

Problema 835

Ejercicio 4.

Un punto de concurso curioso.

Sean  $A' B' C'$  las proyecciones ortogonales de los vértices del triángulo  $ABC$  sobre una recta  $r$ . Sea  $a$  la recta que contiene a  $A'$  y es perpendicular a  $BC$ .

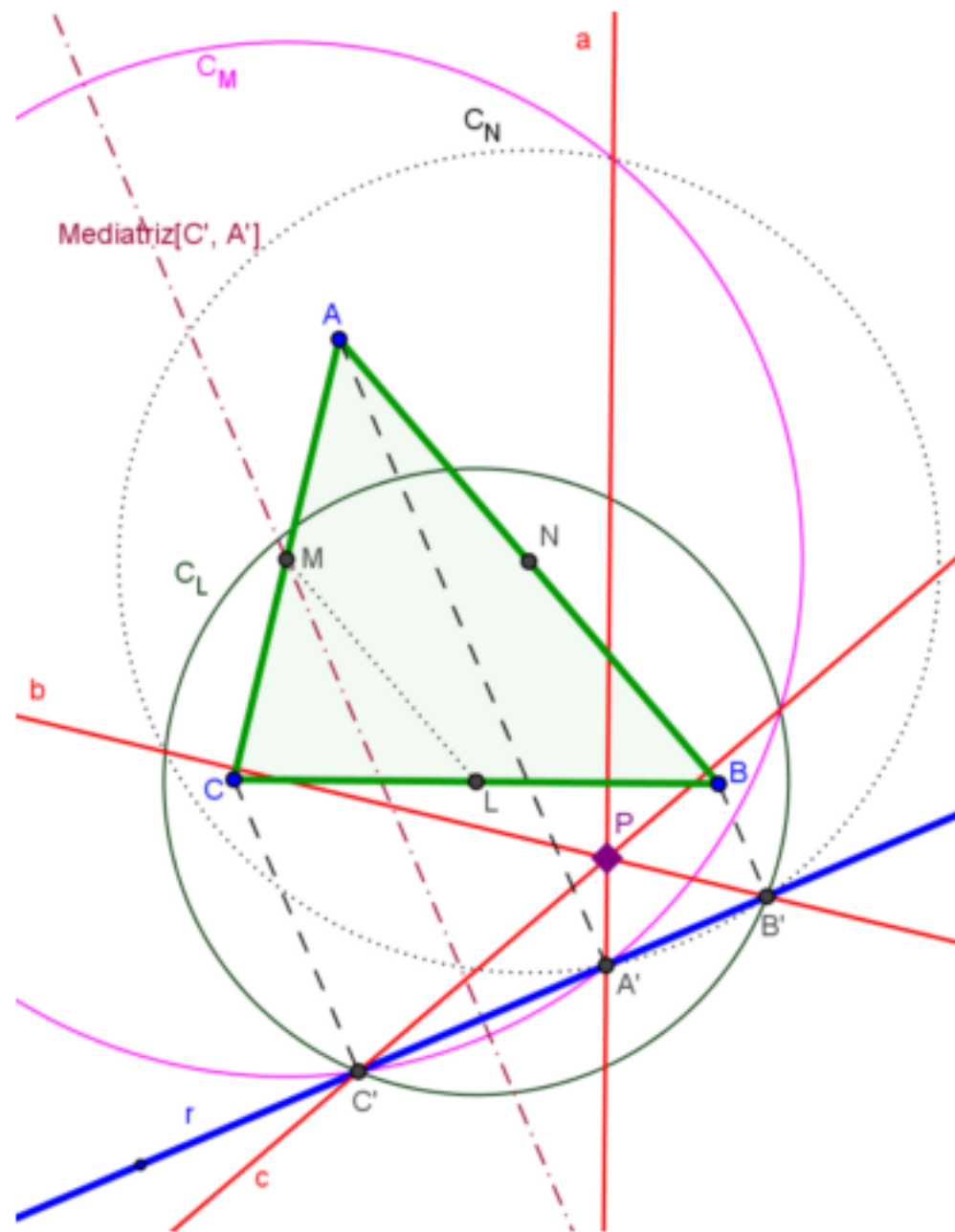
Sea  $b$  la recta que contiene a  $B'$  y es perpendicular a  $CA$ .

Sea  $c$  la recta que contiene a  $C'$  y es perpendicular a  $AB$ .

Demostrar que  $a, b$  y  $c$  son concurrentes.

Sortais, Y, y R. (2000): *Géométrie de l'espace et du plan*. Hermann (pag 129)

El profesor Francisco Javier García Capitán señala que el punto es el "ortopolo". Agradezco la referencia.



**Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.**

La demostración que sigue está tomada de la obra *Geometría Moderna*, A. Ramírez, 2009, (en PDF en la red). El tema también está tratado en el problema 309 de esta revista, de mayo de 2006.

Las mediatrices de  $B'C'$ ,  $C'A'$  y  $A'B'$  pasan por los puntos medios de los lados del triángulo  $L, M$  y  $N$  respectivamente (la paralela media del trapecio  $ACC'A'$  es la mediatriz de  $A'C'$  y de igual forma en los otros casos)

Por lo tanto el círculo  $C_L$  de centro  $L$ , que pasa por  $B'$  y  $C'$  y el  $C_M$  de centro  $M$  que pasa por  $A'$  y  $C'$  tienen por eje radical la recta  $c$ , pues pasa por  $C'$  (común a ambas circunferencias) y es perpendicular al segmento  $LM$  de los centros.

De forma análoga el eje radical de  $C_N$  y  $C_L$  es  $b$  y el de  $C_M$  y  $C_N$  es  $a$ .

Por tanto  $P$  es el centro radical de estas tres circunferencias. ■