Ôn tập kiến thức Toán 11

1. Đại số

1.1. Tổ hợp xác suất

1.2. Cấp số cộng, cấp số nhân

1.3. Giới hạn,đạo hàm

2. Hình học không gian

2.1. Quạn hệ song song, quan hệ vuông góc

2.2. Góc trong không gian

2.2.1. Góc giữa 2 đường thẳng

2.2.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

2.2.3. Góc giữa 2 mặt phẳng

2.3. Khoảng cách

2.3.1. Khoảng cách từ 1 điểm -> 1 mặt phẳng

2.3.2. Khoảng cách giữa đường thẳng với mặt phẳng

2.3.3. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau

A. Lí thuyết

1. Đại số

1.1. Tổ hợp xác suất

(+) Quy tắc cộng: dùng khi 1 việc có 1 giai đoạn

(+) Quy tắc nhân: dùng khi 1 việc có từ 2↑ giai đoạn

* BT áp dụng:

B1 (sgknc) Có: $5 + 4 = 9$ cách

(đề bài: có 5 hs nam, 4 hs nữ. số cách chọn 1 hs đi thi học sinh giỏi)

B2 (sgknc) Số tự nhiên 2 chữ số: $\overline{ab}$ mà 2 chữ số đều chẵn $\Leftrightarrow$ b: 0, 2, 4, 6, 8 → 5 cách; a: 2, 4, 6, 8 → 4 cách $\Rightarrow 5.4 = 20$

Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp

1. Hoán vị: có bao nhiêu phần tử thì lấy all ra sắp xếp.

↳ kí hiệu: $\boxed{P_n = n!}$ (shift → x^{-1})

VD: $P_4 = 4! = 1.2.3.4 = 24$

$P_{10} = 10! = 3\ 628\ 800$

tổ hợp có điều chỉnh

2. Chỉnh hợp: lấy ra 1 số phần tử ít hơn so với phần tử ban đầu và có sắp xếp (hoặc các phần tử khác nhau)

↳ kí hiệu: $\boxed{A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}}$

VD: $A_{10}^5 = 10$ shift $\times$ $5 = 30240$

($A5$ của 10 → tổng có 10)

chỉ lấy ra tổ hợp

3. Tổ hợp: lấy ra số phần tử ít hơn số phần tử ban đầu nhưng không sắp xếp (hoặc các phần tử không khác nhau)

↳ kí hiệu: $\boxed{C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}}$

($C5$ của 10 → tổng 10)

VD C_{10}^5: ấn 10 → shift → (:) → 5 = 252

* BT áp dụng:

* BT áp dụng:

BT5 (Sgknc) $5! = 120$ cách (đề bài: có 5 người và 5 cái ghế xếp thành hàng dài. hỏi có bao nhiêu cách xếp người ngồi vào ghế)

BT6 8 VĐV
số cách chọn 3 giải Nhất, Nhì, Ba $\Rightarrow A_8^3 = 336$
(8 → shift → (x) → 3)

BT7: Tập hợp P có 100 điểm.

a) Đoạn thẳng & đầu mút cùng ∈ P ⇒ tổ hợp (đoạn ab = ba)
$C_{100}^2 = 4950$ đoạn
(bấm 100 → shift → (:) → 2)

b) Vecto $\neq \vec{0}$, điểm đầu & cuối ∈ P ⇒ $\vec{ab} \neq \vec{ba}$ ⇒ dùng chỉnh hợp
$\Rightarrow A_{100}^2 = 9900$ vecto (t/m)

1. Định nghĩa xác suất

Xác suất của biến cố A được tính bởi công thức
$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Trong đó

- $n(A)$ là số kết quả thuận lợi của biến cố A;
- $n(\Omega)$ là số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

2. Tính chất

- Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Khi đó, ta có

  a) $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$, $\mathrm{P}(\Omega) = 1$.

  b) $0 \le \mathrm{P}(A) \le 1$, với mọi biến cố A.

  c) Nếu A và B xung khắc, thì $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$ *(công thức cộng xác suất).*

- Các biến cố A và B là xung khắc nếu và chỉ nếu chúng không khi nào cùng xảy ra.
- Với mọi biến cố A, ta có
$$\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \mathrm{P}(A).$$
- Với hai biến cố bất kỳ, ta có mối quan hệ sau (công thức nhân xác suất):
$$A \text{ và } B \text{ là hai biến cố độc lập} \Leftrightarrow \mathrm{P}(A \cdot B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B).$$

1.2. Cấp số cộng, cấp số nhân

Cấp số cộng + Cấp số nhân

I. Cấp số cộng:

VD: 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 → STT

1> $u_n = u_1 + (n-1)d$

↳ có 5 số hạng ⇒ $n = 5$ → [số số hạng

VD: $u_n = 1 + (n-1).2$

$u_1 = 1$ (số hạng thứ nhất

$d = 2$ (công sai)

2> $u_n = \dfrac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2} = \dfrac{u_{n+k} + u_{n-k}}{2}$

Công thức liên hệ

VD: $u_3 = \dfrac{u_2 + u_4}{2} = \dfrac{u_1 + u_5}{2}$

$u_2 = \dfrac{u_1 + u_3}{2}$

$u_4 = \dfrac{u_3 + u_5}{2}$

3> Tổng 1CSC:

$$\left[\begin{array}{l} S_n = \dfrac{u_1 + u_n}{2}.n \\ S_n = \dfrac{2u_1 + (n-1)d}{2}.n \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} S_5 = \dfrac{u_1 + u_5}{2}.5 = \dfrac{1+9}{2}.5 = 25 \\ S_5 = \dfrac{2u_1 + (5-1)2}{2}.5 = \dfrac{2.1 + 8}{2}.5 = 25 \end{array}\right.$$

II. Cấp số nhân:

VD: 1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81

$\downarrow u_1$; $\downarrow u_2$; $\downarrow u_3$; $\downarrow u_4$; $\downarrow u_5$

1. $u_n = u_1 . q^{n-1}$

VD: $u_n = 1 . 3^{n-1}$

↳ q: công bội: 3

Công thức liên hệ

$u_1 = 1$

2, $U_n^2 = U_{n+1} . U_{n-1} = U_{n+k} . U_{n-k}$

VD: $U_3^2 = U_2 . U_4 = U_1 . U_5$

$9^2 = 3 . 27 = 1 . 81$

3, Tổng CSN: $S_n = u_1 . \frac{1 - q^n}{1 - q}$

VD: $S_5 = 1 . \frac{1 - 3^5}{1 - 3} = 121$

* Tổng CSN lùi vô hạn: VD: 81; 27; 9; 3; 1; $\frac{1}{3}$; ...

$S_n = \frac{u_1}{1 - q} \Rightarrow S_n = \frac{81}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{243}{2} = 121,5$

1.3. Giới hạn,đạo hàm (Bấm máy Casio)

1.3.1. Giới hạn

(*) Bấm máy:

(+) lim (không có gì cả): CALC với $x = 10^6$

(+) $\lim_{x \to +\infty}$: CALC với $x = 10^6$

(+) $\lim_{x \to -\infty}$: CALC với $x = -10^6$

a: 1 số

(+) $\lim_{x \to a}$: CALC với $x = a$ (CALC với $x = a + 10^{-6}$)

(+) $\lim_{x \to a^+}$: CALC với $x = a + 10^{-6}$

(+) $\lim_{x \to a^-}$: CALC với $x = a - 10^{-6}$

(+) lim lũy thừa: CALC với $x = 99$ (thử 90)

1.3.2. Đạo hàm

$(k.x)' = k$	$(k.u)' = k.u'$
$(x^n)' = n.x^{n-1}$	$(u^n)' = n.u^{n-1}.(u)'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{(u)'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = \cos u.(u)'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -\sin u.(u)'$
$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = (1 + \tan^2 u).u' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -(1 + \cot^2 u).u' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = e^u.u'$
$(a^x)' = a^x.\ln a$	$(a^u)' = a^u.\ln a.u'$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x.\ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a}$

3.1. Các quy tắc : Cho $u = u(x)$; $v = v(x)$; C : là hằng số .

- $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- $(u.v)' = u'.v + v'.u \quad \Rightarrow (C.u)' = C.u'$
- $\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$, $(v \neq 0) \Rightarrow \left(\frac{C}{u}\right)' = -\frac{C.u'}{u^2}$
- Nếu $y = f(u), u = u(x) \quad \Rightarrow y'_x = y'_u.u'_x$.

$$y' = \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$$

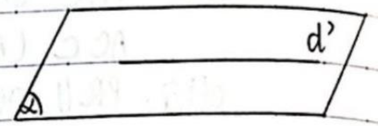
2. Hình học không gian

2.1. Quạn hệ song song, quan hệ vuông góc

2.1.1. Quạn hệ song song

I. Cách cminh 1 dt // 1 mp

+ Đ/lí: để cminh 1 dt // 1 mp, ta cminh d dt đó // với 1 dt ∈ mp kia.

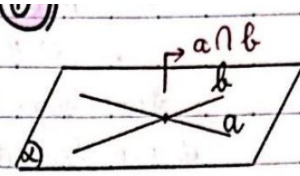


* Trình bày mẫu:

Có: $\left.\begin{array}{l} d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \\ d \not\subset (\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$

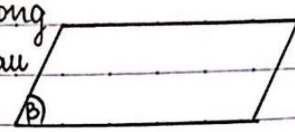
I. Cách cminh 2 mp song song:

* Trình bày:



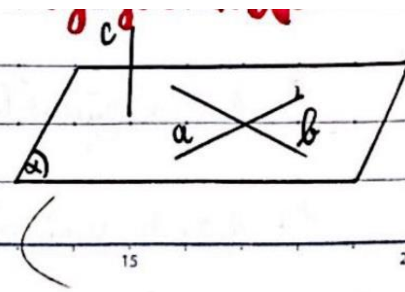
+ Ta thấy: $\left.\begin{array}{l} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b \\ a, b \parallel (\beta) \end{array}\right\} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$

+ Phát biểu: Muốn cminh 2 mp song song thì ta cminh mp này // vs 2 dt cắt nhau trong mp kia.



2.1.2. Quạn hệ vuông góc

I. Cách cminh: 1 dt ⊥ 1 mp



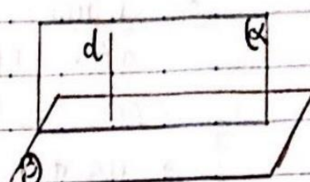
Có: $\left.\begin{array}{l} c \perp a \\ c \perp b \\ a \cap b \\ a, b \subset (\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow c \perp (\alpha)$

I. Cách chứng minh 2 mp ⊥ với nhau:

- Muốn cminh $(\alpha) \perp (\beta)$:

$\left.\begin{array}{l} \text{+ B1: Lấy } d \subset (\alpha) \\ \text{+ B2: C/m } d \perp (\beta) \end{array}\right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$

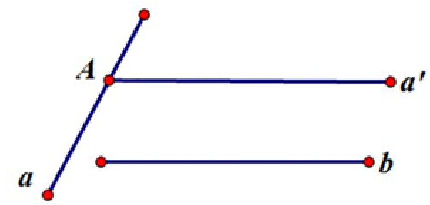
(bài 3)



2.2. Góc trong không gian

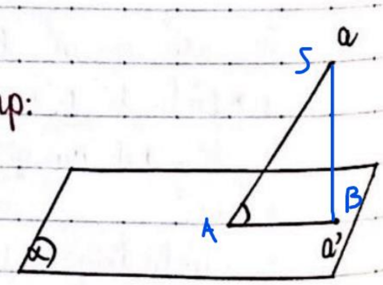
2.2.1. Góc giữa 2 đường thẳng

Các bước xác định góc giữa 2 đường thẳng a và b (kí hiệu g(a;b)
- Bước 1: Tịnh tiến 1 trong 2 đường thẳng hoặc cả 2 (sao cho chúng có điểm chung)
- Bước 2: Góc cần tìm là góc tại điểm chung đó



2.2.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

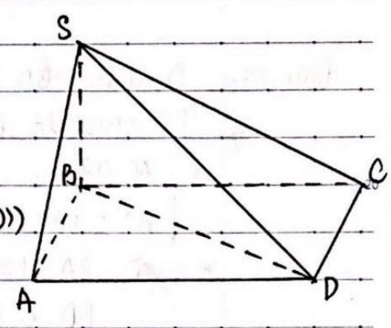
I. Cách xác định góc giữa đt và mp:
+ Kí hiệu: g(a; (α))
+ Các bước xác định góc giữa đt và mp (4 bước)
B1: Xác định điểm chung
B2: Từ điểm còn lại đt hạ ⊥ mp



B3: Nối điểm chung (bước 1) với điểm mới (bước 2)
B4: Góc (đt đề bài; $\underbrace{\text{đt bước 3}}_{\text{đt hình chiếu}}$)

VD2:

gt	Hình chóp SABCD SB ⊥ (ABCD)
kl	1, g(SA, (ABCD)) 2, g(SC, (ABCD)); 3, g(SD, (ABCD))

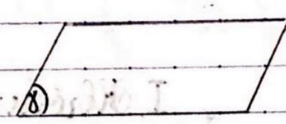


Cm: 1, g(SA, (ABCD)): B1: điểm chung A
B2: SB ⊥ (ABCD)
B3: Nối AB
B4: g(SA, AB) = $\widehat{SAB}$

2, g(SC, (ABCD)): B1: điểm chung C
B2: SB ⊥ (ABCD)
B3: Nối CB
B4: g(SC, CB) = $\widehat{SCB}$

2.2.3. Góc giữa 2 mặt phẳng

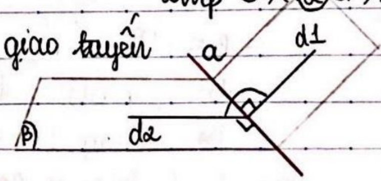
- B0: Đi tìm giao tuyến
- B1: Trong mp thứ nhất hạ 1 đt ⊥ với gtuyến
- B2: Trong mp thứ 2 hạ 1 đt ⊥ với gtuyến
- B3: Góc giữa 2 mp chính là góc giữa 2 đt đó.



II. Góc giữa 2 mp:

2mp $(\alpha) \cap (\beta) = a$

1. Cách 1 (cách cổ điển - 90%) - B0: Xđ giao tuyến
- B1: Trong (α): $d_1 \perp a$
- B2: Trong (β): $d_2 \perp a$
- B3: $g((\alpha);(\beta)) = g(d_1, d_2)$



Chú ý: $0° \leq$ góc giữa 2 mp $\leq 90°$

2.3. Khoảng cách

2.3.1. Khoảng cách từ 1 điểm -> 1 mặt phẳng

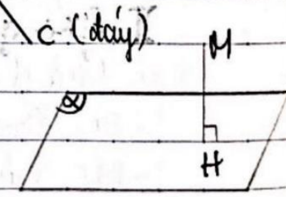
Bài 5: Khoảng cách

chân đgvg

CTTT: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

I. Khoảng cách giữa điểm và mp:

- B1: Từ chân đường ⊥ (cđvg), kẻ 1 đt ⊥ đt ⊂ (α) → $d(M,(\alpha)) =$; ⊂ (đáy)
- B2: Nối đỉnh với điểm mới (B1)
- B3: Từ cđvg, kẻ ⊥ đt ở B2.
- B4: Dùng "CT thần thánh" (cttt)



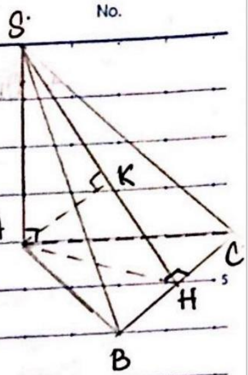
VD: Cho hình chóp SABC, SA ⊥ (ABC) có đáy là Δ đều. Tính d(A,(SBC)) (biết SA = a)

+ Kẻ từ điểm A: $AH \perp BC$

+ Nối SH

+ Kẻ từ điểm A: $AK \perp SH$

+ ctt: $AK = \dfrac{AS \cdot AH}{\sqrt{AS^2 + AH^2}} = \dfrac{a \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

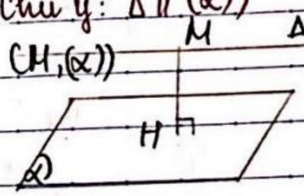


2.3.2. Khoảng cách giữa đường thẳng với mặt phẳng

II. Khoảng cách giữa
- 1 đt - 1 mp //
- 2 mp //

1. Khoảng cách giữa (đt; mp): $d(\Delta; (\alpha))$ (Chú ý: $\Delta \parallel (\alpha)$)

- B0: Lấy 1 điểm bất kì $\in \Delta$ (biến $d(\Delta, (\alpha)) = d(M, (\alpha))$)
- B1 → B4: giống I



VD: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông; $SA \perp (ABCD)$; $SA = a$; $d(AB, (SCD))$

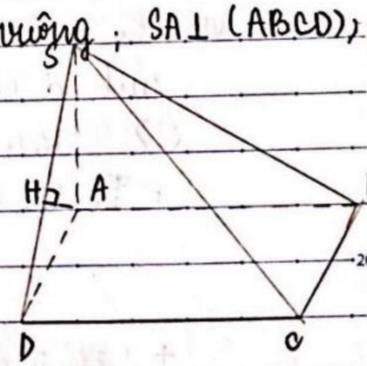
+ Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$
$\Rightarrow d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$

+ Từ điểm A: Kẻ $AD \perp CD$

+ Nối đỉnh S với D: nối SD

+ Từ điểm A: Kẻ $AH \perp SD$

+ ctt: $AH = \dfrac{AS \cdot AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \dfrac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

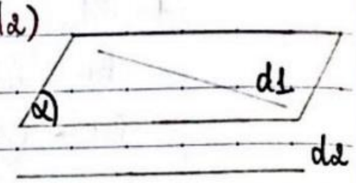


2.3.3. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau

III. Khoảng cách giữa 2 đt chéo nhau : $d(d_1; d_2)$

(!) KEY:

- B1: Đưa $\left.\begin{array}{l} d_1 \subset (\alpha) \\ (\alpha) \parallel d_2 \end{array}\right\} \Rightarrow d(d_1; d_2) = d((\alpha); d_2)$

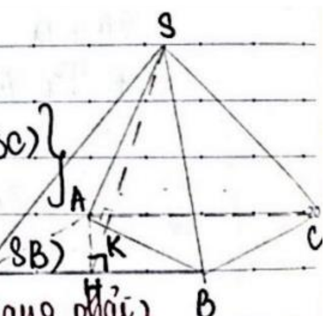


- B2: Chuyển hoá $d(d_2,(\alpha)) = d(M,(\alpha))$ Với $M \in d$

* Sơ đồ hoá: $d(d_1, d_2) \to d(\text{đt},(\text{mp})) \to d(\text{điểm},(\text{mp}))$

VD: Cho hình chóp SABC; $SA \perp (ABC)$; ΔABC đều cạnh a; $SA = a$; tính $d(AC, SB)$

~~tính d (AC, SB)~~



(!) Thường sẽ đưa cạnh bên vào trong mp.

+ Vì SB là cạnh bên → $\left.\begin{array}{l} \text{đưa } SB \text{ vào trong } (ABC) \\ (ABC) \parallel AC \end{array}\right\}$

$\Rightarrow d(AC, SB) = d((ABC), SB)$

+ (Kẻ D sang trái vì gần cdvg là A hơn kẻ D sang phải)

Kẻ $BD \parallel AC$ sao cho $BD = AC \Rightarrow AC \parallel (SBD)$

$\Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBD))$

$= d(A, (SBD))$

+ Từ điểm A, kẻ $AH \perp BD$
+ Nối đỉnh S với H → SH.
+ Từ điểm A, kẻ $AK \perp SH$
+ $AK = \dfrac{AS \cdot AH}{\sqrt{AS^2 + AH^2}} = \dfrac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

(v) Cminh: $BD \parallel AC$ } $\Rightarrow$ ABCD là hthoi

Mà: $BD = AC$ } $\Rightarrow AD = BD = AB \Rightarrow \Delta ABD$ đều.

- cminh $BD \perp AH$

$SA \perp (ABC)$

$AC \subset (ABC)$, $AC \parallel BD \Rightarrow$ hbh } $\Rightarrow$ ABCD là hthoi

Mà: $AC = BC$ } $\Rightarrow AD = BD = AB$

$\Rightarrow \Delta ABD$ đều

B. Bài tập về nhà- 13/05 – nhóm khá

1. Đại số

1.1. Tổ hợp xác suất

Câu 23. Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần. Tính xác suất của biến cố A:"kết quả của 3 lần gieo là như nhau"

A. $P(A)=\frac{1}{2}$. **B.** $P(A)=\frac{3}{8}$. **C.** $P(A)=\frac{7}{8}$. **D.** $P(A)=\frac{1}{4}$.

Câu 90. Một bình đựng 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để có được ít nhất hai viên bi xanh là bao nhiêu?

A. $\frac{28}{55}$. **B.** $\frac{14}{55}$. **C.** $\frac{41}{55}$. **D.** $\frac{42}{55}$.

Câu 33.1. Cho một hộp chứa 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên đó với nhau. Xác suất để số thu được là số lẻ bằng

(A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{11}{21}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{10}{21}$.

Câu 33.10. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\frac{13}{27}$. (B) $\frac{14}{27}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{365}{729}$.

Câu 33.11. Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

(A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 33.12. Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, rồi cộng các số trên các bi lại với nhau. Xác suất để kết quả thu được là 1 số lẻ bằng

(A) $\frac{31}{32}$. (B) $\frac{11}{32}$. (C) $\frac{16}{33}$. (D) $\frac{21}{32}$.

Câu 33.14. Gọi S là tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập S. Tính xác suất để tích hai số được chọn là số chẵn.

(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 33.16. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Rút ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

(A) $\frac{3}{32}$. (B) $\frac{2}{7}$. (C) $\frac{3}{16}$. (D) $\frac{11}{64}$.

Câu 33.19. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập nên từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chọn có chứa ít nhất một trong hai chữ số 1 hoặc 2 bằng

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{3}{50}$. D. $\frac{47}{50}$.

1.2. Cấp số cộng, cấp số nhân

Câu 5.4. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3; u_5 = 48$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 2. B. ± 2 . C. 16. D. -2.

Câu 5.5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = -3n + 2$. B. $u_n = 3n - 2$. C. $u_n = 3n - 5$. D. $u_n = -2n + 3$.

Câu 5.11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$, $u_3 - u_{15} = 84$. Số hạng u_{17} bằng

A. 11. B. 12. C. 132 . D. 235.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -3$ và tổng của 9 số hạng đầu tiên là $S_9 = 45$. Cấp số cộng trên có

A. $S_{10} = 92$. **B.** $S_{20} = 980$. **C.** $S_3 = -56$. **D.** $S_{16} = 526$.

Câu 2.1: Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 3$ và $a_2 = -6$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân đã cho.

A. $u_n = 3.(-2)^n$. **B.** $u_n = 3.(-2)^{n-1}$. **C.** $u_n = 3.(2)^{n-1}$. **D.** $u_n = 3.(2)^n$.

Câu 2.2: Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 3$ và $a_2 = -6$. Tìm tổng S của 50 số hạng đầu tiên cấp số nhân đã cho.

A. $S = 2^{50} - 1$. **B.** $S = 2^{51} - 1$. **C.** $S = 1 - 2^{50}$. **D.** $S = 1 - 2^{51}$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 + 2u_5 = 0$ và $S_4 = 14$. Tính số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 8, d = 3$. **B.** $u_1 = -8, d = 3$. **C.** $u_1 = -8, d = -3$. **D.** $u_1 = 8, d = -3$.

Câu 10. Cho cấp số cộng $6, x, -2, y$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x = 2; y = 5$. **B.** $x = 4; y = 6$. **C.** $x = 2; y = -6$. **D.** $x = 4; y = -6$.

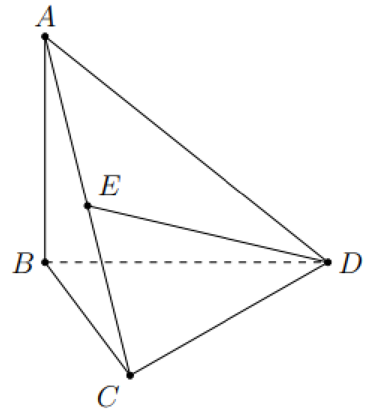
2. Hình học không gian

2.1. Góc trong không gian

2.1.1. Góc giữa 2 đường thẳng

1 Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $CD = a$. Gọi E là trung điểm của AC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng AB và DE bằng

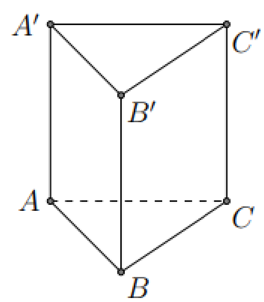
A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.



Ví dụ 3.

Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC (*tham khảo hình vẽ bên*).

A. 90°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 60°.

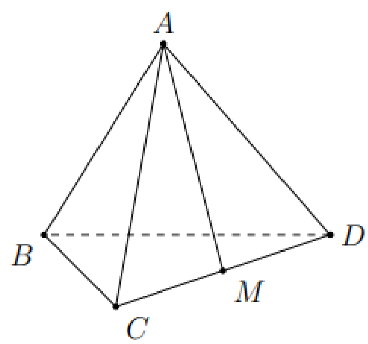


Ví dụ 4.

Cho tứ diện đều $ABCD$ có M là trung điểm của cạnh CD (tham khảo hình vẽ), φ là góc giữa hai đường thẳng AM và BC. Giá trị $\cos\varphi$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.



Ví dụ 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $A'C'$ và $D'C$ là

A. 120°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Ví dụ 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, $C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP.

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Ví dụ 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB. Góc giữa AM và BD bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

2.1.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Ví dụ 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 2a, \widehat{BAC} = 60^\circ$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Ví dụ 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC), SA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc α giữa SC và mặt phẳng (SAB).

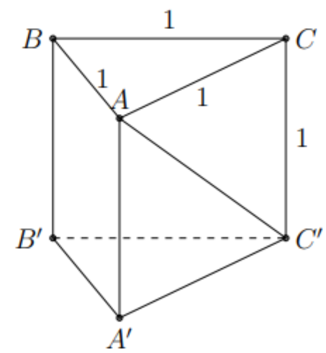
A. $\alpha = 45^\circ$. **B.** $\alpha = 30^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 60^\circ$.

25

Cho hình trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Gọi φ là góc hợp bởi đường thẳng AC' với mặt phẳng $(BCC'B')$. Tính $\sin\varphi$.

A. $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

C. $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{13}}{4}$.



Ví dụ 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AB = a, BC' = a\sqrt{2}$. Tính góc hợp bởi đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$.

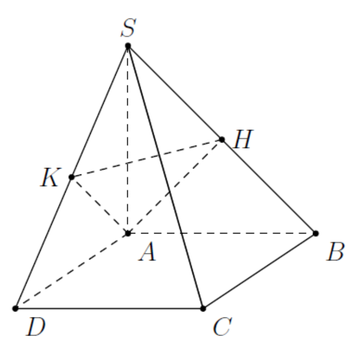
A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

27

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD (hình vẽ bên). Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK), tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha = \sqrt{3}$. **B.** $\tan\alpha = \sqrt{2}$.

C. $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

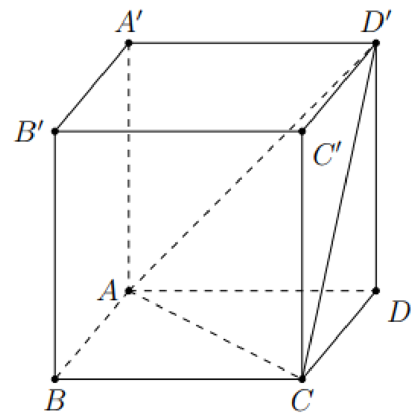


2.1.3. Góc giữa 2 mặt phẳng

Ví dụ 28.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Giá trị $\tan\alpha$ bằng

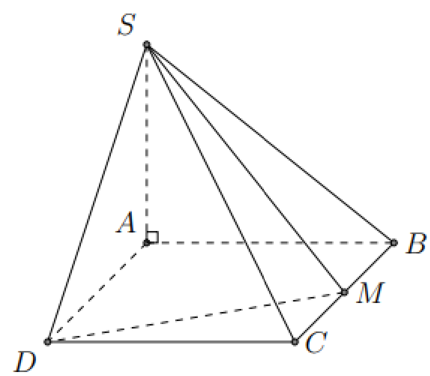
A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.



Ví dụ 32.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và vuông góc $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SMD) và $(ABCD)$.

A. $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

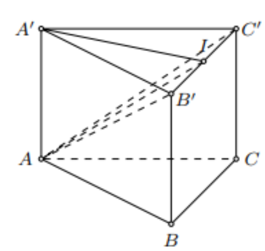


Câu 30.4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ và độ dài các cạnh đáy bằng a, $SA = SB = SC = SD = a$. Tính cos góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD).

(A) 0. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

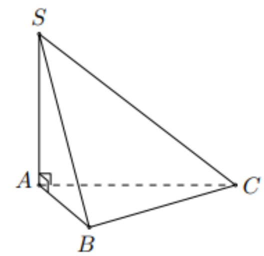
Câu 30.8. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

(A) $\dfrac{\pi}{2}$. (B) $\dfrac{3\pi}{2}$. (C) $\dfrac{\pi}{6}$. (D) $\dfrac{\pi}{3}$.



Câu 30.11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là $60°$. Độ dài cạnh SA bằng

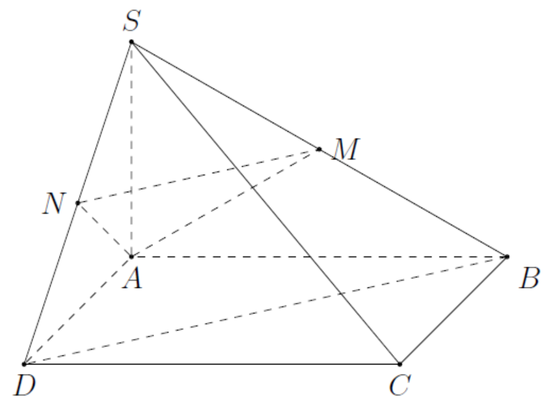
Ⓐ $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.　　Ⓑ $\dfrac{a}{2}$.　　Ⓒ $a\sqrt{3}$.　　Ⓓ $\dfrac{3a}{2}$.



Ví dụ 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD (tham khảo hình vẽ), α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD). Giá trị $\sin\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.　　B. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.　　D. $\dfrac{1}{3}$.



2.2. Khoảng cách

2.2.1. Khoảng cách từ 1 điểm -> 1 mặt phẳng

Câu 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên và cạnh đáy bằng nhau và khoảng cách từ điểm

A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{3}a^3$.　　**B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$.　　**C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$.　　**D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 38.1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $SB = 3a$, $AB = 4a$, $BC = 2a$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

Ⓐ $\dfrac{12\sqrt{61}a}{61}$.　　Ⓑ $\dfrac{4a}{5}$.　　Ⓒ $\dfrac{12\sqrt{29}a}{29}$.　　Ⓓ $\dfrac{3\sqrt{14}a}{14}$.

Câu 38.3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy và tam giác SAB đều. Gọi M là trung điểm của SA. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD).

Ⓐ $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. Ⓑ $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Ⓒ $\frac{a\sqrt{3}}{14}$. Ⓓ $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 38.4. Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)\,; SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

Ⓐ $a\sqrt{3}$. Ⓑ $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $2a\sqrt{3}$. Ⓓ $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38.16. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

Câu 38.17. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

Ⓐ $\frac{3a}{4}$. Ⓑ $\frac{a}{4}$. Ⓒ $\frac{a}{2}$. Ⓓ $\frac{3a}{2}$.

Câu 38.18. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm cạnh $C'A'$, I là giao điểm của các đường thẳng AM và $A'C$. Tính khoảng cách d từ A tới (IBC).

Ⓐ $d = \frac{a}{\sqrt{5}}$. Ⓑ $d = \frac{a}{2\sqrt{5}}$. Ⓒ $d = \frac{5a}{3\sqrt{2}}$. Ⓓ $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

2.2.2. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'D$ và $B'C$ là a. Khi đó thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $9\sqrt{3}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $18a^3$.

Ví dụ 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 1, biết $SO = \sqrt{2}$ và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB.

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 3: (~~dùng phương pháp 2~~) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^0, SA = SB = SC = 2a$. Khoảng cách giữa AB và SC bằng.

A. $\frac{a\sqrt{11}}{12}$. **B.** $\frac{a\sqrt{11}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{11}}{8}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{11}}{4}$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a. Gọi M là trung điểm của AB, tam giác $A'CM$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và CC', biết rằng thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

A. $d = \frac{\sqrt{21}}{14}a$. **B.** $d = \frac{2\sqrt{39}}{3}a$. **C.** $d = \frac{2\sqrt{39}}{13}a$. **D.** $d = \frac{\sqrt{21}}{7}a$.

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy là $45°$. Gọi E là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

A. $\frac{a\sqrt{5}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{38}}{19}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{38}}{5}$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAC} = 60°$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc $30°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AD.

A. $\mathrm{d} = \frac{\sqrt{21}}{14}a$. B. $\mathrm{d} = \frac{\sqrt{3}}{5}a$. C. $\mathrm{d} = \frac{2\sqrt{3}}{5}a$. D. $\mathrm{d} = \frac{\sqrt{21}}{7}a$.