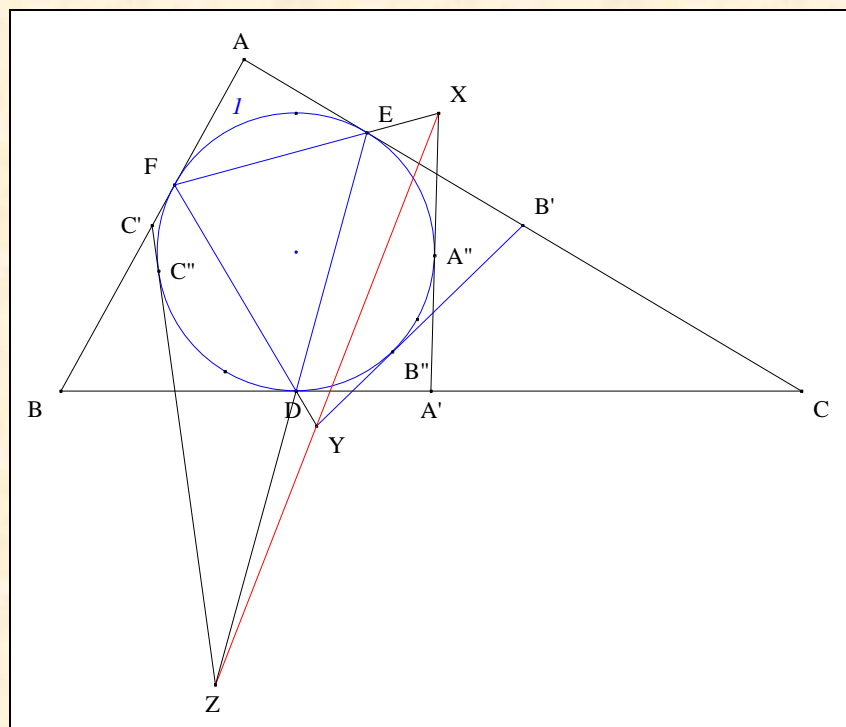


PROBLEMA 799 ¹

Jean-Louis Ayme

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
 I le cercle inscrit à ABC,
 DEF le triangle de contact de ABC,
 A'B'C' le triangle médian de ABC,
 A'', B'', C'' les points de contact des secondes tangentes à I issues resp. de A', B', C'
 et X, Y, Z les points d'intersection (A'A'') et (EF), (B'B'') et (FD), (C'C'') et (DE),

Donné : X, Y et Z sont alignés.

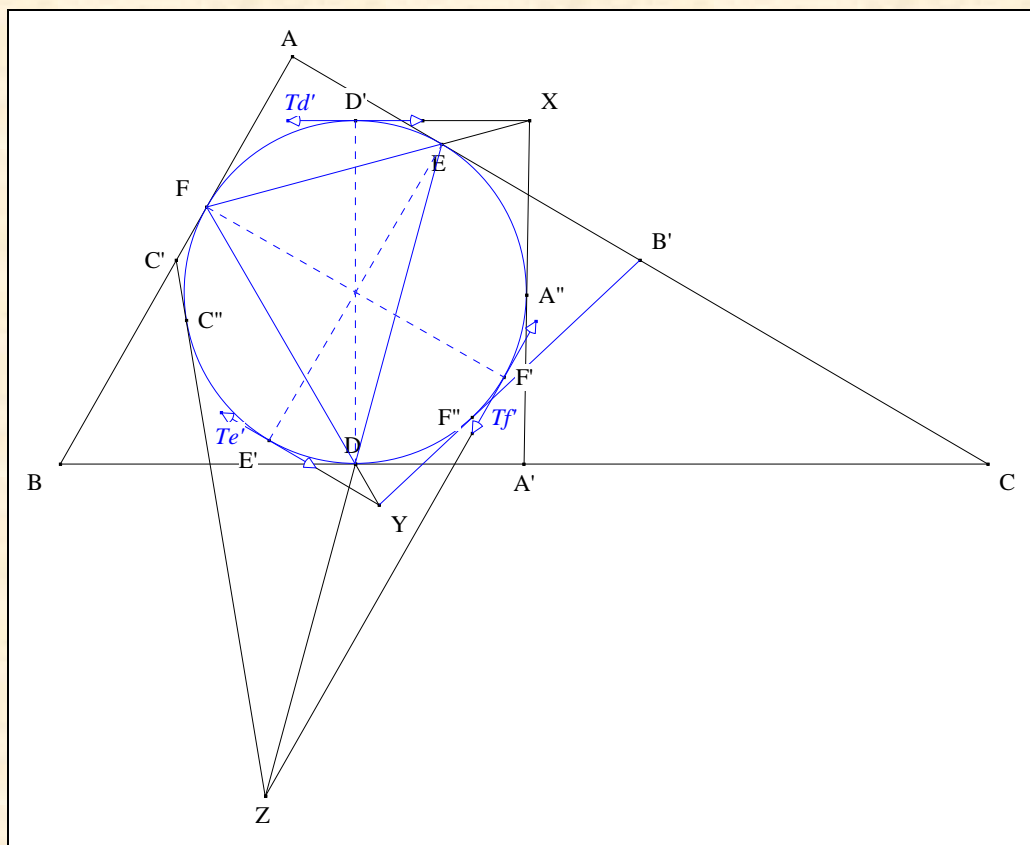
VISUALISATION

PAR

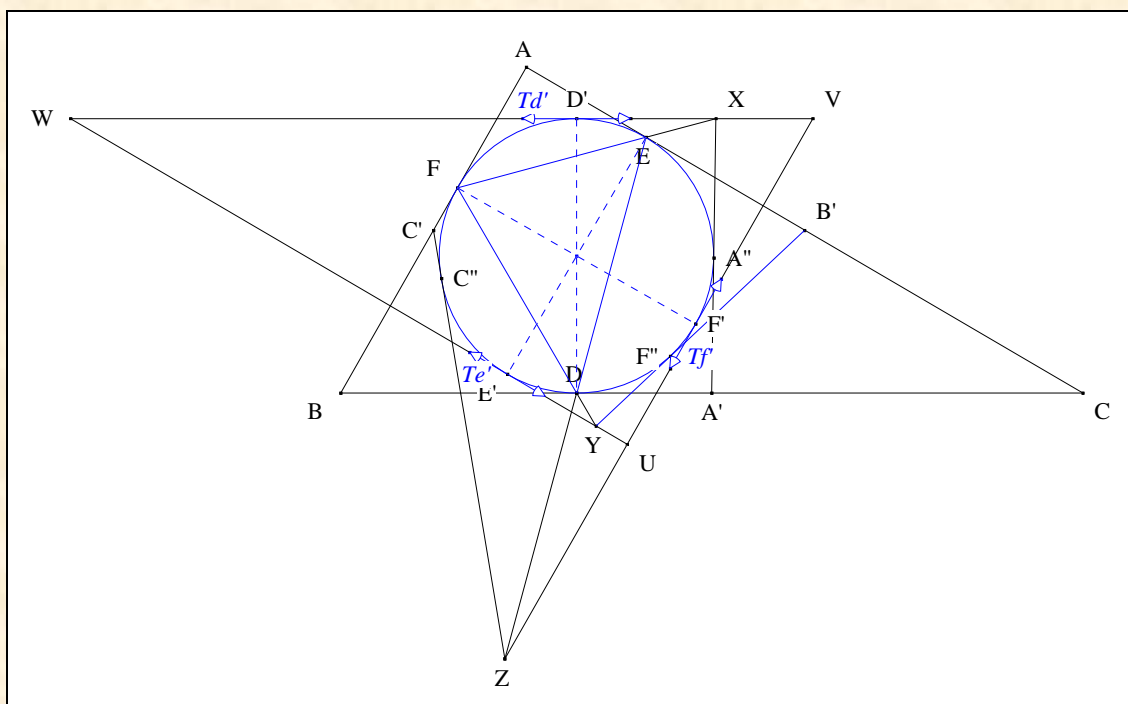
JEAN-LOUIS AYME ²

¹ Ricardo Barroso, Quincena del 16 al 31 de Enero de 2017; Problema 799 ;
<http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/>

² St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/11/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr
 Geometry Geometrie Geometria ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>



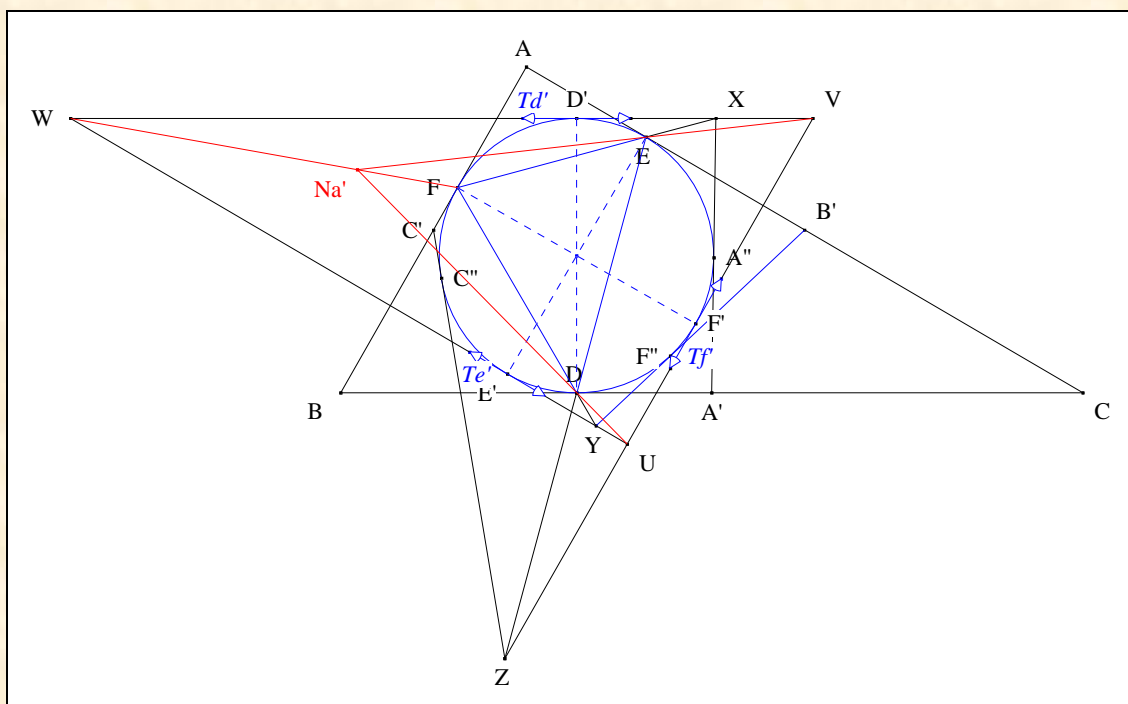
- Notons D', E', F' les antipôles de D, E, F relativement à I
et Td', Te', Tf' les tangentes à I resp. en D', E', F' .
- D'après Amédée Mannheim ³ (Cf. Annexe 1), Td', Te', Tf' passent resp. par X, Y, Z .



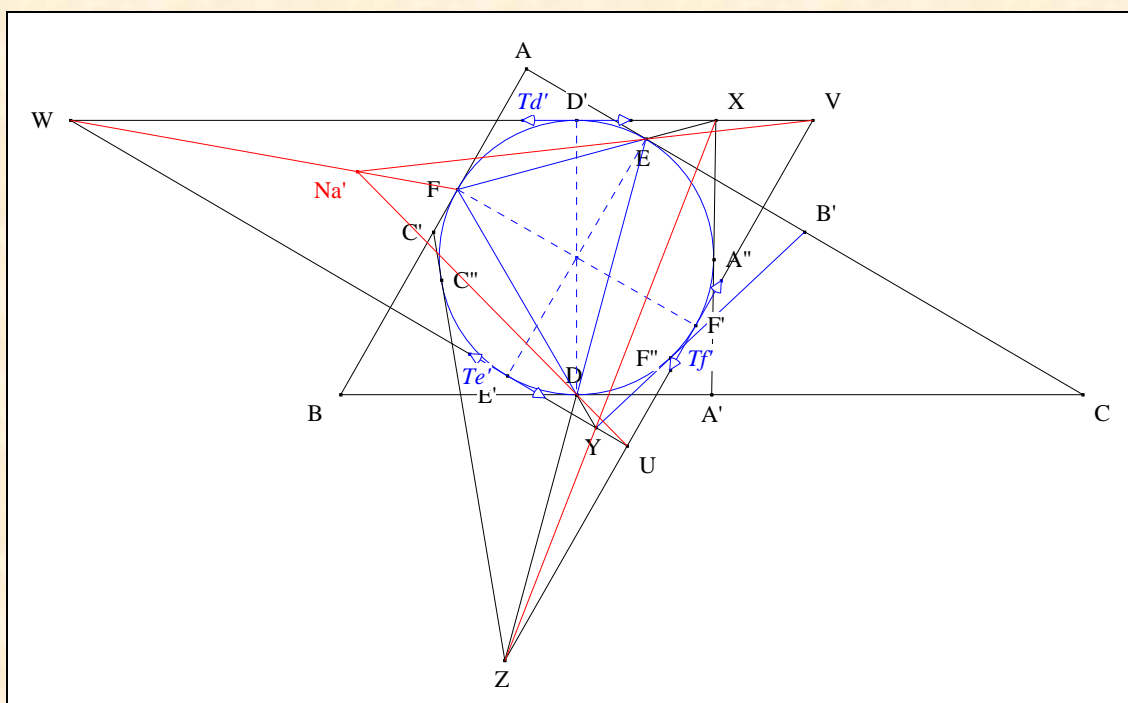
- Notons U, V, W les points d'intersection resp. de Te' et Tf' , Tf' et Td' , Td' et Te' .

³ Mannheim A., *Journal de Mathématiques Élémentaires* p. 575

- **Scolie :** UVW est homothétique à ABC.



- Notons Na' le point de Nagel du triangle UVW.
- D'après Ross Honsberger ⁴ (Cf. Annexe 2), (DU), (EV) et (FW) concourent en Na' .



- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" ⁵, (XYZ) est l'arguésienne des triangles perspectifs DEF et UVW de centre Na' .

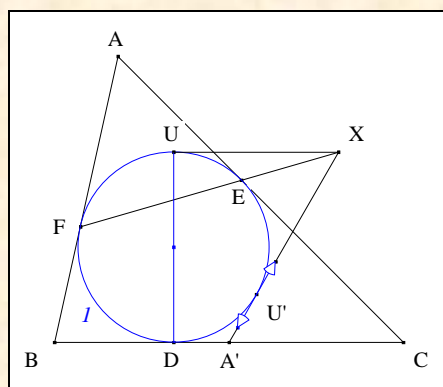
⁴ Honsberger R., *Episodes in Nineteenth and Twentieth Century Euclidean Geometry*, MAA, New Mathematical Library (1995) 31 incircle and excircle, AoPS du 31/10/2012 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=46&t=504812>

⁵ Bosse A., *Perspective et de la Coupe des pierres* (1648)

- **Conclusion :** X, Y et Z sont alignés.

ANNEXE

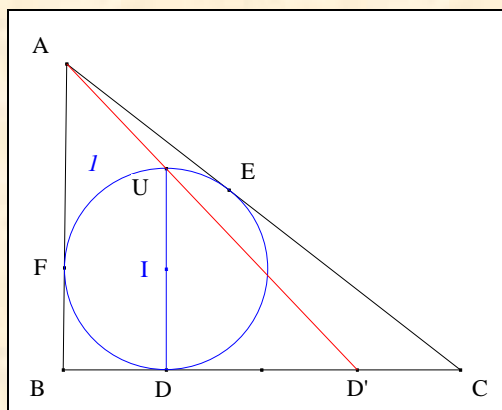
1. Un résultat d'Amédée Mannheim



Traits : ABC un triangle,
 I le cercle inscrit de ABC,
 DEF le triangle de contact de ABC,
 U l'antipôle de D relativement à I
 A' le milieu de [BC],
 U' le point de contact de la seconde tangente à I issue de A'
 et X le point d'intersection de (EF) et (A'U).

Donné : (UX) est la tangente à I en U.

2. Un résultat de Ross Honsberger



Traits : ABC un triangle,
 I le cercle inscrit de ABC,
 I le centre de I ,
 DEF le triangle de contact de ABC,
 D' l'isotome de D relativement à [BC]
 et U l'antipôle de D relativement à I .

Donné : U est sur (AD').