

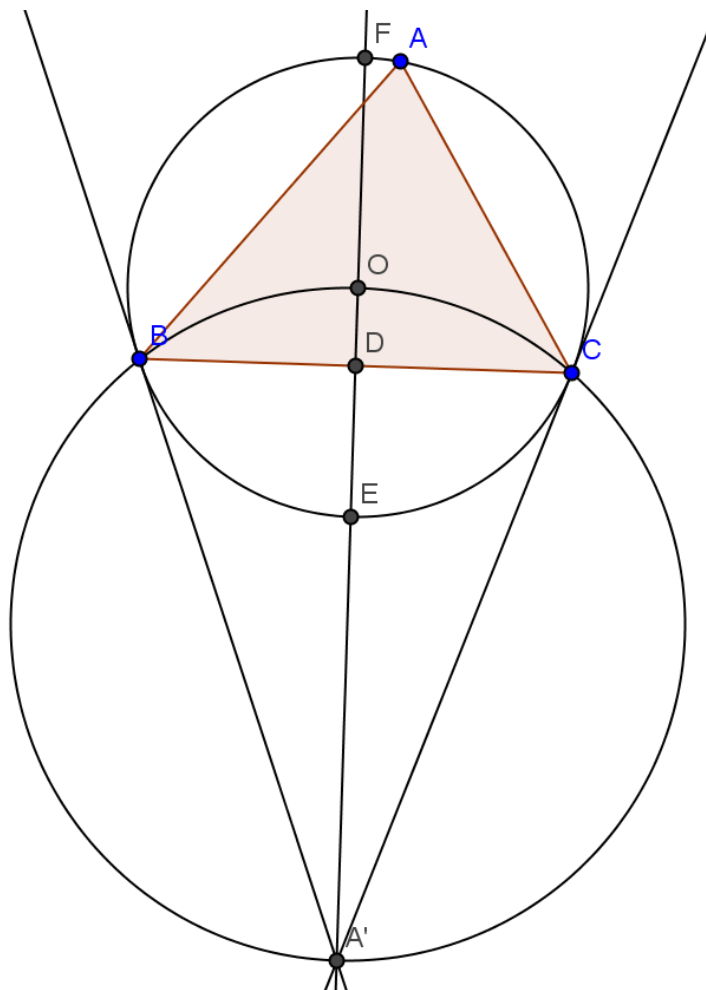
Problema 783.-

28. Si D es el punto medio del lado BC de un triángulo ABC y las tangentes a B, C de la circunferencia circunscrita se cortan en A', los ángulos BAA' y CAD son iguales.

Wolstenholme, J. (1867): A Book of Mathematical Problems on Subjects Included in the Cambridge Course (p. 5)

N. del D. Según varios historiadores, la primera vez que se utilizó isogonal fue por J. Casey en "[Theory of isogonal and isotomic points and of antiparallel and symmedian lines](#)", en "A sequel to the first six books of the elements of euclid", 1888

Solución del director,



Sean E y F los puntos de corte de la circunferencia circunscrita y la mediatriz a BC.

AE y AF son la bisectriz interior y exterior de BAC.

Sea O el circuncentro que está alineado con E y F.

A' E D F están alineados, por lo que tanto para E como para F, las bisectrices de los ángulos llanos DEA' como de DFA', por lo que los vértices E y F pertenecen a la circunferencia de Apolonio de A' D.

Por la simetría de la figura, tenemos $\angle DBE = \angle EBA' = \angle DCE = \angle ECB' = \frac{\alpha}{2}$

Es decir, que B y C también pertenecen a dicha circunferencia de Apolonio de A' D.

Por tanto se concluye que la circunferencia de Apolonio de A'D es la circunscrita a ABC.

Así, $\angle DAE = \angle EAA'$. Dado que AE es la bisectriz interior se obtiene lo pedido,

$$\angle BAA' = \angle CAD.$$

Ricardo Barroso Campos.

Jubilado.

Sevilla.