

## Problema 822

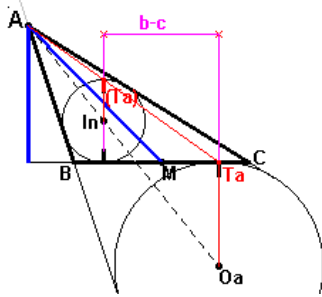
Construir el triángulo cuyos datos son  $h_a$ ,  $m_a$ ,  $b-c$ .

Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Resuelto por JULIÁN SANTAMARÍA TOBAR profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada

El problema se va a resolver por dos métodos, por homotecia y por una cuaterna.

### Primer método, resolución por homotecia

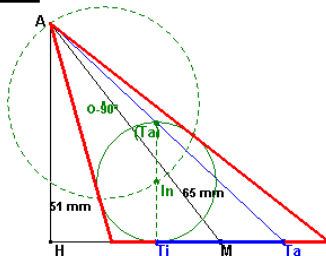


La distancia entre los puntos de tangencia de la circunferencia inscrita y la exinscrita con el lado  $a$ , es el segmento  $(b-c)$ , y se conoce su posición puesto que el centro del segmento es el pie de la mediana  $M$ .

El centro de homotecia positivo entre la circunferencia exinscrita y la inscrita es el vértice  $A$ . El punto de tangencia  $T_a$  de la exinscrita es conocido y se puede hallar su homotético ( $T_i$ ) en la inscrita con lo que se puede obtener el círculo inscrito.

### Resolución del ejercicio

$M_a=65\text{ mm}$   
 $H_a=51\text{ mm}$   
 $b-c=30\text{ mm}$



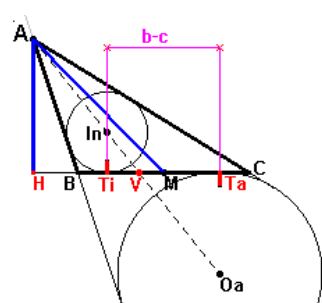
Se fija el triángulo rectángulo  $AHM$  del que se conoce la altura  $H_a$  y la hipotenusa  $M_a$ . También se dibuja el segmento  $T_i T_a$  formado por los puntos de tangencia de la inscrita y la exinscrita con el lado  $a$ , que mide  $(b-c)$  y su punto medio es  $M$ .

Se obtiene el punto ( $T_a$ ) que es homotético del punto de tangencia  $T_a$ , puesto que está alineado con el centro de homotecia  $A$ , y además, el segmento  $T_i(T_a)$  es el diámetro perpendicular al lado  $a$ , con lo

cual, se dibuja la circunferencia inscrita.

Por último las tangentes desde el vértice  $A$  al círculo inscrito resuelve el problema.

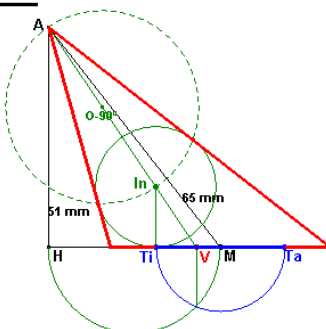
### Segundo método, resolución por una cuaterna armónica



En un triángulo los extremos de la bisectriz  $V_a$ , son los centros de homotecia entre la circunferencia inscrita y la exinscrita del ángulo  $A$ , por lo tanto, forman una cuaterna armónica. Al proyectar esta cuaterna  $A-V-In-O_a$  en el lado  $a$ , resulta la cuaterna  $H-V-T_i-T_a$ .  $H$  y  $V$  son los pies de la altura y la bisectriz del ángulo  $A$ ,  $T_i$  y  $T_a$  son los puntos de tangencia de la inscrita y la exinscrita del ángulo  $A$ , cuya distancia es  $(b-c)$ . De estos cuatro puntos se conocen tres  $H$ ,  $T_i$  y  $T_a$ , por lo tanto se puede obtener el punto  $V$ .

### Resolución del ejercicio

$M_a=65\text{ mm}$   
 $H_a=51\text{ mm}$   
 $b-c=30\text{ mm}$



Como en la resolución anterior se fija el triángulo  $AHM$ , y los puntos  $T_i$  y  $T_a$ . Se halla el punto  $V$  que es el conjugado armónico del punto  $H$  respecto del segmento  $T_i T_a$ .

Al obtener la bisectriz del ángulo  $A$ , se dibuja la circunferencia inscrita, y como en la resolución anterior, se trazan las tangentes desde el vértice  $A$ , al círculo inscrito.