
Pr. Cabri 803

■ Enunciado

Construir el triángulo cuyos datos son : a , h_a , $b + c$.

Propuesto por Julián Santamaría Tobar profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada.

■ Solución por César Beade Franco

Suponemos construido el lado BC. El vértice A ha de estar sobre una paralela a BC a distancia h_a y también sobre una elipse de focos B y C y eje mayor $b+c$.

Veamos una construcción euclídea.

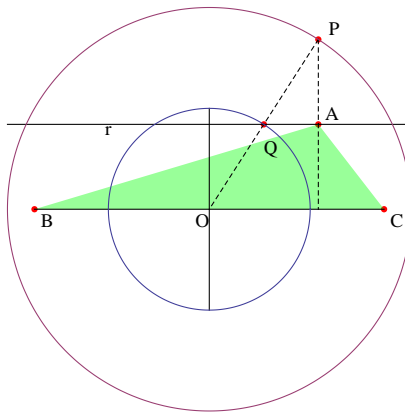
Dibujamos BC y una paralela r a la misma a distancia h_a .

Con centro en O, punto medio de BC, trazamos dos circunferencias, α de radio $p = \frac{b+c}{2}$

y β de radio $q = \sqrt{p^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$.

La circunferencia β corta a r en Q y la α en P a la recta OQ.

La perpendicular a BC desde P y r se cortan en A, punto que pertenece a la elipse citada(*). Este punto es el tercer vértice del triángulo.



(*) En la solución de J. Santamaría del problema 801 se da una demostración de este hecho. He aquí otra explicación.

Tomamos O como origen y BC como eje OX. Para un determinado ángulo t , el punto P ($p\cos t$, $p\sin t$) pertenece a la circunferencia α y Q ($q\cos t$, $q\sin t$) pertenece a β , estando alineados O, P y Q. Entonces r y la perpendicular a OX desde P se cortan en A ($p\cos t$, $q\sin t$) que pertenece a la elipse de focos B,C y semiejes p y q .