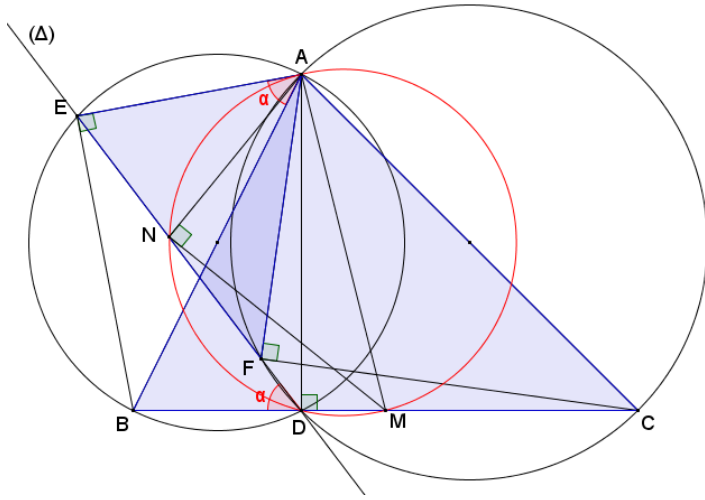


Problema n° 811

Sea un triángulo ABC. D es el pie de la altura de A sobre BC. Cualquier recta (Δ) que pase por D corta el círculo circunscrito ABD en el segundo punto E y el círculo circunscrito ACD en el segundo punto F. Determinar el lugar del punto medio de EF cuando (Δ) pivota alrededor de D.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



On désigne par M et N les milieux des côtés BC et EF.

Soit α l'angle que fait la droite (Δ) avec le côté BC.

Comme ABDE et ACDF sont par construction deux quadrilatères inscrits, on a les relations d'angles $\angle AED = \angle ABD = \angle ABC$

et

$$\angle AFE = 180^\circ - \angle AFD = \angle ACD = \angle ACB.$$

Les deux triangles AEF et ABC sont donc semblables par la similitude de centre A définie par la rotation d'angle α et le rapport $AE/AB = AF/AC$. Il en est de même des triangles rectangles ABE et ACF par la similitude de centre A définie par la rotation d'angle $\angle BAC$ et le rapport $AE/AF = AB/AC$.

Comme AM et AN sont les médianes respectives des triangles ABC et AEF, le triangle AMN est semblable aux triangles ABE et ACF et il est rectangle en N.

Le lieu de N est donc le cercle de diamètre AM parcouru en totalité quand (Δ) pivote autour de D et que l'angle α varie entre 0 et 360° .