Nội dung

- Phương pháp M lớn
- Phương pháp hai pha
- Bài toán đối ngẫu

Phương pháp M lớn

Bài toán M lớn

- Bài toán <f,D>:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j . x_j \to \min \qquad \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j = b_i \geq 0 & (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0 & \forall j = \overline{1, n} \end{cases}$$

- Bài toán M lớn:

$$g(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j . x_j + M \sum_{i=1}^{m} x_{n+i} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j + x_{n+i} = b_i & (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0; \ x_{n+i} \geq 0 & \forall j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m} \end{cases}$$

Với M là số dương lớn tùy ý

Bài toán M lớn

- Quan hệ bài toán M và bài toán (D,f) như sau:
  - Nếu bài toán M lớn vô nghiệm thì bài toán (D,f) vô nghiệm.
  - Nếu bài toán M lớn có nghiệm $(x_1, x_2, ..., x_n, 0,...,0)$ thì

    $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là nghiệm của bài toán (D,f).
  - Nếu bài toán M có nghiệm $(x_1, x_2, ..., x_{n+m})$ và tồn tại $x_{n+i} > 0$ thì bài toán (D,f) vô nghiệm.

Minh họa ví dụ 1(1)

- **Bài toán <f,D>:** $f(x) = x_1 + 2x_2 - x_3 \to \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \le 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \ge 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

- **Bài toán <g,D>**: $g(x) = -x_1 - 2x_2 + x_3 \to \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \ge 0 \quad (j = 1..5) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 1(2)

- **Bài toán <g,D>:** $g(x) = -x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..5) \end{cases}$$

- **Bài toán M lớn<g, <u>D</u>>:**

$$G(x) = -x_1 - 2x_2 + x_3 + M(x_6 + x_7) \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 + x_6 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_7 = 4 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..7) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 1(3)

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_7 M	
0	x_4	6	-1	4	-2	1	0	0	0	
M	x_6	6	1	1	2	0	-1	1	0	3
M	x_7	4	2	-1	2	0	0	0	1	2
		10M	3M+1	2	4M-1	0	-M	0	0	

Minh họa ví dụ 1(4)

Ẩn CB	P/Án	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_6 M	
x_4	10	1	3	0	1	0	0	1	10/3
x_6	2	-1	2	0	0	-1	1	-1	1
x_3	2	1	-1/2	1	0	0	0	1/2	
	2M +2	-M +2	2M +3/2	0	0	-M	0	-2M +1/2	

Minh họa ví dụ 1(5)

Ẩn CB	P/Án	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_7 M	
x_4	7	5/2	0	0	1	3/2	-3/2	5/2	14/7
x_2	1	-1/2	1	0	0	-1/2	1/2	-1/2	
x_3	5/2	3/4	0	1	0	-1/4	1/4	1/4	10/3
	1/2	11/4	0	0	0	3/4	-M -3/4	-M +5/4	

Minh họa ví dụ 1(6)

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_7 M
-1	x_1	14/5	1	0	0	2/5	3/5	-3/5	1
-2	x_2	12/5	0	1	0	1/5	-1/5	1/5	0
1	x_3	2/5	0	0	1	-3/10	-7/10	7/10	-1/2
		-36/5	0	0	0	-11/10	-9/10	-M+ 9/10	-M -3/2

Nghiệm bài toán M là (14/5, 12/5, 2/5, 0, 0,0,0), ẩn giả đã bị loại từ bảng thứ 3.

Nghiệm bài toán <g,D> là (14/5, 12/5, 2/5,0,0), với x_4, x_5 là ẩn phụ.

Nghiệm bài toán <f,D> là x_{opt}= (14/5, 12/5, 2/5) và f_{max} = 36/5

Minh họa ví dụ 2(1)

- **Bài toán <f,D> :** $f(x) = 4x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

- **Bài toán M:**

$g(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 + Mx_4 + Mx_5 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..5) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 2(2)

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M	
M	x_4	4	4	3	4	1	0	1
M	x_5	4	4	1	-3	0	1	1
		8M	8M+4	4M-3	M-1	0	0	

Minh họa ví dụ 2(3)

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M
-4	x_1	1	1	3/4	1	1/4	0
M	x_5	0	0	-2	-7	-1	1
		-4	0	-2M-6	-7M-5	-2M-1	0

Nghiệm bài toán M là là = (1,0,0,0,0)
Ẩn giả x_5 còn là ẩn cơ bản nhưng nhận giá trị 0 nên nghiệm bài toán (f,D) là x = (1,0,0) và f_{max} = 4

Minh họa ví dụ 3(1)

- Bài toán <f,D> : $f(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$

- Bài toán M:

$$g(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 + Mx_4 + Mx_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = 5 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..5) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 3(2)

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M	
M	x_4	4	4	3	4	1	0	<u>1</u>
M	x_5	5	4	1	-3	0	1	5/4
		9M	8M+4	4M-3	M-1	0	0	

Minh họa ví dụ 3(3)

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M
-4	x_1	1	1	3/4	1	1/4	0
M	x_5	1	0	-2	-7	-1	1
		M-4	0	-2M-6	-7M-5	-2M-1	0

Nghiệm bài toán M là là = (1,0,0,0,1)
Ẩn giả x_5 còn là ẩn cơ bản nhận giá trị 1 nên nghiệm bài toán (f,D) vô nghiệm

Phương pháp đơn hình hai pha

Bài toán

- Bài toán <f,D>:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j . x_j \quad \rightarrow \min \qquad \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j = b_i \geq 0 \quad (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0 \qquad\qquad \forall j = \overline{1, n} \end{cases}$$

- Bài toán <g, D*>:

$$g(t) = \sum_{j=1}^{m} t_j \quad \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j + t_i = b_i \qquad (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0; \;\; t_i \geq 0 \qquad \forall j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m} \end{cases}$$

Bài toán

- Bài toán <g,D*> có phương án cơ bản

$$(x,t) = (0,\ldots,0, b_1,\ldots, b_m)$$

- $g(t) \geq 0$, thì có phương án tối ưu (x^*,t^*):
  - $g(t^*) > 0$ thì bài toán (f,D) vô nghiệm.
  - $g(t^*) = 0$ tức $t^* = 0$, :
    - Nếu phương án tối ưu (x^*,t^*) không chứa vectơ ứng với t_i thì x^* là phương án cơ bản của bài toán (f, D).
    - Nếu phương án tối ưu (x^*,t^*) chứa vectơ ứng với t_i thì tiến hành một vài phép đơn hình nữa để loại khỏi cơ sở.

Phương pháp

- **Pha 1**: Dùng phương pháp đơn hình để giải bài toán <g,D*>
- **Pha 2**: Bảng đơn hình ban đầu của pha 2 là bảng đơn hình cuối cùng của **pha 1** với một ít sửa đổi như sau:
  - Xóa tất cả các cột tương ứng với ẩn giả
  - Thay Cột hệ số cơ bản bởi hệ số hàm mục tiêu bài toán gốc.
  - Tính lại các phần tử trong dòng mục tiêu (Dòng cuối bảng):

f(x0)	Δ_1	Δ_2	…	Δ_n

  - Bảng thu được tiếp tục giải bằng phương pháp đơn hình

Minh họa ví dụ 1(1)

- <f,D>:

$$f(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 5 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$

- <g,D*> :

$$g(t) = t_1 + t_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + t_1 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 + t_2 = 5 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3), t_1, t_2 \geq 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 1(2)

- Pha 1 giải bài toán <g, D*>

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 0	x_2 0	x_3 0	t_1 1	t_2 1	
1	t_1	4	4	3	4	1	0	1
1	t_2	5	4	1	6	0	1	5/6
		9	8	4	10	0	0	

Minh họa ví dụ 1(3)

- Pha 1 giải bài toán <g, D*>

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 0	x_2 0	x_3 0	t_1 1	t_2 1	
1	t_1	2/3	4/3	7/3	0	1	-2/3	2/7
1	x_3	5/6	2/3	1/6	1	0	1/6	5
		2/3	4/3	7/3	0	0	-5/3	

Minh họa ví dụ 1(4)

- Pha 1 giải bài toán <g, D*>

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 0	x_2 0	x_3 0	t_1 1	t_2 1
0	x_2	2/7	4/7	1	0	3/7	-2/7
0	x_3	11/14	4/7	0	1	-2/14	3/14
		0	0	0	0	-1	-1

Minh họa ví dụ 1(5)

- Pha 2 giải bài toán <f, D>

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	t_1 1	t_2 1
3	x_2	2/7	4/7	1	0		
1	x_3	11/14	4/7	0	1		
		23/14	44/7	0	0		

Minh họa ví dụ 1(6)

- Pha 2 giải bài toán <f, D>

Hệ số	Ẩn CB	P/Án	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	t_1 1	t_2 1
-4	x_1	1/2	1	7/4	0		
1	x_3	1/2	0	-1	1		
		-3/2	0	-11	0		

Bài toán đối ngẫu

Bài toán lập kế hoạch sản xuất

		x_1	x_2
Nhà máy	Chỉ tiêu Nhà nước	Phân xưởng 1 / năm	Phân xưởng 2/năm
Sản phẩm A	2000	1000	3000
Sản phẩm B	4000	4000	1000
Chi phí/năm		16 triệu	15 triệu

- Hãy lập kế hoạch sản xuất sao cho tổng chi phí thấp nhất đồng thời đảm bảo chỉ tiêu cho nhà máy.
- x_1, x_2 là số năm (đv năm) cho xưởng 1 và 2 hoạt động tương ứng.

Bài toán lập kế hoạch sản xuất

- Mô hình toán <f,D>

$$f(x) = 16x_1 + 15x_2 \rightarrow \min \text{ (triệu)}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ 4x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_{1,} x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- .

Bài toán định giá sản phẩm

	Nhà máy	SX được	Phân xưởng 1 / năm	Phân xưởng 2/năm
y_1	Sản phẩm A	2000	1000	3000
y_2	Sản phẩm B	4000	4000	1000
	Định mức chi phí/năm		16 triệu	15 triệu

- Hãy định giá trị cho 1 sản phẩm A và 1 sản phẩm B sao cho tổng giá trị của sản phẩm của nhà máy lớn nhất và thỏa mãn định mức chi phí đối với phân xưởng 1 và phân xưởng 2.
- y_1, y_2 là giá (đv nghìn) sản phẩm A và sản phẩm B.

Bài toán định giá sản phẩm

Bài toán đánh giá sản phẩm

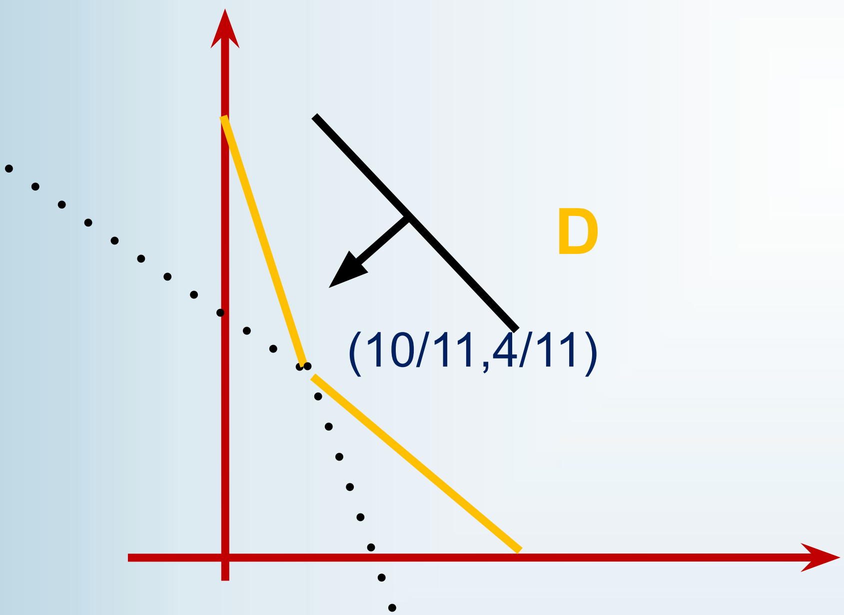
- Mô hình toán <g,D*>

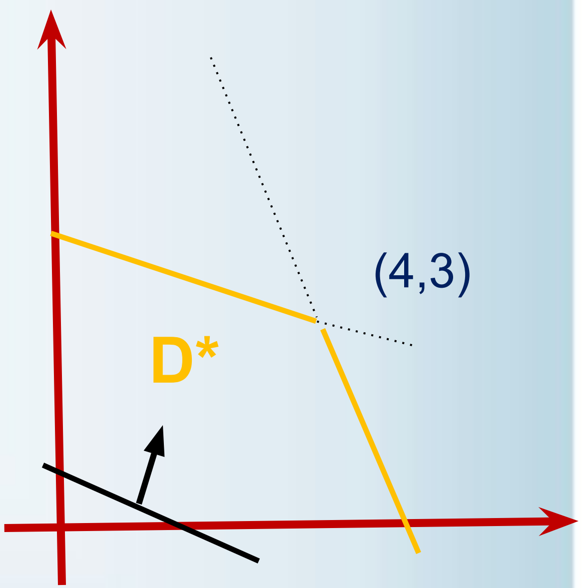
$$g(y) = 2y_1 + 4y_2 \rightarrow \max \text{ (nghìn)}$$

$$\begin{cases} y_1 + 4y_2 \le 16 \\ 3y_1 + y_2 \le 15 \\ y_{1,} y_2 \ge 0 \end{cases}$$

f_{min}=f(10/11, 4/11)= 20 (*triệu đồng*)

g_{max}=g(4, 3)= 20 (*triệu đồng*)





Nhận xét **f_{min}= g_{max}**

Đối ngẫu không đối xứng(1)

- Bài toán (D,f) dạng chính tắc

(1)

$$f(x)=\sum_{j-1}^{n} c_j x_j \quad \rightarrow \quad \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j-1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \ (i=1..m) \\ x_j \geq 0 \ (j=1..n) \end{cases}$$

- Bài toán (D* , g):

(1*)

$$g(y)=\sum_{i=1}^{m} b_i y_i \quad \rightarrow \quad \max$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} a_{ji} y_i \leq c_j \ (j=1..n) \\ y_i \text{ tu do } (i=1..m) \end{cases}$$

Đối ngẫu không đối xứng (2)

- **Nhận xét**
  - **(1*)** - bài toán đối ngẫu của bài toán **(1).**
  - **(1*)** là bài toán gốc, thì **(1)** là bài toán đối ngẫu.
  - Cặp (1, 1*) - cặp bài toán đối ngẫu không đối xứng.
- ***Cách thành lập***
  - Bài toán gốc ở dạng chính tắc.
  - Hệ số hàm mục tiêu của bài toán này là hệ số tự do trong hệ ràng buộc của bài toán kia.
  - Ma trận số liệu chuyển vị cho nhau.
  - Bài toán đối ngẫu là bài toán *max* và ràng buộc là $\leq$.

Minh họa ví dụ 1(1)

- Bài toán gốc

$$f(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$

Minh dụ ví dụ 1(2)

- Bài đối ngẫu

$$g(y) = y_1 - 5y_2 \rightarrow max$$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \le 1 \\ y_1 - 3y_2 \le 2 \\ y_1 + 4y_2 \le 3 \\ y_{1,} y_2 \text{ tu do} \end{cases}$$

Đối ngẫu đối xứng(1)

- Bài toán (D,f) dạng chính tắc

(2) $$f(x) = \sum_{j-1}^{n} c_j x_j \quad \rightarrow \quad \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j-1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \ (i = 1..m) \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..n) \end{cases}$$

- Bài toán **(2),** tương đương bài toán như sau:

$$f(x) = \sum_{j-1}^{n} c_j x_j \quad \rightarrow \quad \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j-1}^{n} a_{ij} x_j - x_{i+n} = b_i \ (i = 1..m) \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..m+n) \end{cases}$$

Đối ngẫu đối xứng(2)

- Bài toán đối ngẫu

(2*)

$$g(y) = \sum_{i-1}^{m} b_i x_i \quad \rightarrow \quad \max$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} a_{ji} y_i \le c_j \ (j = 1..n) \\ -y_i \le 0 \ (i = 1..m) \end{cases}$$

Hay

(2*)

$$g(y) = \sum_{i-1}^{m} b_i x_i \quad \rightarrow \quad \max$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} a_{ji} y_i \le c_j \ (j = 1..n) \\ y_i \ge 0 \ (i = 1..m) \end{cases}$$

Đối ngẫu đối xứng(3)

- **Nhận xét**
  - (2*) là bài toán gốc, thì (2) là bài toán đối ngẫu của nó.
  - Cặp (2, 2*)- cặp bài toán đối ngẫu đối xứng.
- ***Cách thành lập***
  - Hệ số hàm mục tiêu của bài toán này là hệ số tự do trong hệ ràng buộc của bài toán kia.
  - Ma trận số liệu chuyển vị cho nhau.
  - Bài toán *min* ràng buộc $\geq$ và bài toán *max* ràng buộc $\leq$.
  - Cả hai bài toán đều có ràng buộc các ẩn không âm.

Minh họa ví dụ 2(1)

(2) $f(x) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 \geq -6 \\ 7x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 1 \\ x_j \geq 0 (j = 1..3) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 2(2)

(2*) $g(y) = 4y_1 - 6y_2 + y_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + 7y_3 \leq 3 \\ -y_1 + 4y_2 - 2y_3 \leq 2 \\ 3y_1 - 5y_2 + 4y_3 \leq 1 \\ y_i \geq 0 \, (i = 1..3) \end{cases}$$

Sơ đồ Tucker(1)

- Cặp bài toán (1,1*) và (2,2*) có sơ đồ **Tucker**

$f(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j \to \min$	$g(y)=\sum_{i=1}^{m} b_i \cdot y_i \to \max$
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j = b_i$, i=1..p	y_i td , i =1..p
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i$, i=p+1..q	$y_i \geq 0$, i=1..p
x_j td , j =1..p	$\sum_{i=1}^{m} a_{ji} \cdot y_i = c_j$, j=1..p
$x_j \geq 0$, j =p+1..m	$\sum_{i=1m}^{m} a_{ji} \cdot y_i \leq c_j$, j=p+1..m

Sơ đồ Tucker(2)

- **Lưu ý:**
  - Bài toán *min* không có ràng buộc cưỡng bức $\leq$
  - Bài toán *max* không có ràng buộc cưỡng bức $\geq$.
  - Nếu có: thì nhân hai vế cho -1.

Minh họa ví dụ 3(1)

(3) $f(x) = 2x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq -5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 3(2)

(3*) $g(y) = 4y_1 - 5y_2 + 2y_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + 3y_3 \le 2 \\ -y_1 + 3y_2 - 2y_3 = 1 \\ 3y_1 - 5y_2 + 2y_3 \le 4 \\ y_1, y_2 \ge 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 4(1)

(4) $f(x) = 3x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \le 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \ge -2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 4(2)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \le 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \ge -2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -5x_1 + x_2 - 2x_3 \ge -3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \ge -2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(4*) $g(y) = -3y_1 - 2y_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5y_1 + y_2 \le 3 \\ y_1 + 3y_2 \le -1 \\ -2y_1 - 5y_2 = 1 \\ y_1, y_2 \ge 0 \end{cases}$$

Bài tập

- Giải các bài toán sau bằng phương pháp đơn hình.
- Viết bài toán đối ngẫu của chúng.
- Dựa vào nguyên lý độ lệch bù để tìm nghiệm bài toán đối ngẫu.

Bài tập 1

- $f(x) = -5x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 42 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ 3x_1 + x_3 \leq 15 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..4) \end{cases}$$

Bài tập 2

- $f(x) = 2x_1 + 17x_2 + 18x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 \le 50 \\ 8x_1 + 4x_3 \le 30 \\ x_j \ge 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$

Bài tập 3

- $f(x) = 8x_1 + 7x_2 + 9x_3$ ----> min

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 - 4x_3 \le 6 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 9 \\ x_j \ge 0, \forall j = 1..3 \end{cases}$$

Bài tập 4

- $f(x) = 7x_1 + 15x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 \geq 1 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq -3 \\ 2x_1 + x_2 + 8x_3 \geq 2 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$


Thanks for Your Attention!