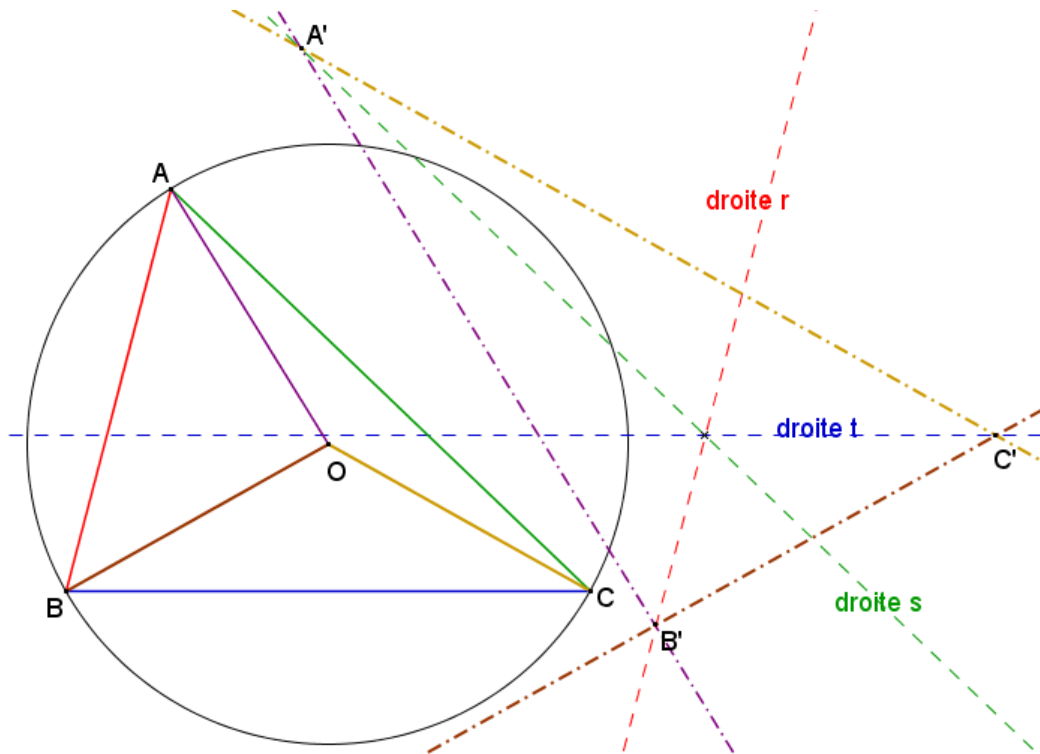


Problema n° 782.

41.- Sea ABC un triángulo y O su circuncentro. Sea A'B'C' otro triángulo de lados A'B', B'C' y C'A' paralelos respectivamente a OA, OB, y OC. Si trazamos por A', B', C', respectivamente s, r y t paralelas a AC, AB y a BC, s, r y t se intersecan en el incentro de A'B'C'.

Wolstenholme, J. (1867): A Book of Mathematical Problems on Subjects Included in the Cambridge Course (p. 6)

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

Les droites A'B' et A'C' étant respectivement parallèles à OA et à OC, on a la relation d'angles $\angle B'A'C' = 180^\circ - \angle AOC$.

Le triangle OAC est isocèle de sommet O. Donc $\angle OAC = (180^\circ - \angle AOC)/2$

La parallèle s au côté AC passant par A' est telle que $\angle (A'B', s) = \angle OAC$.

Il en résulte que $\angle (A'B', s) = \angle B'A'C'/2$. La droite s est la bissectrice de $\angle B'A'C'$.

Il en est de même de r et de t qui sont respectivement bissectrices des angles $\angle A'B'C'$ et de $\angle A'C'B'$.

Les trois droites s, r et t se rencontrent donc au centre du cercle inscrit du triangle A'B'C'.