

## Работа 1.3.1

# Определение модуля Юнга на основе исследования деформаций растяжения и изгиба

Валеев Рауф Раушанович  
группа 825

28 ноября 2022 г.

**Цель работы:** экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для двух простейших напряженных состояний упругих тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

**В работе используется:** прибор лермантова, проволока из исследуемого материала, зрительная трубка со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка; во второй части - стойка для изгибания балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль.

### Определение модуля Юнга по измерениям растяжения проволоки (рис.1)

131\_1.jpg

1.  $d = (0,46 \pm 0,01)\text{см}$ .

2. Измеряем площадь поперечного сечения проволоки

$$S = \frac{\pi(\bar{d})^2}{4} = 0,166 \text{ см}^2$$

$$\sigma_S = S \sqrt{2 \left( \frac{\sigma_d}{d} \right)^2} = 0,005 \text{ см}^2$$

$$S = (0,166 \pm 0,005) \text{ мм}^2$$

3. Измеряем длину проволоки  $l = 176 \text{ см}$

4. Направляем зрительную трубу на зеркальце так, чтобы мы четко видели шкалу, тогда свет от шкалы будет падать примерно перпендикулярно шкале на зеркало, поэтому

$$\Delta l = \frac{nr}{2h}$$

$$\sigma_{\Delta l} = \Delta l \sqrt{\left( \frac{\sigma_n}{n} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_h}{h} \right)^2}$$

где  $r = 15 \text{ см}$  - длина рычага, разница показаний шкалы -  $n$ , расстояние от шкалы до проволоки -  $h = (138 \pm 0,1) \text{ см}$ .

5. Исходя из того, что  $\sigma_{\text{предел}} = 900 \text{ Н/мм}^2$  получаем, что предельный вес, который можно повесить, чтобы не выйти за пределы  $P_{\text{предел}} = 0,3\sigma_{\text{предел}}S \approx 44,8 \text{ Н}$ .

6. Снимем зависимость удлинения проволоки от массы грузов при увеличении и уменьшении нагрузки 2-3 раза (табл.1).

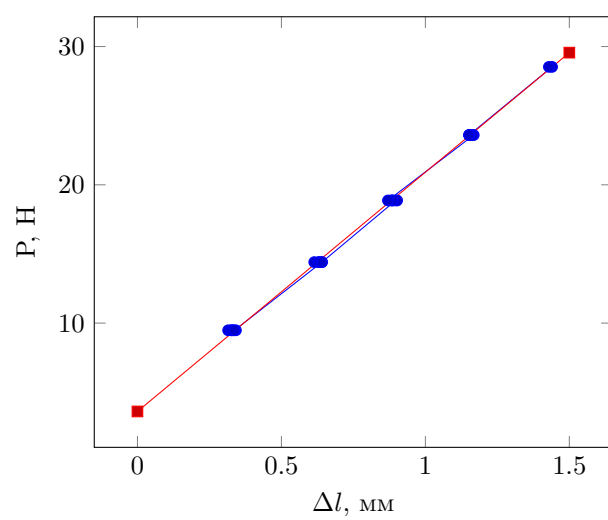
7. Построим график зависимости удлинения проволоки от нагрузки. В недеформированном состоянии проволока, как правило, изогнута, и при малых нагрузках её "удлинение" определяется не растяжением, а выпрямлением. Найдем уравнение получившийся прямой по МНК. По наклону прямой определим жесткость проволоки, а по ней - модуль Юнга (табл.2). Начальный участок графика при обработке следует исключить.

8. По найденной графически жёсткости проволоки найдем модуль Юнга по формуле

$$E = \frac{k * l_0}{S}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\left( \frac{\sigma_k}{k} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_S}{S} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{l_0}}{l_0} \right)^2}$$

Зависимость удлинения проволоки от нагрузки



## Определение модуля Юнга по измерениям изгиба палки (рис.2)

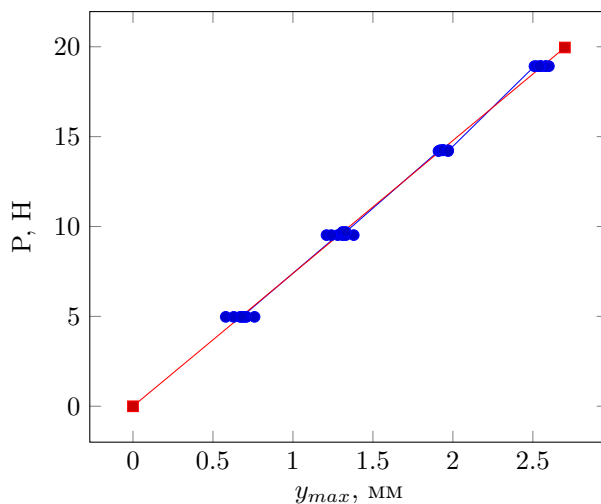
131\_2.jpg

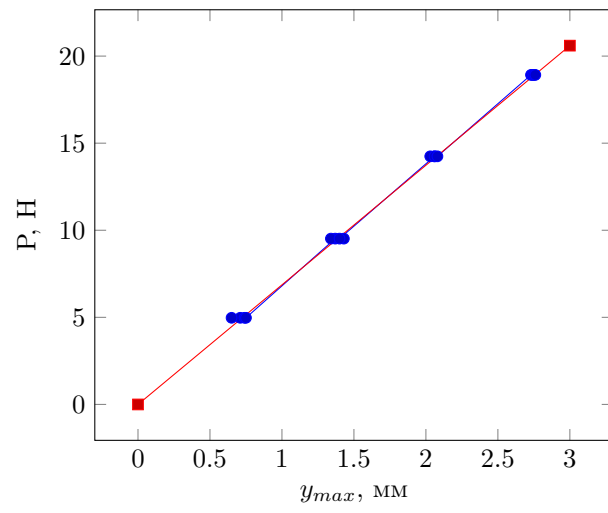
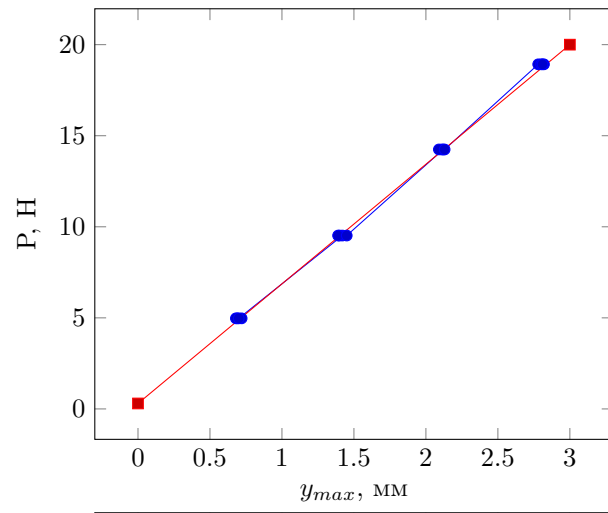
1. Измеряем  $l_{ab} = 50$  см.
2. Определяем ширину и толщину стержней (табл. 3).
3. Кладем балку так, чтобы Д было в середине и снимаем зависимость  $y_{max}$  от Р. Для этого смещаем Д на 2-3 мм в сторону и сравниваем с положением в середине: угол наклона примерно один и тот же.
4. Поворачиваем балку на 180 градусов вокруг горизонтальной оси и проделываем то же, что и в пункте 3. Сравниваем с пунктом 3: угол наклона примерно один и тот же.
5. Аналогично для 2-3 балок из дерева и 1 из металла.
6. Все данные записываем в табл. 4.
7. Для каждого образца строим графики при увеличении и уменьшении нагрузки.
8. По наклону графиков определяем средние значения модулей Юнга по формуле (табл.5)

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3y_{max}}$$

$$\sigma_E = \sqrt{3 \left( \frac{\sigma_l}{l} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{P/y_{max}}}{P/y_{max}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + 3 \left( \frac{\sigma_b}{b} \right)^2}$$

График табл.4





P, Н	9,48	14,41	18,87	23,60	28,53	28,53	23,60	18,87	14,41	9,48
$\Delta l$ , см	0,326	0,641	0,897	1,168	1,440	1,440	1,163	0,902	0,641	0,342
$\sigma_{\Delta l}$	0,007	0,014	0,020	0,025	0,031	0,031	0,025	0,020	0,014	0,008
P, Н	9,48	14,41	18,87	23,60	28,53	28,53	23,60	18,87	14,41	9,48
$\Delta l$ , см	0,331	0,630	0,886	1,152	1,429	1,429	1,152	0,886	0,630	0,326
$\sigma_{\Delta l}$	0,007	0,014	0,019	0,025	0,031	0,031	0,025	0,019	0,014	0,007
P, Н	9,48	14,41	18,87	23,60	28,53	28,53	23,60	18,87	14,41	9,48
$\Delta l$	0,315	0,630	0,880	1,158	1,429	1,424	1,152	0,870	0,614	0,337
$\sigma_{\Delta l}$	0,007	0,014	0,019	0,025	0,031	0,031	0,025	0,019	0,013	0,008

Таблица 1: Зависимость удлинения проволоки от нагрузки

	Значение	$\sigma$	$\varepsilon$
k	$1,73 \cdot 10^3$ Н/м	$0,027 \cdot 10^3$ Н/м	0,016
E	$18,3 \cdot 10^{10}$ Па	$0,7 \cdot 10^{10}$ Па	0,04

Таблица 2: Значения k и E

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ср.знач.	$\sigma$
1 балка												
a, см	0,4	0,4	0,39	0,38	0,35	0,37	0,38	0,39	0,38	0,37	0,381	0,01
b, см	2,1	2,1	2,12	2,12	2,09	2,09	2,07	2,12	2,08	2,08	2,097	0,01
2 балка												
a, см	0,46	0,51	0,41	0,46	0,46	0,46	0,47	0,48	0,46	0,47	0,464	0,01
b, см	2,15	2,14	2,15	2,15	2,12	2,15	2,15	2,14	2,14	2,15	2,144	0,01
3 балка												
a, см	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92	0,95	0,94	0,92	0,93	0,92	0,934	0,004
b, см	2,02	2,07	2,04	2,02	2,02	2	2	2,02	2,01	2,04	2,024	0,006

Таблица 3: Значения a и b

Сталь, несмещенная									
P, Н	4,973	9,521	14,197	18,92	18,92	14,197	9,521	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,67	1,28	1,91	2,51	2,6	1,97	1,38	0,76	
Сталь, несмещенная, перевернутая									
P, Н	4,973	9,521	14,244	18,92	18,92	14,244	9,521	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,63	1,24	1,94	2,52	2,58	1,97	1,33	0,7	
Сталь, смещенная									
P, Н	4,973	9,696	14,241	18,92	18,92	14,241	9,696	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,69	1,31	1,93	2,55	2,54	1,94	1,33	0,71	
Сталь, смещенная, перевернутая									
P, Н	4,973	9,521	14,244	18,92	18,92	14,244	9,521	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,58	1,21	1,92	2,55	2,58	1,94	1,31	0,68	
Латунь									
P, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,69	1,42	2,09	2,78	2,82	2,11	1,39	0,7	
Латунь, перевернутая									
P, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,72	1,4	2,13	2,8	2,81	2,12	1,45	0,72	
Дерево									
P, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,71	1,37	2,06	2,73	2,74	2,08	1,43	0,74	
Дерево, перевернутая									
P, Н	4,973	9,519	14,244	18,92	18,92	14,244	9,519	4,973	
$y_{max}$ , мм	0,65	1,34	2,03	2,75	2,76	2,06	1,4	0,75	

Таблица 4: Зависимость P от  $y_{max}$  для разных балок в разном положении

1 балка			
	Значение	$\sigma$	$\varepsilon$
$P/y_{max}$	7393,58 Н/м	74,53 Н/м	0,01
Е	$20,05 * 10^{10}$ Н/м	$0,03 * 10^{10}$ Н/м	0,014
2 балка			
	Значение	$\sigma$	$\varepsilon$
$P/y_{max}$	6665,41 Н/м	41,89 Н/м	0,01
Е	$9,72 * 10^{10}$ Н/м	$0,464 * 10^{10}$ Н/м	0,048
3 балка			
	Значение	$\sigma$	$\varepsilon$
$P/y_{max}$	6868,97 Н/м	64,24 Н/м	0,01
Е	$1,31 * 10^{10}$ Н/м	$0.0221 * 10^{10}$ Н/м	0,017

Таблица 5: Вычисляемые значения для балок