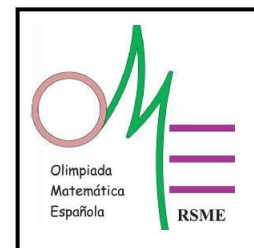




LVIII OLIMPIADA
MATEMÁTICA ESPAÑOLA.
Primera Fase, curso 2021-2022.



Mañana del viernes 21 de enero de 2022

Sesión única

Problema 1.-

Un número n de siete cifras es *bonito* si se puede expresar como la suma de dos números de siete cifras s y t , tales que todas las cifras de s son impares y todas las cifras de t son pares. Determinar cuáles de los siguientes números son *bonitos*: 6204773, 6372538, 7343053, 8993267, 9652393.

Problema 2.-

Sean ABC un triángulo isósceles con $\angle BAC = 100^\circ$. La bisectriz del ángulo $\angle CBA$ corta al lado AC en el punto D . Demostrar que $BD + DA = BC$.

Problema 3.-

Sean $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ números reales diferentes, de manera que ninguno de ellos es igual a 0. Supongamos que: $(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2)(a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2) = (a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_4 + a_4a_5 + a_5a_6)^2$. Demostrar que los números $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ están en Progresión Geométrica.

Problema 4.-

Un grupo de 12 piratas de edades diferentes se reparten 2022 monedas de manera que cada pirata (salvo el más joven) tiene una moneda más que el siguiente más joven. A continuación cada día se procede de la siguiente manera: se escoge a un pirata que tenga al menos 11 monedas, y ese da una moneda a todos los demás. Encontrar el mayor número de monedas que un pirata puede llegar a tener.

*No está permitido el uso de calculadoras,
libros, o dispositivos electrónicos.
Cada problema vale 7 puntos.
Tiempo máximo: 4 horas.*