

Problema 802

Construir el triangle coneguts el costat a , la mitjana m_a i la diferència $b - c$.

Solució de Ricard Peiró i Estruch:

Siga $b - c = d$.

Elevant al quadrat, $d^2 = b^2 + c^2 - 2bc$.

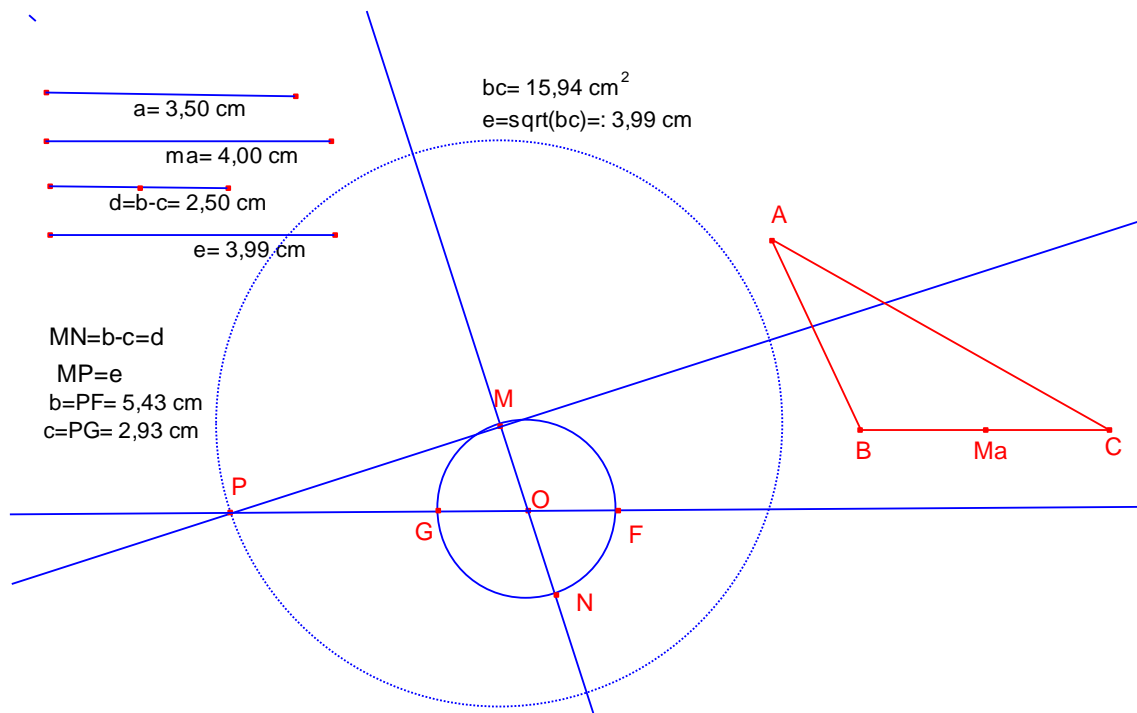
La mitjana m_a compleix:

$$4m_a^2 = 2b^2 + 2c^2 - a^2.$$

$$\text{Aleshores, } bc = \frac{4m_a^2 + a^2 - 2d^2}{4}.$$

Siga $e = \sqrt{bc}$. La construcció la farem construint dos segments coneguts la seua diferència $d = b - c$ i la mitjana proporcional dels costats b, c ,

$$e = \sqrt{bc} = \sqrt{\frac{4m_a^2 + a^2 - 2d^2}{4}}$$



Exemple particular:

Determineu els costats d'un triangle $\triangle ABC$ coneguts $a = 3.5$, $m_a = 4$, $b - c = 2.5$.

Solució:

Resoldrem el sistema:

$$\begin{cases} 4 \cdot 4^2 = 2 \cdot b^2 + 2c^2 - 3.5^2 \\ b - c = 2.5 \end{cases}.$$

Resolent el sistema:

$$\begin{cases} b = 5.433300133 \\ c = 2.933300133 \end{cases}$$