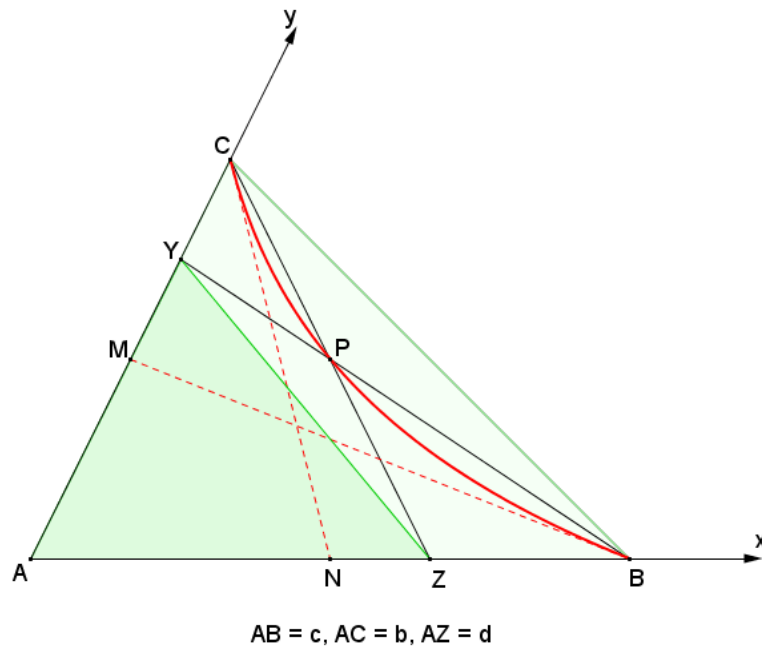


Problema 800

Dado el triángulo ABC y un punto P, llamamos XYZ al triángulo ceviano de P respecto ABC. Hallar el lugar geométrico de los puntos P tales que el triángulo AYZ tiene la mitad de área que ABC.

García . J. F. (2016): Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Réponse: le lieu du point P est un arc d'hyperbole qui s'appuie sur les sommets B et C du triangle et admet pour tangentes en ces points les médianes BM et CN.

Les côtés AB et AC sont pris pour repère (Ax,Ay) dans lequel on va exprimer les coordonnées du point P et les équations des droites BY et CZ.

On pose $AB = c$, $AC = b$ et $AZ = d$.

Comme $\text{aire } AYZ = AZ \cdot AY \cdot \cos(\angle BAC)/2 = AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC)/2$, on en déduit $AY = bc/d$.

Equations de la droite BY: $y = b(c - x)/2d$ et de la droite CZ : $y = b(d - x)/d$

Le point d'intersection P de ces droites est tel que $b(c - x)/2d = b(d - x)/d$.

D'où $2d = x + c$.

Le lieu de P est alors défini par l'équation $y = b(c - x) / (x + c)$ qui est celle d'un arc d'hyperbole admettant les médianes BM et CN comme tangentes aux points B et C.

L'arc d'hyperbole est parcouru par P dans son intégralité quand Y varie entre M et C ou encore quand Z varie entre N et B