

*Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования*

**«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

Лабораторная работа №1.1.1

по курсу общей физики

на тему:

***«Определение систематических и случайных погрешностей при
измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки»***

*Работу выполнил:
Третьяков Александр
(группа Б02-206)*

Долгопрудный
18 сентября 2022 г.

1 Введение

Цель работы: измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

Оборудование: линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

2 Теоритические сведения

В данной работе измерять сопротивление $R_{\text{пр}}$ предлагается с помощью одной из схем представленных на рис. 1

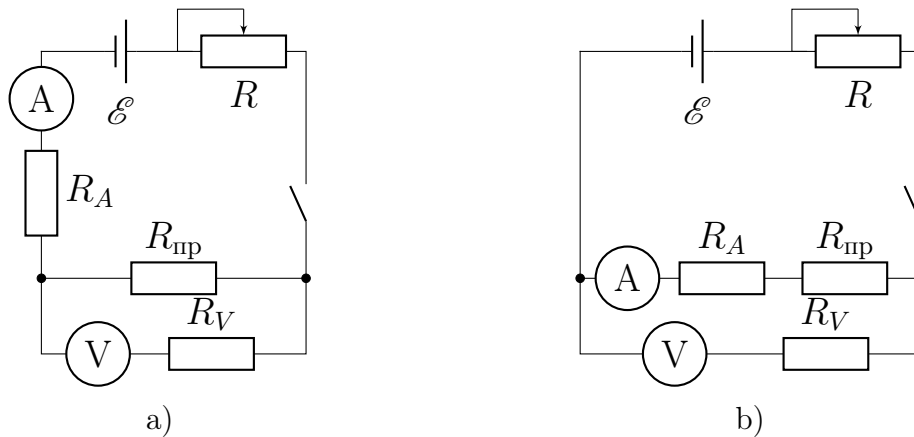


Рис. 1: Схемы для измерения сопротивления

Пусть V и I – показания вольтметра и амперметра, при расчете сопротивления только этими данными: $R_{\text{пр1}} = V_a/I_a$ для схемы (1a) и $R_{\text{пр2}} = V_b/I_b$ для схемы (1b) найденные сопротивления будут отличаться как друг от друга, так и от искомого $R_{\text{пр}}$ из-за внутренних сопротивлений приборов.

Учитывая сопротивления приборов получаем:

Для схемы (1a)

$$R_{\text{пр1}} = \frac{V_a}{I_a} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_{\text{пр}} + R_V}$$

Для схемы (1b)

$$R_{\text{пр2}} = \frac{V_b}{I_b} = R_{\text{пр}} + R_A$$

Эти формулы можно удобно преобразовать:

$$R_{\text{пр}} = \frac{R_{\text{пр1}}}{1 - \left(\frac{R_{\text{пр1}}}{R_V}\right)} \approx R_{\text{пр1}} \left(1 + \frac{R_{\text{пр1}}}{R_V}\right) \quad R_{\text{пр}} = R_{\text{пр2}} \left(1 - \frac{R_A}{R_{\text{пр2}}}\right)$$

В разветленных цепях расчет поправок становится достаточно трудоемким и должен производиться заново при каждом переключении прибора. Таким образом получаем пример систематической ошибки, возникающей из-за упрощения расчетной формулы. Для схемы (1a) сопротивление $R_{\text{пр}}$ оказывается заниженным, а для схемы (1b) – завышенным относительно рассчитанного.

Более точным методом измерения сопротивлений является метод моста постоянного тока (мост Уитстона).

3 Задание

3.1 Знакомство со штангенциркулем и микрометром

Штангенциркуль: $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$ мм

Микрометр: $\sigma_{\text{м}} = 0,01$ мм

3.2 Измерение диаметра проволоки

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ср.
$d_{\text{м}}, \text{ мм}$	0,36	0,37	0,36	0,37	0,36	0,36	0,36	0,37	0,37	0,36	0,364
$d_{\text{ш}}, \text{ мм}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

Таблица 1: Результаты измерения диаметра проволоки

При измерении штангенциркулем случайная погрешность отсутствует, а значит можно учитывать только системную погрешность: $d_{\text{ш}} = (0,4 \pm 0,1)$ мм.

При измерении же микрометром нужно учитывать и системную и случайную погрешность:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0,01 \text{ мм} \quad \sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$$

$$\sigma_{d_{\text{м}}} = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2} \approx 0,01 \text{ мм}$$

тогда $d_{\text{м}} = (0,357 \pm 0,01)$ мм.

Площадь поперечного сечения проволоки можно вычислить зная диаметр, используя диаметр найденный с помощью микрометра мы уменьшим погрешность площади. Вычислим площадь и ее погрешность:

$$S_{\text{пр}} = \frac{\pi d_{\text{м}}^2}{4} \approx \frac{3,1415 \cdot (0,364)^2}{4} \approx 0,104 \text{ мм}^2$$

$$\sigma_S = 2 \frac{\sigma_{d_M}}{d_M} \cdot S = 2 \frac{0,01}{0,364} \cdot 0,104 \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2$$

С учетом погрешности получаем, что $S_{\text{пр}} = (104 \pm 6) \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2$ т.е. площадь поперечного сечения определена с точностью 5,7%

3.3 Характеристики измерительных приборов

	Вольтметр	Миллиамперметр
Система	Магнитоэлектрическая	Цифровая
Класс точности	0,5	—
Предел измерений $x_{\text{П}}$	0,3 В	2 А – 0,5 А
Число делений шкалы n	150	—
Цена делений $x_{\text{П}}/n$	5 мВ/дел	—
Чувствительность $n/x_{\text{П}}$	200 дел/В	—
Абсолютная погрешность $\Delta x_{\text{М}}$	2 мВ	0,06 мА – 0,6 мА
Внутреннее сопротивление прибора	10 МОм	0,04 Ом

3.4 Измерение поправок при измерении сопротивления

Известно, что $R_{\text{пр}} \approx 5 \text{ Ом}$. Поправки при измерении $R_{\text{пр}}$ это дополнительные коэффициенты на которые мы умножаем полученное сопротивление, для учета сопротивления измерительных приборов. Для схемы (1a) Эта поправка будет равняться $\frac{R_{\text{пр1}}}{R_V} \cdot 100\% = 5 \cdot 10^{-5}\%$, а для схемы (1b) $\frac{R_A}{R_{\text{пр2}}} \cdot 100\% = 0,8\%$.

Чем меньше поправка тем лучше, следовательно для измерения сопротивления будем использовать схему (1a).

3.5 Снятие показаний вольтметра и амперметра, обработка полученных данных

Собираем схему и снимаем данные для разных длин проволоки: $l_1 = (20,0 \pm 0,1) \text{ см}$; $l_2 = (30,0 \pm 0,1) \text{ см}$; $l_3 = (50,0 \pm 0,1) \text{ см}$. Получаем:

$l = 20 \text{ см}$		$l = 30 \text{ см}$		$l = 50 \text{ см}$	
V, В	I, мА	V, В	I, мА	V, В	I, мА
-	-	-	-	1,85	350
-	-	-	-	1,93	365
-	-	-	-	1,98	375
-	-	-	-	2,00	380
-	-	-	-	2,08	395
-	-	-	-	2,17	410

-	-	-	-	2,22	420
-	-	-	-	2,28	430
-	-	-	-	2,30	435
-	-	-	-	2,37	445
-	-	-	-	2,54	480
-	-	-	-	2,57	485
-	-	-	-	2,63	495
-	-	-	-	2,65	500
-	-	-	-	2,71	510

Таблица 3: Снятая зависимость $V(I)$ для различных длин проволоки

Построим графики по данным из таблицы: рис. 2.

Рис. 2: Графики зависимости $V(I)$

Для каждой длины проволоки l найдем сопротивление и погрешности методом наименьших квадратов по формулам:

$$R_{\text{ср}} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

$$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - R_{\text{ср}}^2} \quad \sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{сист}} = R_{\text{ср}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

$$\sigma_{R_{\text{ср}}} = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{случ}}^2}$$

где V и I – максимальные значения тока и напряжений, $\sigma_V = 2$ мВ, а $\sigma_I = 0,6$ мА. Рассчитываем сопротивление с учетом поправки для схемы (1а) и погрешности:

$l = 20$ см	$l = 30$ см	$l = 50$ см
$R_{\text{ср}} = \text{Ом}$	$R_{\text{ср}} = \text{Ом}$	$R_{\text{ср}} = \text{Ом}$
$R_{\text{пр}} = \text{Ом}$	$R_{\text{пр}} = \text{Ом}$	$R_{\text{пр}} = \text{Ом}$
$\sigma_R^{\text{случ}} = \text{Ом}$	$\sigma_R^{\text{случ}} = \text{Ом}$	$\sigma_R^{\text{случ}} = \text{Ом}$
$\sigma_R^{\text{сист}} = \text{Ом}$	$\sigma_R^{\text{сист}} = \text{Ом}$	$\sigma_R^{\text{сист}} = \text{Ом}$
$\sigma_{R_{\text{ср}}} = \text{Ом}$	$\sigma_{R_{\text{ср}}} = \text{Ом}$	$\sigma_{R_{\text{ср}}} = \text{Ом}$

Таблица 4: Экспериментально полученные сопротивления и погрешности

3.6 Нахождение сопротивления с помощью моста

l , см	20	30	50
$R_{\text{пр}}$, Ом	-	-	5,3272

Таблица 5: Сопротивления, полученные с помощью моста

Сравниваем полученные экспериментальным путем результаты с полученными на мосте. Результаты измерений всех трех длин попадают в предел $\pm 2\sigma_R$ из таб.4.

3.7 Вычисление удельного сопротивления проволоки

Удельное сопротивление проволоки изготовленной из однородного материала и погрешность могут быть определены по формулам:

$$\rho = R_{\text{пр}} \cdot \frac{S_{\text{пр}}}{l} = \frac{R_{\text{пр}}}{l} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \quad \sigma_{\rho} = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

где $R_{\text{пр}}$ – сопротивление измеряемого отрезка проволоки, $S_{\text{пр}}$ – площадь поперечного сечения проволоки, l – его длина, а d – диаметр проволоки.

Занесем полученные результаты в таблицу

l , см	ρ , Ом · мм ² /м	σ_{ρ} , Ом · мм ² /м
20	-	-
30	-	-
50	1,04	0,06

Таблица 6: Удельные сопротивления участков проволоки различной длины

Конечным значением удельного сопротивления лучше считать удельное сопротивление участка проволоки длиной 50 см, так как его сопротивление наибольшее, что означает наименьшую погрешность и наибольшую точность измерения. В таком случае: $\rho = (1,04 \pm 0,06)$ Ом · мм²/м.

3.8 Вывод

Основной вклад в ошибку вносит погрешность при определении площади поперечного сечения, составляющая 5,7 %, поэтому при измерении сопротивления достаточна точность 3 – 4 %. В нашем эксперименте она составила не более 2,5 % и обуславливается главным образом погрешностью аналогового вольтметра.

При измерении диаметра проволоки точность микрометра оказалась слишком низкой для исследования проволоки на однородность по длине.

Также часть погрешности составляют соединительные провода, которые являются дополнительным сопротивлением.

Допустимые значения удельного сопротивления нихрома: $\rho_{\text{таб}} = (0,97 - 1,14) \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$