

Problema 837

Resolver el triángulo $\triangle ABC$ conocidos $A = 120^\circ$, $v_a = 2$ bisectriz interior del ángulo A y $b + c = 10$.

Solución de Ricard Peiro:

Supongamos que $b \geq c$.

$$v_a = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2}.$$

$$2 = \frac{2b(10-b)}{10} \frac{1}{2}.$$

$$b^2 - 10b + 20 = 0.$$

Resolviendo la ecuación:

$$b = 5 + \sqrt{5}.$$

$$c = 5 - \sqrt{5}.$$

Aplicando el teorema del coseno al triángulo $\triangle ABC$:

$$a^2 = (5 + \sqrt{5})^2 + (5 - \sqrt{5})^2 - 2(5 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})\cos 120^\circ.$$

$$a^2 = 80.$$

$$a = 4\sqrt{5}.$$

