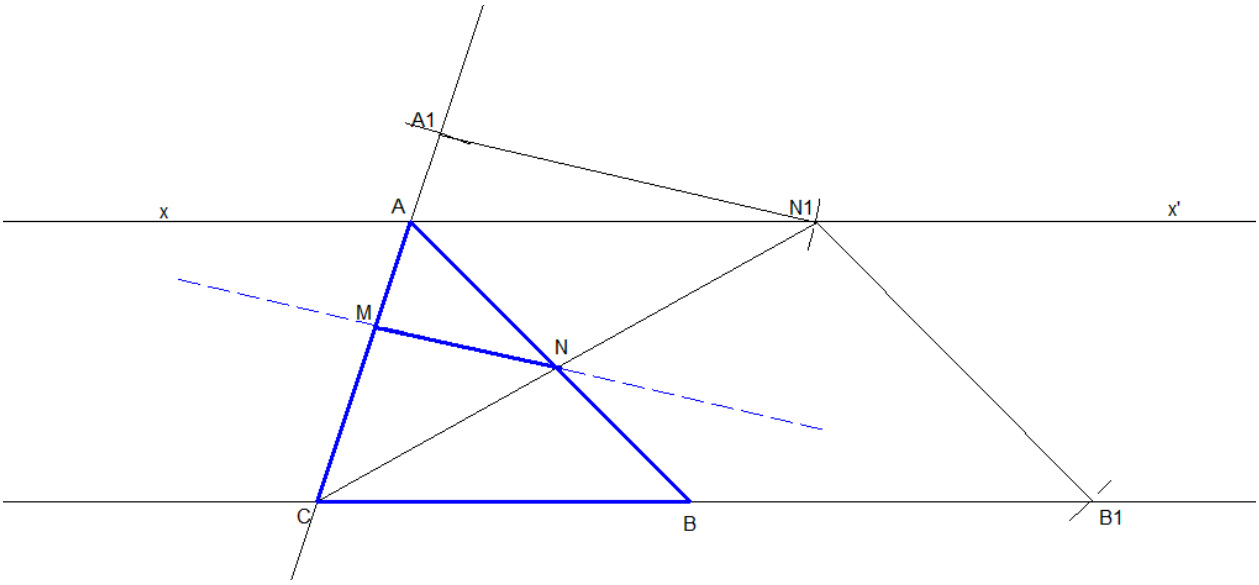
Problema 1060
Construir sobre los lados AB y AC de un triángulo ABC pares de puntos B' y C', respectivamente, tales que BB' = B'C' = C'C.
Montesdeoca, A. (2022): Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

Nota liminaire : on retient les notations N et M pour désigner les points B’ et C’ de l’énoncé.



Soit AB = d. Le cercle de centre C et de rayon d coupe CA en A_1. Le cercle de centre A_1 et de rayon d coupe la parallèle xx’ à BC au point N_1.Le cercle de centre N_1 et de rayon d coupe la ligne BC en B_1.
Comme AB = N_1B_1 = d, ABB_1N_1 est un parallélogramme $\Rightarrow$AB et B_1N_1 sont parallèles.
Soit N l’intersection de C N_1 et de AB.
Les triangles CBN et C B_1N_1 sont semblables $\Rightarrow$ BN/ B_1N_1 = CN/C N_1 = k.
La parallèle menée de N à A_1N_1 coupe AC en un point M. les triangles CMN et C A_1N_1 sont semblables $\Rightarrow$MN/ A_1N_1 = CN/C N_1 =k$\Rightarrow$ MN=BN=k*d.
Par ailleurs CM/C A_1 = CM/d = CN/C N_1 = k $\Rightarrow$CM = k*d.
Les trois segments CM,MN et BN sont donc égaux.

La construction n’est possible que si M est entre A et C, c’est à dire quand l’angle AN_1A_1 est inférieur à l’angle ABC. Or sin(AN_1A_1) / (AB – AC) = sin(ACB) / A_1N_1 = sin(ACB) / AB = sin(ABC) / AC. Il en résulte que sin(AN_1A_1) < sin(ABC) $\Leftrightarrow$ AB – AC < AC ou encore AB < 2AC.