

Propuesto por Julián Santamaría Tobar

Problema 837

Construir el triángulo cuyos datos son el valor del ángulo  $A$ , la longitud de la bisectriz interior  $v_a$ ,  $(b+c)$

Santamaría, J. (2017):Comunicación personal.

Solución de Luis Lopes

Sea  $D$  el punto de encuentro de la bisectriz  $d_a$  con el círculo circunscrito  $\Gamma$ . Es  $v_a = d_a$ .

Sean  $R$  y  $S$  las proyecciones ortogonales de  $D$  en los lados  $c$  y  $b$  respectivamente. Entonces  $AR = AS = (b+c)/2$ .

Además  $D$  pertenece a  $d_a$  y si la recta  $n = (R, S)$ , entonces  $n$  es la recta de Simson de  $D$ .

Consideremos ahora  $D'$  simétrico de  $D$  en relación a  $n$  y sea  $s$  una recta paralela a  $n$  pasando por  $D'$ .

Por el lema 1 analizado en

**15. Paris Pamfilos, [The triangle construction {  \$\alpha\$ ,  \$b-c\$ ,  \$t\_A\$  }](http://forumgeom.fau.edu/FG2016volume16/FG201615.pdf) 115--117.**

<http://forumgeom.fau.edu/FG2016volume16/FG201615.pdf>

Sea  $P$  la parábola con foco  $D$  y directriz la recta  $s$ . Entonces  $P$  es tangente a los tres lados del triángulo. De esta manera el lado  $a$  puede ser construido pues su recta de soporte pasa por el punto  $D_a$  siendo  $AD_a = d_a$  y  $D_a$  pertenece a  $d_a$

Construcción:

- 1) Construir el ángulo  $A$  y obtener las rectas  $b$  y  $c$ . Construir la recta  $d_a$  ;
- 2) Construir el punto  $D_a$ ;

- 3) Construir los puntos R y S y trazar la recta n. Construir los puntos D y D' y la recta s.
- 4) Construir por el punto  $D_a$  una tangente a la parábola P(construcción clásica)
- 5) Obtener los vértices B y C en las intersecciones de a con b y c.

Nótese que el punto medio de BC pertenece a n.