

De Investigación

Propuesto por Ricard Peiró i Estruch Profesor de Matemáticas del IES 1 de Xest (València)

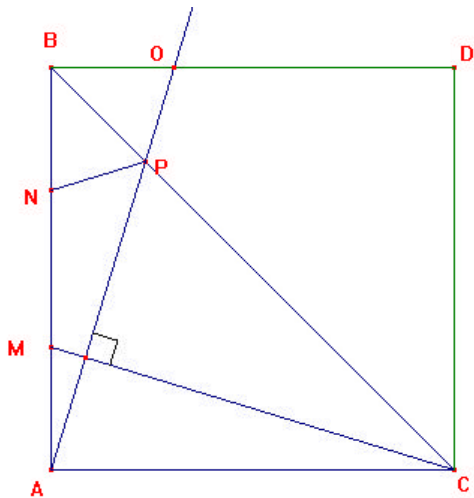
Problema 383

Problema 3

Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo e isósceles, con  $AB=AC$ . Consideramos los puntos  $M$  y  $N$  en  $AB$  tales que  $AM=BN$ . Se traza desde  $A$  la perpendicular a  $CM$  que corta a  $BC$  en  $P$ . Si  $\angle APC=62^\circ$ , calcular la medida del ángulo  $\angle BNP$ .

OMA 2005

<http://www.oma.org.ar/enunciados/oma22nac.htm>



1. Construimos el cuadrado ABDC.
2. Llamemos O a la intersección del segmento BD con la prolongación de AP.
3. Hallemos algunos ángulos utilizando la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.
  - 3.1.  $\angle PCM = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$
  - 3.2.  $\angle ACM = 45^\circ - 28^\circ = 17^\circ$
  - 3.3.  $\angle PAC = 90^\circ - 17^\circ = 73^\circ$
  - 3.4.  $\angle BAO = 90^\circ - 73^\circ = 17^\circ$
4. Demostremos que  $\triangle BAO \cong \triangle ACM$ 
  - 4.1.  $\overline{BA} \cong \overline{AC} \rightarrow$  Dato
  - 4.2.  $\angle OBA \cong \angle MAC \rightarrow$  Por ser ángulos rectos.
  - 4.3.  $\angle BAO \cong \angle ACM \rightarrow$  Por 3.2. y 3.4.
  - 4.4.  $\triangle BAO \cong \triangle ACM \rightarrow$  Por el postulado ALA (ángulo lado ángulo)
  - 4.5.  $\overline{AM} \cong \overline{BO} \rightarrow$  Por ser correspondientes en triángulos congruentes.
5. Ahora vamos a demostrar que  $\triangle BNP \cong \triangle BOP$ 
  - 5.1.  $\overline{BN} \cong \overline{AM}; \overline{AM} \cong \overline{BO} \Rightarrow \overline{BN} \cong \overline{BO} \rightarrow$  Por propiedad transitiva.
  - 5.2.  $\angle OBP = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow \angle OBP \cong \angle NBP$
  - 5.3.  $\overline{BP} \cong \overline{BP} \rightarrow$  Porque un segmento es congruente consigo mismo.
  - 5.4.  $\triangle OBP \cong \triangle NBP \rightarrow$  Por el postulado LAL (lado ángulo lado)
  - 5.5.  $\angle BNP \cong \angle BOP \rightarrow$  Por ser correspondientes en triángulos congruentes.
6. Restaría calcular  $\angle BOP$ 
  - 6.1.  $\angle BPO = 62^\circ \rightarrow$  Por ser opuesto por el vértice del ángulo APC
  - 6.2.  $\angle BOP = 180^\circ - (45^\circ + 62^\circ) = 73^\circ$

Por último como  $\angle BNP \cong \angle BOP$ ,  $\angle BNP = 73^\circ$