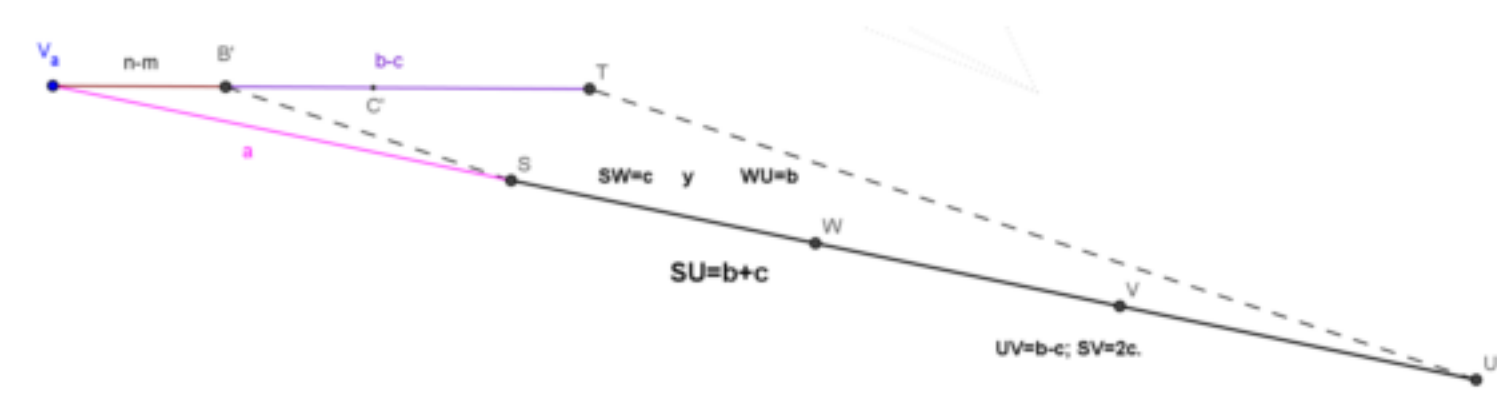


**Problema 830.**- Construir un triángulo dados en posición los puntos  $B, C$ , y  $V_a$  (pie de la bisectriz interna de  $A$ ), y conocido  $b - c$ .

Santamaría J. (2017): Comunicación personal.

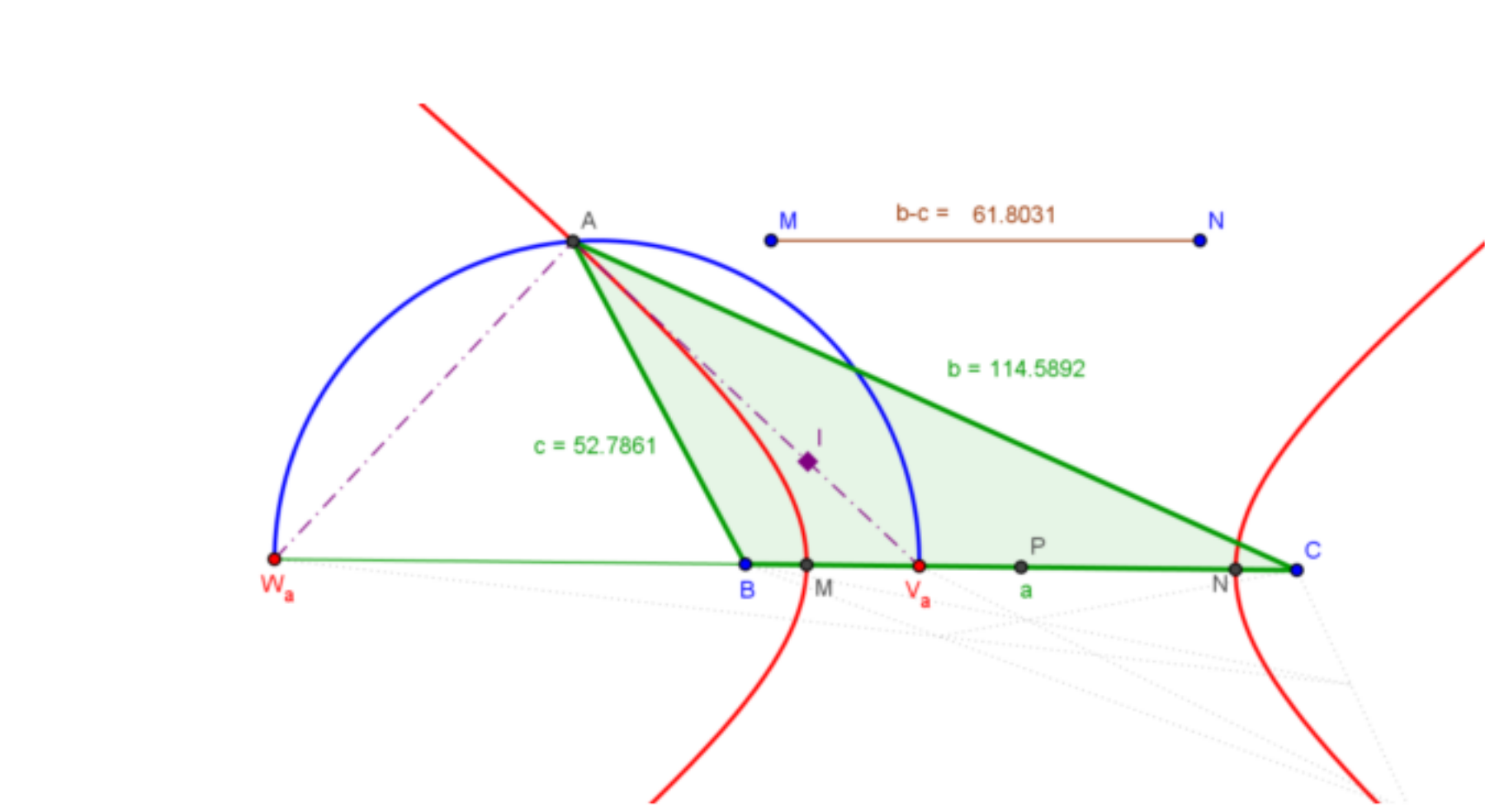
Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

Primera construcción



Supongamos  $b > c$ . Sean  $m$  el segmento  $BV_a$  y  $n$  el  $V_aC$ . Según el teorema de la bisectriz las longitudes de estos segmentos son  $\frac{ac}{b+c}$  y  $\frac{ab}{b+c}$  respectivamente. Para el segmento diferencia se tendrá  $n - m = \frac{a(b-c)}{b+c}$  que se puede poner como  $\frac{n-m}{a} = \frac{b-c}{b+c}$ . El valor de  $a$  es un dato y también  $m, n$  y  $b - c$  por tanto, podemos construir el segmento  $b + c$ . Éste junto con  $b - c$  nos permite construir los lados  $b$  y  $c$  y concluir la construcción.

Segunda construcción



A partir de  $V_a$  construyo el punto  $W_a$  que hace que la cuaterna  $(BCV_a W_a)$  sea armónica y que es el extremo de la bisectriz exterior.

La circunferencia de diámetro  $V_a W_a$  es la que contiene el vértice  $A$  del triángulo. Por otra parte, la hipérbola de focos  $B$  y  $C$  y eje real  $b - c$ , también contiene a  $A$ . La intersección de ambas figuras nos da la solución del problema.