



南京大學

本科畢業論文

院 系 物理學院

專 業 物理學

題 目 μ 子反常磁矩的計算

年 級 2014 級 學 號 141120150

學生姓名 張 馳

指導教師 李田軍 職 稱 研究員

提交日期 2018. 6. 13.

南京大学本科生毕业论文（设计、作品）英文摘要

THESIS: A First Attempt to Calculate the Muon Anomalous Magnetic Moment

DEPARTMENT: Physics Department

SPECIALIZATION: Physics

UNDERGRADUATE: ZHANG Chi

MENTOR: Professor LI Tian-Jun

ABSTRACT: Since the detection of Higgs boson on LHC, 2012, the Standard Model (SM) has been considered to be an effective model at low energy level. However, there are still phenomena beyond the explanation of the SM, such as the long-existing 3.6 sigma deviation in the SM prediction and measurement of the muon anomalous magnetic moment. Thus, the SM cannot be an ultimate theory for particle physics. The upcoming FNAL and J-PARC experiments of measuring the muon anomalous will play an important role in contemporary particle physics. If the deviation is confirmed, a strong augury of new physics under TeV level energy is implemented, and are able to be conducted on colliders in not far future. At this critical point of high-energy physics, we are supposed to study new physics models that can explain both muon anomalous magnetic moment and lepton flavor violation (LFV), especially the phenomenological part of future experimental validation.

In the light of the previous considerations, we review the definition and theoretical background of the muon anomalous magnetic moment, and then give a fast introduction of the intimate relation between muon anomalous magnetic moment and LFV. After that, we introduce a phenomenological Lindner-Platscher-Queiroz (LPQ) model based on effective field theory. Finally, we use numerical methods to test the validity of the scalar field part of the LPQ model at one-loop order, and obtain the parameter space of the coupling constants.

KEY WORDS: **Muon Anomalous Magnetic Moment, Lepton Flavor Violation(LFV), Extended Standard Model**

南京大学本科生毕业论文（设计、作品）中文摘要

题目： μ 子反常磁矩的计算

院系：物理学院

专业：物理学

本科生姓名：张驰

指导教师（姓名、职称）：李田军研究员 宗红石教授

摘要：自从大型强子对撞机(LHC)于 2012 年发现 Higgs 粒子以来，标准模型被证实是一个低能有效理论。但是标准模型有一些问题，如规范等级问题等，故不

可能是一个终极理论。因此，我们需要探寻超出标准模型的新物理。 μ 子反常磁矩的理论值和实验值存在 3.6σ 偏离，如果此偏差被证实，暗示了 TeV 能标之下存在超出标准模型的新物理，并可以在未来对撞机上检验。因此，FNAL 和 J-PARC 实验将测量 μ 子反常磁矩。同时理论上，我们应该系统研究能解释 μ 反常磁矩的模型和唯象，特别是其未来的实验检验等。

为此，本文介绍了 μ 子反常磁矩的成因以及理论背景。随后还初步讨论了轻子味不守恒 (LFV) 以及 LFV 与 μ 子反常磁矩之间的关系。为了揭示 μ 子反常磁矩以及 LFV 背后的新物理，本文介绍了基于有效场论方法的 Lindner-Platscher-Queiroz 唯象模型，该模型能够同时解释 μ 子反常磁矩和 LFV。本文的主要目的是较为详细地讨论该模型的标量传播子的贡献以及验证该部分贡献的有效性，因此，我们对于标量场的情况进行了一圈图的数值计算，并求出了符合要求的耦合常数的区间。

μ 子反常磁矩的初步计算

2018 年 5 月 16 日

摘 要

本文介绍了 μ 子反常磁矩的成因以及理论背景。随后还初步讨论了 LFV 以及 LFV 与 μ 子反常磁矩之间的关系。为了揭示 μ 子反常磁矩以及 LFV 背后的新物理，本文介绍了基于有效场论方法的 Lindner-Platscher-Queiroz 唯象模型，该模型能够同时解释 μ 子反常磁矩和 LFV 。本文的主要目的是较为详细地讨论该模型的标量传播子的贡献以及验证该部分贡献的有效性，因此，我们对于标量场的情况进行了一圈图的数值计算，并求出了符合要求的耦合常数的区间。

目录

1 引论	2
2 μ 子反常磁矩简介	3
2.1 QED 的贡献	3
2.2 电弱统一理论的贡献	4
2.3 QCD 的贡献	5
2.4 标准模型框架内的贡献	6
3 测量 μ 子反常磁矩	7
4 LFV 简介	9
5 Lindner-Platscher-Queiroz 模型的整体框架	10
6 新物理的贡献	11

6.1 标量传播子	11
6.1.1 中性标量传播子	11
6.1.2 带电为 1 的标量传播子	13
6.1.3 带电为 2 的标量传播子	15
7 标量传播子情况的计算	18
7.1 中性标量传播子	18
7.2 带电为 1 的标量传播子	20
7.3 带电为 2 的标量传播子	20
8 总结与展望	22

1 引论

μ 子反常磁矩的存在是量子场论的成功的一个重要标志。其精确测量对于理解微扰论中的高阶修正项是至关重要的。更进一步，由于标准模型对 μ 子反常磁矩的理论计算值与其测量值之间有长期存在的偏差， μ 子反常磁矩也暗示了新物理的存在。另一方面，在上世纪 90 年代末期，人们通过中微子振荡观察到了轻子味不守恒 (lepton flavor violation, LFV)，但并没有在带电轻子中观察到这一现象。一般来说，能解释 μ 子反常磁矩的新物理模型要求存在质量小于或约等于 TeV 量级的粒子，但 LFV 要求的能量会更高，因此新物理模型在 LFV 的约束下将会面临严重的问题。另一种可能的情况是，目前正在 FNAL 进行的 μ 子反常磁矩测量实验可能会在不久的将来给出与标准模型相差 5σ 的结果 [6]，而这 5σ 的偏差则预言着新物理的存在。这种机制能否与 LFV 的限制相容？是否存在能同时解释两种现象的理论？本文准备初步介绍 μ 子反常磁矩、LFV 以及一种能够解释两种现象的唯象模型 [6]，并在我们的能力范围内通过数值计算的手段对该模型进行验证。本文的大致结构如下：

1. 第 2 节回顾 μ 子磁矩 $g - 2$ 的理论背景
2. 第 3 节介绍测量 $g - 2$ 的实验装置
3. 第 4 节简要介绍 LFV
4. 第 5 节介绍唯象模型的整体框架

5. 第 6 节讨论唯象模型标量场的贡献

6. 第 7 节通过数值计算验证唯象模型

2 μ 子反常磁矩简介

从量子力学中可以得知, 任何带电粒子都有磁偶极矩 $\boldsymbol{\mu}$, 方向与粒子的自旋 \boldsymbol{s} 同向, 二者之间的关系为:

$$\boldsymbol{\mu} = g\left(\frac{q}{2m}\right)\boldsymbol{s} \quad (1)$$

其中 g 是旋磁比, $q = \pm e$ 是给定粒子的电荷, m 是粒子的质量。在经典的量子力学中 $g = 2$ 。

但是, 在标准模型中, 圈图修正会改变 g 的值。 g 的修正项被参数化为 $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$, 从上世纪 50 年代开始计算的所谓 μ 子反常磁矩就是指 a_μ 。从那时起, 人们为了确定标准模型的微扰论的高阶修正项付出了巨大的努力。下面我们分别简要论述 QED、弱相互作用以及 QCD 对 a_μ 的贡献。

2.1 QED 的贡献

作为标准模型中具有现实意义的最简单的理论, QED 对 μ 子反常磁矩的贡献是最大的, 因为电磁相互作用是 μ 子所参与的最强的相互作用。

QED 对 μ 子反常磁矩的最低阶贡献来自于图 1。

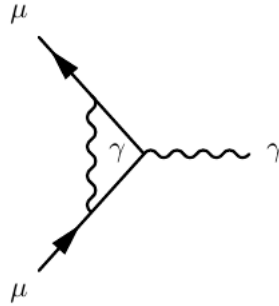


图 1: QED 对 a_μ 的单圈图贡献

图 1 的计算是量子场论教课书中的经典计算，给出的反常磁矩为

$$a_{\mu}^{(2)} = \frac{\alpha}{2\pi} \quad (2)$$

式 (2) 虽然是 QED 贡献的最低阶，却也是标准模型中贡献最大的一项。虽然随后更高的圈图对 μ 子反常磁矩的贡献都不如一圈图，但计算的复杂程度却远大于一圈图，且 QED 更高的圈图也有很重要的意义。特别地，由于 μ 子的质量比电子的质量要大，所以 μ 子反常磁矩对重粒子内线的响应远比电子反常磁矩要敏感；因此，若在某个能标上有不为人知的新物理，则存在相应的重粒子，那么 μ 子反常磁矩对新物理的响应要比电子反常磁矩的要更加敏感。这也正是人们较为重视 μ 子反常磁矩的原因。事实上，对于新物理的相对敏感程度可以归结为数量因子 $m_{\mu}^2/m_e^2 \sim 40000$ 。至于 τ 子磁矩，本应作为对新物理的绝佳探测方法，但是由于其寿命较短，测量精度十分有限，在 95% 的置信区间内为 $-0.052 \leq a_{\tau}^{exp} \leq 0.013$ ，因此一般不考虑用它来探测新物理。回到 QED 的多圈图，由于三圈图及以上会出现 τ 子内线，所以 QED 的多圈图也应计入。

人们经过艰苦卓绝的计算，到目前为止，得标准模型中 QED 对 μ 子反常磁矩的贡献为 [2]：

$$a_{\mu}^{QED} = 116584718.95(0.08) \times 10^{-11} \quad (3)$$

2.2 电弱统一理论的贡献

标准模型中，QED 是电弱统一理论的一个部分。在电弱统一理论中，传递相互作用的不只有光子，还有 W 粒子、 Z 粒子以及 Higgs 粒子，它们对 μ 子反常磁矩也有贡献。这里，我们考虑电弱统一理论中除去 QED 的部分的贡献。

电弱统一理论对 μ 子反常磁矩的单圈图贡献如图 2 所示。

上图中分别代表了 W 粒子、 Z 粒子以及 Higgs 粒子的贡献。不仅如此，电弱统一理论二圈图中还包括来自夸克的贡献，因为电弱统一理论中不仅有矢量流，还有轴矢量流。当两个矢量流顶点与一个轴矢量流顶点组成一幅三角形图时，会出现量子反常效应。对这种效应的消除需要同时考虑轻子和夸克的贡献。可以预见的是，由于电弱统一理论中既有费米子贡献，也有玻色子贡献；既有轻子的贡献，又有夸克的贡献；既有微扰贡献，也有非微扰贡献，计算要比 QED 的情况复杂得多。但尽管如此，电弱统一理论对 μ 子反常磁矩的贡献却是最小的。根

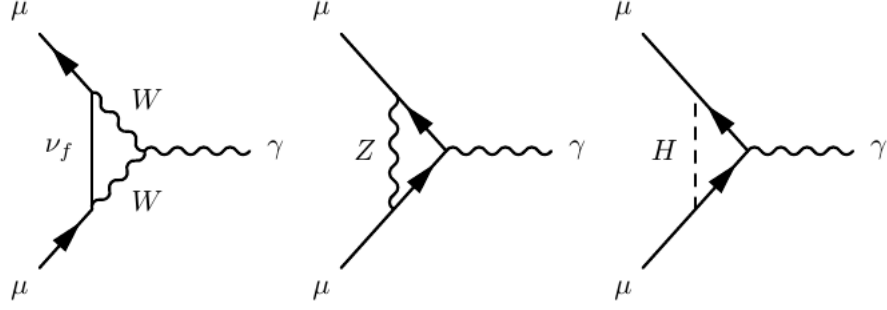


图 2: 电弱统一理论对 a_μ 的单圈图贡献

据 [2], 整个电弱理论对 a_μ 的贡献为:

$$a_\mu^{EW} = 153.6(1.0) \times 10^{-11} \quad (4)$$

括号中的误差正是来自夸克三角形图的贡献。在标准模型中, 电弱统一理论的贡献是最小的 [8], 但若将之忽略, 则会使最终的理论计算值与实验值之间的误差相差 6σ 左右, 因此电弱统一理论的误差是无法忽略的。

2.3 QCD 的贡献

标准模型中除了电弱统一理论之外, 另一个重要的部分就是 QCD。虽然 μ 子是轻子, 不直接参与强相互作用, 但可以通过电弱相互作用间接参与强相互作用。这种间接作用对 μ 子反常磁矩也是有贡献的, 而且比电弱统一理论的贡献要大, 因此是无法忽略的。

在 QCD 对 μ 子反常磁矩的最简单贡献如图 3

图 3 中的阴影部分代表强子的真空极化。虽然这种贡献在 QCD 中已经是最简单的, 但计算起来仍然十分困难。由于 QCD 所具有的红外禁闭性质, 在低能区无法用微扰论处理; 微扰论只有在高能区而且远离各种共振态的情况下才能进行。事实上, 在与 μ 子反常磁矩相关的低能 QCD 计算中, 在对同类能区大体有效的手征微扰论 (chiral perturbation theory) 以及格点 QCD (lattice QCD) 都会失效。因此这时面对的困难是一个较为本质的困难。

因此, 人们在低能区附近使用的是较为唯象的计算手段, 基本思路大致为: 利用正负电子对湮灭成强子 ($e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$) 的散射截面的实验值, 再利用色散关系和光学定理, 将 $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ 散射截面与强子真空极化联系起来。但是由于计算过程极其复杂, 不同的文献的结果

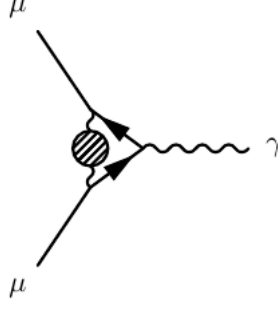


图 3: QCD 对 a_μ 的最简单贡献

之间存在很大的差别。所以，强子真空极化带来的误差是标准模型中 μ 子反常磁矩理论计算误差的首要来源。用这种方法得到的最低阶强子真空极化修正为 [2]：

$$a_\mu^{QCD}[LO] = 6923(42)(3) \times 10^{-11}。 \quad (5)$$

值得一提的是，除了利用 $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ 的实验数据，人们还可以利用 $\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{hadrons}$ 的散射截面数据来计算强子的真空极化能。但这种方法有一个明显的误差来源： u 、 d 两种夸克间的同位旋对称性并非严格成立。即使加上了同位旋修正，两种方法之间的误差依然有 1.8σ 。用 τ 子方法得到的最低阶强子真空极化修正为 [2]：

$$a_\mu^{QCD}[LO] = 7015(42)(19)(3) \times 10^{-11}(\tau)。 \quad (6)$$

目前两种方法之间出现明显偏差的原因尚无公论。但是使用较为广泛的是 $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ 方法得到的结果。

由于 QCD 的贡献十分显著，因此高阶贡献项也要计入其中。在考虑了多圈图中的所谓“光子-光子散射”修正之后，得到的 QCD 对 a_μ 的多圈图贡献为：

$$a_\mu^{QCD}[NLO] = 7(26) \times 10^{-11}。 \quad (7)$$

2.4 标准模型框架内的贡献

经过之前的讨论，我们可以将 (3)、(4)、(5) 以及 (7) 的贡献加在一起，从而得到标准模型对 μ 子反常磁矩的贡献为：

$$a_\mu^{SM} = 116591803(1)(42)(26) \times 10^{-11}。 \quad (8)$$

上面三个括号中的误差分别来自电弱统一理论（包括 QED）、低阶强子真空极化以及高阶强子真空极化。

直到目前为止，最精确的 μ 子反常磁矩的实验值来自于 BNL 在 2004 年的测量值（该测量值又被称为“世界平均”）[2]：

$$a_{\mu}^{exp} = 11659209.1(5.4)(3.3) \times 10^{-10}. \quad (9)$$

理论值与实验值之间的偏差为

$$a_{\mu}^{SM} - a_{\mu}^{exp} = 288(63)(49) \times 10^{-11}. \quad (10)$$

偏差约为联合误差的 3.6 倍，即为 3.6σ 。但是出现这种情况的概率不超过千分之一。如果我们不寄希望于这千分之一的误差，那么只会有以下的可能性：

1. 理论有误
2. 实验有误
3. 实验与理论均有误。

以上三种情况中，第 1 种无疑是让人兴奋的，也是本文主要讨论的内容。

在前文中，我们已经初步讨论了标准模型对 μ 子反常磁矩的贡献，并了解了理论计算的不确定性，下面我们来粗略介绍 μ 子反常磁矩的测量过程。

3 测量 μ 子反常磁矩

许多以 Lamour 进动为主要原理的实验都已测量过 μ 子反常磁矩。测量过程如图 4 所示。

当质子达到靶之后，带电的 π 子被轰击出靶，衰变为极化的 μ 子，并被注入已经加上匀强磁场的储存环，匀强磁场的方向与 μ 子自旋方向以及轨道平面均相互垂直。利用垂直方向的四极矩电场 \mathbf{E} ，可以得到自旋角动量进动的频率 [6]： $\omega_{a_{\mu}}$

$$\omega_{a_{\mu}} = \frac{e}{m_{\mu}} [a_{\mu} \mathbf{B} - (a_{\mu} - \frac{1}{\gamma^2 - 1}) \mathbf{v} \times \mathbf{E}] \quad (11)$$

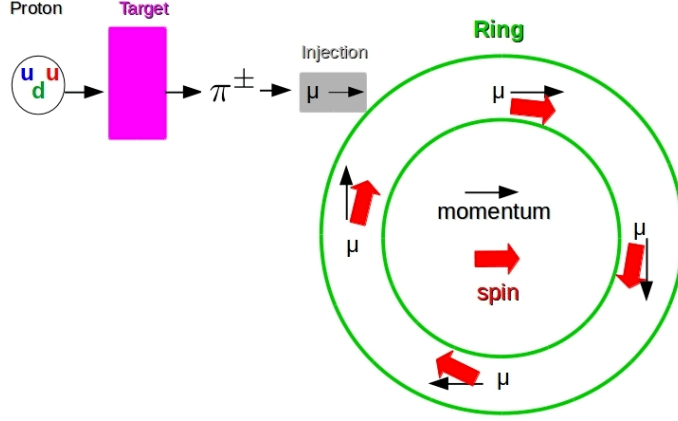


图 4: a_μ 实验原理示意图, 来自 [6]

其中 $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$, v 是 μ 子的速度。测量 a_μ 的基本思想在于：调节 μ 子速度，使得 $\gamma = 29.3$ ，这样就解除了对电场的依赖。这个特殊的 γ 值被称为“神奇 γ ” [1]。接下来要做的就是精确测量 ω_{a_μ} 从而反解出 a_μ 。

在 FNAL 进行的测量 a_μ 的实验旨在将统计误差减小到原来的四分之一，即使得 $\delta a_\mu^{exp} = 16 \times 10^{-11}$ 。因为 FNAL 使用 BNL 的圆环储存器，所以其工作机理类似于图 4。换言之，在 FNAL 进行的测量是在 BNL 进行的测量的更加精密的版本。

如果一切顺利的话，FNAL 实验的最初结果大概会在 2019 年初公布，在随后的几年内，还将会发布两次结果，旨在将系统误差减少三倍，从而有可能达到 $\pm 0.1\text{ppm}$ 的统计精度。另一项重要的核对将会在 J-PARC 上进行，目前设定的目标是达到 0.37ppm 的统计精度，大约将在 2020–2022 年间开始采集数据。这项核对的最终目标与 FNAL 的类似，亦是要达到 0.1ppm 的统计精度，并将系统误差减少三倍。但值得注意的是，在 J-PARC 上进行的实验与 FNAL 相比是完全不同的，原因在于其使用的入射 μ 子能量远低于 FNAL 的，并使用了较强的磁场，而且也没有用到调控 γ 的手段，因此会产生较大的系统误差。

尽管如此，无论测量结果如何，我们依然可以预见，以上两个标志性的实验将会在粒子物理领域有重要影响。如果最终测得的中心值依然与之前的测量相同，与标准模型理论计算值的偏差依旧是 5σ ，那么发展新的物理理论便迫在眉睫。这正是我们之后将要介绍的内容。由于解释 μ 子反常磁矩的模型在涉及电弱统一理论时，必须面对轻子味破坏（lepton flavor violation, LFV）的约束；因此，在介绍新模型之前，我们先简要介绍一下 FLV。

4 LFV 简介

相较于单独讨论 μ 子反常磁矩而言，讨论 μ 子反常磁矩与 LFV 的约束之间的关系更为重要。为了使讨论更加具体，我们以 $\mu \rightarrow e\gamma$ 衰变为例。

在标准模型中，对于每一代轻子：(e, ν_e)、(μ, ν_μ) 以及 (τ, ν_τ)，其对应的轻子数 L_e 、 L_μ 以及 L_τ 在反应过程中都是守恒的。若三种中微子均是无质量粒子的话，则三种轻子数应该是互不相同的。但我们知道，事实上中微子是有质量的，而且中微子还有味的震荡行为。因此，LFV 的存在也是标准模型面临的另一个重大挑战。事实上，绝大多数的理论物理学家都认为标准模型只是一个低能的有效理论。在一些标准模型的扩展中 (Grand Unified Theories、Supersymmetric Extension of SM、Superstring Inspired Model)，轻子数这种量子数是同全局 (并非局部) 规范不变性联系起来的，所以相应的守恒律一定会在某种程度上产生破缺 [5]。

尽管我们通过观测到中微子振荡证实了 LFV，但目前我们还没有确凿的证据观测到带电轻子参与 LFV。无论如何，如果中微子可以发生 LFV，那么我们自然期望带电轻子也会发生 LFV。在之后的行文中，LFV 专指带电轻子的轻子味不守恒。在这种信念的驱动下，在半个多世纪之前，物理学家们就已经对 LFV 进行研究，并可以预见这种研究还会在将来持续下去。 $\mu \rightarrow e\gamma$ 、 $\tau \rightarrow \mu\gamma$ 以及 $\tau \rightarrow e\gamma$ 是受人关注的典型反应。当前的人们得到的这三种反应的分支比的上限分别是 [6]：

$$\begin{aligned} \text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) &< 4.2 \times 10^{-13} \\ \text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) &< 4.4 \times 10^{-8} \\ \text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma) &< 3.3 \times 10^{-8} \end{aligned} \tag{12}$$

在一些模型，比如 SUSY 中，产生 LFV 的原因是在极高能标下的相互作用。这里的能标可能是 GUT 能标或是跷跷板机制中重的右手 Majorana 中微子的质量 [5]。

在图 5 中，我们可以形象地理解为何 LFV 和 μ 子反常磁矩的观测会导致新物理的产生。通常来说，能够解释 LFV 的新物理模型的能标会偏高，但能够解释 μ 子反常磁矩则会在较低的能标。因此，人们怀疑是否存在一个统一的新物理理论，能够同时满足二者的要求。

值得注意的是，比 μ 子反常磁矩更明显的一个特点是，若 LFV 一旦被观测到，就足以证实 Type I 跷跷板机制或其他描述有质量中微子的新物理的存在，并将带来有极其重要的影响。

我们准备介绍一个可以较好地解释 μ 子反常磁矩和 LFV 的 Lindner-Platscher-Queiroz 模型 [6]，并利用该模型进行数值计算。限于我们的知识水平，计算只讨论标量传播子对 μ 子反

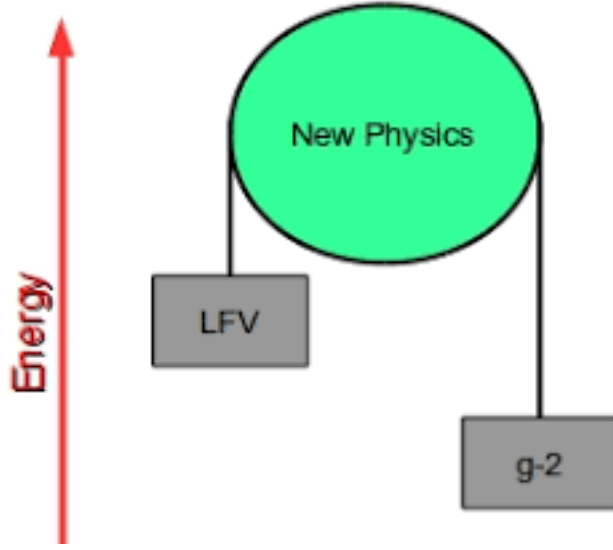


图 5: LFV 与 μ 子反常磁矩的关系示意, 来自 [6]

常磁矩的贡献。

5 Lindner-Platscher-Queiroz 模型的整体框架

用有效场论（effective field theory, EFT）的观点来讨论 LFV 与 μ 子反常磁矩之间的关系是有益的。

只考虑电荷守恒和 Lorentz 不变性, 有效的 Lagrangian 为

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{\mu_{ij}^M}{2} \bar{\ell}_i \sigma^{\mu\nu} \ell_j F_{\mu\nu} + \frac{\mu_{ij}^E}{2} \bar{\ell}_i i \gamma^5 \sigma^{\mu\nu} \ell_j F_{\mu\nu} \quad (13)$$

其中, 转移磁矩 μ^M 的对角元素生成了轻子的反常磁矩的偶极矩 $\Delta a = (g-2)/2$ 。类似地, μ^E 的味对角线元素给出了对电偶极矩的贡献, 本文不予考虑。而二者的非对角元素, 对 LFV 有贡献。如果 $m_i \gg m_j$, 则可以忽略掉 m_j 的贡献, 从而定义结构常数 A_M 和 A_E , 并可以定义 $\mu_{ij}^{M/E} \equiv e m_i A^{M/E}/2$ 。根据这个定义, 可以得到反常磁矩和 LFV 衰变的分支比的如下公式:

$$\begin{aligned} \Delta a_{\ell_i} &= A_{ii}^M m_i^2 \\ \text{BR}(\ell_i \rightarrow \ell_j \gamma) &= \frac{3(4\pi)^3 \alpha_{\text{em}}}{4G_F^2} (|A_{ji}^M|^2 + |A_{ji}^E|^2) \text{BR}(\ell_i \rightarrow \ell_j \nu_i \bar{\nu}_j) \end{aligned} \quad (14)$$

其中, G_F 是费米相互作用的 Fermi 常数, α_{em} 是电磁相互作用的精细结构常数。

显然, 任何非对角的味耦合都代表着 LFV 衰变, 同时也对轻子的反常磁矩有贡献。这个有趣的事实是这个模型的出发点, 我们用它来给出了足够普遍但又紧凑的计算 LFV 衰变和 $g-2$ 的表达式。值得强调的是, 本文所用的方法和 [3] 所用的有效场论方法是相互补充的。

读者会注意到, 许多的对撞机和电弱相互作用的精度极限都能应用于许多本文所描述的模型。由于这些极限是与模型有关的, 而我们的目标是在一个较为简单的框架中描述 $g-2$ 与 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的关系, 故而我们不去讨论这些极限。最后要强调的是, 根据所讨论的模型的不同, 参数空间中能够同时容纳 $g-2$ 以及 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的部分可能会被排除掉。最近有关 LEP 极限的讨论可以参见 [4]。

6 新物理的贡献

在本节我们推导新物理对 $g-2$ 以及 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的贡献。我们现在只考虑单个以及多个场的修正而不考虑 $SU(2)_L$ 不变性, 以便使结果更加普遍并与模型无关。

从现在开始, 我们考虑使得电荷守恒以及保持 Lorentz 不变性的最一般耦合。我们只考虑标量传播子

6.1 标量传播子

6.1.1 中性标量传播子

若一个模型中存在电中性标量场, 该标量场将会导致轻子磁矩的变化并通过如下的顶点导致 LFV 衰变

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_{s1}^{ij} \phi \bar{\ell}_i \ell_j + i g_{s1}^{ij} \phi \bar{\ell}_i \gamma^5 \ell_j \quad (15)$$

上式的每一项都是 Hermite 共轭的。注意到这种类型的相互作用出现在许多的模型中。例如, 在标准模型的 $U(1)_X$ 扩充里, 经常需要一个标量场来满足自发对称性破缺。如果标准模型的粒子是有 $U(1)_X$ 荷的, 那么标准模型的费米子与新的标量场之间就存在相互作用, 其中包括(15)的相互作用; 还有, 在有质量粒子、标准模型希格斯玻色子以及新标量场相互作用的模型中, (15) 也会出现。在第二种情况下, 相互作用强度与 m_f/v 成正比, 其中 v 是希格斯玻色子的真空期望值 (vacuum expectation value, VEV), m_f 是费米子的质量。

将包含中性标量传播子的一圈图画出，如图 6 所示。

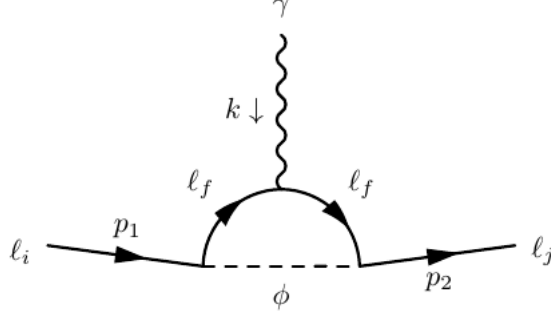


图 6: 中性标量传播子的一圈图贡献

将代表图 6 的振幅分解为

$$-i\mathcal{M} = \bar{u}_j(p_2)(-ie\Gamma^\mu)u_i(p_1)\varepsilon_\mu(k) \quad (16)$$

可以得到顶点函数的偶极子部分

$$\Gamma_1^\mu = \frac{i\sigma^{\mu\nu}k_\nu}{8\pi^2} \frac{m_i}{2} \sum_f [g_{s1}^{fj}g_{s1}^{fi}I_{f1}^{++} + g_{p1}^{fj}g_{p1}^{fi}I_{f1}^{+-} + i\gamma^5(g_{p1}^{fj}g_{s1}^{fi}I_{f1}^{-+} - g_{s1}^{fj}g_{p1}^{fi}I_{f1}^{--})] \quad (17)$$

我们可以在 (17) 中抽出因子 A_{ji}^M 以及 A_{ji}^E

$$\begin{aligned} A_{ji}^M &= \frac{1}{(4\pi)^2} (g_{s1}^{fj}g_{s1}^{fi}I_{f1}^{++} + g_{p1}^{fj}g_{p1}^{fi}I_{f1}^{+-}) \\ A_{ji}^E &= \frac{1}{(4\pi)^2} (g_{p1}^{fj}g_{s1}^{fi}I_{f1}^{-+} - g_{s1}^{fj}g_{p1}^{fi}I_{f1}^{--}) \end{aligned} \quad (18)$$

圈积分 $I_{f1}^{\pm\pm}$ 的具体表达式在附录中给出. 对于 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的特殊情况有如下近似

$$\begin{aligned} I_{f1}^{(\pm)1(\pm)2} &\simeq \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dz \frac{xz + (\pm)_2(1-x)\frac{m_f}{m_\mu}}{-xz m_i^2 + x m_\phi^2 + (1-x)m_f^2} \\ &= \frac{1}{m_\phi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy x^2 \frac{(1-x)y + (\pm)_2 \epsilon_f}{(1-x)(1-xy\lambda^2) + x\epsilon_f^2 \lambda^2} \\ &= \frac{1}{m_\phi^2} \left[\frac{1}{6} + (\mp)_2 \epsilon_f \left(\frac{3}{2} + \log(\epsilon_f^2 \lambda^2) \right) \right], \text{ 当 } m_\phi \rightarrow \infty \text{ 时} \end{aligned} \quad (19)$$

这里，我们计算当 $m_j/m_i \ll 1$ 时的领头阶的贡献，并且定义 $z \equiv (1-x)y$, $\epsilon_f \equiv \frac{m_f}{m_\mu}$ 以及 $\lambda \equiv \frac{m_\mu}{m_\phi}$ 。值得一提的是，上述积分在变换 $x \rightarrow (1-x)$ 下是不变的。

利用 (14)，我们可以将结构常数 A_{ji}^M 以及 A_{ji}^E 带入从而得到 $g - 2(i = j)$:

$$\frac{1}{2}(g - 2) \equiv \Delta a_\mu(\phi) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_\phi^2} \int_0^1 dx \sum_f \frac{(g_{s1}^{f\mu})^2 P_1^+(x) + (g_{p1}^{f\mu})^2 P_1^-(x)}{(1-x)(1-x\lambda^2) + x\epsilon_f^2 \lambda^2} \quad (20)$$

其中

$$P_1^\pm(x) = x^2(1 - x \pm \epsilon_f) \quad (21)$$

(21) 可以通过在 (19) 中第二行设置 $y = 1$ 后略去与 y 有关的积分后得到。对于重传播子的情況，有 $m_\phi \gg m_\mu, m_f$ ， Δa_μ 的表达式可以近似为

$$\Delta a_\mu(\phi) \simeq \frac{1}{4\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_\phi^2} \sum_f [(g_{s1}^{f\mu})^2 (\frac{1}{6}) - \epsilon_f (\frac{3}{4} + \log(\epsilon_f \lambda)) + (g_{p1}^{f\mu})^2 (\frac{1}{6}) + \epsilon_f (\frac{3}{4} + \log(\epsilon_f \lambda))] \quad (22)$$

对于 LFV 衰变，我们得到

$$\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \simeq \frac{3(4\pi)^3}{4G_F^2} (|A_{e\mu}^M|^2 + |A_{e\mu}^E|^2) \quad (23)$$

$A_{e\mu}^M$ 与 $A_{e\mu}^E$ 的值在 (18) 中给出。当 $m_\phi \gg m_\mu, m_f$ 时，利用 (19) 的最后一行，可以得到：

$$\begin{aligned} A_{e\mu}^M &= \frac{1}{16\pi^2 m_\phi^2} \sum_f \{g_{s1}^{fe} g_{s1}^{f\mu} [\frac{1}{6} - \epsilon_f (\frac{3}{2} + 2\log(\epsilon_f \lambda)) + \\ &\quad g_{p1}^{fe} g_{p1}^{f\mu} [\frac{1}{6} + \epsilon_f (\frac{3}{2} + 2\log(\epsilon_f \lambda))] \}, \\ A_{e\mu}^E &= \frac{1}{16\pi^2 m_\phi^2} \sum_f \{g_{p1}^{fe} g_{s1}^{f\mu} [\frac{1}{6} - \epsilon_f (\frac{3}{2} + 2\log(\epsilon_f \lambda)) - \\ &\quad g_{s1}^{fe} g_{p1}^{f\mu} [\frac{1}{6} + \epsilon_f (\frac{3}{2} + 2\log(\epsilon_f \lambda))] \}. \end{aligned} \quad (24)$$

6.1.2 带电为 1 的标量传播子

带电为 1 的标量传播子出现在 Zee-Babu 模型以及其他的有多标量场的模型中，例如 Higgs 双重态模型或标量三重态模型。左-右手模型中经常会出现标量三重态，其中包含单个的带电标量场。对振幅 \mathcal{M} 有单位电荷贡献的相互作用项为：

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_{s2}^{ij} \phi^+ \bar{\nu}_i \ell_j + g_{p2}^{ij} \phi^+ \bar{\nu}_i \gamma^5 \ell_j + \text{h.c.} \quad (25)$$

其中， ν_f^i 不必是标准模型中的中微子，甚至可以是任何种类任何质量的中性轻子，通过这样的设定，能够得到足够一般的结果。我们也将给出当标量场粒子远重于反应中其他粒子时的结

果。若轻子数在反应过程中明显不守恒，相互作用项中可能会有形如 $\phi^+ \bar{\nu}^c \ell$ 的项。但目前我们不会考虑这样的相互作用。

将包含带电为 1 的标量传播子的一圈图画出，如图 7 所示。

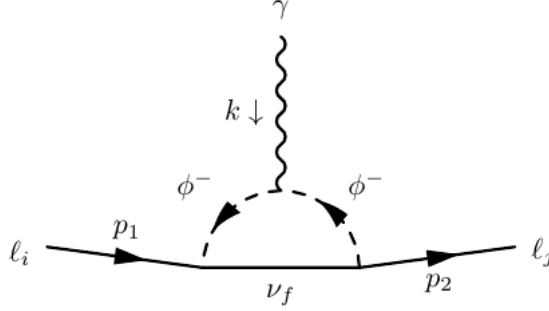


图 7: 带电为 1 的标量传播子的一圈图贡献

从图 7 可以得到，顶点函数为

$$\Gamma_2^\mu = -\frac{i\sigma^{\mu\nu}k_\nu}{8\pi^2} \frac{m_i}{2} \sum_f [g_{s2}^{fj*} g_{p2}^{fi} I_{f2}^{++} + g_{p2}^{fj*} g_{p2}^{fi} I_{f2}^{+-} - \gamma^5 (g_{p2}^{fj*} g_{s2}^{fi} I_{f2}^{-+} + g_{s2}^{fj*} g_{p2}^{fi} I_{f2}^{--})] \quad (26)$$

我们将在附录中给出积分 I_{f2} 的完整表达式。从而，我们得到 Δa_μ 的表达式：

$$\Delta a_\mu(\phi^+) = -\frac{1}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_{\phi^2}^2} \int_0^1 dx \sum_f \frac{|g_{s2}^{f\mu}|^2 P_2^+(x) + |g_{p2}^{f\mu}|^2 P_2^-(x)}{\epsilon_f^2 \lambda^2 (1-x)(1-\epsilon_f^{-2}x) + x} \quad (27)$$

其中，

$$\begin{aligned} P_2^\pm(x) &= x(1-x)(x \pm \epsilon_f) \\ \epsilon_f &\equiv \frac{m_{\nu_f}}{m_\mu} \\ \lambda &\equiv \frac{m_\mu}{m_{\phi^+}} \end{aligned} \quad (28)$$

当标量传播子的质量很大时，即 $\lambda \rightarrow 0$ 时，(27) 可以化为：

$$\Delta a_\mu(\phi^+) \simeq \frac{-1}{4\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_{\phi^+}^2} \sum_f \left[|g_{s2}^{f\mu}|^2 \left(\frac{1}{12} + \frac{\epsilon_f}{4} \right) + |g_{p2}^{f\mu}|^2 \left(\frac{1}{12} - \frac{\epsilon_f}{4} \right) \right] \quad (29)$$

将 (26) 中的项抽出, 定义:

$$\begin{aligned} A_{e\mu}^M &= \frac{-1}{(4\pi)^2} (g_{s2}^{fe*} g_{s2}^{f\mu} I_{f2}^{++} + g_{p2}^{fe*} g_{p2}^{f\mu} I_{f2}^{+-}) \\ A_{ji}^E &= \frac{-i}{(4\pi)^2} (g_{p2}^{fe*} g_{s2}^{f\mu} I_{f2}^{-+} + g_{s2}^{fe*} g_{p2}^{f\mu} I_{f2}^{--}) \end{aligned} \quad (30)$$

在重传播子的情况下, 即 $m_{\phi^+} \gg m_\mu, m_{\nu_f}$ 时, 上式简化为:

$$\begin{aligned} A_{e\mu}^M &= \frac{-1}{16\pi^2 m_{\phi^+}^2} \sum_f \{g_{s2}^{fe*} g_{s2}^{f\mu} [\frac{1}{12} + \frac{\epsilon_f}{2}] + g_{p2}^{fe*} g_{p2}^{f\mu} [\frac{1}{12} - \frac{\epsilon_f}{2}]\}, \\ A_{ji}^E &= \frac{-i}{16\pi^2 m_{\phi^+}^2} \sum_f \{g_{p2}^{fe*} g_{s2}^{f\mu} [\frac{1}{12} + \frac{\epsilon_f}{2}] + g_{s2}^{fe*} g_{p2}^{f\mu} [\frac{1}{12} - \frac{\epsilon_f}{2}]\}, \end{aligned} \quad (31)$$

我们用到了附录中 I_{f2} 的表达式。

6.1.3 带电为 2 的标量传播子

带电为 2 的标量传播子是第 II 类跷跷板模型的重要特征 [7], 也被预测出现在基于 $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ 规范群的模型中。带电为 2 的标量传播子被广泛应用于增强反应 $H \rightarrow \gamma\gamma$ 。在通常情况下, 带电为 2 的标量场通常伴随着带电为 1 的标量场, 但目前我们只考虑带电为 2 的标量场。在这种情况下, 可能会存在一个 $SU(2)_L$ 三重态的分量, 相互作用的可能形式为:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_{s3}^{ij} \phi^{++} \bar{\ell}_i^C \ell_j + g_{p3}^{ij} \phi^{++} \bar{\ell}_i^C \gamma^5 \ell_j + \text{h.c.} \quad (32)$$

这违反了标准模型中的轻子数守恒。注意到 g_{s3} 和 g_{p3} 都必须是味空间中的对称矩阵。

由于相关相互作用中所有的场都是带电的, 故而存在两种一圈图, 如图 8 所示。

通过对之前计算结果的改动, 可以得到顶点函数为

$$\begin{aligned} \Gamma_3^\mu &= -8 \frac{i\sigma^{\mu\nu} k_\nu}{8\pi^2} \frac{m_i}{2} \sum_f [g_{s3}^{fj*} g_{s3}^{fi} I_{f2}^{++} + g_{p3}^{fj*} g_{p3}^{fi} I_{f2}^{+-} - \gamma^5 (g_{p3}^{fj*} g_{s3}^{fi} I_{f2}^{-+} + g_{s3}^{fj*} g_{p3}^{fi} I_{f2}^{--})] \\ &\quad - 4 \frac{i\sigma^{\mu\nu} k_\nu}{8\pi^2} \frac{m_i}{2} \sum_f [g_{s3}^{fj*} g_{s3}^{fi} I_{f1}^{++} + g_{p3}^{fj*} g_{p3}^{fi} I_{f1}^{+-} - \gamma^5 (g_{p3}^{fj*} g_{s3}^{fi} I_{f1}^{-+} + g_{s3}^{fj*} g_{p3}^{fi} I_{f1}^{--})] \end{aligned} \quad (33)$$

上式可以认为是在圈积分 $I_{f1/2}^{\pm\pm}$ 中做替换 $m_{\nu_f} \rightarrow m_f$ 以及 $m_{\phi^+} \rightarrow m_{\phi^{++}}$ 得到。

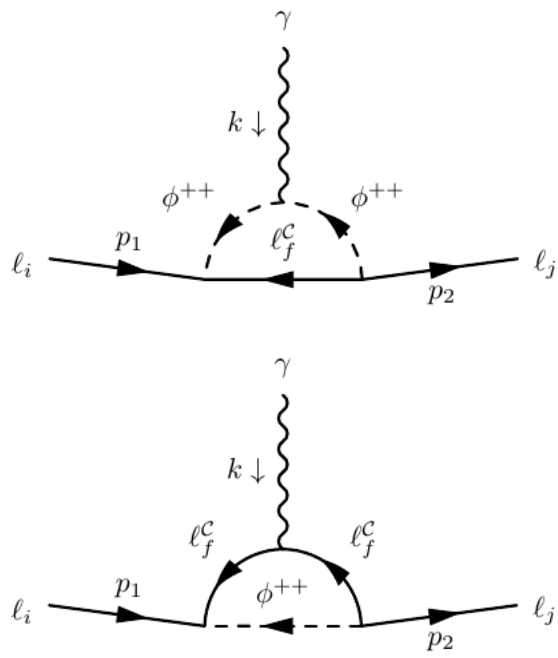


图 8: 带电为 2 的标量传播子的一圈图贡献

接下来，我们可以得到 Δa_μ 的值，与 [129] 中是一致的

$$\begin{aligned}\Delta a_\mu(\phi^+) = & -\frac{8}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_{\phi^{++}}^2} \int_0^1 dx \sum_f \frac{|g_{s3}^{f\mu}|^2 P_2^+(x) + |g_{p3}^{f\mu}|^2 P_2^-(x)}{\epsilon_f^2 \lambda^2 (1-x)(1-\epsilon_f^{-2}x) + x} \\ & -\frac{4}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_{\phi^{++}}^2} \int_0^1 dx \sum_f \frac{|g_{s3}^{f\mu}|^2 P_1^+(x) + |g_{p3}^{f\mu}|^2 P_1^-(x)}{x\epsilon_f^2 \lambda^2 + (1-x)(1-\lambda^2)}\end{aligned}\quad (34)$$

上式中 $P_{1/2}^\pm$ 的定义与 (21) 以及 (28) 中的一致，但其中 $\epsilon_f \equiv \frac{m_f}{m_\mu}$ ， $\lambda \equiv \frac{m_\mu}{m_{\phi^{++}}}$ 。注意到 (20) 与 (34) 之间的相对符号，产生号差的原因是有一个电荷共轭的轻子与光子相耦合。

当传播子的质量很大时，有：

$$\Delta a_\mu(\phi^{++}) \simeq \frac{-1}{4\pi^2} \frac{m_\mu^2}{m_{\phi^{++}}^2} \sum_f \left[|g_{s3}^{f\mu}|^2 \left(\frac{4}{3} - \epsilon_f\right) + |g_{p3}^{f\mu}|^2 \left(\frac{4}{3} + \epsilon_f\right) \right] \quad (35)$$

我们已经注意到，带电为 2 的标量传播子对反常磁矩的贡献积分上是中性标量传播子和带电为 1 的标量传播子贡献的组合。如果只考虑味对角线，即 ϵ_f 的情况，带电为 2 的标量传播子对反常磁矩的贡献是负的。如果 τ 子的贡献足够大的话，那么整个的贡献都是正的，但这仅当 $g_s^{\tau\mu} \neq g^{\tau\mu} p$ 时成立，否则 (35) 的 ϵ_f 项会消失。

至于反应 $\mu \rightarrow e\gamma$ 的分支比，可以按照之前的方式计算：

$$\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) \simeq \frac{3(4\pi)^3 \alpha_{\text{em}}}{4G_F^2} (|A_{e\mu}^M|^2 + |A_{e\mu}^E|^2) \quad (36)$$

其中

$$\begin{aligned}A_{e\mu}^M &= \frac{-1}{(4\pi)^2} \sum_f (g_{s3}^{fe*} g_{s3}^{f\mu} I_{f21}^{++} + g_{p3}^{fe*} g_{p3}^{f\mu} I_{f21}^{+-}), \\ A_{e\mu}^E &= \frac{-i}{(4\pi)^2} \sum_f (g_{p3}^{fe*} g_{s3}^{f\mu} I_{f21}^{-+} + g_{s3}^{fe*} g_{p3}^{f\mu} I_{f21}^{--}),\end{aligned}\quad (37)$$

与 [210] 的结果是一致的，这里 $I_{f21} \equiv 4(2I_{f2} + I_{f1})$ 。

当 $m_{\phi^{++}} \gg m_f$ 时，有

$$\begin{aligned}A_{e\mu}^M &= \frac{-1}{8\pi^2 m_{\phi^{++}}^2} \sum_f \{g_{s3}^{fe*} g_{s3}^{f\mu} [\frac{2}{3} - \epsilon_f] + g_{p3}^{fe*} g_{p3}^{f\mu} [\frac{2}{3} - \epsilon_f]\}, \\ A_{e\mu}^E &= \frac{-i}{8\pi^2 m_{\phi^{++}}^2} \sum_f \{g_{p3}^{fe*} g_{s3}^{f\mu} [\frac{2}{3} - \epsilon_f] + g_{s3}^{fe*} g_{p3}^{f\mu} [\frac{2}{3} - \epsilon_f]\},\end{aligned}\quad (38)$$

7 标量传播子情况的计算

根据上节的讨论,可以通过取不同的耦合常数 g 的值,计算相应的 μ 子反常磁矩,使得 μ 子反常磁矩以及分支比小于当前的误差界限 (10) 以及 (12)。通过这些限制,可以确定相应的耦合常数的值的范围。计算中,取 μ 子质量 $m_\mu = 105.658369\text{MeV}$, τ 子质量 $m_\tau = 1776.82\text{MeV}$ 。由于电子质量太小,忽略电子内线的贡献。取 μ 子中微子质量 $m_{\nu_\mu} = 0.0086\text{eV}$, τ 子中微子质量 $m_{\nu_\tau} = 0.0498999\text{eV}$

7.1 中性标量传播子

利用 (20) 以及 (22) 可以计算出中性标量传播子对 μ 子反常磁矩的数值贡献。先取若干不同的 g_p 值,并让 g_s 在 0 到 3 之内取值,可以得到 Δa_μ 在 $m_\phi = 120\text{GeV}$ 以及 $m_\phi = 1000\text{GeV}$ 时的值。用 Python 编写程序计算并绘图,如图 9 所示:

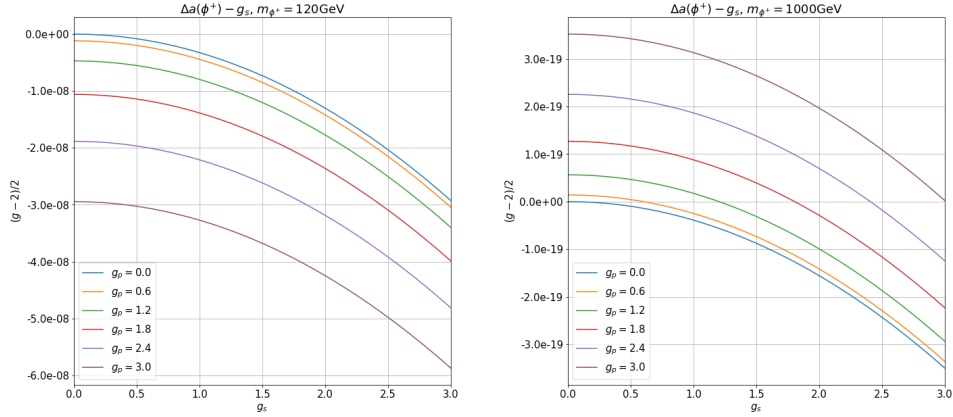


图 9: 中性情况下 Δa_μ 在不同 g_p 下随 g_s 的变化

我们可以发现,当 g_s 以及 g_p 很小的时候,或者 m_ϕ 很大的时候,单圈图 6 的贡献在式 10 的范围之内。

我们继续求解符合条件的耦合常数以及 m_ϕ 的取值范围。为方便计,令 $g = g_p = g_s$,并找出符合条件的 $g - m_\phi$ 区域如图 10 所示:因此我们发现,当 g 处于 $0.12 \sim 0.49$ 的范围内时,对于 $120\text{GeV} \sim 1000\text{GeV}$ 内的 m_ϕ 都能解释 μ 子反常磁矩。

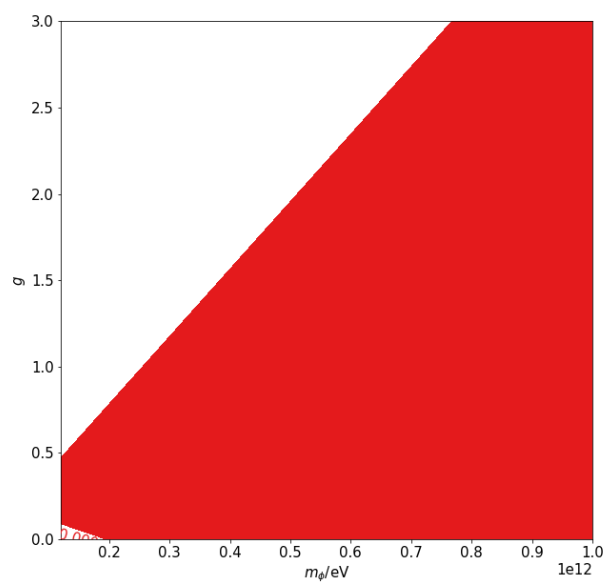


图 10: 中性情况下 $g - m_\phi$ 空间的允许取值范围

7.2 带电为 1 的标量传播子

利用 (27) 以及 (29) 可以计算出带电为 1 的标量传播子对 μ 子反常磁矩的数值贡献。先取若干不同的 g_p 值, 并让 g_s 在 0 到 3 之内取值, 可以得到 Δa_μ 在 $m_\phi = 120\text{GeV}$ 以及 $m_\phi = 1000\text{GeV}$ 时的值。用 Python 编写程序计算并绘图, 如图 11 所示:

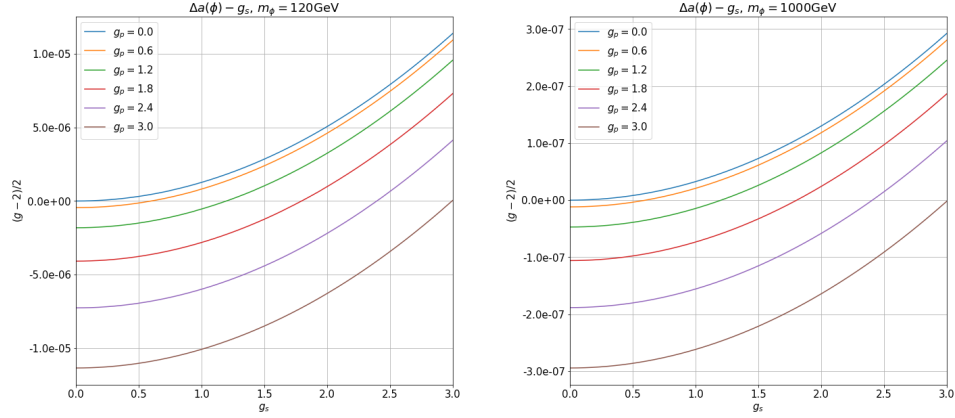


图 11: 带电为 1 的情况下 Δa_μ 在不同 g_p 下随 g_s 的变化

我们可以发现, 当 g_s 以及 g_p 很小的时候, 或者 m_ϕ 很大的时候, 单圈图 7 的贡献在式 10 的范围之内。

我们继续求解符合条件的耦合常数以及 $m_{\phi+}$ 的取值范围。为方便计, 令 $g = g_p = g_s$, 并找出符合条件的 $g - m_{\phi+}$ 区域如图 12 所示: 因此我们发现, 当 g 处于 $0.12 \sim 0.63$ 的范围内时, 对于 $120\text{GeV} \sim 1000\text{GeV}$ 内的 $m_{\phi+}$ 都能解释 μ 子反常磁矩。

7.3 带电为 2 的标量传播子

利用 (34) 以及 (35) 可以计算出带电为 2 的标量传播子对 μ 子反常磁矩的数值贡献。先取若干不同的 g_p 值, 并让 g_s 在 0 到 3 之内取值, 可以得到 Δa_μ 在 $m_\phi = 120\text{GeV}$ 以及 $m_\phi = 1000\text{GeV}$ 时的值。用 Python 编写程序计算并绘图, 如图 13 所示:

我们可以发现, 当 g_s 以及 g_p 很小的时候, 或者 $m_{\phi++}$ 很大的时候, 单圈图 8 的贡献在式 10 的范围之内。

我们继续求解符合条件的耦合常数以及 $m_{\phi++}$ 的取值范围。为方便计, 令 $g = g_p = g_s$, 并

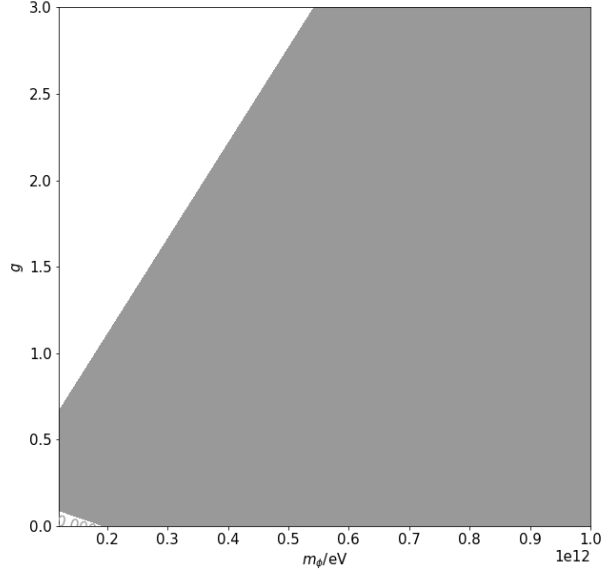


图 12: 带电为 1 的情况下 $g - m_{\phi^+}$ 空间的允许取值范围

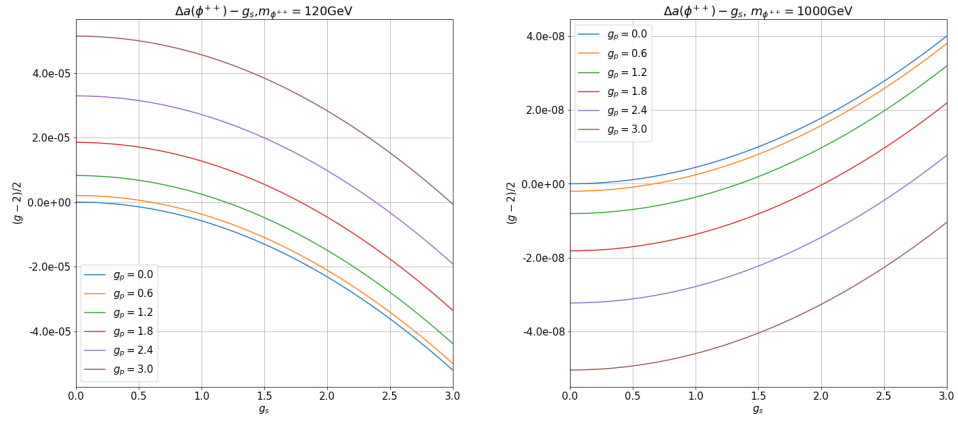


图 13: 带电为 2 的情况下 Δa_{μ} 在不同 g_p 下随 g_s 的变化

找出符合条件的 $g - m_{\phi^{++}}$ 区域如图 14 所示：因此我们发现，当 g 处于 $0.11 \sim 0.22$ 的范围内

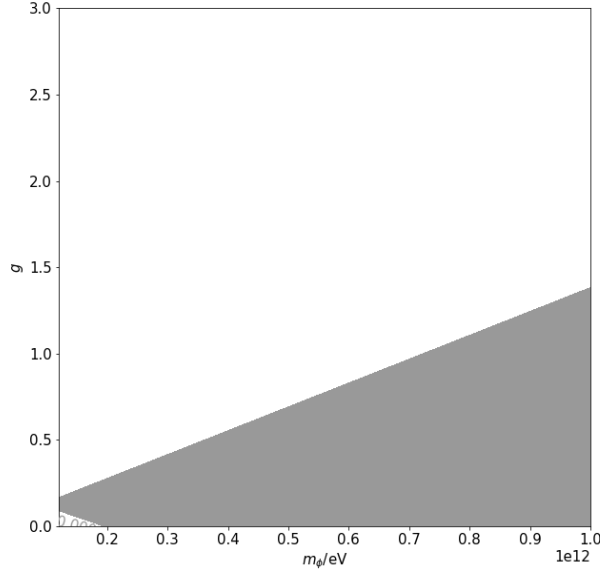


图 14: 带电为 2 的情况下 $g - m_{\phi^{++}}$ 空间的允许取值范围

时，对于 $120\text{GeV} \sim 1000\text{GeV}$ 内的 $m_{\phi^{++}}$ 都能解释 μ 子反常磁矩。

8 总结与展望

现在，我们来回顾本文之前所做的工作。我们简要介绍了 μ 子反常磁矩的定义、起源、标准模型对反常磁矩的贡献；并指出了能解释反常磁矩的模型为何要受到 FLV 的约束，同时简要介绍了 FLV。随后，我们介绍了唯象的 Lindner-Platscher-Queiroz 模型，着重讨论了标量传播子的情况，并利用数值计算进行了该模型的初步的验证。我们得到的最重要的结果是，在考虑一圈图的标量传播子的贡献时，中性标量传播子、带电为 1 的标量传播子、带电为 2 的标量传播子的耦合常数的取值范围分别为 $0.12 \sim 0.49$ 、 $0.12 \sim 0.63$ 、 $0.11 \sim 0.22$ 。

但必须要承认的是，我们的工作从目前来看只具有玩具理论的意义。在标准模型内， μ 子反常磁矩实验值与理论计算值的偏差的最大不确定性，来源于目前没有较好的计算强子真空

极化能的非微扰方法。而我们引入的 Lindner-Platscher-Queiroz 模型的标量传播子部分不涉及强相互作用，所以可以很自然地想到：就是我们之前所得的标量传播子取值范围应该是偏宽的。另一方面，我们只考虑了 μ 反常磁矩的约束，但在具体计算上没有考虑 LFV 的分支比的约束，这也会对我们之前的结果的有效性产生一定的影响。

在所选的模型上，标量传播子具有计算简单、较为直观的特点，比较适合具体验证；但由于不涉及强相互作用，其所具有的现实意义是有限的，所考虑的对称性只有一般的 Lorentz 不变性。若要使理论具有实际意义，就必须引入其他类型的传播子、考虑更多的对称性。而且，我们所介绍的 Lindner-Platscher-Queiroz 模型本身是一个唯象的模型，即使该模型能够解释 FNAL 在 2019 年发布的结果，它依然需要进一步的加工和抽象，方能在众多的标准模型扩展中脱颖而出。但限于我们的水平，本文只能止步于此，这不得不说是一个遗憾。

无论如何，可以肯定的是，正在进行的 FNAL 实验以及将要进行的 J-PARC 实验都会给粒子物理学带来深刻的影响，无论其结果如何。我们正处于粒子物理学的新时代来临的前夜，愿我们都能够抓住这一机遇，庶竭所能，解决问题，摆脱较为无知的状态。

参考文献

- [1] V. Bargmann, Louis Michel, and V. L. Telegdi. Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 2:435–436, May 1959.
- [2] J. Beringer, J. F. Arguin, R. M. Barnett, K. Copic, O. Dahl, D. E. Groom, C. J. Lin, J. Lys, H. Murayama, C. G. Wohl, W. M. Yao, P. A. Zyla, C. Amsler, M. Antonelli, D. M. Asner, H. Baer, H. R. Band, T. Basaglia, C. W. Bauer, J. J. Beatty, V. I. Belousov, E. Bergren, G. Bernardi, W. Bertl, S. Bethke, H. Bichsel, O. Biebel, E. Blucher, S. Blusk, G. Brooijmans, O. Buchmueller, R. N. Cahn, M. Carena, A. Ceccucci, D. Chakraborty, M. C. Chen, R. S. Chivukula, G. Cowan, G. D’Ambrosio, T. Damour, D. de Florian, A. de Gouvêa, T. DeGrand, P. de Jong, G. Dissertori, B. Dobrescu, M. Doser, M. Drees, D. A. Edwards, S. Eidelman, J. Erler, V. V. Ezhela, W. Fetscher, B. D. Fields, B. Foster, T. K. Gaisser, L. Garren, H. J. Gerber, G. Gerbier, T. Gherghetta, S. Golwala, M. Goodman, C. Grab, A. V. Gritsan, J. F. Grivaz, M. Grünewald, A. Gurtu, T. Gutsche, H. E. Haber, K. Hagiwara, C. Hagmann, C. Hanhart, S. Hashimoto, K. G. Hayes, M. Heffner, B. Heltsley, J. J. Hernández-Rey, K. Hikasa, A. Höcker, J. Holder, A. Holtkamp, J. Huston, J. D. Jackson, K. F. Johnson, T. Junk, D. Karlen, D. Kirkby, S. R. Klein, E. Klempt, R. V. Kowalewski, F. Krauss, M. Kreps, B. Krusche, Yu. V. Kuyanov, Y. Kwon, O. Lahav, J. Laiho, P. Langacker, A. Liddle, Z. Ligeti, T. M. Liss, L. Littenberg, K. S. Lugovsky, S. B. Lugovsky, T. Mannel, A. V. Manohar, W. J. Marciano, A. D. Martin, A. Masoni, J. Matthews, D. Milstead, R. Miquel, K. Mönig, F. Moortgat, K. Nakamura, M. Narain, P. Nason, S. Navas, M. Neubert, P. Nevski, Y. Nir, K. A. Olive, L. Pape, J. Parsons, C. Patrignani, J. A. Peacock, S. T. Petcov, A. Piepke, A. Pomarol, G. Punzi, A. Quadt, S. Raby, G. Raffelt, B. N. Ratcliff, P. Richardson, S. Roesler, S. Rolli, A. Romaniouk, L. J. Rosenberg, J. L. Rosner, C. T. Sachrajda, Y. Sakai, G. P. Salam, S. Sarkar, F. Sauli, O. Schneider, K. Scholberg, D. Scott, W. G. Seligman, M. H. Shaevitz, S. R. Sharpe, M. Silari, T. Sjöstrand, P. Skands, J. G. Smith, G. F. Smoot, S. Spanier, H. Spieler, A. Stahl, T. Stanev, S. L. Stone, T. Sumiyoshi, M. J. Syphers, F. Takahashi, M. Tanabashi, J. Terning, M. Titov, N. P. Tkachenko, N. A. Törnqvist, D. Tovey, G. Valencia, K. van Bibber, G. Venanzoni,

- M. G. Vincter, P. Vogel, A. Vogt, W. Walkowiak, C. W. Walter, D. R. Ward, T. Watari, G. Weiglein, E. J. Weinberg, L. R. Wiencke, L. Wolfenstein, J. Womersley, C. L. Woody, R. L. Workman, A. Yamamoto, G. P. Zeller, O. V. Zenin, J. Zhang, R. Y. Zhu, G. Harper, V. S. Lugovsky, and P. Schaffner. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 86:010001, Jul 2012.
- [3] Sacha Davidson. μ to e gamma and matching at mW. *Eur. Phys. J.*, C76(7):370, 2016.
- [4] Ayres Freitas, Joseph Lykken, Stefan Kell, and Susanne Westhoff. Testing the Muon $g-2$ Anomaly at the LHC. *JHEP*, 05:145, 2014. [Erratum: JHEP09,155(2014)].
- [5] Yoshitaka Kuno and Yasuhiro Okada. Muon decay and physics beyond the standard model. *Rev. Mod. Phys.*, 73:151–202, Jan 2001.
- [6] Manfred Lindner, Moritz Platscher, and Farinaldo S. Queiroz. A Call for New Physics : The Muon Anomalous Magnetic Moment and Lepton Flavor Violation. *Phys. Rept.*, 731:1–82, 2018.
- [7] Alejandra Melfo, Miha Nemevšek, Fabrizio Nesti, Goran Senjanović, and Yue Zhang. Type ii neutrino seesaw mechanism at the lhc: The roadmap. *Phys. Rev. D*, 85:055018, Mar 2012.
- [8] 卢昌海. μ 子反常磁矩之谜, 2009.