

Gli aloni di materia oscura sono strutture gravitazionalmente legate che svolgono un ruolo chiave nella formazione delle strutture cosmiche, agendo da nuclei gravitazionali intorno ai quali si aggrega la materia ordinaria, come gas e stelle, formando galassie e ammassi di galassie. La caratterizzazione del profilo di densità degli aloni ha molteplici applicazioni in studi cosmologici come la stima della massa di un ammasso di galassie da misure di lensing gravitazionale, o lo studio delle proprietà della materia oscura.

Il profilo di densità proiettato degli aloni di materia oscura è adeguatamente descritto dal fit analitico (2D projected NFW profile):

$$\Sigma(R, M, c, z) = 2r_s \rho_s f(x)$$

dove  $M$  è la massa dell'alone di materia oscura e  $c$  la concentrazione;  $r_s$  è il raggio caratteristico dell'ammasso, ed è pari a:

$$r_s = \frac{1}{c} \left( M \frac{3}{4\pi 200 \rho_m (1+z)^3} \right)^{1/3}$$

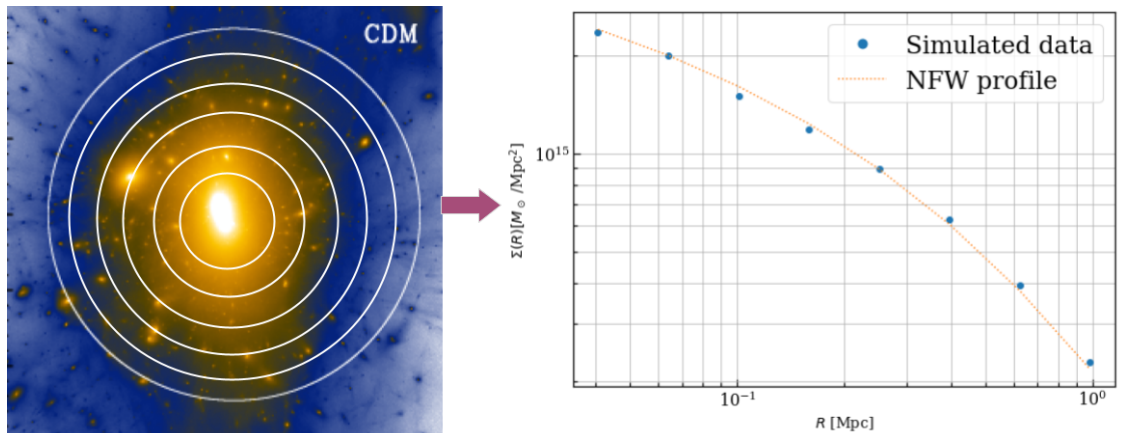
dove  $\rho_m$  è la densità media dell'universo approssimata a  $\rho_m \simeq 0.286 \cdot 0.7^2 \cdot 2.7751428946e11 \text{ [M}_\odot / \text{Mpc}^3]$ .

$\rho_s$  è la densità caratteristica dell'ammasso pari a:

$$\begin{aligned} \rho_s &= \rho_m (1+z)^3 \delta_{\text{char}} \\ \delta_{\text{char}} &= \frac{200c^3}{3f_c} \\ f_c &= \ln(1+c) - \frac{c}{1+c} \end{aligned}$$

Infine  $x = R/r_s$ , con  $R$  distanza dal centro dell'alone di materia oscura espressa in Mpc, e la funzione  $f(x)$  è pari a:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2-1} \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right] & \text{if } x < 1 \\ \frac{1}{3} & \text{if } x = 1 \\ \frac{1}{x^2-1} \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan} \sqrt{\frac{x-1}{1+x}} \right] & \text{if } x > 1 \end{cases}$$



a) Implementare la funzione per calcolare  $\Sigma(R, M, c, z)$ , e mostrare in un grafico composto da 9 pannelli i profili di densità nell'intervallo  $R \in [0.03, 1.0]$  Mpc, per le seguenti combinazioni di valori di massa e concentrazione:  $M = [10^{13.5}, 10^{14.0}, 10^{15.0}] M_{\odot}$ ;  $c = [2, 5, 10]$ ;  $z = 0.0$ . (Suggerimento: usare scala logaritmica per migliorare la visualizzazione)

Il file `halo-catalog.fit` contiene i profili di densità di 40103 aloni di materia oscura estratti da una simulazione cosmologica N-body, il loro redshift, e la ricchezza, una somma pesata del numero di galassie che popolano l'alone e che funge da *proxy* per la massa. I nomi delle colonne contenenti i dati sono rispettivamente: `redshift='Z'`, `ricchezza='LAMBDA_TR'`, `profilo densità='SIGMA_of_R'` [ $M_{\odot}/\text{Mpc}^2$ ]. I valori di  $R$  in [Mpc] a cui sono calcolati i profili di densità si trovano nel file `R-values.npy`

- Suddividere il catalogo nei 5 intervalli di ricchezza aventi come estremi  $\lambda = [15, 20, 30, 45, 60, 200]$  e calcolare il redshift, profilo di densità medio e la sua deviazione standard in funzione di  $R$  per ognuno di questi, e mostrare i risultati in un grafico con 5 pannelli;
- Usando il fit analitico NFW, stimare per ogni bin di ricchezza la massa ( $\log_{10} M$ ) e la concentrazione media. A tal scopo si assuma una likelihood Gaussiana utilizzando le matrici di covarianza fornite nel file `Sigma-cov.npy` per ogni intervallo di ricchezza, e i seguenti *prior* uniformi per i parametri:  $\log M_{10} \in [13, 16]$  e  $c \in [0.2, 20]$ ; per ogni bin di ricchezza si utilizzi il relativo redshift medio. Usare il software `emcee` per derivare i *posteriors* sui parametri;
- Riportare il valore di best-fit, il valor medio ed errore associato ad ogni parametro; fare un grafico triangolare per ogni intervallo di ricchezza per mostrare i *posteriors* ottenuti sui due parametri. Verificare la bontà del fit calcolando il  $\chi^2$  per i best fit parameters, e confrontando i dati con ~100 valori di  $M$  e  $c$  estratti dalle catene; commentare i risultati.

Dati:

- `halo_catalog.fit`
- `R_values.npy`
- `covariance_matrice.npy`