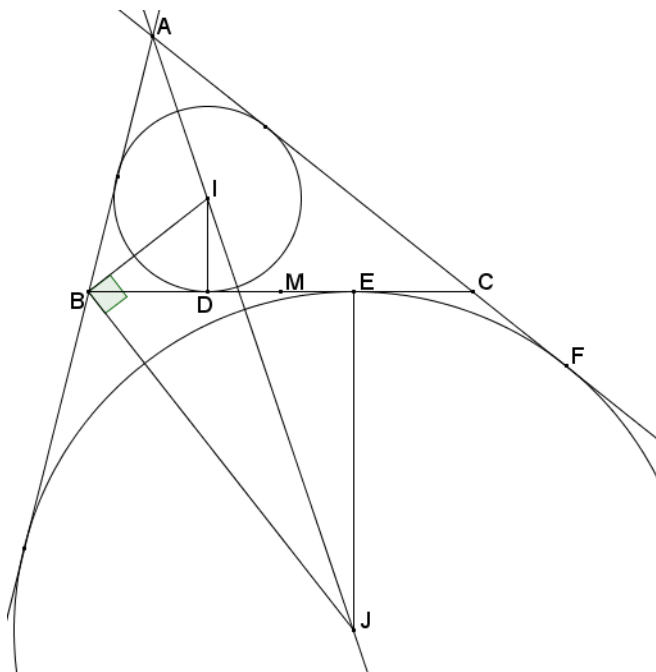


Problema 808

Construir un triángulo conociendo r , $b-c$, r_A (radio de la circunferencia exinscrita relativa al vértice A).

Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Soit un triangle dont les côtés ont pour longueurs $BC = a$, $CA = b$ et $AB = c$.

On suppose sans perte de généralité que $b > c$. Le demi-périmètre est $s = (a + b + c)/2$.

Soient D et E les points de contact sur le côté BC du cercle inscrit de centre I et du cercle exinscrit de centre J dans le secteur de l'angle en A .

On a les relations bien connues* : $BD = CE = s - b$, $BE = s - c$. Les points D et E sont symétriques l'un de l'autre par rapport au milieu M du côté BC .

On en déduit $DE = BE - BD = b - c$.

Par hypothèse r , $b - c$ et r_A sont supposés connus.

La construction du triangle ABC se réalise de la manière suivante:

- on trace $DE = b - c$,
- on trace le cercle de rayon $r = ID$ tangent en D à la droite DE . Ce cercle sera le cercle inscrit du triangle ABC ,
- de l'autre côté du cercle précédemment tracé par rapport à la droite DE , on trace le cercle de rayon $r_A = EJ$ tangent en E à cette même droite. Ce cercle sera le cercle exinscrit du triangle ABC dans le secteur de l'angle en A ,
- il ne reste plus qu'à tracer ** les deux tangentes extérieures aux deux cercles. Elles se coupent au point A et coupent respectivement la droite BC en B et C .

Nota: la construction n'est possible que si $r < r_A$

* voir par exemple <https://www.awesomemath.org/wp-pdf-files/math-reflections/mr-2014-06/excircles.pdf>

** voir par exemple l'animation: <http://www.mathopenref.com/consttangentsext.html>