

Problemas n° 833 y n°834

Propuesto por Julián Santamaría Tobar

1-Construir un triángulo dado en posición los puntos B , C, y Ha (pie de la altura de A), y conocido b+c.

2-Construir un triángulo dado en posición los puntos B , C, y Ha (pie de la altura de A), y conocido b-c.

Santamaría, J. (2017):Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

1– Sans perte de généralité, on suppose que $b > c$. Les distances $BH = q$ et $CH = p$ sont supposées connues de même que $b + c = s$. On a $p > q$.

Soit $AH = h$ la hauteur issue de A.

On a les égalités $b^2 = h^2 + p^2$ et $c^2 = h^2 + q^2$. D'où $b^2 - c^2 = (b + c)(b - c) = p^2 - q^2$.

Il en résulte $b - c = (p^2 - q^2)/s = r$. D'où $b = (s + r)/2$ et $c = (s - r)/2$.

La longueur r est constructible à la règle et au compas. Il en est de même des côtés $AC = b$ et $AB = c$.

2– Sans perte de généralité, on suppose que $b > c$. Les distances $BH = q$ et $CH = p$ sont supposées connues de même que $b - c = d$. On a $p > q$.

On a les égalités $b^2 = h^2 + p^2$ et $c^2 = h^2 + q^2$. D'où $b^2 - c^2 = (b + c)(b - c) = p^2 - q^2$.

Il en résulte $b + c = (p^2 - q^2)/d = t$. D'où $b = (s + t)/2$ et $c = (t - s)/2$.

La longueur t est constructible à la règle et au compas. Il en est de même des côtés $AC = b$ et $AB = c$.