

Problema 817

Construir el triángulo cuyos datos son h_a, v_a , $b-c$. (v_a es la bisectriz interna del ángulo A)

Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Solución de Luis Lopes

Sobre una recta colocamos el punto H_a y construimos el triángulo rectángulo AH_aV_a

De hipotenusa v_a y cateto h_a .

Construimos el triángulo rectángulo AV_aE_a de hipotenusa E_aV_a y altura AH_a con E_a en la recta a .

Los puntos $\langle AV_a \rangle$ y $\langle I, I_a \rangle$ forman una división armónica.

Luego $\langle H_a, V_a \rangle$ y $\langle X, X_a \rangle$ también forman una cuaterna armónica,

con X y X_a proyecciones ortogonales de I e I_a en la recta a .

Y se tiene que $XX_a = b-c$.

Sea M el punto medio del segmento H_aV_a

Construimos el triángulo rectángulo MV_aP de hipotenusa MP y catetos MV_a

y $V_aP = (b-c)/2$.

Trazamos el círculo de centro M y radio MP y obtenemos el punto M_a , medio de BC

($MM_a = MP$). Trazamos por M_a una perpendicular (recta m) a la recta a y obtenemos los puntos V y E en las intersecciones de m con las bisectrices interna y externa (rectas (A, V_a) y (A, E_a)).

Sea O el punto medio del segmento VE . Trazar el círculo circunscrito (centro O y radio OA), Ω .

Los puntos B y C son las intersecciones de la recta a y del círculo Ω .