Problema n° 827

Propuesto por Julián Santamaría Tobar

Construir el triángulo cuyos datos son w_a,a, b-c, siendo w_a la bisectriz interna Santamaría, J. (2017):Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

On désigne par K le point d'intersection de la bissectrice de l'angle en A avec le côté BC.

Par hypothèse on suppose que les longueurs BC = a, $AK = w_a$ et AC - AB = b - c = D sont connues.

D'après l'article Length of Angle Bisector, la bissectrice AK s'exprime en fonction des côtés a,b et c du

triangle ABC selon la formule:
$$w_a = \frac{bc\sqrt{(b+c)^2 - a^2}}{b+c}$$

Or
$$(b + c)^2 = (b - c)^2 + 4bc$$
.

En posant P = -bc, on obtient l'équation du second degré en P, $4P^2 + (4w_a^2 + a^2 - D^2) - w_a^2D^2 = 0$.

La valeur absolue de P est alors constructible à la règle et au compas.

Dès lors b et – c sont les solutions de l'équation du second degré x^2 – Dx + P = 0.

Il en résulte que les deux segments AB et AC et donc le triangle ABC sont constructibles à la règle et au compas.