

### Problema 795

Sean dos triángulos equiláteros  $\triangle ABC$  y  $\triangle DBC$  que tienen un lado común  $\overline{BC}$ .

Por el punto D se traza una secante variable que corta la prolongación del lado  $\overline{AB}$  en E y la del lado  $\overline{AC}$  en F.

Determinar el lugar geométrico del punto intersección M de las rectas BF y CE.

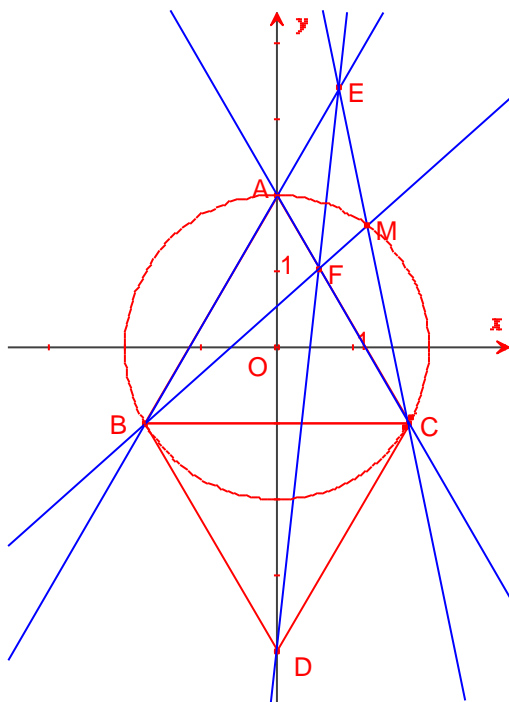
### Problema 795

Siguen dos triangles equilàters  $\triangle ABC$  i  $\triangle DBC$  que tenen un costat comú  $\overline{BC}$ .

Pel punt D es traça una secant variable que talla la prolongació del costat  $\overline{AB}$  en E i la del costat  $\overline{AC}$  en F.

Determineu el lloc geomètric del punt intersecció M de les rectes BF i CE.

Solución con Cabri



Solución con MuPaD:

Siguen  $O(0, 0)$  circumcentre del triangle ABC  
 $A(0, 2)$ ,  $B(-\sqrt{3}, -1)$ ,  $C(\sqrt{3}, -1)$ ,  $D(0, -4)$   $P(a, -1)$

La recta AB

- $\text{rab} := y - 2 = \sqrt{3} \cdot x$

La recta AC

- $\text{rac} := y - 2 = -\sqrt{3} \cdot x$

La recta DP

- $\text{rdp} := y + 4 = 3/a \cdot x$

El punt E

- $\text{solve}(\{\text{rdp}, \text{rab}\}, \{x, y\})$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left\{ \left[ x = -\frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot a}{a - \sqrt{3}}, y = -\frac{4 \cdot a + 2 \cdot \sqrt{3}}{a - \sqrt{3}} \right] \right\} & \text{if } \neg a \in \{\sqrt{3}\} \\ \emptyset & \text{if } a \in \{\sqrt{3}\} \end{array} \right.$$

El punt F

- $\text{solve}(\{\text{rdp}, \text{rac}\}, \{x, y\})$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left\{ \left[ x = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot a}{a + \sqrt{3}}, y = \frac{2 \cdot \sqrt{3} - 4 \cdot a}{a + \sqrt{3}} \right] \right\} & \text{if } \neg a \in \{-\sqrt{3}\} \\ \emptyset & \text{if } a \in \{-\sqrt{3}\} \end{array} \right.$$

La recta BF

- $\text{rbf} := y + 1 = (-a + \sqrt{3}) / (\sqrt{3} \cdot a + 1) \cdot (x + \sqrt{3})$

$$y + 1 = -\frac{(x + \sqrt{3}) \cdot (a - \sqrt{3})}{\sqrt{3} \cdot a + 1}$$

La recta CE

- $\text{rce} := y + 1 = (a + \sqrt{3}) / (\sqrt{3} \cdot a - 1) \cdot (x - \sqrt{3})$

$$y + 1 = \frac{(a + \sqrt{3}) \cdot (x - \sqrt{3})}{\sqrt{3} \cdot a - 1}$$

El punt M

- $\text{solve}(\{\text{rce}, \text{rbf}\}, \{x, y\})$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left\{ \left[ x = \frac{4 \cdot a}{a^2 + 1}, y = -\frac{2 \cdot a^2 - 2}{a^2 + 1} \right] \right\} & \text{if } a \in \mathbb{C} \setminus \{-1 \cdot i, i, -\sqrt{3}\} \\ \{[x = -\sqrt{3}, y = -1]\} & \text{if } a \in \{-\sqrt{3}\} \end{array} \right.$$

Calculem OM

- $\text{sqrt}((-4 \cdot a / (a^2 + 1))^2 + (- (2 \cdot a^2 - 2) / (a^2 + 1))^2)$

$$\sqrt{\frac{(2 \cdot a^2 - 2)^2}{(a^2 + 1)^2} + \frac{16 \cdot a^2}{(a^2 + 1)^2}}$$

- $\text{simplify}(\%)$

$$2$$

M pertany a la circumferència circumscrita al triangle ABC

-