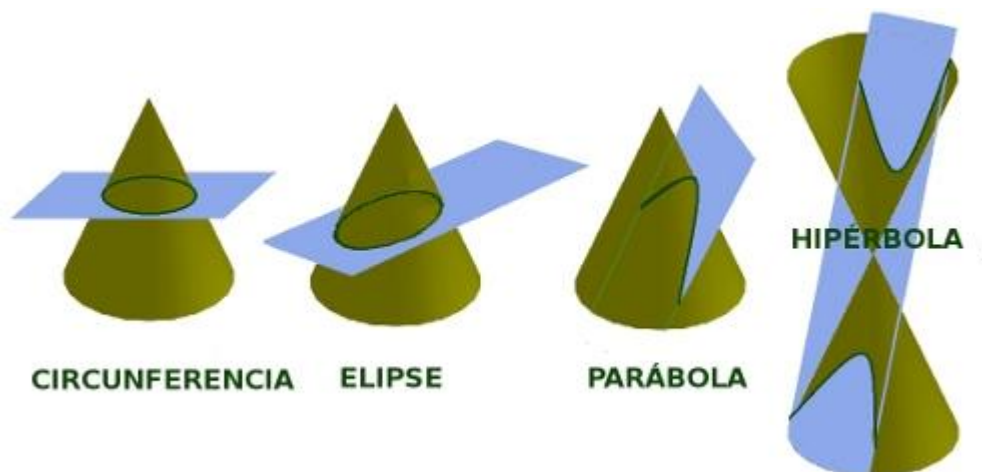


### 3ª Lista de Exercícios

# Cônicas



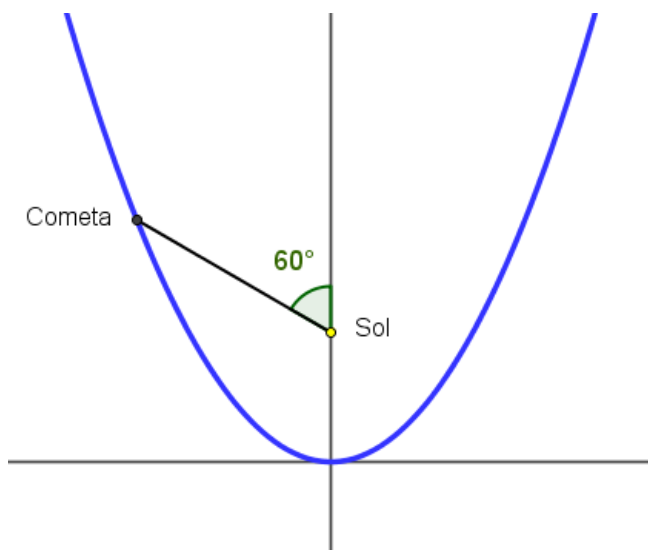
**Questão 1.** Em cada um dos seguintes itens, determine a equação reduzida da parábola a partir dos elementos dados:

- a) Um ponto da diretriz é  $(4,7)$ , vértice na origem e o eixo focal é  $Ox$ .
- b) Diretriz  $d: x - 1 = 0$ , eixo focal  $l: y + 2 = 0$  e o ponto  $L(-3,2)$  é uma das extremidades do seu latus rectum.
- c)  $V(1,2)$ , eixo focal paralelo ao eixo  $Ox$  e  $P(-7, -6)$  é ponto da parábola.
- d) Extremidades do latus rectum  $L(-2,1)$  e  $R(6,1)$ .
- e) Eixo focal  $l: x + 4 = 0$ , diretriz  $d: y = 3$  e foco sobre a reta  $r: y = -x - 5$ .
- f) Diretriz  $d: y + 2 = 0$  e  $V(-1,2)$

**Questão 2.** Determine as coordenadas do vértice, do foco, as equações da diretriz e do eixo focal e o comprimento do latus rectum de cada uma das seguintes parábola:

- a)  $(y - 2)^2 = -4(x + 1)$
- b)  $x^2 - 6x - 12y + 33 = 0$
- c)  $y^2 - 8y - 16x + 32 = 0$
- d)  $4x^2 - 48y - 20x - 71 = 0$

**Questão 3.** Um cometa se desloca numa órbita parabólica tendo o Sol como foco. Quando o cometa está a  $4 \times 10^4$  km do Sol, a reta que os une forma um ângulo de  $60^\circ$  com o eixo da órbita. Determine a menor distância que o cometa estará do Sol.



**Questão 4.** Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . O conjunto  $A = \{(x, f(x)); x \in D(f)\}$  é chamado gráfico da função  $f$ . Mostre que se  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , então  $A$  é uma parábola. Determine as coordenadas do vértice dessa parábola e a equação do seu eixo focal.

**Questão 5.** Um ponto  $P(x,y)$  desloca-se de modo que a soma de suas distâncias aos pontos  $A(3,2)$  e  $B(3,6)$  é igual a 8. Qual é a curva descrita pelo ponto  $P$  e, em seguida, determine sua equação reduzida.

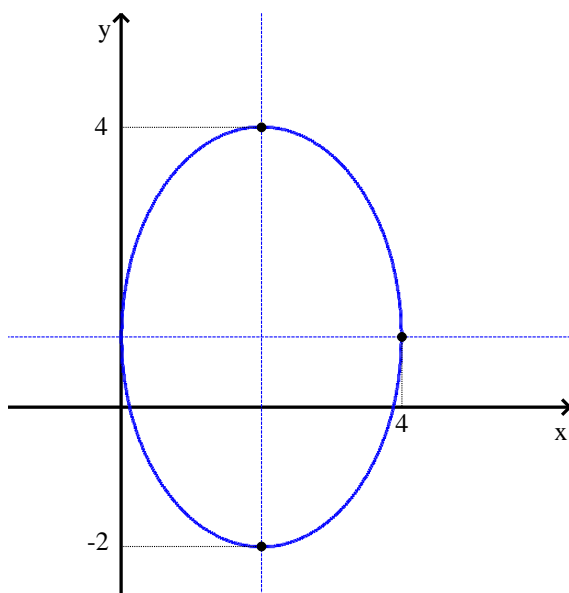
**Questão 6.** Em cada um dos seguintes itens, determine a equação reduzida da elipse a partir dos elementos dados:

- a) Focos  $F_1(3,8)$  e  $F_2(3,2)$  e comprimento do eixo maior igual a 10.
- b) Vértices  $A_1(5,-1)$  e  $A_2(-3,-1)$  e excentricidade  $e = \frac{3}{4}$ .
- c) Centro  $C(1,2)$ , um dos focos é  $F(6,2)$  e  $P(4,6)$  é um ponto da elipse.
- d) Eixo focal paralelo ao eixo  $Ox$ , um dos focos é  $F(-4,3)$  e uma das extremidades do eixo menor é o ponto  $B(0,0)$ .
- e) Focos  $F_1(7,1)$  e  $F_2(-5,1)$  e comprimento do latus rectum é  $\frac{64}{5}$ .
- f) Vértice  $A_1(3,4)$  e extremidades do eixo menor  $B_1(5,1)$  e  $B_2(1,1)$ .

**Questão 7.** Determine as coordenadas dos vértices, dos focos, das extremidades do eixo menor, as equações do eixo focal e do eixo normal, a excentricidade e o comprimento do latus rectum de cada uma das seguintes elipses:

- a)  $16x^2 + 9y^2 - 32x - 36y - 92 = 0$
- b)  $25x^2 + 9y^2 - 54y - 144 = 0$

**Questão 8.** Determine as coordenadas dos focos e a equação reduzida da cônica abaixo.



**Questão 9.** Em cada um dos seguintes itens, determine a equação reduzida da hipérbole a partir dos elementos dados:

- a) Focos  $F_1(-1,3)$  e  $F_2(-7,3)$  e comprimento do eixo transversal igual a 4.
- b) Focos  $F_1(-1,2)$  e  $F_2(-11,2)$  e comprimento do eixo não transversal é igual a 8.
- c) Vértices  $A_1(5,4)$  e  $A_2(1,4)$  e comprimento do latus rectum igual a 5.
- d) Eixo normal  $l': y = -3$ , um dos focos é  $F(-3,0)$  e excentricidade  $e = 1,5$ .
- e) Centro  $(2,1)$ , um dos focos é  $F(2,-4)$  e um dos vértices  $A(2,4)$ .
- f) Assíntotas  $r: 4x + y - 11 = 0$  e  $s: 4x - y - 13 = 0$  e um dos vértices  $A(3,1)$ .

**Questão 10.** Determine as coordenadas dos vértices, dos focos, das extremidades do eixo conjugado, as equações do eixo focal e do eixo normal, a excentricidade e o comprimento do latus rectum de cada uma das seguintes hipérboles:

a)  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 80 = 0$

b)  $4y^2 - 9x^2 + 8y - 32 = 0$

**Questão 11.** O eixo focal de uma hipérbole é paralelo ao eixo Ox e suas assíntotas são as retas  $2x + y - 3 = 0$  e  $2x - y - 1 = 0$ . Determinar a equação da hipérbole, sabendo que ela passa pelo ponto (4,6).

**Questão 12.** Dizemos que duas hipérboles são **conjugadas** se o eixo transversal de cada uma delas coincide com o eixo conjugado da outra. Dada a hipérbole H:  $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{16} = 1$ , determine as coordenadas dos focos da hipérbole conjugada de H, bem como sua equação geral.

**Questão 13.** Uma hipérbole é **equilátera** quando o comprimento do seu eixo transversal é igual ao comprimento do seu eixo conjugado. Sabendo que os focos de uma hipérbole equilátera coincidem com as extremidades do eixo menor da elipse  $\frac{(x+1)^2}{36} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$ , determine a equação reduzida da hipérbole.

**Questão 14.** O vértice de uma parábola coincide com o centro da hipérbole H:  $2x^2 - 7y^2 - 4x + 14y - 19 = 0$  e sua diretriz coincide com o eixo focal da elipse E:  $\frac{(x-1)^2}{4} + (y+2)^2 = 1$ . Determine a equação reduzida dessa parábola.

**Questão 15.** Os focos de uma elipse coincidem com os vértices da hipérbole H:  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$ . Sabendo-se que a excentricidade da elipse é igual a  $1/3$ , determine sua equação reduzida.

## RESPOSTAS

- Q1.** a)  $y^2 = -16x$                       b)  $(y + 2)^2 = -8(x + 1)$                       c)  $(y - 2)^2 = -8(x - 1)$   
d)  $(x - 2)^2 = -8(y - 3)$                       e)  $(x + 4)^2 = -8(y - 1)$                       f)  $(x + 1)^2 = 16(y + 2)$
- Q2.** a) Vértice  $V(-1,2)$ , Foco  $(-2,2)$ , eixo focal:  $y = 2$ , diretriz:  $x = 0$ , latus rectum = 4  
b) Vértice  $V(3,2)$ , Foco  $(3,5)$ , eixo focal:  $x = 3$ , diretriz:  $y = -1$ , latus rectum = 12  
c) Vértice  $V(1,4)$ , Foco  $(5,4)$ , eixo focal:  $y = 4$ , diretriz:  $x = -3$ , latus rectum = 16  
d) Vértice  $V\left(\frac{5}{2}, -2\right)$ , Foco  $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$ , eixo focal:  $2x - 5 = 0$ , diretriz  $y = -5$ , latus rectum = 12
- Q3.** A distância é igual a  $10^4$  km.
- Q4.** Vértice  $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ , eixo focal:  $x = -\frac{b}{2a}$
- Q5.** Elipse,  $\frac{(y-4)^2}{16} + \frac{(x-3)^2}{12} = 1$
- Q6.** a)  $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$                       b)  $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{7} = 1$                       c)  $\frac{(x-1)^2}{45} + \frac{(y-2)^2}{20} = 1$   
d)  $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$                       e)  $\frac{(x-1)^2}{100} + \frac{(y-1)^2}{64} = 1$                       f)  $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$
- Q7.** a) Centro:  $V(1,2)$ , Vértices:  $A_1(1,6)$  e  $A_2(1,-2)$ , Focos:  $F_1(1, 2 + \sqrt{7})$  e  $F_2(1, 2 - \sqrt{7})$ ,  
eixo focal:  $x = 1$ , eixo normal:  $y = 2$ , latus rectum =  $\frac{9}{2}$ , excentricidade:  $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .  
b) Centro:  $V(0,3)$ , Vértices:  $A_1(0,8)$  e  $A_2(0,-2)$ , Focos:  $F_1(0,7)$  e  $F_2(0,-1)$ , eixo focal:  $x = 0$ ,  
eixo normal:  $y = 3$ , latus rectum =  $\frac{18}{5}$ , excentricidade:  $e = \frac{4}{5}$ .
- Q8.**  $F_1(2, 1 + \sqrt{5})$ ,  $F_2(2, 1 - \sqrt{5})$ ,  $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$
- Q9.** a)  $\frac{(x+4)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{5} = 1$                       b)  $\frac{(x+6)^2}{25} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$                       c)  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-4)^2}{5} = 1$   
d)  $\frac{(y+3)^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{5} = 1$                       e)  $\frac{(x-2)^2}{36} - \frac{(y-4)^2}{36} = 1$                       f)  $\frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x-3)^2}{\frac{1}{4}} = 1$

**Q10.** a) Centro:  $V(2,0)$ , Vértices:  $A_1(-1,0)$  e  $A_2(5,0)$ , Focos:  $F_1(5,0)$  e  $F_2(7,0)$ , eixo focal:  $y = 0$ , eixo normal:  $x = 2$ , latus rectum =  $\frac{32}{3}$ , excentricidade:  $e = \frac{5}{3}$ , assíntotas:  $h_1: 4x + 3y - 8 = 0$  e  $h_2: 4x - 3y - 8 = 0$ .

b) Centro:  $V(0,-1)$ , Vértices:  $A_1(0,-4)$  e  $A_2(0,2)$ , Focos:  $F_1(0,-1-\sqrt{13})$  e  $F_2(0,-1+\sqrt{13})$ , eixo focal:  $x = 0$ , eixo normal:  $y = -1$ , latus rectum =  $\frac{8}{3}$ , excentricidade:  $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$ , assíntotas:  $h_1: 3x + 2y + 2 = 0$  e  $h_2: 3x - 2y - 2 = 0$ .

**Q11.** 
$$\frac{\frac{(x-1)^2}{11}}{\frac{11}{4}} - \frac{(y-1)^2}{11} = 1$$

**Q12.**  $F_1(-8,1), F_2(2,1), 9x^2 - 16y^2 + 54x + 32y - 79 = 0$

**Q13.** 
$$\frac{(y-2)^2}{8} - \frac{(x+1)^2}{8} = 1$$

**Q14.**  $(x-1)^2 = 12(y-1)$

**Q15.** 
$$\frac{(x-2)^2}{128} + \frac{(y+1)^2}{144} = 1$$