

Problema 821

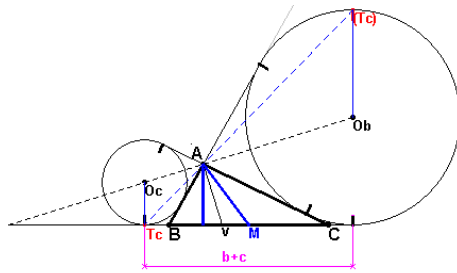
Construir el triángulo cuyos datos son h_a , m_a , $b+c$.

Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Resuelto por JULIÁN SANTAMARÍA TOBAR profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada

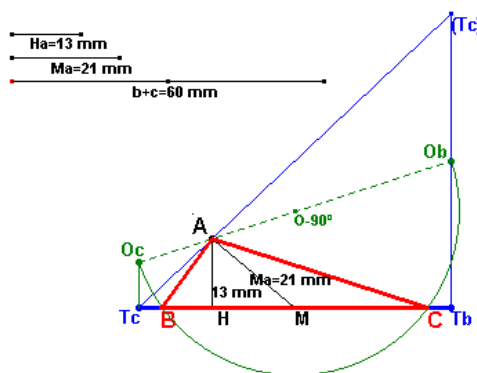
El problema se va a resolver por dos métodos, por homotecia y por una cuaterna.

Primer método, resolución por homotecia



La distancia formada por los puntos de tangencia de los círculos exinscritos de centros O_c y O_b con el lado a , mide el segmento $(b+c)$, y es conocida su posición puesto que su centro es el pie M de la mediana. El centro de homotecia negativo de estas dos circunferencias es el vértice A , y como el punto de tangencia T_c es conocido, se puede hallar su homotético (T_c) en la otra exinscrita, con lo cual, se puede obtener su centro O_b .

Resolución del ejercicio

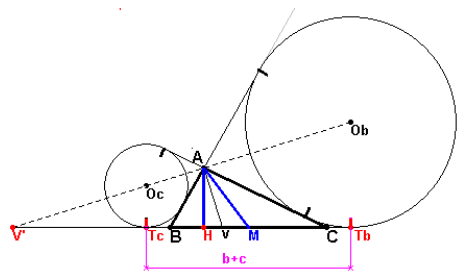


Se fija el triángulo rectángulo AHM y el segmento $T_c T_b$ que mide $(b+c)$, y su punto medio es M . Se obtiene el punto (T_c) que es homotético del punto T_c , ya que está alineado con el centro de homotecia negativo A , y además, el segmento $T_b(T_c)$ es el diámetro perpendicular al lado a , con lo cual, su punto medio es el centro O_b , y aplicando la misma homotecia, al punto O_b , se obtiene el centro O_c .

Por último los vértices C y B se hallan mediante un arco capaz de 90° del segmento formado por

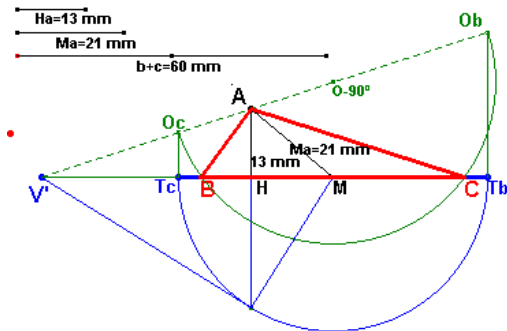
los centros hallados de las circunferencias exinscritas, porque las dos bisectrices que parten de cada uno de estos vértices, son perpendiculares, y pasan por estos centros.

Segundo método, resolución por una cuaterna armónica



En un triángulo, el vértice A y el pie V' de su bisectriz exterior están separados armónicamente de los centros O_c-O_b de las circunferencias exinscritas de los ángulos B y C . Al proyectar esta cuaterna armónica $V'-A-O_c-O_b$ en el lado a , resulta la cuaterna $V'-H-T_c-T_b$. De estos cuatro puntos se conocen tres T_c , T_b y H , por lo tanto se puede obtener el punto V' .

Resolución del ejercicio



Como en la resolución anterior se fija el triángulo AHM , y los puntos T_c y T_b . Se halla el punto V' que es el conjugado armónico del punto H respecto del segmento $T_c T_b$.

Al obtener la bisectriz exterior del ángulo A , se fijan los centros O_c y O_b de las circunferencias exinscritas.

Por último, como en la resolución del primer método, los vértices B y C se hallan mediante un arco capaz de 90° .