

Problema 801

Construir el triángulo conocidos el lado a , la mediana m_a y la suma $b + c$.

Solución de Ricard Peiró i Estruch:

Sea $b + c = d$.

Elevando al cuadrado, $d^2 = b^2 + c^2 + 2bc$.

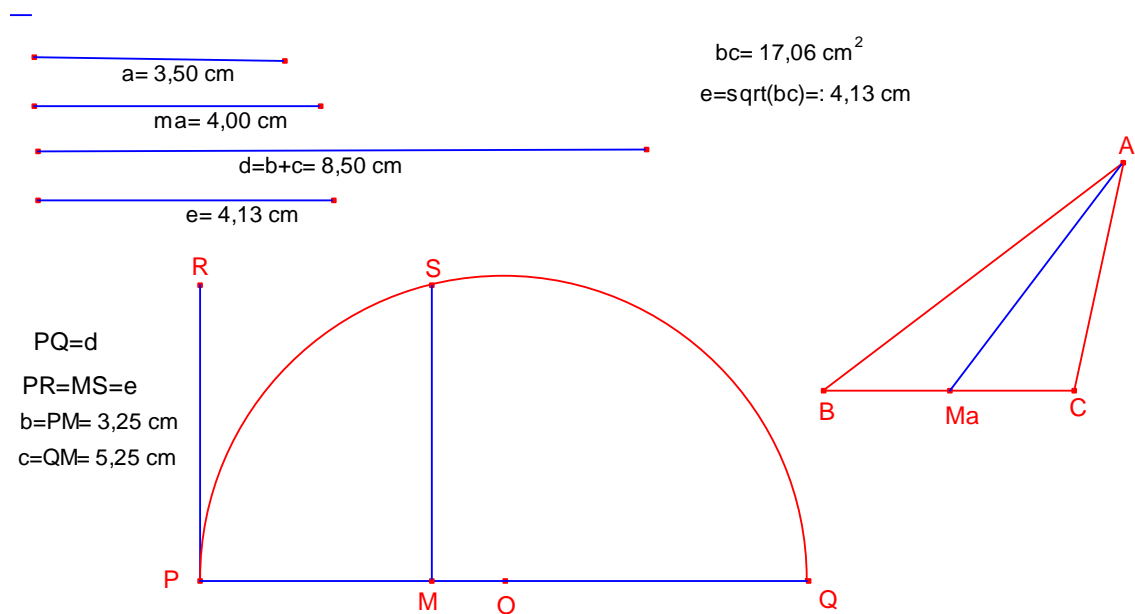
La mediana m_a cumple:

$$4m_a^2 = 2b^2 + 2c^2 - a^2.$$

$$\text{Entonces, } bc = \frac{2d^2 - 4m_a^2 - a^2}{4}.$$

Sea $e = \sqrt{bc}$. La construcción la haremos construyendo dos segmentos conocidos su

suma $d = b + c$ y la media proporcional de los lados b, c , $e = \sqrt{bc} = \sqrt{\frac{4m_a^2 + a^2 - 2d^2}{4}}$



Ejemplo particular:

Determinar los lados de un triángulo $\triangle ABC$ conocidos $a = 3.5$, $m_a = 4$, $b + c = 8.5$.

Solución:

Resolveremos el sistema:

$$\begin{cases} 4 \cdot 4^2 = 2 \cdot b^2 + 2c^2 - 3.5^2 \\ b + c = 8.5 \end{cases}.$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} b = 3.25 \\ c = 5.25 \end{cases}, \text{ o bien } \begin{cases} b = 5.25 \\ c = 3.25 \end{cases}.$$