

Problema 816

Construir el triángulo cuyos datos son $h_a, v_a, b+c$. (v_a es la bisectriz interna del ángulo A)

Santamaría, J. (2017):Comunicación personal.

Solución de Luis Lopes

Sobre una recta colocamos el punto H_a y construimos el triángulo rectángulo AH_aV_a

De hipotenusa v_a y cateto h_a .

Construimos el triángulo rectángulo AV_aE_a de hipotenusa E_aV_a y altura AH_a con E_a en la recta a .

Los puntos $\langle E_a, A \rangle$ y $\langle I_c, I_b \rangle$ forman una división armónica.

Luego $\langle E_a, H_a \rangle$ y $\langle X_c, X_b \rangle$ también forman una cuaterna armónica,

con X_c y X_b proyecciones ortogonales de I_c e I_b en la recta a .

Y se tiene que $X_cX_b=b+c$.

Sea M el punto medio del segmento E_aH_a

Construimos el triángulo rectángulo MH_aP de hipotenusa MP y catetos MH_a

y $H_aP=(b+c)/2$.

Trazamos el círculo de centro M y radio MP y obtenemos el punto M_a , medio de BC

($MM_a=MP$). Trazamos por M_a una perpendicular (recta m) a la recta a y obtenemos los puntos V y E en las intersecciones de m con las bisectrices interna y externa (rectas (A, V_a) y (A, E_a)).

Sea O el punto medio del segmento VE . Trazar el círculo circunscrito (centro O y radio OA), Ω .

Los puntos B y C son las intersecciones de la recta a y del círculo Ω .