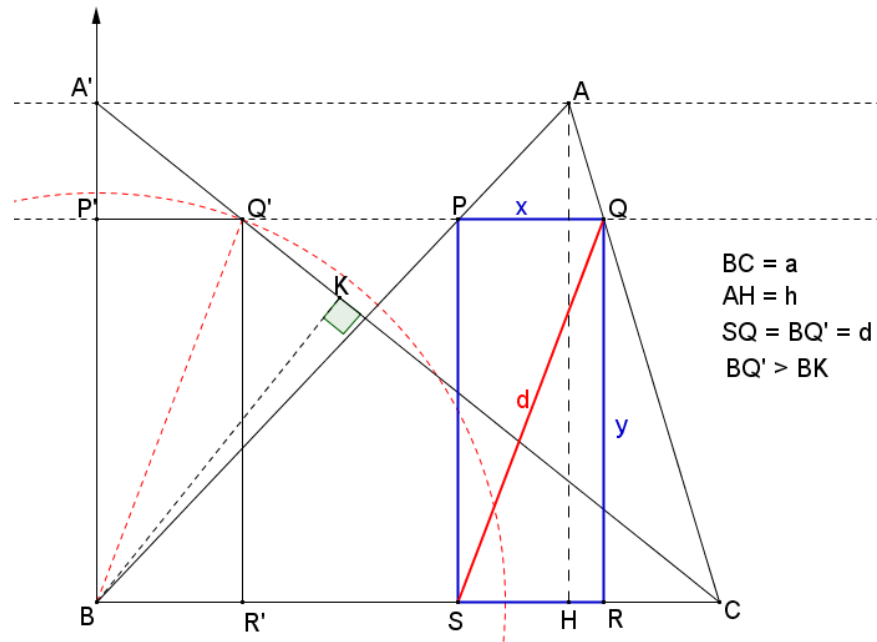


Problema 793

En un triángulo dado, inscribir un rectángulo que tiene por diagonal una longitud dada.

F. G.-M.(1912) Exercices de géométrie comprenant l'exposé des méthodes géométriques et 2000 questions résolues. Cinquième édition. (Paris)

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Soient :

- $BC = a$ et AH (hauteur issue de A) = h .
- d = longueur de la diagonale du rectangle $PQRS$ inscrit dans la triangle ABC .
- x et y les longueurs inconnues des côtés de ce rectangle.

D'après le théorème de Pythagore, on a $x^2 + y^2 = d^2$

D'après le théorème de Thalès appliqué aux triangles APQ et ABC on a $(h - y)/h = x/a$.

Ces deux relations donnent une équation du second degré en x (et en y) dont la résolution donne les valeurs recherchées de x (et de y) en fonction de d, h et de a .

La construction du rectangle $PQRS$ est simple. Soit A' la projection de A sur la droite perpendiculaire à la droite BC au point B . La droite PQ parallèle à la droite BC coupe respectivement $A'B$ et $A'C$ en P' et en Q' .

Comme $P'Q'/BC = A'P/A'B = (h - y)/h$, soit $P'Q' = x$, le rectangle $P'Q'R'B$, inscrit dans le triangle rectangle $A'BC$, est isométrique au rectangle $PQRS$.

Le cercle de centre B et de rayon d coupe $A'C$ en deux points Q' et Q'' qui donnent deux solutions.

La construction n'est possible que si $BQ' > BK$ soit $d > ah/\sqrt{a^2 + h^2}$.