Неделя 6

$$\mathcal{L} = \frac{m\omega^2 l^2 \sin^2\varphi}{2} + \frac{m\dot{\varphi}^2 l^2}{2} - mgl(1-\cos\varphi) =$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}}$$

$$m\omega^2 l^2 \sin\varphi\cos\varphi - mgl\sin\varphi =$$

$$= m\ddot{\varphi} l^2$$

$$\ddot{\varphi} + \sin\varphi\left(\frac{g}{l} - \omega^2\cos\varphi\right) = 0$$

$$\ddot{\varphi} \underset{\varphi \ll 1}{=} \varphi\left(\omega^2 - \frac{g}{l}\right)$$

$$V = E$$

$$\dot V = m l^2 \dot\varphi \left(\varphi\left(\omega^2 - \frac{g}{l}\right) + \ddot\varphi \right)$$

$$\dot V_f = 2 m l^2 \dot\varphi\, \varphi \left(\omega^2 - \frac{g}{l}\right)$$

$\dot V_f \leq 0$ при $\omega < \sqrt{\frac{g}{l}}$

$V(0) = 0, \quad V > 0 \quad \forall \varphi \in \dot U_\varepsilon(0)$

$\Rightarrow \varphi = 0$ — уст. п.р.

$$v = \dot{\varphi} \sin\varphi$$

$$\dot{v} = \ddot{\varphi} \sin\varphi + \dot{\varphi}^2 \cos\varphi$$

$$\dot{v}_f = \sin\varphi \left(\omega^2 \cos\varphi - \frac{g}{\ell}\right) \sin\varphi + \dot{\varphi}^2 \cos\varphi =$$

$$= \sin^2\varphi \left(\omega^2 \cos\varphi - \frac{g}{\ell}\right) + \dot{\varphi}^2 \cos\varphi =$$

$$= \left[\cos\varphi \simeq 1\right] = \sin^2\varphi \left(\omega^2 - \frac{g}{\ell}\right) + \dot{\varphi}^2$$

Выберем σ: $\begin{cases} \dot{\varphi} > 0 \\ \varphi > 0 \end{cases}$

Тогда 1) $V(\varphi) > 0$ в σ

2) $V = 0$ на $\partial\sigma$

При $\omega > \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ 3) $\dot{V}_f(\varphi) \geq 0$, причем

$\dot{V}_f(\varphi) = 0 \Leftrightarrow \varphi = 0$

$\Rightarrow \varphi = 0$ – неуст. п. р.

№ 2.3 (Доработка)

$\underline{Д\text{-}Б}$: $V(\bar r) = 0 \Longleftrightarrow \bar r = 0$

$V(\bar r) = 0 = u_1^2 + u_2^2 \Longleftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} J_x x^2 + J_y y^2 + J_z z^2 + 2J_x \omega x = 0 \\ J_x^2 x^2 + J_y^2 y^2 + J_z^2 z^2 + 2J_x^2 \omega x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_x (x+\omega)^2 + J_y y^2 + J_z z^2 = J_x \omega^2 \\ J_x^2 (x+\omega)^2 + J_y^2 y^2 + J_z^2 z^2 = J_x^2 \omega^2 \end{cases}$$

$\wedge$ (если J_x – наиб.)

$$(J_x(\omega + x)^2 + J_y y^2 + J_z z^2) J_x$$

Причём „=" $\Longleftrightarrow y = z = 0$

Это как раз наш случай.

Итак: $J_x|\omega + x|^2 = J_x \omega^2$

$x \geq 0$

$\Rightarrow x = 0$

В итоге: $V(\bar{r}) = 0 \Longleftrightarrow \bar{r} = \bar{0}$