

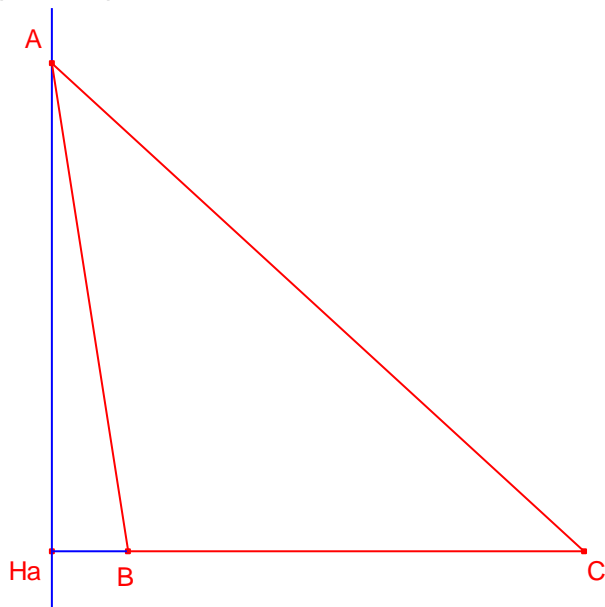
Problema 834

Construïu un triangle donats en posició B, C i  $H_a$  (peu de l'altura de A) i conegut  $b - c$ .

*Proposat per Julián Santamaría tobar.*

Solució Ricard Peiró i Estruch:

Suposem que B és obtús.



Siga  $d = b + c$ ,  $m = \overline{BH_a} \leq \frac{a}{2}$ .

$\overline{CH_a} = a + m$ .

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles  $\triangle AH_aB$ ,  $\triangle AH_aC$ :

$\overline{AH_a}^2 = c^2 - m^2$ ,  $\overline{AH_a}^2 = b^2 - (a + m)^2$ .

Igualant les expressions:

$$b^2 - c^2 = a(2m + a).$$

$$(c + b)(c - b) = a(2m + a):$$

$$\begin{cases} c - b = \frac{a(2m + a)}{d} \\ b + c = d \end{cases} \text{ . Sumant les dues expressions:}$$

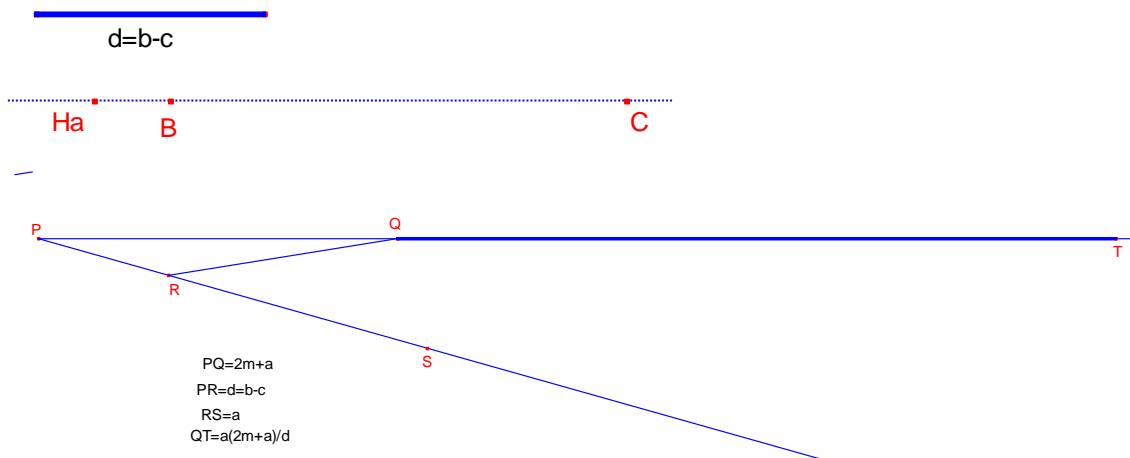
$$2b = \frac{a(2m + a)}{d} + d.$$

$$\text{Siga } x = \frac{a(2m + a)}{d}.$$

$$\frac{x}{a} = \frac{2m + a}{d}.$$

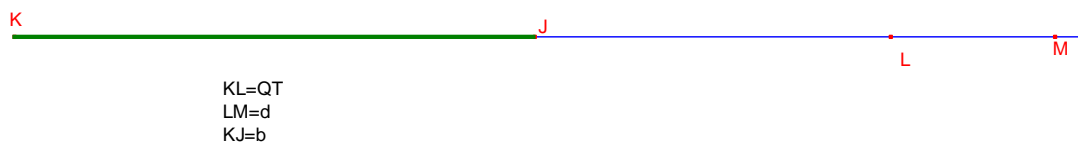
### Passos de la construcció:

a) Construïm  $x$  com quart proporcional:

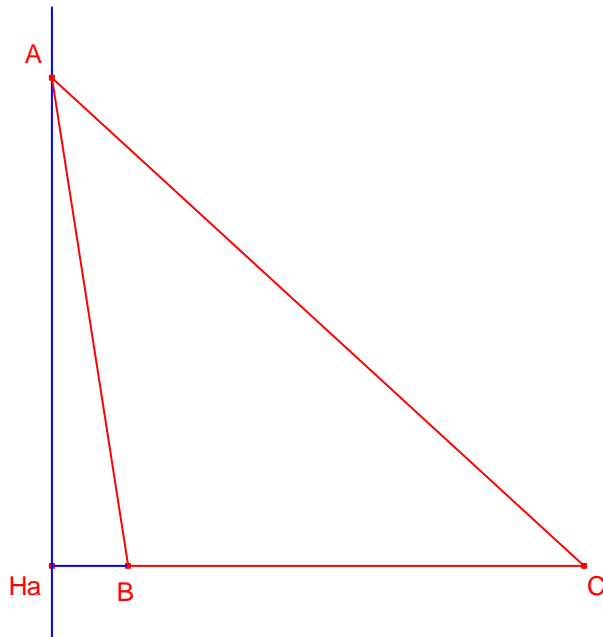


b) Construïm  $\overline{KM} = x + d$

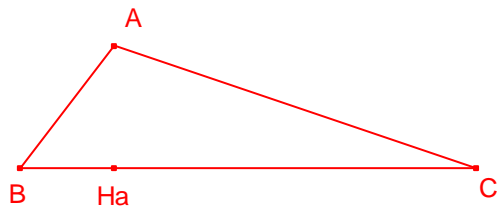
c) Construïm  $b = \frac{\overline{KM}}{2}$



d) Dibuixem el triangle  $\triangle ABC$



Suposem que B és agut  $B \geq C$



Siga  $d = b + c$ ,  $m = \overline{BH_a} \leq \frac{a}{2}$ .

$\overline{CH_a} = a - m$ .

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles  $\triangle AH_aB$ ,  $\triangle AH_aC$ :

$$\overline{AH_a}^2 = c^2 - m^2, \quad \overline{AH_a}^2 = b^2 - (a - m)^2.$$

Igualant les expressions:

$$b^2 - c^2 = a(a - 2m).$$

$$(c + b)(c - b) = a(a - 2m):$$

$$\begin{cases} c - b = \frac{a(a - 2m)}{d} \\ b + c = d \end{cases} \text{ . Sumant les dues expressions:}$$

$$2b = \frac{a(a - 2m)}{d} + d.$$

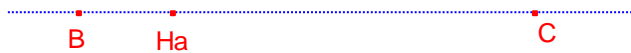
$$\text{Siga } x = \frac{a(a - 2m)}{d}.$$

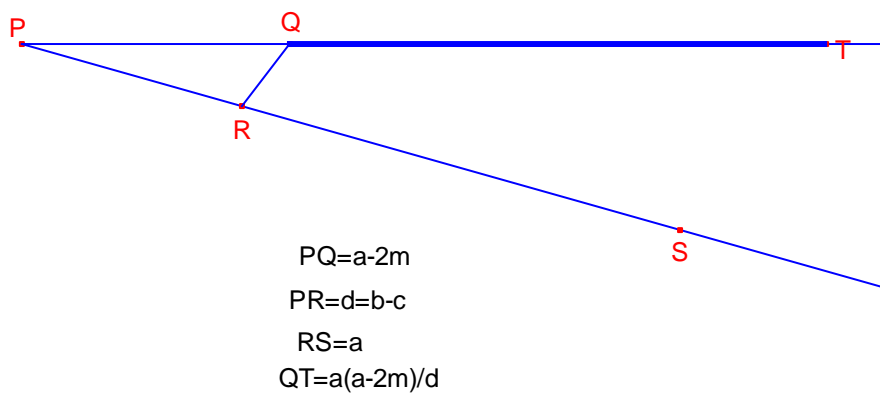
$$\frac{x}{a} = \frac{a - 2m}{d}.$$

**Passos de la construcció:**

a) Construïm  $x$  com quart proporcional:

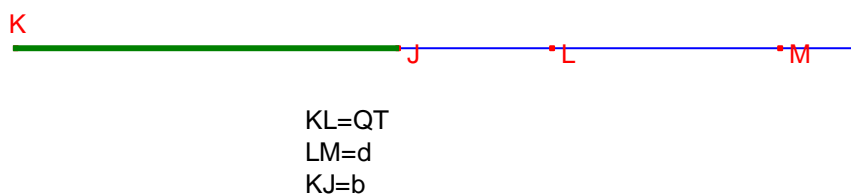
$$\overline{d} = b - c$$





b) Construïm  $\overline{KM} = x + d$

c) Construïm  $b = \frac{\overline{KM}}{2}$



d) Dibuixem el triangle  $\triangle ABC$

