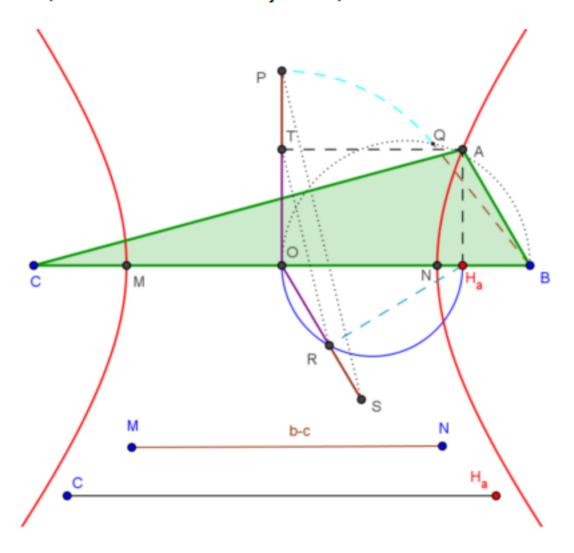
Quincena del 1 al 15 de Junio de 2017.

Propuesto por Julián Santamaría Tobar.

Problema 834.-Construir un triángulo dados en posición los puntos B, C, y H_a (pie de la altura de A), y conocido b-c.

Santamaría J. (2017): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Supongamos unos ejes de coordenadas centrados en el punto medio O de BC, con este segmento como soporte del eje de abscisas.

Sea

$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$$

la ecuación de la hipérbola de focos B y C y eje focal b-c, donde $\alpha=\frac{b-c}{2}=ON, \gamma=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}$ y β tal que $\gamma^2=\beta^2+\alpha^2$.

En ella está el punto A. También está en la perpendicular a BC por H_a . La intersección de ambas figuras nos da la solución del problema.

Si $OH_a=h$, de la ecuación de la hipérbola obtenemos $\frac{y}{\beta}=\frac{\sqrt{h^2-\alpha^2}}{\alpha}$. De esa proporción sólo se desconoce la ordenada de A, o sea, la y=OT. Con el teorema de Thales podemos construirla, como se muestra en la figura. Los segmentos que allí se

muestran son $OS = ON = BQ = \alpha, OP = \beta, OR = \sqrt{h^2 - \alpha^2}$.