

# TRIÁNGULOS CABRI

**Problema 805.** (propuesto por Philippe Fondanaiche) Dado un triángulo  $ABC$ , probar que su recta de Euler es paralela a  $BC$  si y sólo si  $\tan B \tan C = 3$ .

Solución:

Considerando coordenadas baricéntricas con respecto al triángulo  $ABC$ , como:

$$\begin{cases} G = (1 : 1 : 1) & \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \\ H = (S_B S_C : S_A S_C : S_A S_B) & \rightarrow S_B S_C + S_A S_C + S_A S_B = S^2 \end{cases}$$

entonces, el punto del infinito de su recta de Euler es:

$$GH_\infty = (S^2 - 3S_B S_C : S^2 - 3S_A S_C : S^2 - 3S_A S_B)$$

por lo que dicha recta es paralela a  $BC$  si y sólo si:

$$S^2 = 3S_B S_C$$

es decir, si y sólo si:

$$3 = \frac{S}{S_B} \frac{S}{S_C} = \frac{1}{\cot B} \frac{1}{\cot C} = \tan B \tan C$$