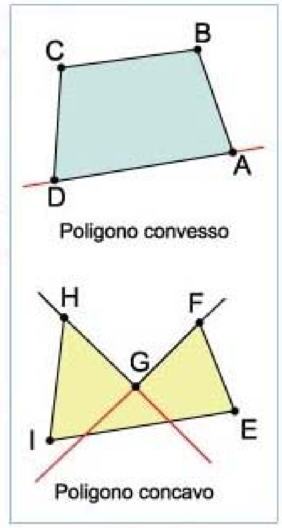
Le caratteristiche dei poligoni

Definizioni

1. Si dice poligono la parte del piano delimitata da una spezzata chiusa.
2. Il perimetro di un poligono è la somma delle misure del suoi lati, si indica cm 2p.
3. Un poligono si dice convesso se non viene attraversato dal prolungamento di qualche suo lato; si dice concavo se viene attraversato dei prolungamento di qualche suo lato. [figura 1]
4. Gli angoli interni sono formati da ogni coppia di lati consecutivi; gli angoli esterni sono formati da un lato con il prolungamento di un lato ad esso consecutivo.
5. La diagonale di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi.



[figura 1]

Proprietà

- In ogni poligono î vertici, gli angoli interni e i lati sono di uguale numero.
- Il triangolo è l'unico poligono che non ha diagonali.

Formule

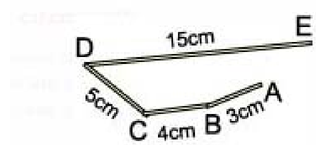
1. Numero delle diagonali di un poligono: d= n*(n -3) :2 dove con n si, indica il numero dei lati del poligono.
2. Numero delle diagonali uscenti da ogni vertice: d= n- 3 dove con n si indica il numero dei lati del poligono.

La relazione tra i lati e gli angoli di un poligono

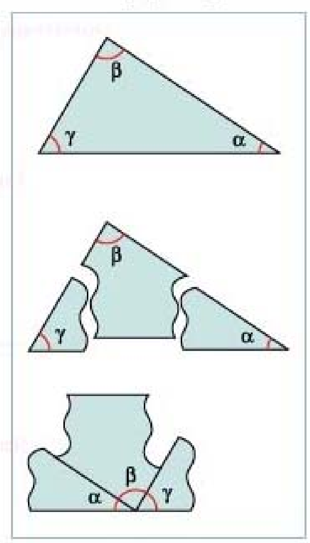
Proprietà

- Affinché un poligono esista è necessario che la misura di ogni lato sia sempre minore della somma di tutti gli altri. [figura 1]

- La somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto, cioè 180° [figura 2]



[figura 1]



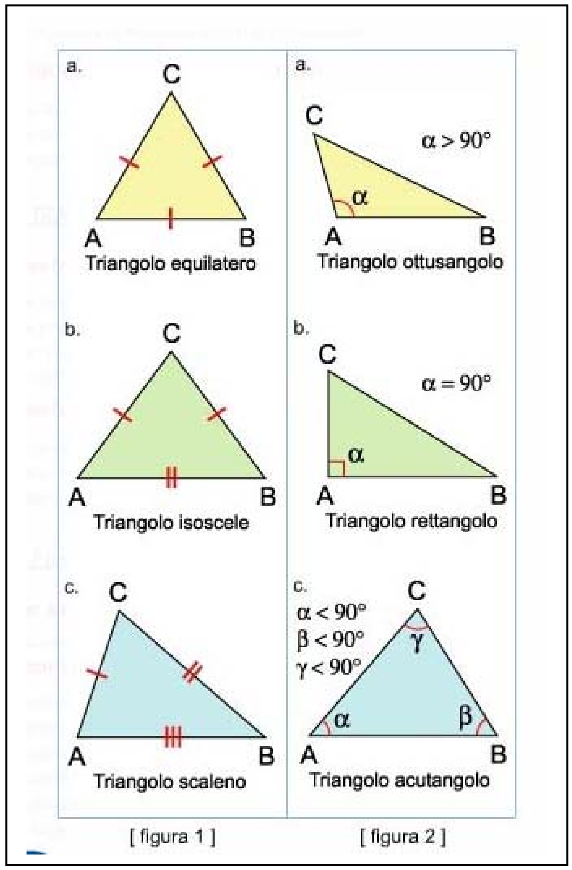
[figura 2]

Formule

Somma degli angoli interni di un poligono: $S_i = 180° * (n - 2)$ dove con n si indica il numero dei lati del poligono.
Somma degli angoli esterni di un poligono: $S_e = 360°$.

Le caratteristiche principali dei triangoli

Definizioni



1. Il triangolo é un poligono di tre lati e tre angolo.

2. La somma della misura dei lati rappresenta il perimetro del triangolo e si indica con 2p.

3. Un triangolo si dice equilatero se ha i tre lati congruenti. [figura 1a]

4. Un triangolo si dice isoscele se ha due lati congruenti. [figura 1b]

5. Un triangolo si dice scaleno se ha i tre lati disuguali. [figura 1c]

6. Un triangolo si dice ottusangolo se ha un angolo ottuso. [figura 2a]

7. Un triangolo al dice rettangolo se ha un angolo retto; i due lati adiacenti all’angolo retto si dicono cateti, il terzo lato opposto all’angolo retto, si dice ipotenusa. [figura 2b]

8. Un triangolo si dice acutangolo se ha tre angoli acuti. [figura 2c]

Proprietà

- Affinché un triangolo esista è necessario che ogni lato sia minore della somma degli altri due, ovvero che ogni lato sia maggiore della differenza degli altri due.

- In ogni triangolo ciascun angolo esterno è congruente alla somma dei due angoli interni non adiacenti ad esso.

- In un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari.

- In un triangolo equilatero ogni angolo interno misura 60°

Linee e punti notevoli del triangolo

Definizioni

1. In ogni triangolo il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto si dice altezza del triangolo relativa a quel lato. [figura 1]

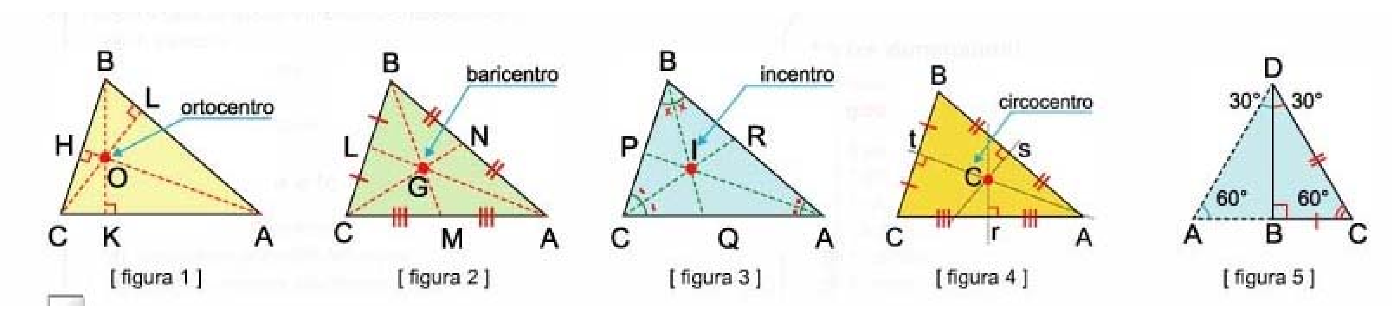
2. In ogni triangolo il segmento che unisce un vertice col punto medio del lato opposto si dice mediana. [figura 2]

3. In ogni triangolo la bisettrice è il segmento che unisce un vertice con il lato opposto dividendo a metà l'angolo da cui esce. [figura 3]

4. In ogni triangolo le rette perpendicolari ai suoi lati passanti per i loro punti medi si dicono assi dei lati del triangolo. [figura 4]

Proprietà

- In ogni triangolo le tre altezze si intersecano in un punto, detto ortocentro. [figura 1]
- In ogni triangolo le tre mediane si intersecano in un punto, detto baricentro. [figura 2]
- In ogni triangolo le tre bisettrici si intersecano in un punto, detto incentro. [figura 3]
- In ogni triangolo i tre assi si intersecano in un punto, detto circocentro. [figura 4]
- In un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti e l'altezza relativa alla base è anche mediana e bisettrice.
- I punti notevoli di un triangolo isoscele appartengono ad un unico segmento.
- I punti notevoli di un triangolo equilatero coincidono in un unico punto, detto centro dei triangolo.
- In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all’ipotenusa ha una lunghezza pari alla metà dell'ipotenusa.
- In un triangolo rettangolo con un angolo acuto di 45° i due cateti sono congruenti.
- Un triangolo rettangolo con un angolo acuto di 30° può essere considerato la metà di un triangolo equilatero, quindi il cateto minore é la metà dell'ipotenusa [figura 5].



I criteri di congruenza dei triangoli

Definizione

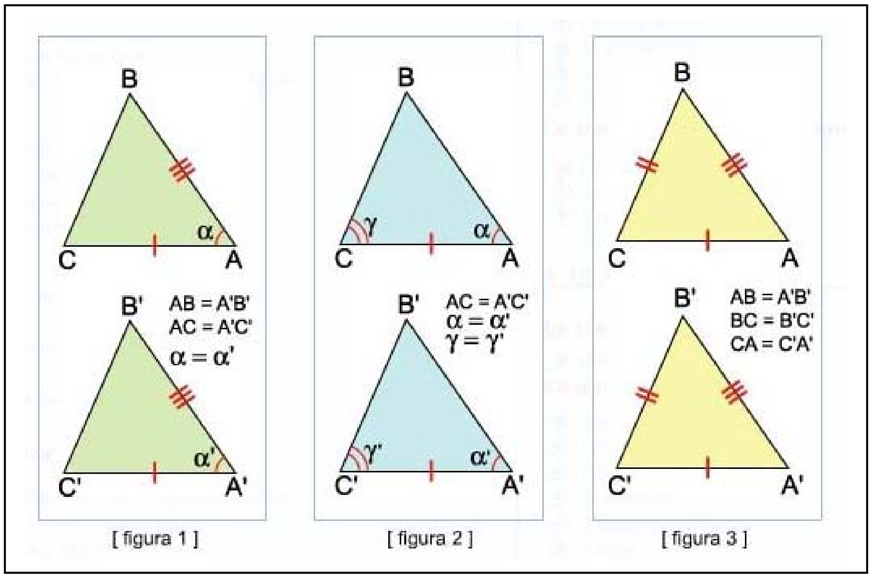
1. Due triangoli si dicano congruenti se, sovrapposti risultano coincidenti.

Proprietà

- Primo criterio di congruenza: due triangoli sono congruenti se hanno due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti. [figura 1]

- Secondo criterio di congruenza: due triangoli sono congruenti se hanno un lato e i due angoli ad esso adiacenti rispettivamente congruenti. [figura 2]

- Terzo criterio di congruenza: due triangoli sono congruenti se hanno i tre lati rispettivamente congruenti. [figura 3]

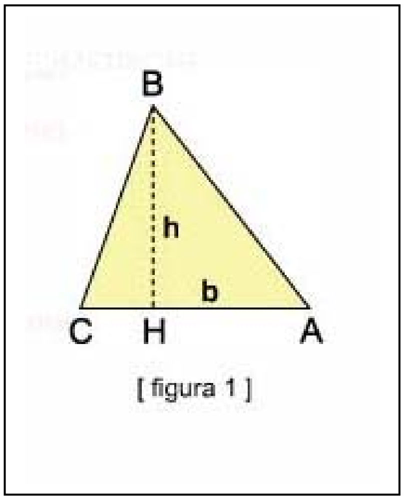


L'area del triangolo

Formule

L'area del triangolo si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza ad essa relativa e dividendo il risultato ottenuto per due. [figura 1]

A = b * h : 2; b = 2 * A : h; h = 2 * A : b



L'area dei triangolo rettangolo:

A = c * C : 2; c = 2 * A : C; C = 2 * A : c

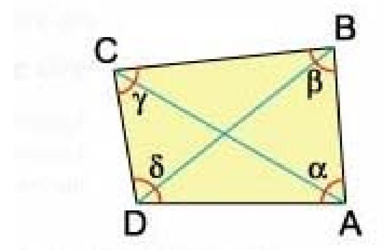
La misura dell'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo:

h = c * C : i.

(c = cateto minare: C = cateto maggiore: i = ipotenusa)

La formula di Erone: A = $\sqrt{p*(p-a)*(p-b)*(p-c)}$ (p =semiperimetro a, b, c misura dei tre lati).

Le caratteristiche principali dei quadrilateri



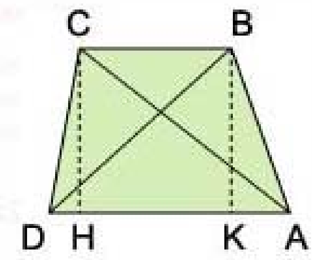
[figura 1]

Proprietà

1. In un quadrilatero la somma degli angoli interni è uguale a due angoli piatti, cioè 360°
2. In un quadrilatero la misura di ogni lato è minore della somma degli altri tre.

Il trapezio

Definizioni



[figura 1]

1. Il trapezio è un quadrilatero che ha due lati opposti paralleli. [figura 1]

2. Un trapezio si dice rettangolo se ha un lato obliquo perpendicolare alle due basi.

3. Un trapezio si dire isoscele se ha i due lati obliqui congruenti.

4. Un trapezio si dice scaleno se ha i lati obliqui disuguali.

Proprietà

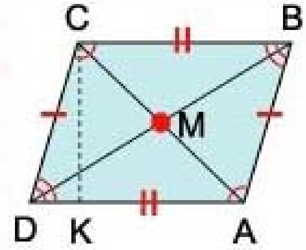
- In ogni trapezio, gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo sono supplementari.
- In un trapezio isoscele gli angoli adiacenti a ciascuna base sono congruenti.
- Le diagonali di un trapezio isoscele sono tra loro congruenti.
- Le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore di un trapezio isoscele sono congruenti.

Formule: A=(b+B)*h:2; h=2*A:(b+B); (b+B)=2*A:h

Il parallelogrammo

Definizioni

1. Il parallelogrammo è un quadrilatero che ha i lati opposti paralleli [figura 1]



[figura 1]

Proprietà

- In un parallelogrammo gli angoli opposti cono congruenti, gli angoli consecutivi sono supplementari.
- In un parallelogrammo le diagonali si dimezzano scambievolmente per metà.
- In un parallelogrammo i lati opposti sono congruenti.

Formule: A= b*h; h=A:b; b=A:h

Il rettangolo

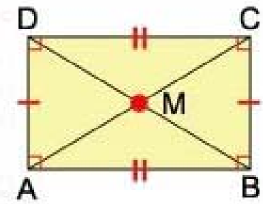
Definizioni

1. Il rettangolo è un parallelogrammo che ha quattro angoli retti [figura1]

Proprietà

- In ogni rettangolo le diagonali sono congruenti.

Formule: A = b * h; h = A : b; b = A : h



[figura 1]

Il rombo e il deltoide

Definizioni

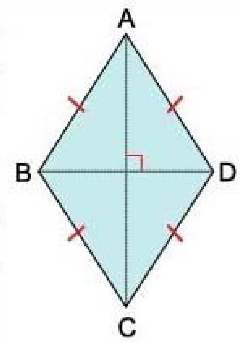
1. Il rombo è un parallelogramma con i quattro lati congruenti [figura 1]
2. Il deltoide è un quadrilatero avente le diagonali perpendicolari [figura2]

Proprietà

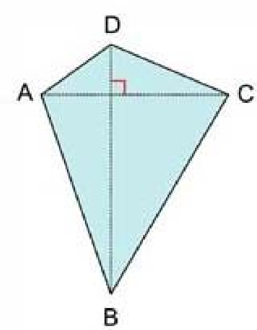
- Le due diagonali dei rombo e del deltoide sono perpendicolari.
- Le diagonali del rombo sono bisettrici dei rispettivi angoli.

Formule

A = d * D : 2; D = 2 * A : d; d = 2 * A : D



[figura 1]



[figura 2]

Il quadrato

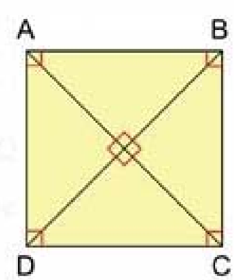
Definizioni

1. Il quadrato è un parallelogramma con i quattro lati congruenti e tutti gli angoli retti [figura 1]

Proprietà

- Le diagonali di un quadrato sono congruenti.
- Le diagonali di un quadrato sano perpendicolari.
- Le diagonali sono bisettrici del rispettivi angoli.

Formule: $A = l^2$; $l = \sqrt{A}$



[figura 1]

Le caratteristiche principali della circonferenza

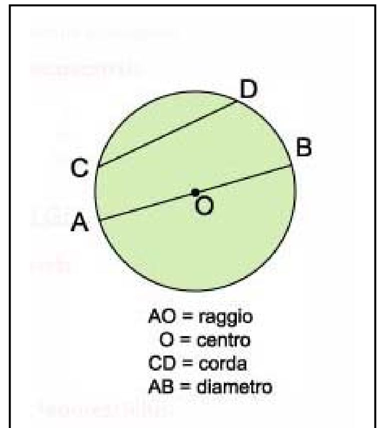
Definizioni

2. La circonferenza è l’insieme di tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro: tale distanza è detta raggio [figura 1]

3. Si dice corda di una circonferenza ogni segmento che abbia gli estremi appartenenti alla circonferenza. [figura 1]

4. Si dice diametro di una circonferenza ogni corda passante per il centro della circonferenza [figura 1]

5. Si chiama arco di circonferenza ognuna delle due parti in cui essa è divisa da due punti posti sulla circonferenza stessa.



[figura 1]

Proprietà

- Tutti i diametri di una circonferenza sono congruenti
- Un diametro di una circonferenza è la sua corda di lunghezza massima.
- In una stessa circonferenza ad archi congruenti corrispondono corde congruenti e viceversa.
- Per tre punti non allineati passa una sola circonferenza.
- Per un punto passano, infinite circonferenze.
- Per due punti distinti possano infinite circonferenze.

Formule

$$C = (2 * \pi * r); \qquad A = r^2 * \pi$$

Circonferenze e rette nel piano

Definizioni

1. Una retta si dice esterna ad una circonferenza se non ha con essa alcun punto in comune.

2. Una retta si dice tangente ad una circonferenza se ha con essa un solo punto in comune; questo è detto punto di tangenza.

3. Una retta si dice secante ad una circonferenza se ha con essa due punti in comune.

4. Due circonferenze si dicono esterne l'una all'altra se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei raggi.

5. Due circonferenze si dicono tangenti esternamente se la distanza dei loro centri è uguale alla somma

dei loro raggi.

6. Due circonferenze si dicono secanti se la distanza dei loro centri è minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza.

7. Due circonferenze si dicono tangenti internamente se la distanza dei loro centri è uguale alla differenza dei loro raggi.

8. Due circonferenze si dicono una interna all'altra se la distanza dei loro centri è minore della differenza dei loro raggi

9. La corona circolare è la parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche con raggi disuguali.

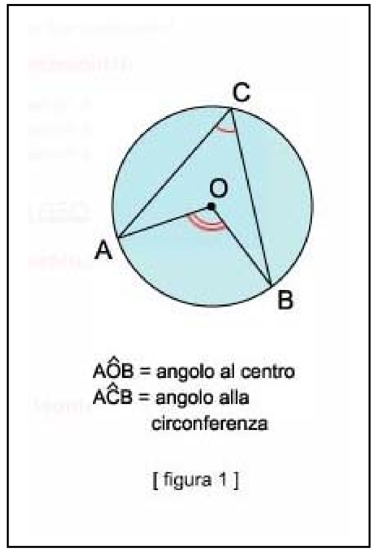
Angoli al centro e alla circonferenza

Definizioni

1. Si chiama angolo ad centro di una circonferenza ogni angolo avente il vertice nel suo centro [figura 1]

2. Si chiama angolo alla circonferenza ogni angolo con il vertice su di essa. [figura 1]

3. Un angolo al centro e uno alla circonferenza che insistono sullo stesso arco si dicono corrispondenti,



[figura 1]

Proprietà

- Angoli al centro congruenti insistono su archi congruenti viceversa ad archi congruenti corrispondono angoli al cento congruenti.

- Ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un angolo al centro.

- Ad ogni arco di circonferenza corrisponde un solo angolo al centro ed infiniti angoli alla circonferenza

- Ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro [figura 1]

- In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è uguale alla metà dell'ipotenusa stessa.

Le caratteristiche principali del cerchio

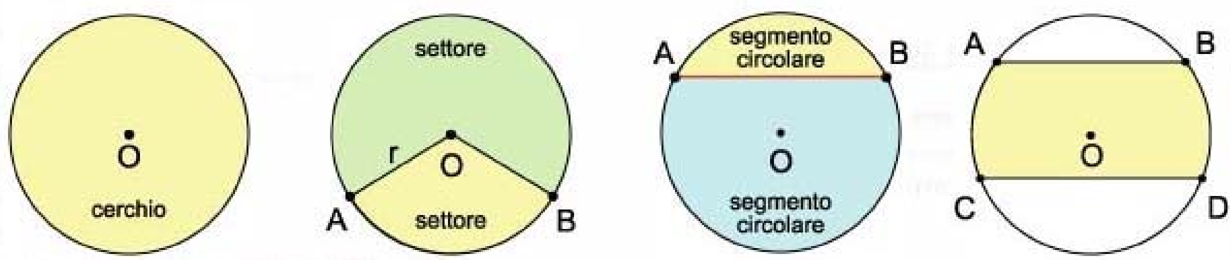
Definizioni

1. Il cerchio è la figura formata da una circonferenza e da tutti i suoi punti interni. [figura 1]

2. Si chiama settore circolare ognuna delle due parti in cui il cerchio è diviso da due suoi raggi [figura 2]

3. Si chiama segmento circolare ad una base ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda [figura 3]

4. Si chiama segmento circolare a due basi la parte di cerchio compresa fra due carde parallele [figura 4]



[figura 1]   [figura 2]   [figura 3]   [figura 4]

Il teorema di Pitagora e le sue applicazioni

Teorema

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma del quadrati costruiti sui cateti. [figura 1]

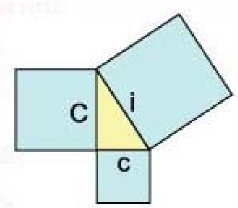
Definizioni

1. Una terna pitagorica è un insieme di numeri interi con i quali è possibile costruire un triangolo rettangolo [figura2]

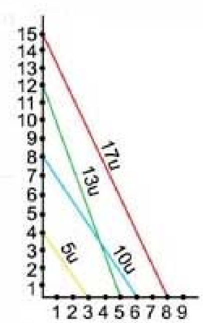
Proprietà

- Un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 45° è la metà di un quadrato.

- Un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e 60° è la metà di un triangolo equilatero.



[figura 1]



Alcune delle terne pitagoriche conosciute dai Babilonesi

[figura 2]

Formule

1. $i^2 = C^2 + c^2$; $i = \sqrt{C^2 + c^2}$; $C = \sqrt{i^2 - c^2}$; $c = \sqrt{i^2 - C^2}$
2. L'altezza di un triangolo equilatero $h = l \cdot \sqrt{3} : 2$
3. Ipotenusa di un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 45°: $i = c \cdot \sqrt{2}$

Le caratteristiche principali dei poligoni inscritti

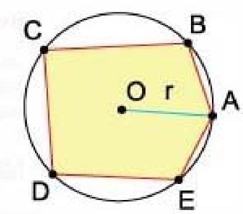
Definizioni

1. Un poligono si dice inscritto in una circonferenza se tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza [figura 1]

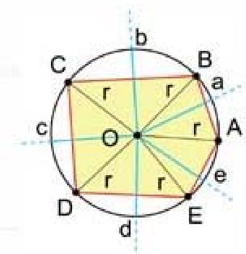
Proprietà

- Un poligono è inscrivibile in una circonferenza se gli assi dei lati si intersecano in uno stesso punto (centro della circonferenza), che si chiama circocentro del poligono [figura 2]

- In un quadrilatero inscritto in una circonferenza gli angoli opposti sono supplementari.



[figura 1]



[figura 2]

Le caratteristiche principali dei poligoni circoscritti

Definizioni

1. Un poligono si dice circoscritto ad una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza [figura 1]

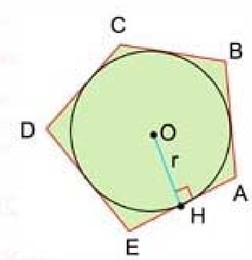
2. Se un poligono è circoscritto ad una circonferenza il raggio di quest'ultima si dice apotema del poligono.

Proprietà

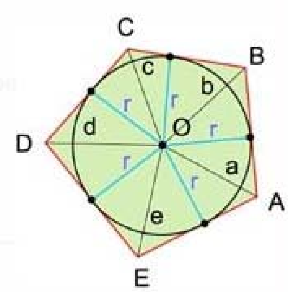
- Un poligono è circoscrittibile ad una circonferenza se le bisettrici di tutti i suoi angoli si intersecano in uno stesso punto (centro della circonferenza) che si chiama incentro del poligono. [figura 2]

- In un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza la somma delle misure di due lati opposti è uguale a quella delle misure degli altri due.

Formule: L'area di un poligono circoscritto: $A = \dfrac{P \cdot r}{2}$



[figura 1]

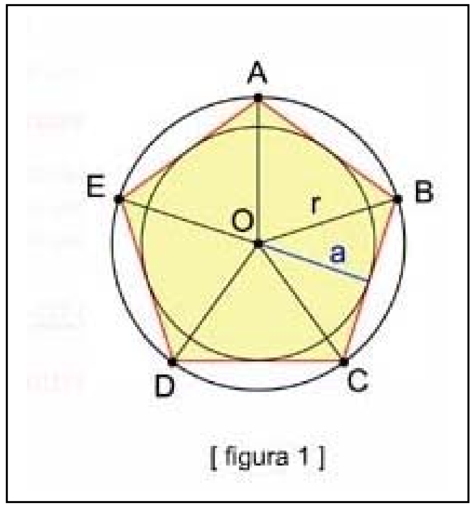


[figura 2]

Le caratteristiche principali dei poligoni

Definizioni

1. Qualunque poligono si dice regolare quando ha tutti gli angoli e i lati congruenti.



Proprietà

- Qualunque poligono regolare è sempre inscrivibile e circoscrivibile. [figura 1]

- In un triangolo equilatero il raggio della circonferenza circoscritta è il doppio del raggio di quella inscritta; l'apotema è un terzo dell'altezza dei triangolo.

Formule

$A = p \cdot a : 2 \quad ; \quad a = l \cdot n \quad ; \quad A = l^2 \cdot f$