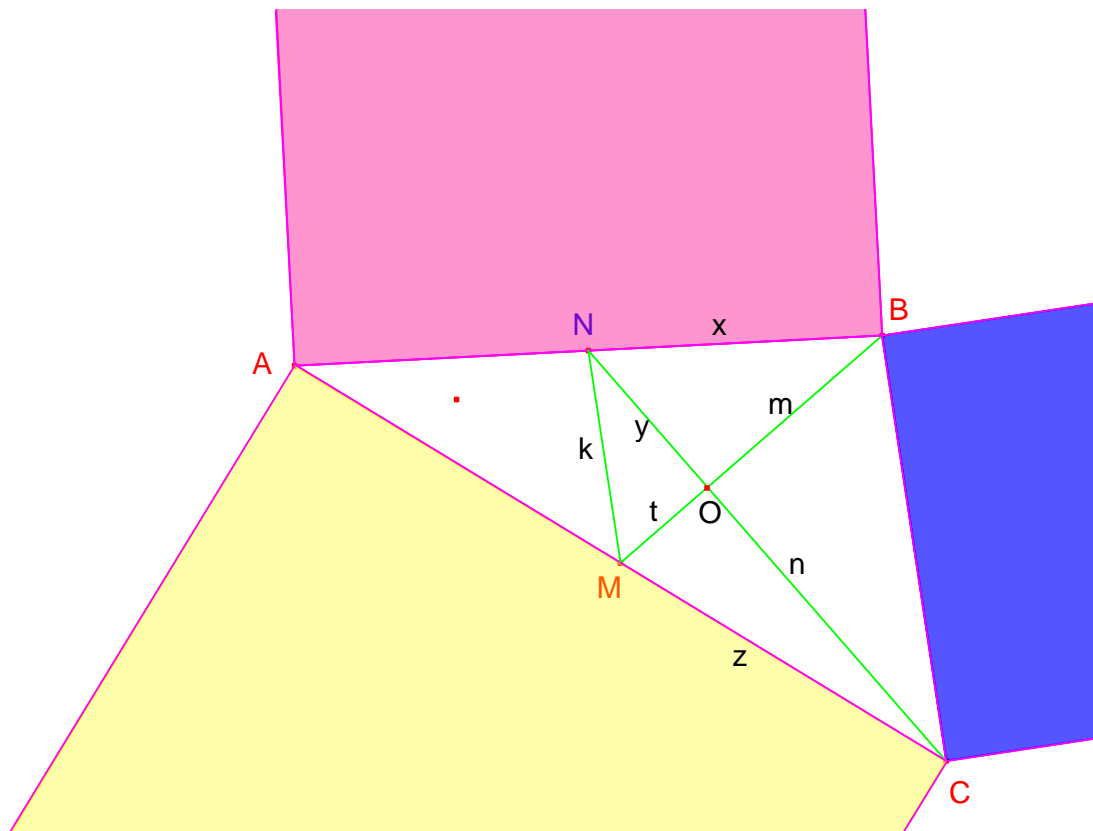


PROBLEMA 815

Solución de Inocencio Esquivel García

Tutor Programa Todos a Aprender Norte de Santander Colombia

Érase una vez un triángulo ABC cuyas medianas BM y CN eran perpendiculares. Cada uno de sus tres lados era también el lado de un cuadrado exterior al triángulo. Estos cuadrados estaban coloreados respectivamente, de azul, rosa y amarillo, dependiendo de si su base era BC, CA o AB. ¿Cuántos cuadrados azules se necesitarán para obtener una superficie igual a la de los cuadrados rosa y amarillo juntos?



De los datos del problema tenemos:

1. $\overline{BC}^2 = m^2 + n^2$
2. $m^2 = x^2 - y^2$
3. $n^2 = z^2 - t^2$
4. $k^2 = y^2 + t^2$

$$\text{luego: } \overline{BC}^2 = x^2 - y^2 + z^2 - t^2 = x^2 + z^2 - (y^2 + t^2)$$

$$\overline{BC}^2 = x^2 + z^2 - k^2$$

Sabemos que k (punto que une los puntos medios) = $\frac{1}{2}$ BC

$$k^2 = \frac{1}{4} \overline{BC}^2$$

Entonces

$$\overline{BC}^2 = x^2 + z^2 - \frac{1}{4} \overline{BC}^2$$

$$\frac{5}{4} \overline{BC}^2 = x^2 + z^2 \text{ que es lo mismo que } 5\overline{BC}^2 = 4x^2 + 4z^2 = (2x)^2 + (2z)^2$$

$$\overline{AC} = 2x; \quad \overline{AB} = 2z$$

Tenemos entonces

$$5\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2$$

Se necesitan entonces 5 cuadrados azules.