Решение уравнения $xy''' = y$ равно нулю при $x < 0$
Найти его асимптотическое поведение при $x \to +\infty$.
$y \sim x^\sigma$
$\sigma(\sigma-1)(\sigma-2)x^{\sigma-2} = x^\sigma$
$x \to 0 \Rightarrow \sigma(\sigma-1)(\sigma-2) = 0;\ \sigma \in \{0, 1, 2\}$
$x \to \infty \Rightarrow x^\sigma$ нечем скомпенсировать
Регулярная особая точка: 0
Иррегулярная особая точка: ∞
$y \sim \exp(\lambda x^\sigma)$
$y' = \lambda\sigma x^{\sigma-1}\exp(\lambda x^\sigma)$
$y'' = \exp(\lambda x^\sigma)(\lambda\sigma(\sigma-1)x^{\sigma-2} + \lambda^2\sigma^2 x^{2\sigma-2})$
$y''' = \exp(\lambda x^\sigma)(\lambda\sigma(\sigma-1)(\sigma-2)x^{\sigma-3} + \lambda^2\sigma^2(2\sigma-2)x^{2\sigma-3} + \lambda^2\sigma^2(\sigma-1)x^{2\sigma-3} +$
$+\lambda^3\sigma^3x^{3\sigma-3}) = \exp(\lambda x^\sigma)(\lambda\sigma(\sigma-1)(\sigma-2)x^{\sigma-3} + \lambda^2\sigma^2(3\sigma-3)x^{2\sigma-3} + \lambda^3\sigma^3x^{3\sigma-3})$
$x\exp(\lambda x^\sigma)(\lambda\sigma(\sigma-1)(\sigma-2)x^{\sigma-3} + \lambda^2\sigma^2(3\sigma-3)x^{2\sigma-3} + \lambda^3\sigma^3x^{3\sigma-3}) = \exp(\lambda x^\sigma)$
$\lambda\sigma(\sigma-1)(\sigma-2)x^{\sigma-2} + \lambda^2\sigma^2(3\sigma-3)x^{2\sigma-2} + \lambda^3\sigma^3x^{3\sigma-2} - 1 = 0$
1) $\sigma - 2 = 0 \Rightarrow x^{2\sigma-2}$ и $x^{3\sigma-2}$ нечем скомпенсировать.
2) $2\sigma - 2 = 0 \Rightarrow x^{3\sigma-2}$ нечем скомпенсировать.
3) $3\sigma - 2 = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{2}{3} \Rightarrow \lambda^3(\frac{2}{3})^3 - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{2}\exp(i\frac{2\pi n}{3})$
Рассмотрим $x < 0 : x \to -\infty$. Тогда по условию $y \to 0$
Для этого возьмем $\lambda = \frac{3}{2}\exp(i\frac{2\pi}{3}) = \frac{-3}{4} + i\frac{3\sqrt{3}}{4}$
$y \sim \exp(\frac{-3}{4}x^{\frac{2}{3}})\exp(i\frac{3\sqrt{3}}{4}x^{\frac{2}{3}})$