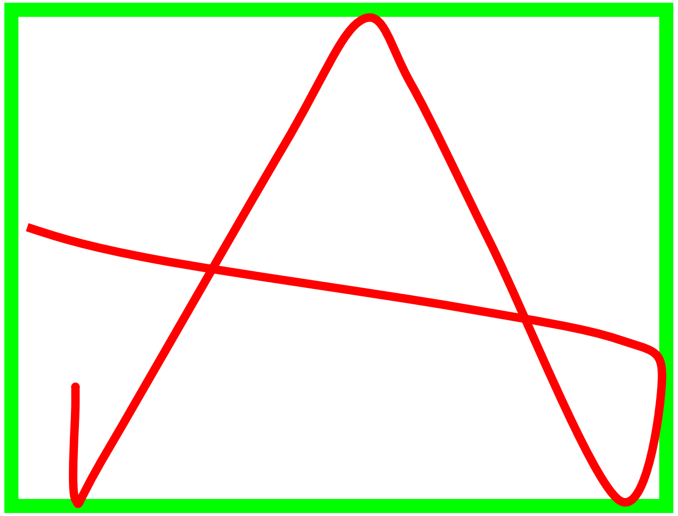
Le rayonnement

Le gaz de photons

- Les photons sont des bosons de spin 1.
- La plupart des photons sont émis dans l'infrarouge.
- Le spectre des fréquences est quasi continu.



- Les photons sont **sans interaction** entre eux.
- Leur nombre varie sans cesse : c'est une variable aléatoire.
- L'état fondamental est l'état à **0** photon.

Le gaz de photons

Le système de photons est un système à nombre de particules variable mais n'est pas un système grand canonique à proprement parler !

En fait, on peut le représenter dans l'ensemble canonique en minimisant simplement le potentiel thermodynamique :

$$\frac{\partial F(\beta, N, V)}{\partial N} = 0 \quad \text{pour } N = \tilde{N}$$

Finalement, le système de photons peut être représenté dans l'ensemble grand canonique, avec un **potentiel chimique nul**.

La distribution du gaz de photons

Le nombre moyen d'occupation d'un niveau d'énergie des photons est donc donné par :

$$\boxed{\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} - 1} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}}$$

La densité d'états des photons est celle d'un gaz parfait pour lequel on a : $E = cp \quad \text{et} \quad J = 1$

Pour les photons : 2 *J* + 1 = **2 x 1 + 1 = 2 !**

La densité d'états est donc : $2 \times \frac{4\pi p^2 dp}{\frac{(2\pi\hbar)^3}{V}} = \boxed{\frac{V}{\pi^2 \hbar^3 c^3} E^2 dE}$

Le nombre moyen de photons

Le nombre moyen de photons s'obtient en pondérant la distribution d'états par le nombre moyen d'occupation :

$$\overline{N} = \frac{V}{\pi^2 \hbar^3 c^3} \int_0^{+\infty} \frac{E^2}{e^{\frac{E}{k_B T}} - 1} dE$$

Après changement de variable :

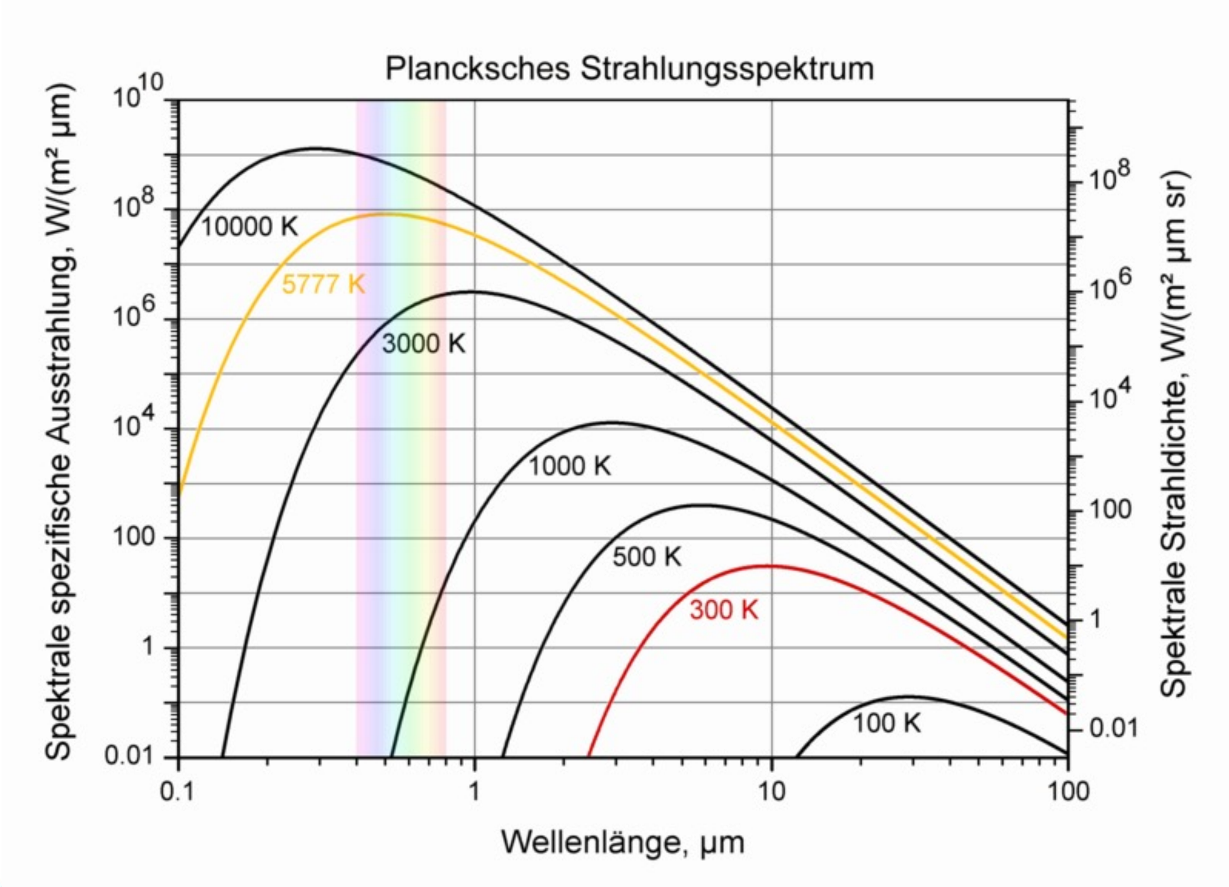
$$\frac{\overline{N}}{V} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx \left(\frac{k_B T}{\hbar c} \right)^3 = \boxed{0{,}244 \left(\frac{k_B T}{\hbar c} \right)^3}$$

La **distribution d'énergie en fréquence** est alors :

$$\boxed{\frac{1}{V} \frac{d\overline{U}}{d\omega} = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}}$$

Le spectre de Planck

$$u_0(\omega,T)=\frac{1}{\pi^2c^3}\frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}-1}$$



Max Planck
(1858-1947)

$$\boxed{\lambda_m=\frac{0{,}288}{T}\,\mathrm{cm}}$$

Les fonctions thermodynamiques du gaz de photons

Énergie moyenne du gaz de photons :

$$\overline{U} = V\int_0^{+\infty} u_0(\omega,T)\,d\omega = \frac{V}{\pi^2 c^3}\int_0^{+\infty}\frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}-1}\,d\omega = V\,\frac{(k_BT)^4}{\pi^2\hbar^3c^3}\times\left(\int_0^{+\infty}\frac{x^3}{e^x-1}\,dx\right)$$

$$\frac{\pi^4}{15}$$

Densité d'énergie :

$$\boxed{\frac{\overline{U}}{V} = \frac{\pi^2}{15}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}}$$

Fonction de partition :

$$\Xi = \prod_E\left(\frac{1}{1-e^{-\beta(E-\mu)}}\right)$$

$$\boxed{\ln\Xi = -\int_0^{+\infty}\ln\left(1-e^{-\frac{E}{k_BT}}\right)g(E)\,dE}$$

Les fonctions thermodynamiques du gaz de photons

Énergie libre :

$$F = \frac{V}{\pi^2 (\hbar c)^3} (k_B T)^4 \int_0^{+\infty} x^2 \ln\left(1 - e^{-x}\right) dx = \boxed{-\frac{\pi^2 V}{45} \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3}}$$

Entropie :

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = k_B \frac{4\pi^2 V}{45} \left(\frac{k_B T}{\hbar c} \right)^3 = \boxed{k_B \frac{4\pi^2}{45} \times 0{,}244 \overline{N}} = 3{,}602\, \overline{N} k_B$$

L'entropie est directement **proportionnelle** au nombre de photons !

Pression :

$$P = -\frac{\partial F}{\partial V} = \boxed{\frac{\pi^2}{45} \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3} = \frac{1}{3} \frac{\overline{U}}{V}}$$

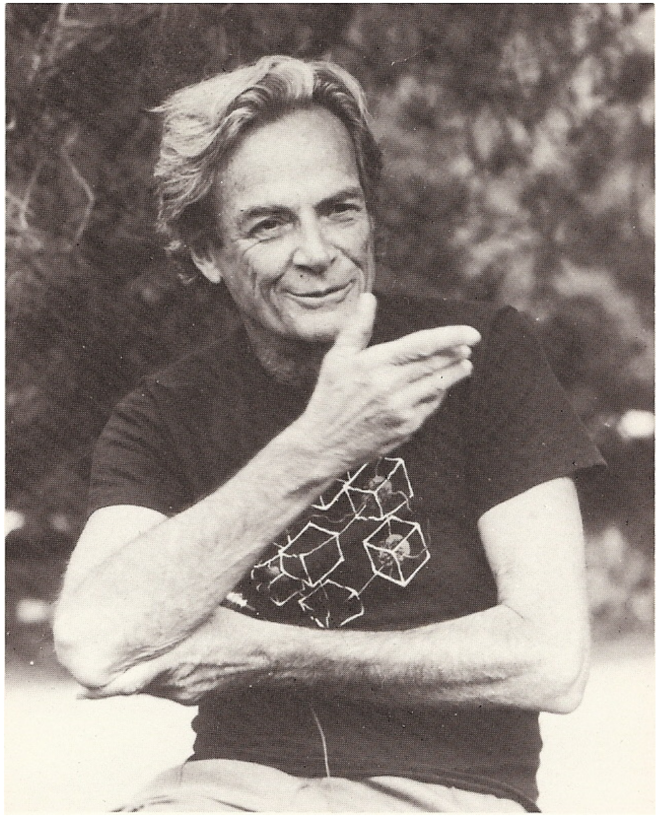
Pression de radiation

Matière et rayonnement

L'interaction lumière-matière

Electrodynamique quantique : développement de l'interaction en puissances de la constante de couplage

→ **diagrammes de Feynman**



Richard Phillips Feynman
(1918 – 1988)

L’interaction lumière-matière

Interaction électromagnétique quantique

émission

absorption

annihilation

création

Interaction au deuxième ordre :

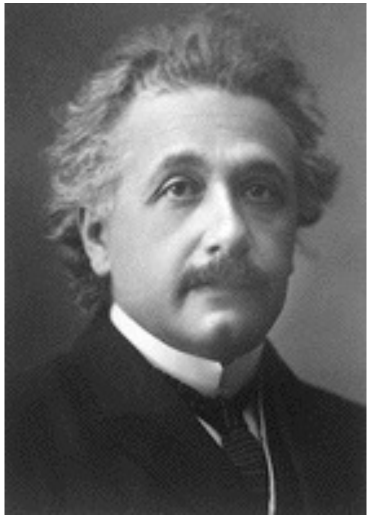
Ordres supérieurs :

Le bilan émission-absorption

Emission spontanée d'un photon

Emission stimulée d'un photon

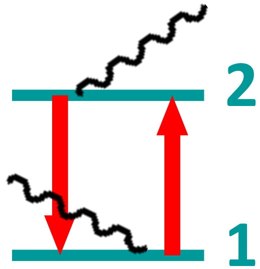
Absorption d'un photon



1917

Évolution d'un atome à deux états, 1 et 2

$$dP_1 = P_2 \times (e\,dt) - P_1 \times (a\,dt)$$



Équilibre du gaz de photons : $a = B\,u_0(\omega_{12})$

Équilibre de l'atome : $$\frac{P_2}{P_1} = \frac{e^{-\frac{E_2}{k_B T}}}{e^{-\frac{E_1}{k_B T}}} = e^{-\frac{\hbar\omega_{12}}{k_B T}}$$

L'équilibre matière-rayonnement

Conclusion : $e = a\dfrac{P_1}{P_2} = \boxed{B\,u_0\left(\omega_{12},T\right)e^{\frac{\hbar\omega_{12}}{k_B T}}}$

$$e = B\frac{\hbar\omega_{12}^3}{\pi^2 c^3\left(e^{\frac{\hbar\omega_{12}}{k_B T}}-1\right)}e^{\frac{\hbar\omega_{12}}{k_B T}} = \left(\frac{B\,\hbar\omega_{12}^3}{\pi^2 c^3}\right) + \frac{B\,\hbar\omega_{12}^3}{\pi^2 c^3\left(e^{\frac{\hbar\omega_{12}}{k_B T}}-1\right)}$$

Emission spontanée

Emission stimulée

De manière générale, un atome soumis à un rayonnement de fréquence ω va recevoir :

$$\boxed{du = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\,\bar{n}\times\frac{d\Omega}{4\pi}}$$

L’équilibre matière-rayonnement

Émission de l’atome :

$$e = B\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\frac{d\Omega}{4\pi} + B\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\,\overline{n}\,\frac{d\Omega}{4\pi} = B\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\frac{d\Omega}{4\pi}\times\left(\overline{n}+1\right)$$

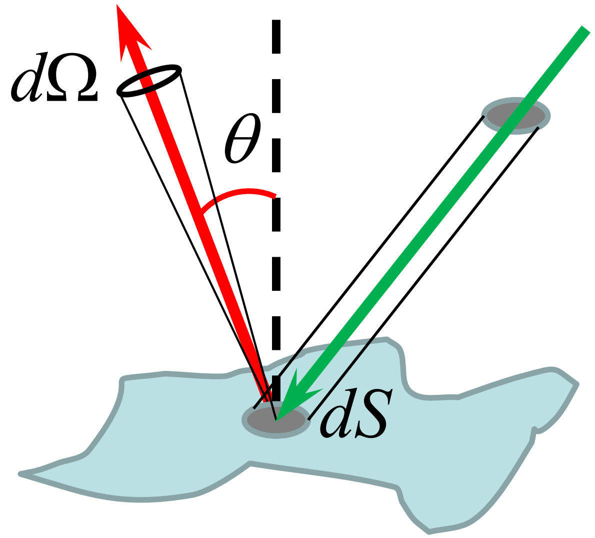
Fréquences prépondérantes à 300 K

$$\omega_c = \frac{k_B T}{\hbar} = \frac{1{,}38\times 10^{-23}\times 300}{1{,}06\times 10^{-34}} \approx \boxed{4.10^{13}\ \mathrm{Hz}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_c} = \frac{6\times 3.10^{8}}{4.10^{13}} = 40\ \mu\mathrm{m} \quad \Longrightarrow \quad \text{Micro-ondes}$$

Le bilan : la loi de Kirchhoff

Objet en équilibre dans un thermostat



Émission :

$$dU = E_M(\omega,\theta,T)\, dt\, dS\, d\Omega\, d\omega$$

Absorption :

$$dU = \frac{c\cos\theta}{4\pi} A_M(\omega,\theta,T)\, u_0(\omega,T)\, dt\, dS\, d\Omega\, d\omega$$

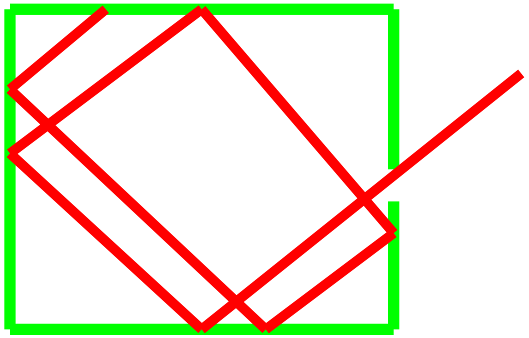
Équilibre pour toutes les fréquences et directions :

$$\boxed{\frac{E_M(\omega,\theta,T)}{A_M(\omega,\theta,T)} = \frac{c}{4\pi}\cos\theta\, u_0(\omega,T)}$$

Loi de Lambert

Le corps noir

Corps noir : pouvoir absorbant égal à 1 à toutes les fréquences



Le spectre d'émission d'un corps noir est donc **le spectre de Planck**

$$u_0(\omega,T)=\frac{1}{\pi^2c^3}\frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}-1}$$

Puissance totale rayonnée par unité de surface :

$$\frac{dP}{dS}=\int E_N(\omega,T)\,d\Omega\,d\omega=\frac{c}{4\pi}\int u_0(\omega,T)\,d\omega\times\int\cos\theta\,d\Omega$$

$$d\Omega = \sin\theta\,d\theta\,d\varphi$$

$$\boxed{\frac{dP}{dS}=\frac{\pi^2}{60\hbar^3c^2}(k_BT)^4}$$

Loi de Stefan

$$\sigma=\frac{\pi^2k_B^4}{60\hbar^3c^2}=5{,}67.10^{-8}\,\mathrm{W.m^{-2}}.K^{-4}$$

Le rayonnement dans l'univers

Big Bang : nom donné par Fred Hoyle, adversaire
de cette théorie !!!!

- **Univers** : laboratoire particulier car expérience **unique**
- **Observations** : expansion (décalage vers le rouge)
- **Lois de la physique** : gravitation, physique nucléaire, physique statistique

Le paradoxe d'Olbers (1826)

Heinrich Olbers
(1758-1840)

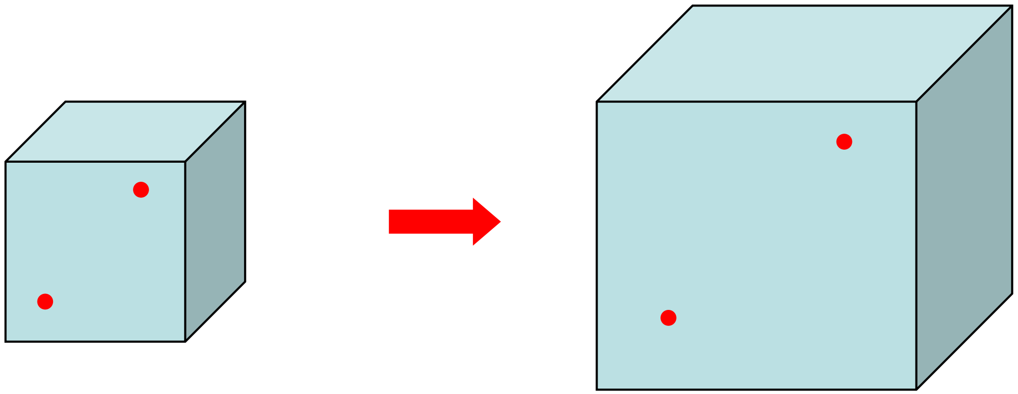
Le ciel nocturne est noir !

Sources lumineuses dans un univers homogène isotrope

$$P = \iiint \frac{L(r)}{4\pi r^2} d^3 r = \int \frac{L(r)}{4\pi r^2} 4\pi r^2 dr = +\infty$$

Mais l'univers est en expansion…

La loi de Hubble



Edwin Hubble
(1889-1953)

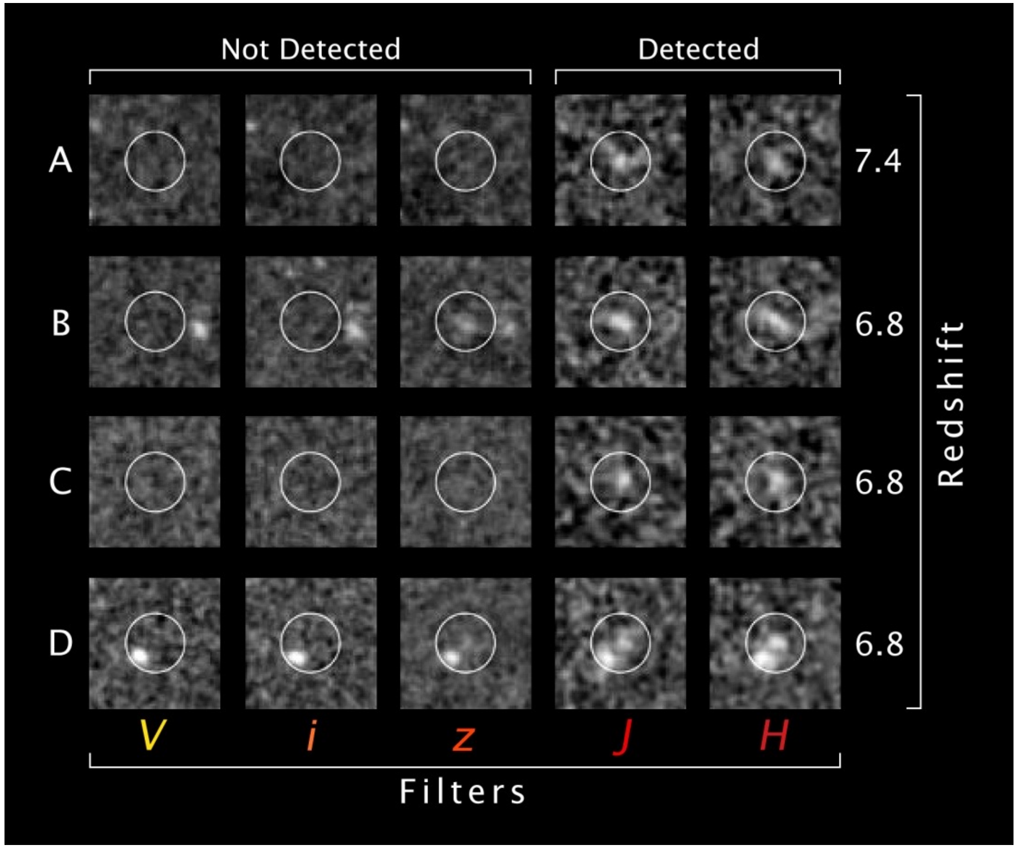
$$d = R(t) \times \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

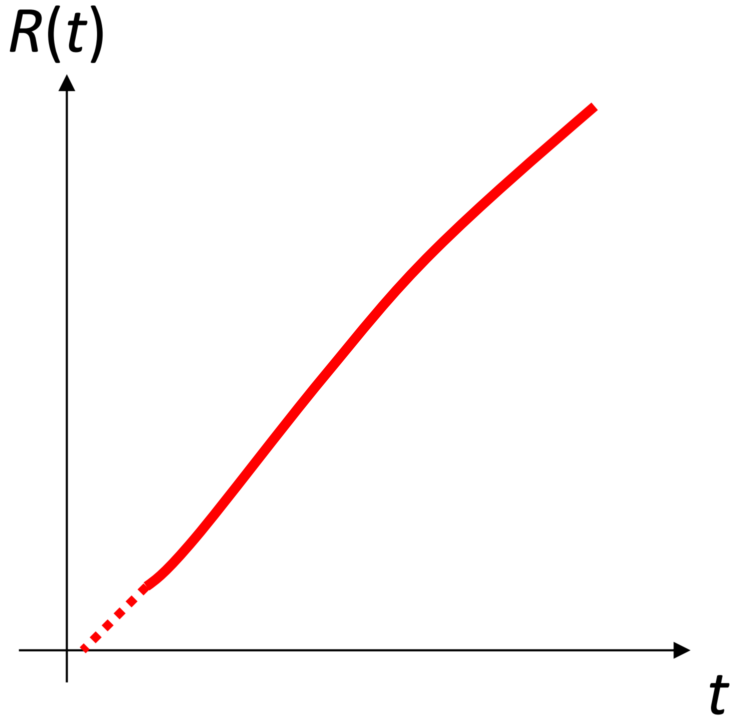
Équations d'Einstein (relativité générale)

$$v_r = \frac{d}{dt}(d) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} d = H_0 d$$

$$\boxed{H_0 \approx 77 \text{ km/s/Mpc}}$$

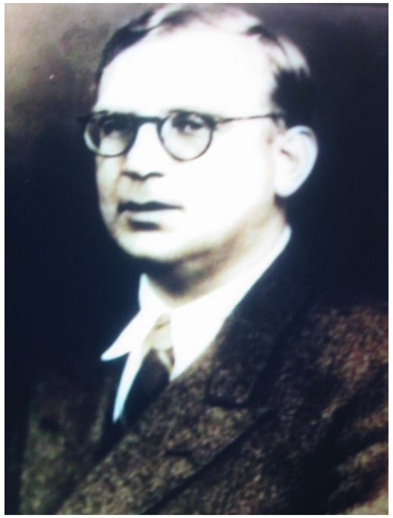
Décalage vers le rouge





« **Big Bang** » = origine des temps au voisinage de la « singularité »

Le rayonnement à 3K



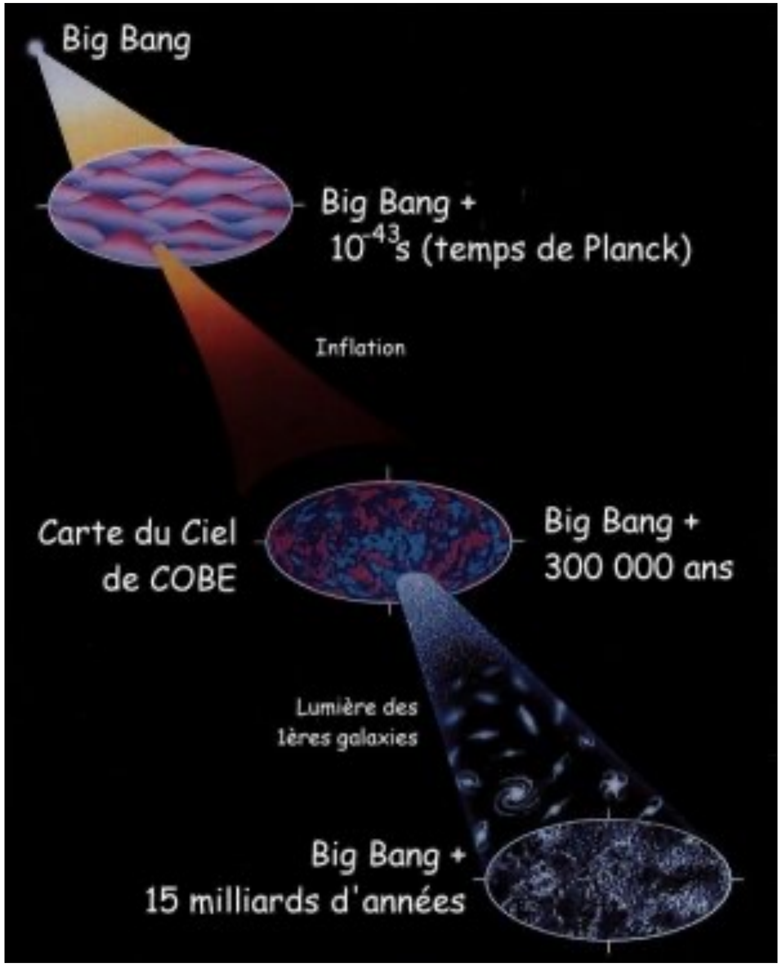
George Gamow
(1904 – 1968)

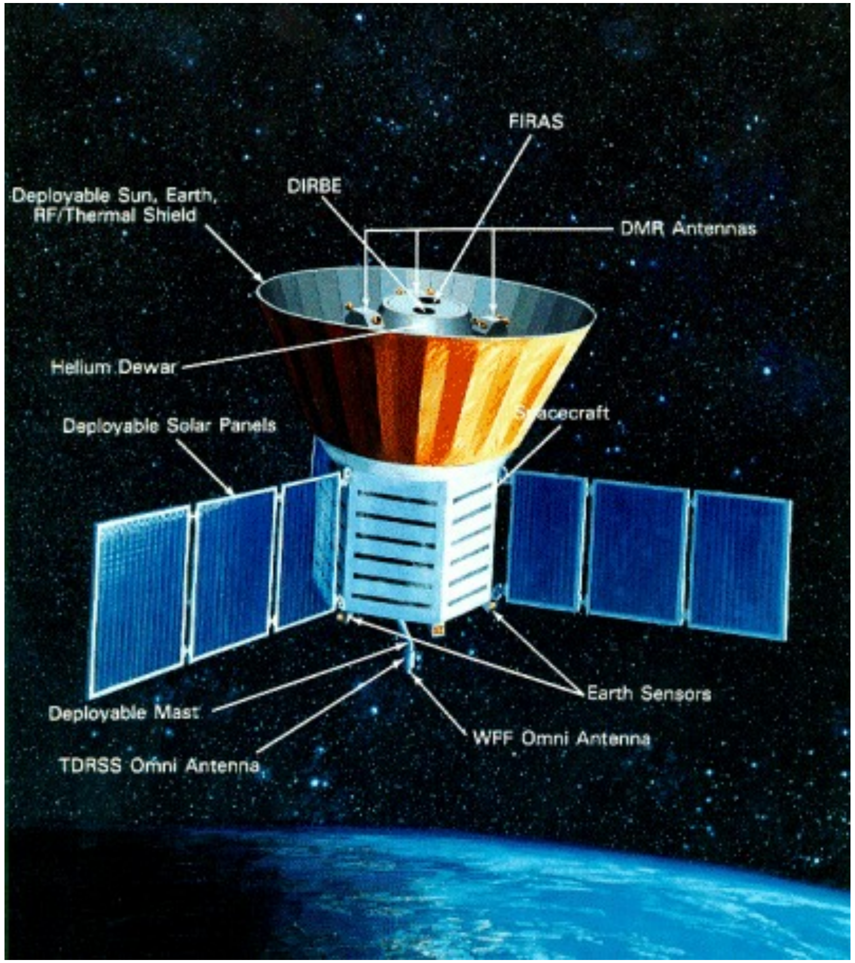
En 1948, George Gamow envisage un univers **très dense et très chaud** dans le passé → prédiction d'un rayonnement « fossile » à basse température.

En 1964, Penzias et Wilson découvrent accidentellement un **rayonnement diffus, isotrope**

Robert Woodrow Wilson
Arno Allan Penzias

Le rayonnement à 3K

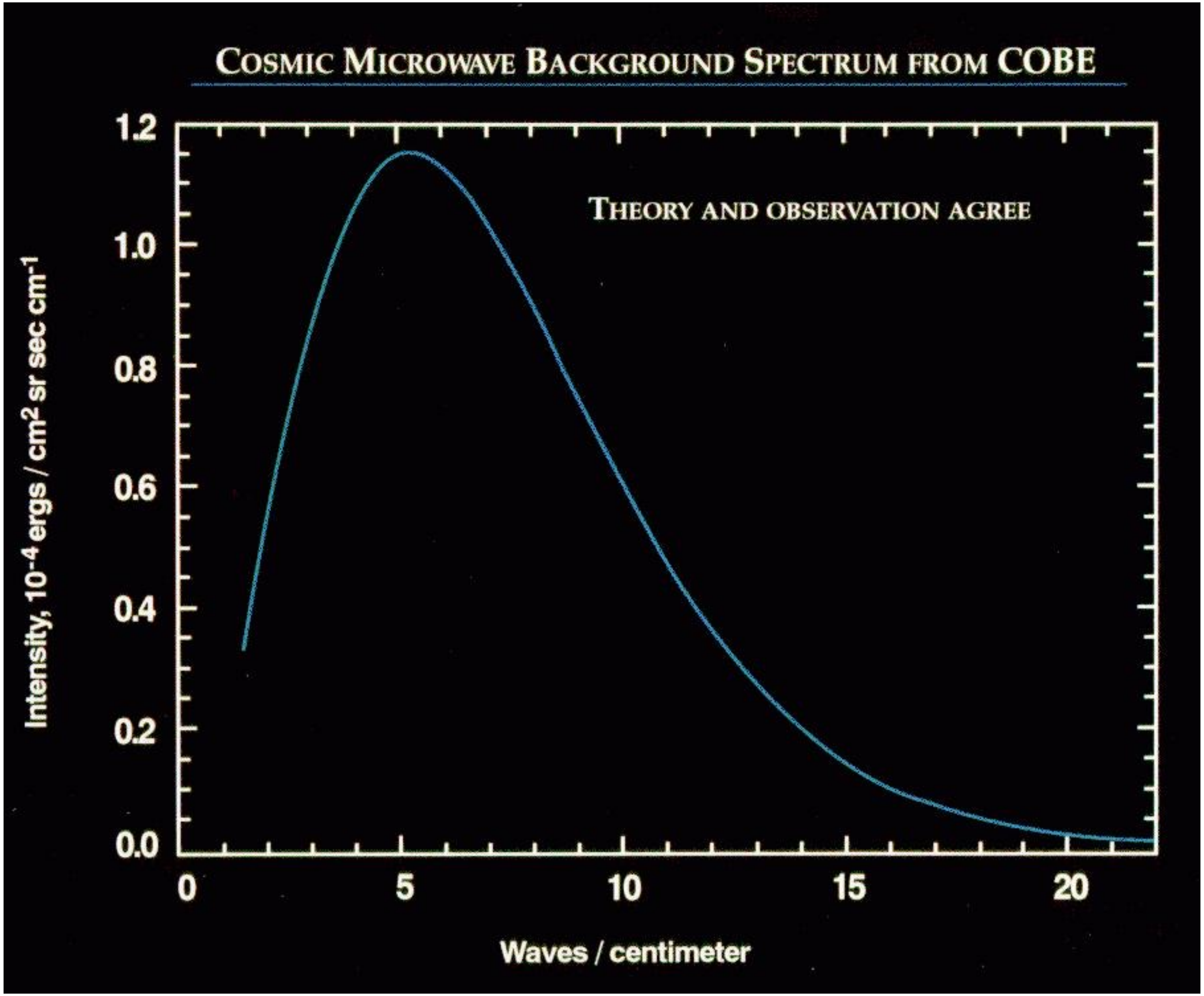




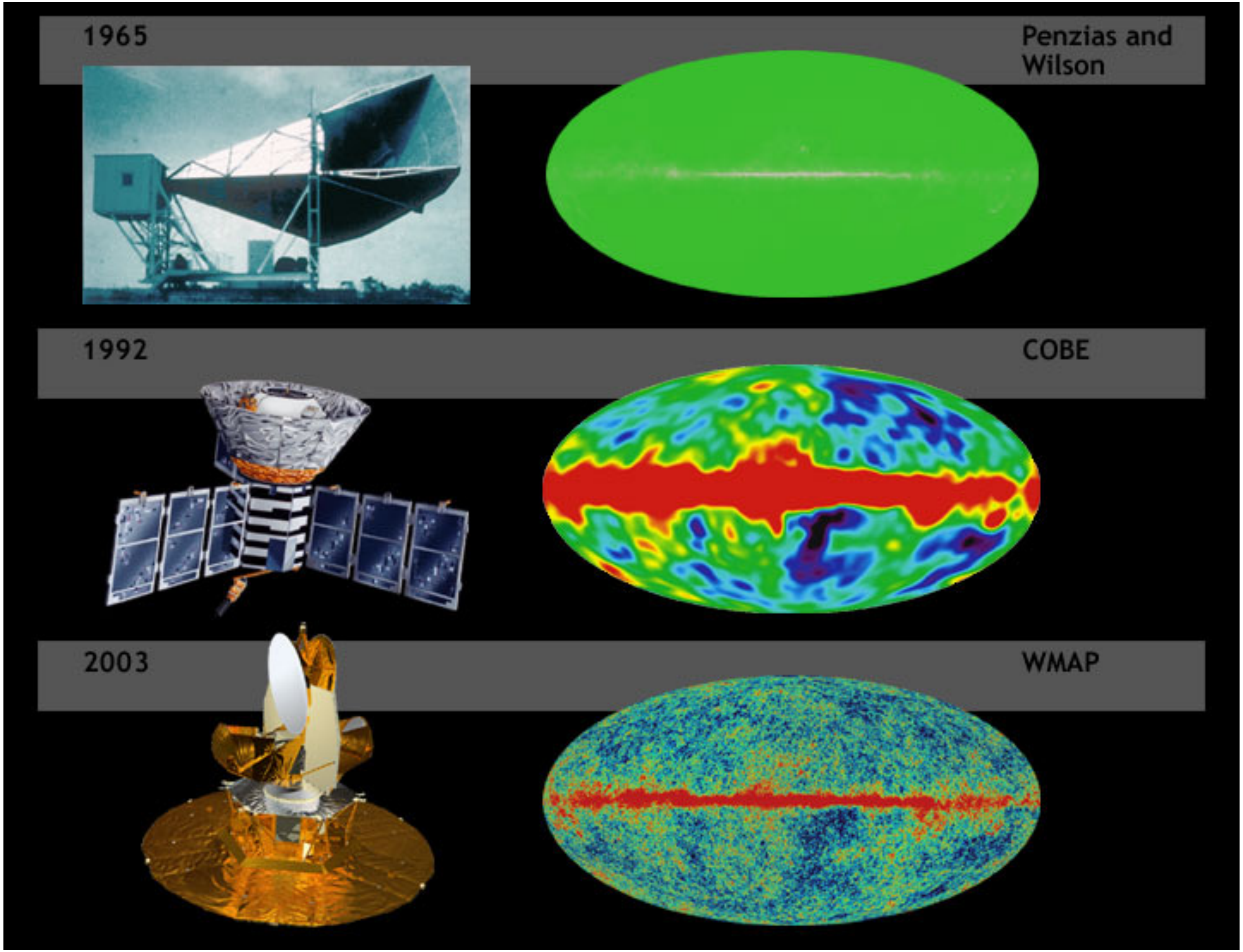
COBE (Cosmic Background Explorer), WMAP, PLANCK

1992 : T = **2,728 K** avec une précision de 0,001%

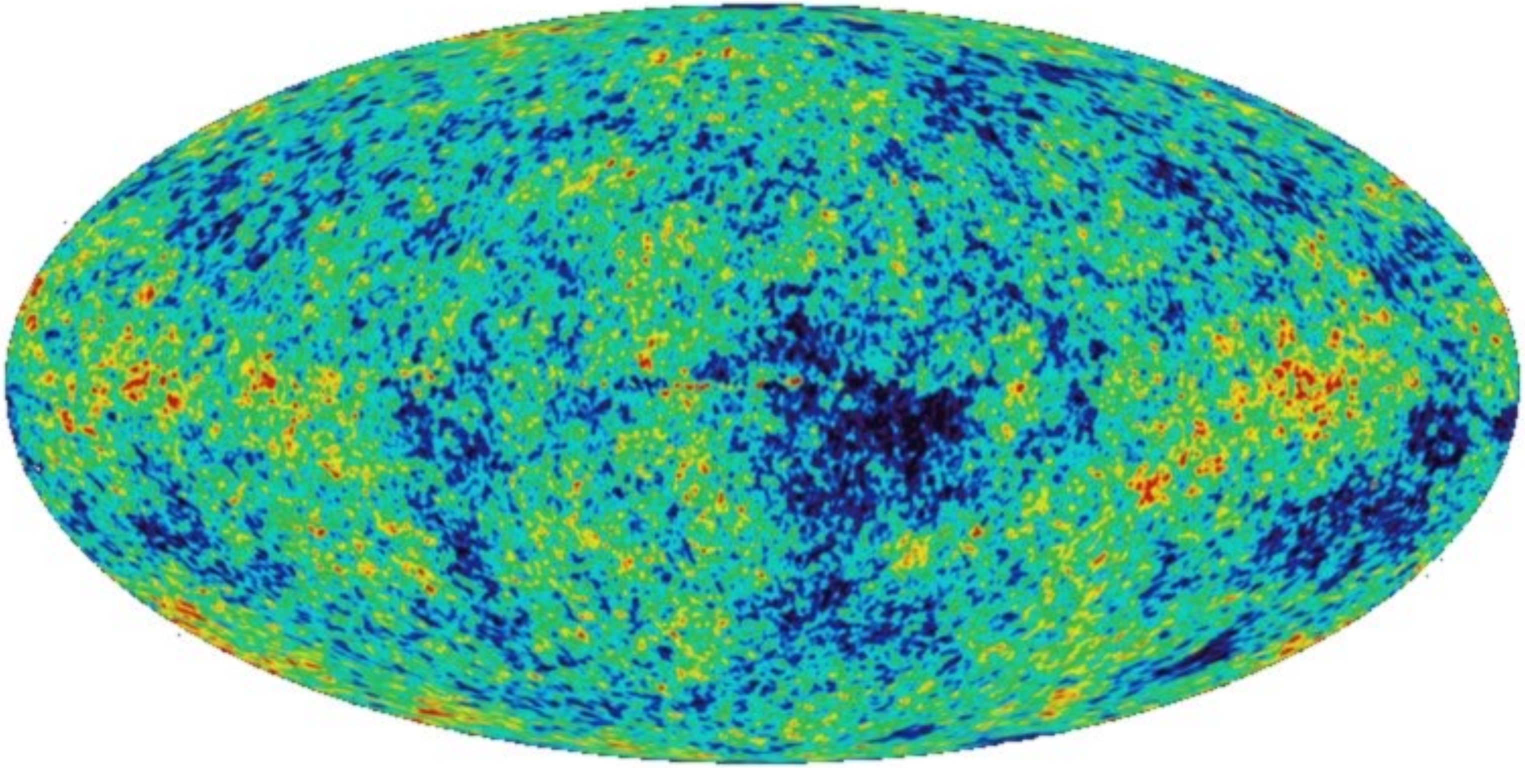
Spectre mesuré par COBE



Le rayonnement à 3K



Le rayonnement à 3K



L'univers **a été en équilibre thermique**

Le scénario : le découplage lumière-matière

- Pas de thermostat à 3 K !!
- Vers **T=3300 K**, découplage entre lumière et matière
- Le rapport nucléons sur photons n'a pas varié

$$\boxed{\eta = \frac{N_{nucl.}}{N_{phot.}} \approx 10^{-10} - 10^{-9}}$$

A partir de 3300 K, formation des atomes neutres, dilatation normale de l'univers, univers transparent

Création de photons → **Création d'entropie**

Le refroidissement du gaz de photons

Dilatation de l'univers : $\lambda \to \alpha\lambda \quad , \quad \omega \to \alpha^{-1}\omega$

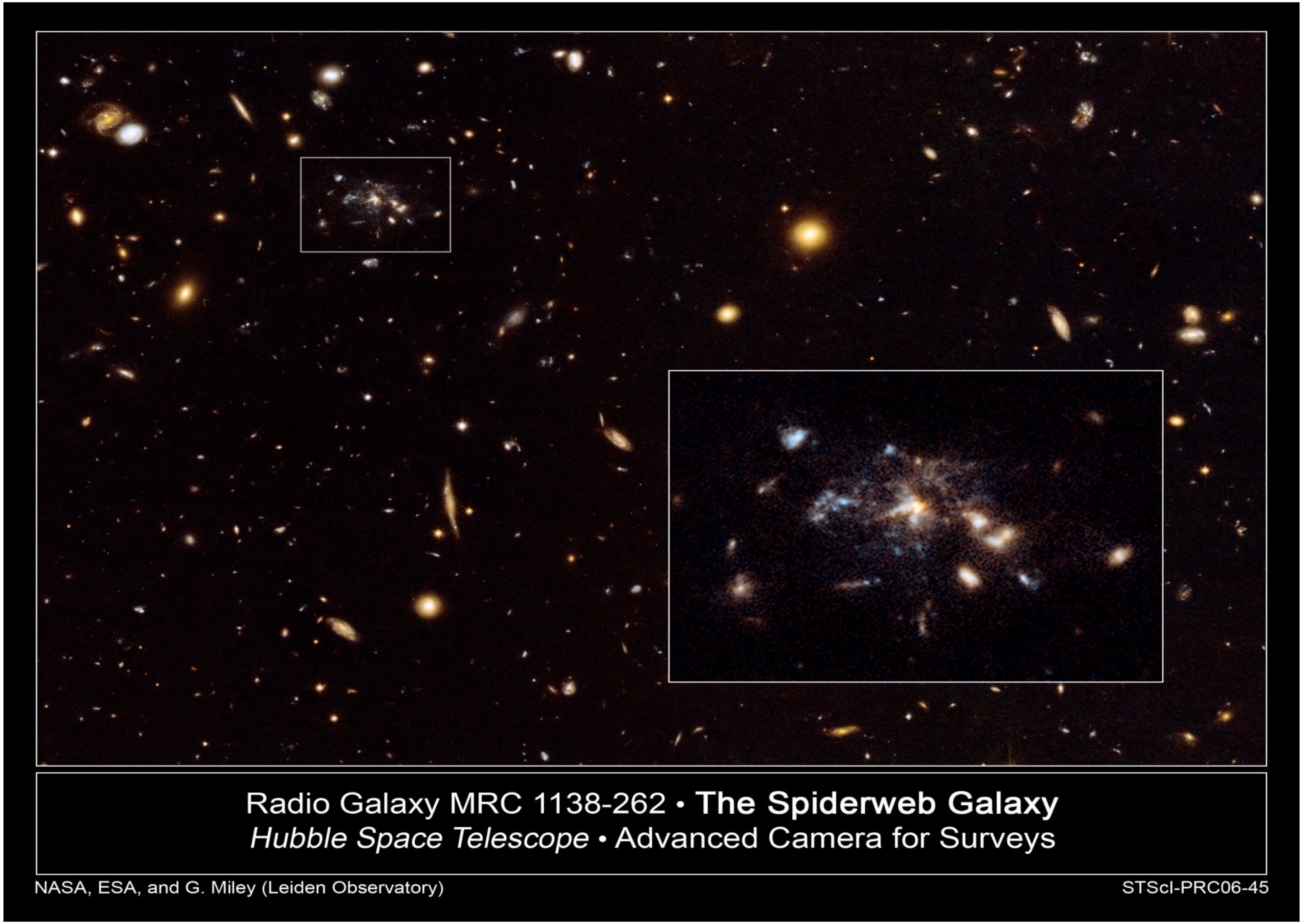
Aujourd'hui, dans une bande de fréquence $d\omega$:

$$n(\omega)\, d\omega = \frac{V_0}{\pi^2 c^3} \frac{(\alpha\omega)^2}{\exp\left(\frac{\hbar\alpha\omega}{k_B T_0}\right) - 1} d(\alpha\omega)$$

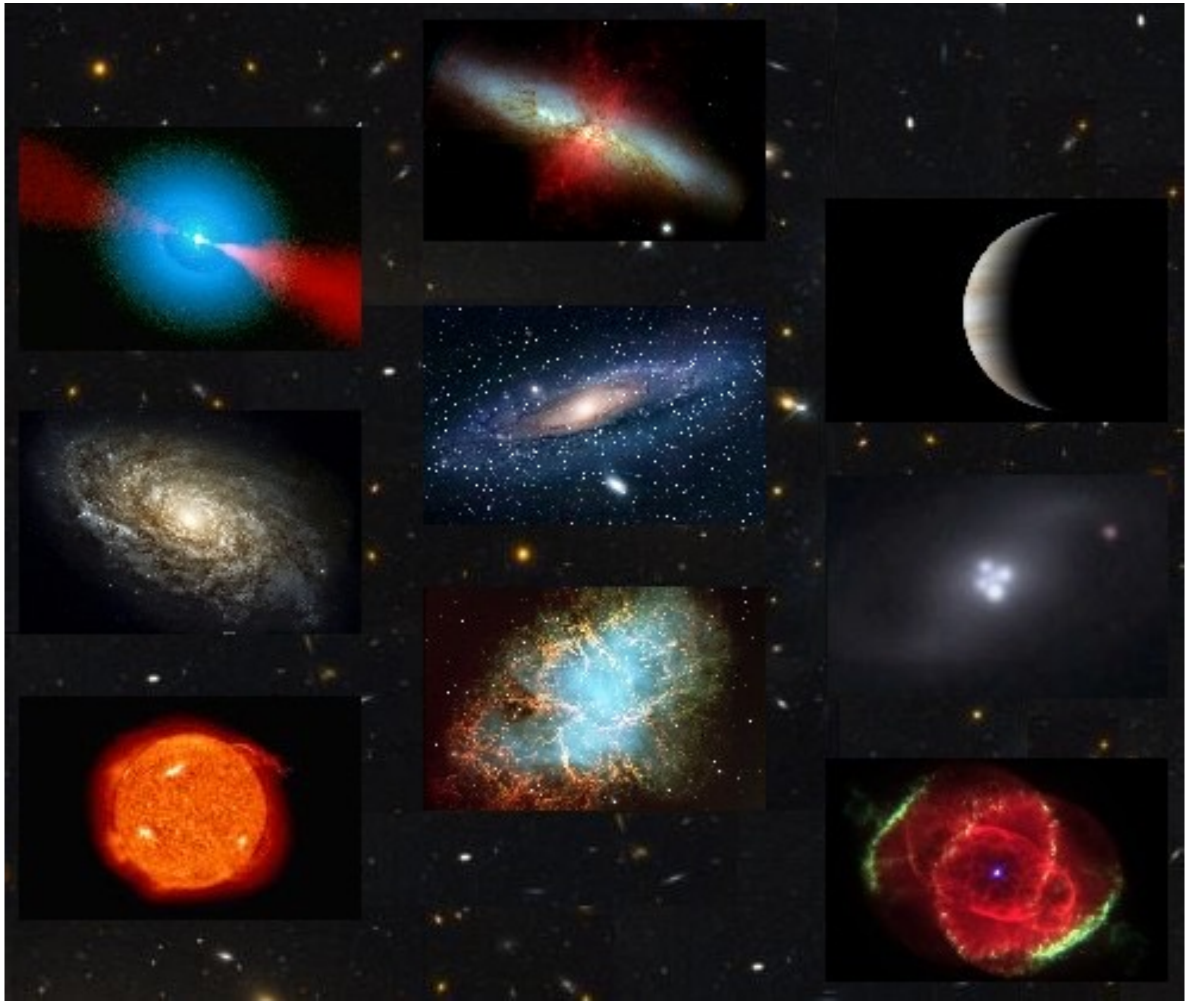
$$= \frac{(\alpha^3 V_0)}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^2}{\exp\left(\frac{\hbar\alpha\omega}{k_B T_0}\right) - 1} d\omega = \boxed{n_0\left(\omega, \frac{T_0}{\alpha}\right) d\omega}$$

$$\boxed{\alpha \approx 1000 \quad \Rightarrow \quad T = 3K}$$

Agrégation de la matière



La mort thermique de l'univers



La mort de l'univers est derrière nous


PARISIENNE
DE PHOTO
GRAPHIE

L’enseignement de physique aux Mines

1A

Physique quantique et relativiste (S1)
M. Filoche

Physique statistique (S1)
M. Filoche

2A

Trimestre Recherche (S3)
Particules-Noyaux-Univers
P. Debu, P. Brun

Trimestre Recherche (S3)
Atome, Lumière, Matière
P. Debu, S. Cantournet

Trimestre Recherche (S3)
L’ingénieur en Santé
L. Corté, Y. Tillier

Trimestre Recherche (S3)
Fluides
E. Hachem, R. Valette

Du matériau au nano (S3)
H. Amara

Théorie des champs (S4)
J. Perez

Information quantique (S4)
Z. Leghtas

Génie atomique (S3,5)
N. Camarcat

3A

Physique nucléaire (S5)
O. Drapier

Physique des particules (S5)
O. Drapier

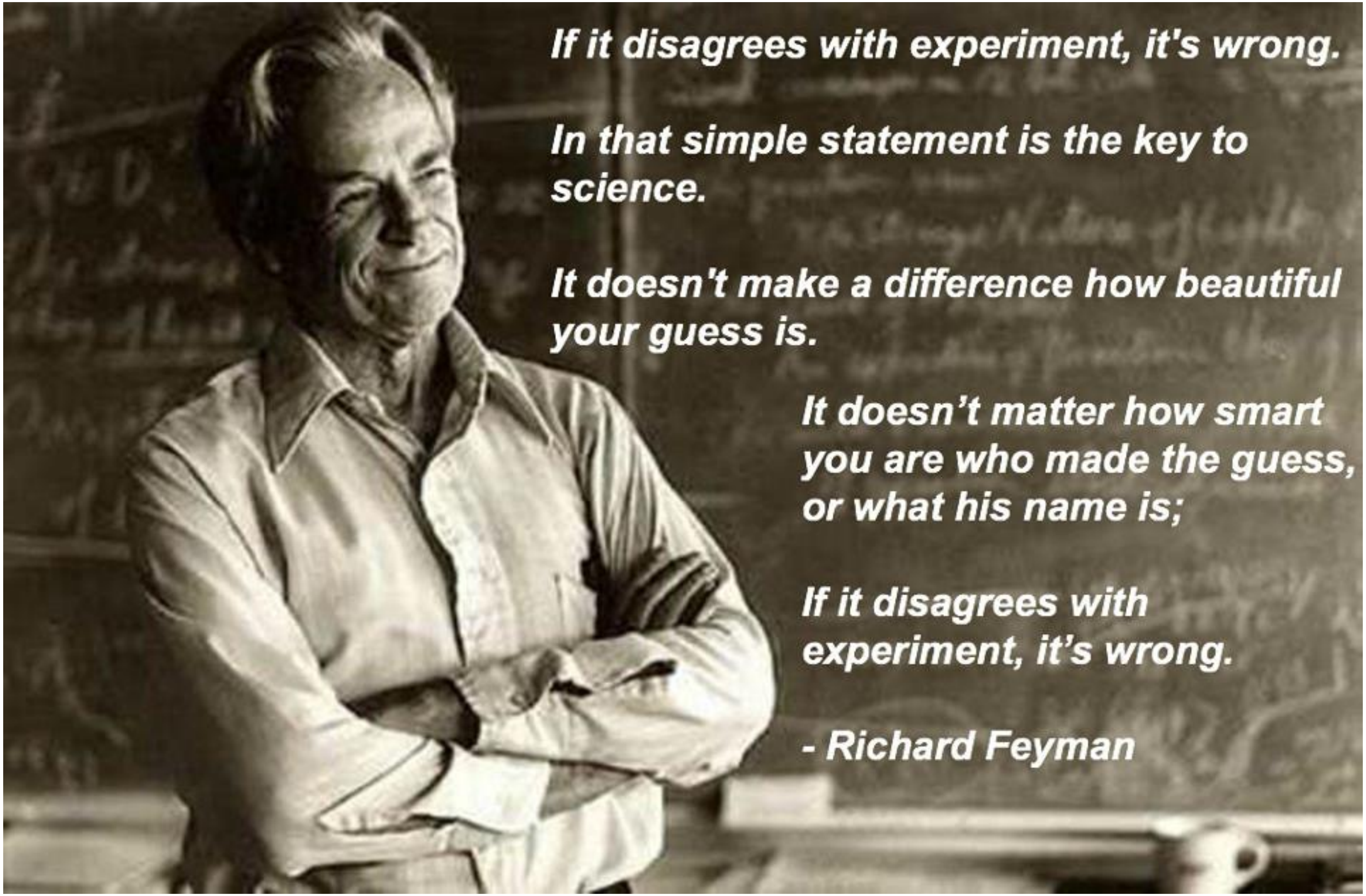
Cosmologie (S5)
V. Boudry

Par delà le modèle standard (S6)
P. Brun

RMN, protéines (S6)
D. Abergel

Nanomatériaux (S6)
J.F. Hochepied

MINES ParisTech


If it disagrees with experiment, it's wrong.
In that simple statement is the key to science.
It doesn't make a difference how beautiful your guess is.
It doesn’t matter how smart you are who made the guess, or what his name is;
If it disagrees with experiment, it’s wrong.
- Richard Feyman

Licence d’usage dans un contexte public, sans modification

Marcel Filoche