

Problema 823 de *triángulos cabri*. Sean ABC un triángulo con circunferencia inscrita (I) ;

D, E dos puntos sobre la recta BC tales que $(BCDE) = -1$;

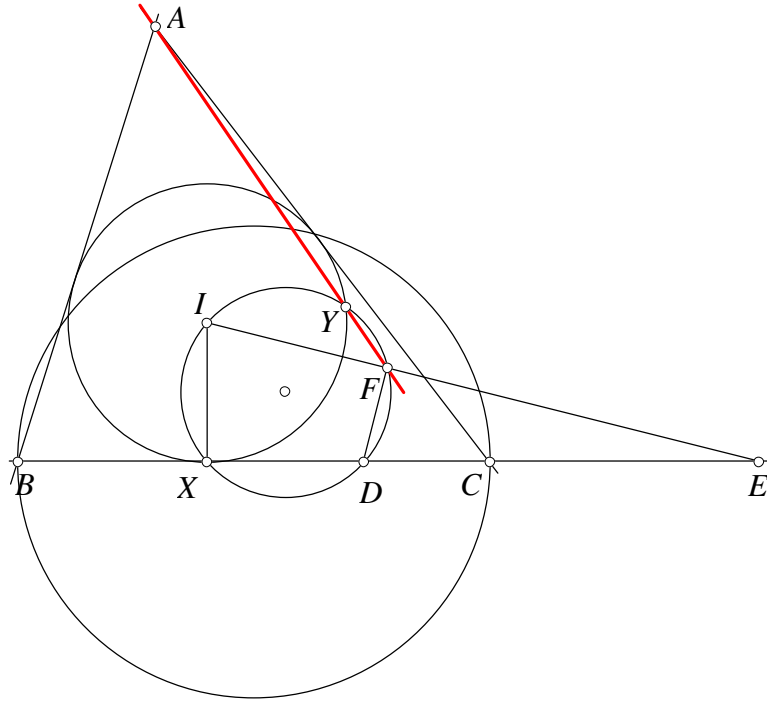
F, X los pies de las perpendiculares a EI y a BC por D, I ;

(U) la circunferencia con diámetro DI ;

Y el segundo punto de intersección de (U) e (I) .

Demostrar que F, Y, A están alineados.

Propuesto por Jean-Louis Ayme.



Solución de Francisco Javier García Capitán. A falta de una solución geométrica, ésta es una solución con coordenadas baricéntricas mostrando cuál es la recta AFY .

A partir $I = (a : b : c)$, $X = (0 : s - c : s - b)$, $D = (0 : v : w)$ y $E = (0 : -v : w)$ obtenemos los puntos

$$F = (avw((s-b)v + (s-c)w) : (s-b)v^2(cv + bw) : (s-c)w^2(cv + bw)),$$

$$Y = (((s-b)v - (s-c)w)^2 : (s-a)(s-b)v^2 : (s-a)(s-c)w^2).$$

Por tanto, la recta FY tiene ecuación $(s-c)w^2y - (s-b)v^2z = 0$, que evidentemente pasa por $A = (1 : 0 : 0)$.