;

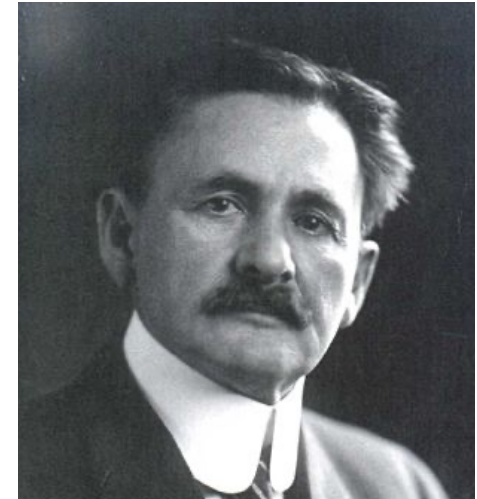
If it disagrees with experiment, it's wrong.

- Richard Feynman

La fin de la physique ?

"Our future discoveries must be looked for in the sixth decimal place."

A. A. Michelson, 1894

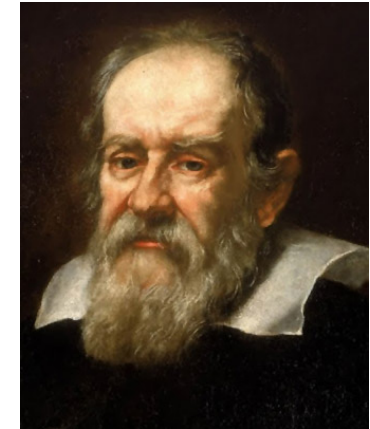


Albert Abraham Michelson
(1854 – 1912)

[A l'occasion de l'inauguration d'un laboratoire de physique de Chicago, remarquant que toutes les plus importantes lois physiques ont été découvertes.]

La physique à la fin du XIX^{ème} siècle

➡ La géométrie du monde : **Euclide et Galilée**



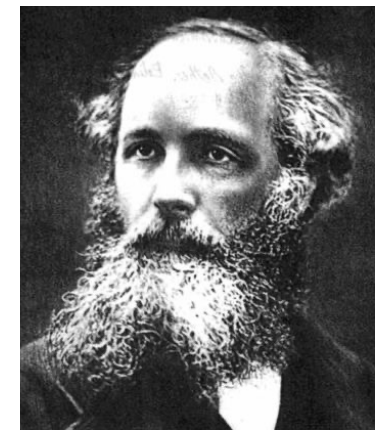
Galilée
(1564 - 1642)

➡ La mécanique : **Newton**



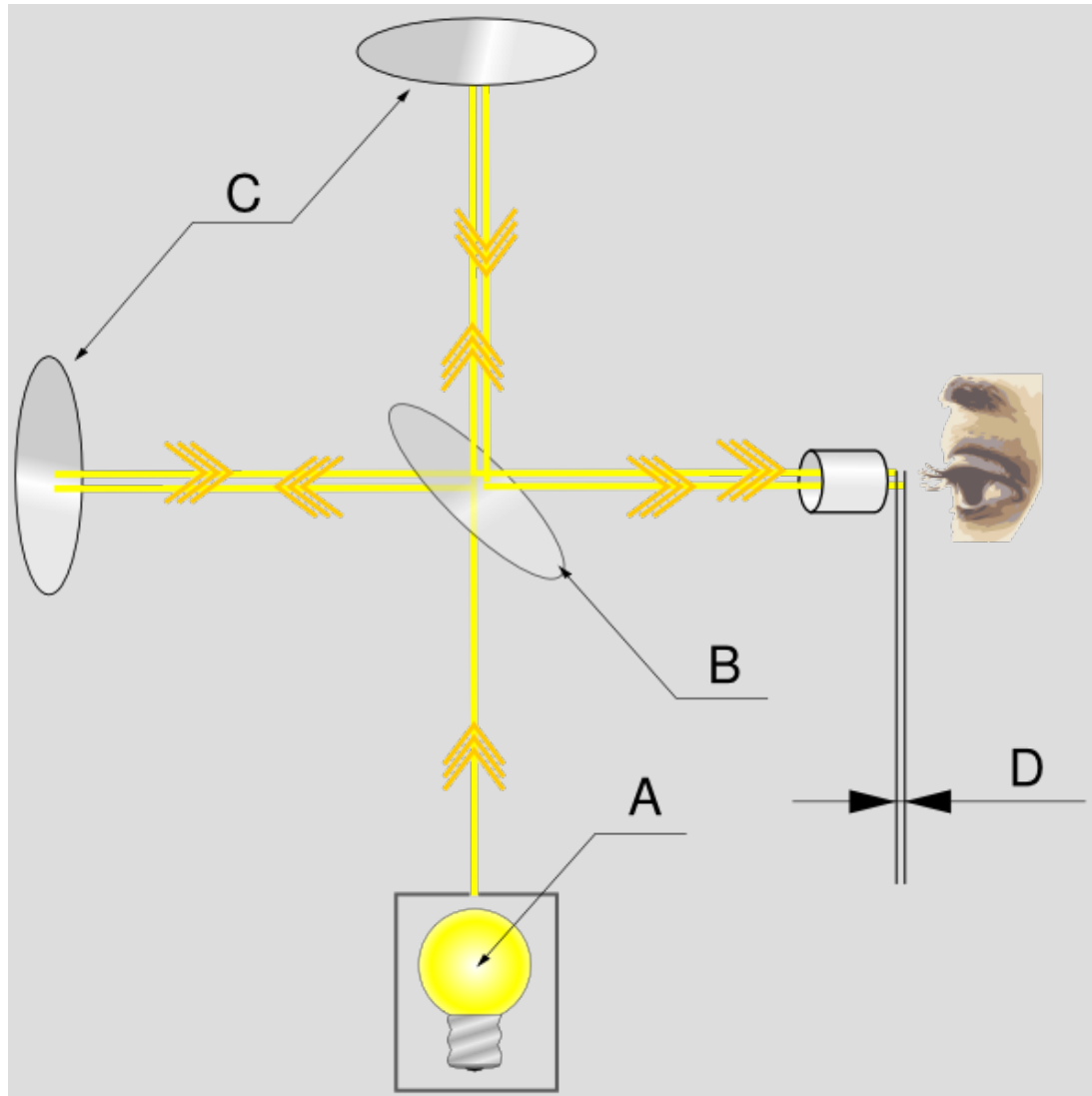
Isaac Newton
(1643 - 1727)

➡ Les phénomènes électriques et magnétiques
Maxwell



James Clerk Maxwell
(1831 - 1879)

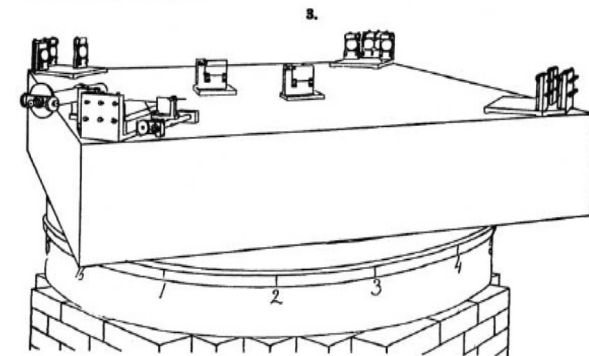
L'expérience de Michelson-Morley



Michelson and Morley—Relative Motion of the 387

The first named difficulties were entirely overcome by mounting the apparatus on a massive stone floating on mercury; and the second by increasing, by repeated reflection, the path of the light to about ten times its former value.

The apparatus is represented in perspective in fig. 3, in plan in fig. 4, and in vertical section in fig. 5. The stone *a* (fig. 5) is about 1.5 meter square and 0.3 meter thick. It rests on an annular wooden float *bb*, 1.5 meter outside diameter, 0.7 meter inside diameter, and 0.25 meter thick. The float rests on mercury contained in the cast-iron trough *cc*, 1.5 centimeter thick, and of such dimensions as to leave a clearance of about one centimeter around the float. A pin *d*, guided by arms *gggg*, fits into a socket *e* attached to the float. The pin may be pushed into the socket or be withdrawn, by a lever pivoted at *f*. This pin keeps the float concentric with the trough, but does not bear any part of the weight of the stone. The annular iron trough rests on a bed of cement on a low brick pier built in the form of a hollow octagon.



At each corner of the stone were placed four mirrors *dd ee* fig. 4. Near the center of the stone was a plane-parallel glass *b*. These were so disposed that light from an argand burner *a*, passing through a lens, fell on *b* so as to be in part reflected to *d*; the two pencils followed the paths indicated in the figure, *bdedbf* and *bd, e, d, bf* respectively, and were observed by the telescope *f*. Both *f* and *a* revolved with the stone. The mirrors were of speculum metal carefully worked to optically plane surfaces five centimeters in diameter, and the glasses *b* and *c* were plane-parallel and of the same thickness, 1.25 centimeter;

Les cinq limites

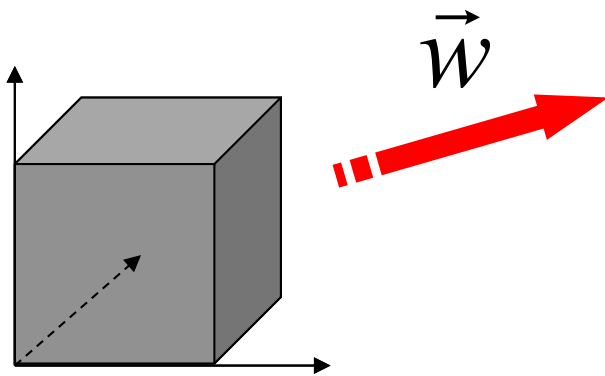
- ➡ Faibles **vitesse**s (devant la vitesse de la lumière)
- ➡ Faible **intensité** des interactions
- ➡ Grandes **distances** (devant les distances inter- ou intra-atomiques)
- ➡ Grands **temps** (devant les temps typiques d'interaction)
- ➡ Grand **nombre** de composants élémentaires (particules)

La mécanique classique

➡ Le référentiel galiléen

- absence de force : mouvement continu, uniforme
- le temps est **absolu, identique** dans **tous** les référentiels

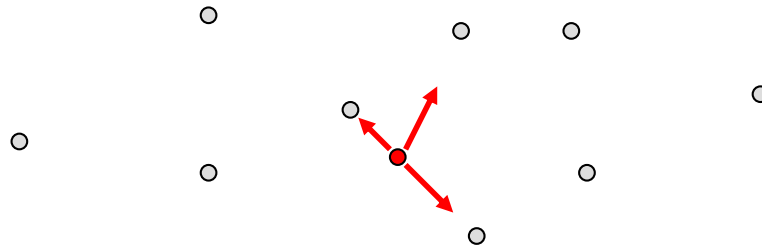
Un événement est défini comme un point (\vec{r}, t)



$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{w}t \\ t' = t \end{cases}$$

L'évolution d'un système classique

Mécanique newtonienne :



$$m_i \vec{a}_i = m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{F}_i(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{v}_1, \dots, \vec{v}_N)$$

L'évolution est entièrement déterminée par la donnée des positions et des vitesses à un instant t :

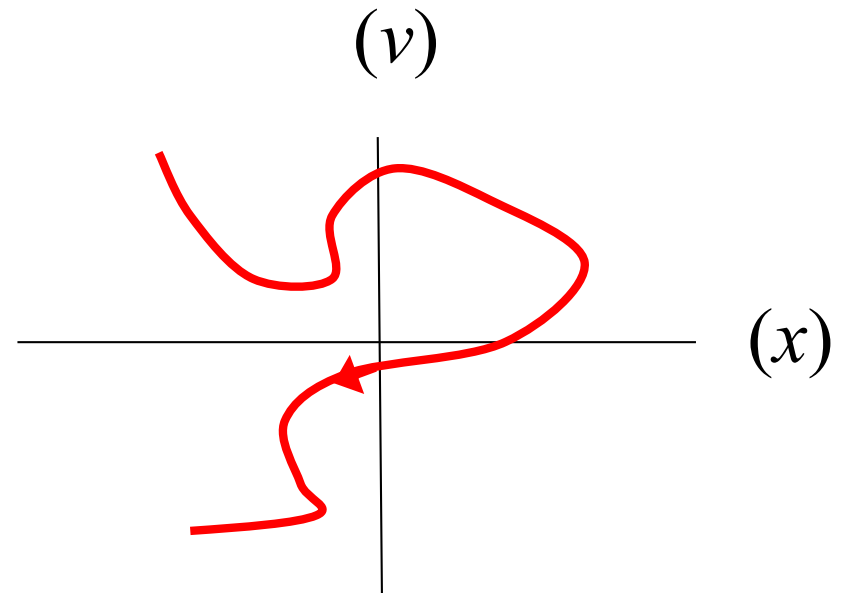
$$(\vec{r}_1(t), \dots, \vec{r}_N(t), \vec{v}_1(t), \dots, \vec{v}_N(t))$$

Mais on peut tout aussi bien donner les positions en deux instants différents :

$$(\vec{r}_1(t_1), \dots, \vec{r}_N(t_1), \vec{r}_1(t_2), \dots, \vec{r}_N(t_2))$$

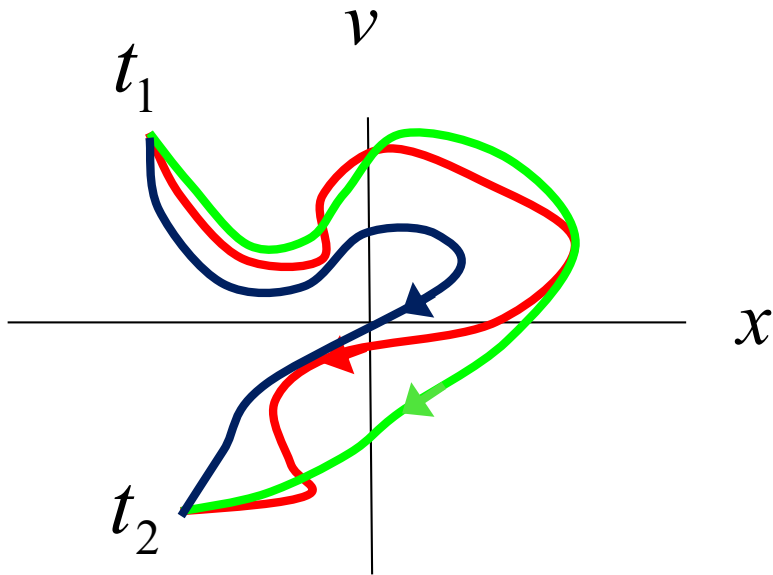
Le déterminisme classique de la mécanique

Espace des degrés de liberté
 (x, v) du système



Les données de (x_i, v_i) à un instant t donné déterminent l'évolution du système pour **tous** les instants futurs $t_1 > t$.

Une formulation variationnelle : l'action



Pierre-Louis Moreau
de Maupertuis
(1698 - 1759)



Leonhard Euler
(1707 - 1783)

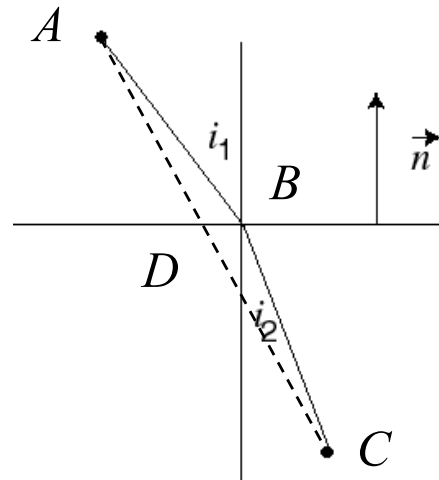
Principe : L'action totale est la somme des actions élémentaires qui ne dépendent que de l'état instantané du système. Elle est **minimale** pour la trajectoire réelle.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} \cdot d\vec{l} \qquad S = \int_{t_1}^{t_2} M \vec{v} \cdot d\vec{l}$$

Le principe de Fermat



Pierre de Fermat
(160? - 1665)



« Si nous supposons que la chose est déjà faite, et que **la nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus aisées**, la résistance par CB, jointe à la résistance par BA, contiendra la somme des deux résistances , et cette somme, pour satisfaire au principe, doit être **la moindre** de toutes celles qui peuvent se rencontrer en quelque autre point que ce soit de la ligne DB [...]. »

La controverse Descartes / Fermat



René Descartes
(1596 - 1650)



Pierre de Fermat
(160? - 1665)

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad ?$$

Avec le recul, Descartes a eu...

- A. Un raisonnement correct et un résultat correct
- B. Un raisonnement correct et un résultat incorrect
- C. Un raisonnement incorrect et un résultat correct
- D. Un raisonnement incorrect et un résultat incorrect



Le formalisme lagrangien



Joseph Louis Lagrange
(1736 - 1813)

- ➡ Formalisme synthétique et scalaire
- ➡ Mise en valeur des symétries du problème
- ➡ Permet de s'affranchir des forces internes

Le mouvement complet d'un système va s'obtenir par un principe de **moindre action**. Les **symétries** du problème vont permettre d'en déduire des **invariants** (constantes du mouvements).

Action :

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L [\vec{r}_1(t), \dots, \vec{r}_N(t), \vec{v}_1(t), \dots, \vec{v}_N(t)] dt$$

Les équations de Lagrange

On perturbe légèrement la trajectoire optimale :

$$S + \delta S = \int_{t_1}^{t_2} L[\vec{r}_1(t) + \delta\vec{r}_1(t), \dots, \vec{r}_N(t) + \delta\vec{r}_N(t), \\ \vec{v}_1(t) + \delta\vec{v}_1(t), \dots, \vec{v}_N(t) + \delta\vec{v}_N(t)] dt = \int_{t_1}^{t_2} (L + \delta L)(t) dt$$

$$\delta L = \delta\vec{r}_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_1} + \dots + \delta\vec{r}_N \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_N} + \delta\vec{v}_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_1} + \dots + \delta\vec{v}_N \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_N}$$

On intègre cette perturbation de l'action sur toute la trajectoire

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\delta\vec{r}_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_1} + \delta\vec{v}_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_1} \right) dt \\ = \int_{t_1}^{t_2} \left(\delta\vec{r}_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_1} \right) dt + \cancel{\left[\delta\vec{r}_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_1} \right]_{t_1}^{t_2}} - \int_{t_1}^{t_2} \left(\delta\vec{r}_1 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_1} \right) \right) dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta\vec{r}_1 \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{r}_1} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_1} \right) \right) dt = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{r}_1} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_1} \right)$$

La mécanique newtonienne d'une particule dérive-t-elle d'un principe de moindre action ?

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} \right) \quad \stackrel{?}{\Leftrightarrow} \quad \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

OK si $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = \vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \\ \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = m\vec{v} \end{array} \right.$ pour une force dérivant d'un potentiel

$$L = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 - U(\vec{r})$$

Dans un champ électromagnétique : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

$$L = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + q\vec{v} \cdot \vec{A}(\vec{r})$$

La particule dans un champ magnétique

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} \right)$$

$$L = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + q \vec{v} \cdot \vec{A}(\vec{r})$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = q \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} = q \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) v_x + q \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) v_y + q \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) v_z$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = m \vec{v} + q \vec{A}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \right) = m a_x + q \frac{dA_x}{dt}$$

$$\frac{dA_x}{dt} = \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) v_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) v_y + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right) v_z$$

$$m a_x = q \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) v_y + q \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) v_z - q \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) v_y - q \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right) v_z = q B_z v_y - q B_y v_z = q (\vec{v} \wedge \vec{B})_x$$

Licence d'usage dans un contexte public, sans modification

La licence confère à l'utilisateur un droit d'usage sur le document consulté ou téléchargé, totalement ou en partie, dans les conditions définies ci-après et à l'exclusion expresse de toute utilisation commerciale.

Le droit d'usage défini par la licence autorise un usage à destination de tout public qui comprend :

- Le droit de reproduire tout ou partie du document sur support informatique ou papier,
- Le droit de diffuser tout ou partie du document au public sur support papier ou informatique, y compris par la mise à la disposition du public sur un réseau numérique.

Aucune modification du document dans son contenu, sa forme ou sa présentation n'est autorisée.

Les mentions relatives à la source du document et/ou à son auteur doivent être conservées dans leur intégralité.

Le droit d'usage défini par la licence est personnel, non exclusif et non transmissible. Tout autre usage que ceux prévus par la licence est soumis à autorisation préalable et expresse de l'auteur.

