

在自旋测量中普遍有效的误差干扰不确定性关系的实验演示

Jacqueline Erhart 1, Stephan Sponar 1, Georg Sulyok 1,

Gerald Badurek¹, Masanao Ozawa², and Yuji Hasegawa¹ ^L

1 Atominstitut, Vienna University of Technology Stadionallee 2, 1020 Vienna, Austria

2 Graduate School of Information Science,

Nagoya University, Chikusa-ku, Nagoya 464-8601, JAPAN

(Dated: January 10, 2012)

黄鹏辉 2012 年 1 月 28 日翻译

不确定性原理一般禁止某对量子力学可观测量取任意精度的值，并且由此形成了量子力学中的不确定性基础[1, 2]。它是由海森伯采用一个著名的伽玛射线显微镜思想实验来说明这种不确定性的[3]。其下限被设置为一个可观察量的测量误差和测量所造成干扰的乘积。后来，不确定关系根据标准偏差进行了重新改写[4, 5]，但只是聚焦在预测的不确定性上，而忽视了不可避免的测量设备的反作用[6]。一个考虑到了测量设备反作用、正确的误差干扰关系公式，对于更深入了解不确定性原理是至关重要的。然而，海森伯的原始误差-干扰不确定性关系的有效性，只在极限情况下才是合理的[7-9]。另一个误差干扰关系，通过严格和一般性的量子测量理论处理推导出的，应该是普遍有效的[10, 11]。这里，我们报告了一个中子光学实验，它记录了一个自旋分量测量的误差，以及另一个自旋分量测量所造成的干扰。结果证实，误差和干扰，完全服从这个新的、更普遍的关系，但在一个广泛的实验参数范围内违反旧的关系。

由于测量的反作用，作为正则共轭变量同步测量的极限，不确定性关系是由海森伯在 1927 年首次提出的[3]：带有误差 $\varepsilon(Q)$ 的电子位置 Q 的测量、或“平均误差”，包括干扰 $\eta(P)$ ，或动量 P 的“不连续变化”，使他们始终满足关系

$$\varepsilon(Q)\eta(P) \sim \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

其中 \hbar 是普朗克常数除以 2π (这里，我们采用 $\hbar/2$ 以便与现代处理方法一致)。在从对易关系 $PQ - QP = i\hbar$ 到上面关系的数学推导过程中，海森伯[3]使用相互关系 $\sigma(Q)\sigma(P) \geq \hbar/2$ 作为位置和动量的标准偏差 $\sigma(Q)$, $\sigma(P)$ ，这一点随后很快就由 Kennard 对任意波函数进行了证明[4]。这种关系是由 Robertson 推广到任意成对的可观测量 A 、 B [5]

$$\sigma(A)\sigma(B) \geq \frac{1}{2} \left| \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle \right| \quad (2)$$

在任何态 $|\psi\rangle$ 都有 $\sigma(A), \sigma(B) < \infty$ 。这里， $[A, B]$ 表示对易子 $[A, B] = AB - BA$ ，标准偏差定义为 $\sigma(A)^2 = \langle \psi | A^2 | \psi \rangle - \langle \psi | A | \psi \rangle^2$ 。标准偏差的 Robertson 关系(2)已被许多不同的实验所证实。在单缝衍射实验中[12]，(2)表示的不确定性关系已经得到证实。狭缝宽度决定了位置的展开，而在屏幕上的衍射图样显示了动量分布：对较窄的狭缝，图样得到更宽广的分布，反之亦然。一个平衡关系出现在了辐射场的压缩相干态中[13, 14]。从理论的提议开始[15]，到第一个压缩态实验的产生[16]，许多实验演示已经被实现了[17, 18]。

Robertson 关系(2)有一个数学基础，但没有立刻影响到测量极限。这个关系是自然地

理解为关于态准备的极限或关于从过去所做预测的极限。另一方面,对于 A 的测量误差 $\varepsilon(A)$ 和由测量所造成的可观测量 B 的干扰 $\eta(B)$ 倒数关系的证明,在海森伯误差-干扰关系的一般形式中

$$\varepsilon(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2} \left| \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle \right| \quad (3)$$

并不是直截了当的,因为海森伯的证明用到了一个只是关于测量后状态的、不受支持的假设。最近,严谨和一般性的量子测量理论处理,揭示了海森伯关系(1)的失败,并推导出了如下一个新的普遍有效的关系[10, 11]

$$\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2} \left| \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle \right| \quad (4)$$

这里,误差 $\varepsilon(A)$ 被定义为输出算符 O_A 的均方根(rms)偏差,其实际测量来自于可观测量 A 的测量,而干扰 $\eta(B)$ 被定义为在测量过程中可观测量 B 变化的均方根[10, 11](详细内容参见“方法 A”)。附加的第二和第三项是 $B(A)$ 和误差(干扰)算符之间不可对易的数学结果(参考资料[11]中的 Eq.235)。特别是,它们意味着一个对于非干扰测量($\eta(B) = 0$)的新的精度极限 $\varepsilon(A) \geq \frac{1}{2} \left| \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle \right| \sigma(B)^{-1}$, 和一个对于无噪声测量($\varepsilon(A) = 0$)的新的干扰极限 $\eta(B) \geq \frac{1}{2} \left| \langle \psi | [A, B] | \psi \rangle \right| \sigma(A)^{-1}$, 代替 $\varepsilon(A) \sim \infty$ 或 $\eta(B) \sim \infty$, 作为从海森伯典型关系(2)的推导结果。

在本文中,这个普遍有效的误差-干扰关系(4)用中子的自旋测量进行了实验测试[20]。我们设置 A 和 B 为中子 $\frac{1}{2}$ 自旋的 x 和 y 分量。(为简单起见,这里省略了每个自旋分量的可观测量 $\hbar/2$)。误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 由一个称为 M1 的测量仪器所定义,以便使仪器 M1 测量带有误差 $\varepsilon(A)$ 的可观测量 $A = \sigma_x$, 和带有干扰 $\eta(B)$ 的可观测量 $B = \sigma_y$ 。为了控制误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$, 仪器 M1 实际上被设计成实现 $O_A = \sigma_\phi = \sigma_x \cos \phi + \sigma_y \sin \phi$ 的投影测量,而不是通过 σ_ϕ 的失谐方位角 ϕ 正好测量 $A = \sigma_x$, 这是一个实验控制参数,以便 $\varepsilon(A)$ 和 $\eta(B)$ 被确定是 ϕ 的函数(详细内容参见“方法 B”)。由于输出算符 O_A 和被测量的可观测量 A 是不可以同时测量的,它们的差别不是可直接检测的量,并且在测量过程中,对于可观测量 B 的变化同样也是如此。基于这个理由,误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 的观念常常被声称是实验无法达到的[21, 22]。为了克服这种断言的实验不可达到性,我们遵循了理论分析(参考资料[11], 387 页)提出的一种方法,这种方法从实验可用的数据来确定误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 。对于同一关系(4)的试验演示, Lund 和 Wiseman 最近发表的文章提出了一个不同的建议,该建议开启了弱测量技术[23]。

误差 $\varepsilon(A)$ 是由来自仪器 M1 的数据确定,而干扰 $\eta(B)$ 是由来自另一个设备 M2 的数据确定, M2 实现在 M1 测量后对 B 状态的投影测量。因此,实验是基于 M1 中的 O_A 和 M2 中的 B 这两个不可对易观测量的相继投射测量,如图 1 所示。

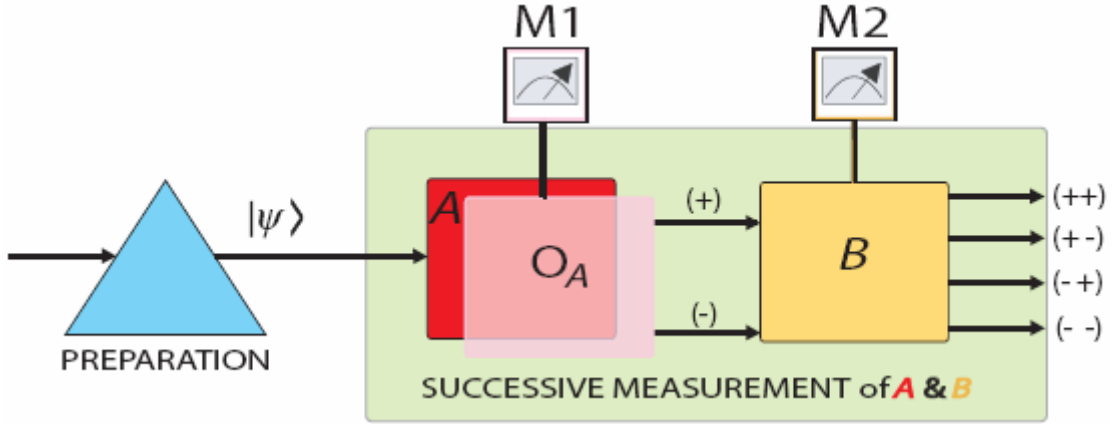


图 1: 在相继测量中对误差-干扰不确定性关系演示的实验概念: 准备一个初始状态 $|\psi\rangle$ 后, 假设备 M1 用来测量可观测量 A (红色区域)。在 A 测量中的测量误差 $\varepsilon(A)$ 通过失谐仪器 M1 被实验控制到测量 O_A , 而不是 A (淡红色)。这个测量后, 状态被投影到 O_A 的一个本征态, 必然要影响到随后由仪器 M2 对 B 进行的测量(黄色区域)。关于 B 测量的干扰 $\eta(B)$ 取决于 M1 的失谐, 即 A 测量的误差。 O_A 和 B 相继的 $\frac{1}{2}$ 自旋测量会导致四种可能的结果, 表示为 $(++)$ 、 $(+-)$ 、 $(-+)$ 和 $(--)$, 由误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 定量决定。

对于这些测量, 中子束首先通过初始状态 $|\psi\rangle$ 的准备阶段。仪器 M1 有两种可能的结果, 即 +1 和 -1, 对应于测量算符 $E^\phi(\pm 1) = \frac{1}{2}(I \pm \sigma_\phi)$ 。由仪器 M1 所造成的关于可观测量 B 的干扰由仪器 M2 检测, 这也产生了 +1 或 -1 两者之一, 对应于测量算符 $E^y(\pm 1) = \frac{1}{2}(I \pm \sigma_y)$ 。因此, 由 M1 和 M2 实现的相继测量最终导致四个表示为 $(++)$ 、 $(+-)$ 、 $(-+)$ 和 $(--)$ 的强度。中子自旋实验的设置如图 2 所示。 σ_ϕ 的方位角 ϕ 在 0 和 $\pi/2$ 之间以对误差和干扰发生进行平衡的方式调节。就象从(11)和(13)看到的, 误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 是通过在不同的状态对 O_A 和 B 相继测量所获得的。对于状态 $|\psi\rangle = | +z \rangle$ 中的测量误差和干扰, 辅助状态 $| -z \rangle$ 、 $| +x \rangle$ 和 $| +y \rangle$ 是同样准备的。(详细内容请参阅“方法 C”)。

实验在维也纳科技大学(TU Vienna)的研究反应堆设备 TRIGA Mark II 上进行。带有 1.96 Å 平均波长的单色中子束在 +y 方向传播。穿过弯曲的 Co-Ti 超反射镜阵列(极化镜)的中子束约 99% 被极化[24]。两个分析超反射镜(分析仪)调整到更高的入射角, 使入射中子束中的二阶谐波被抑制。最终强度大约是在 10(竖直) × 5(水平)平方毫米的束向横截面 90 中子/秒。一个 ^3He 监控探测器被用于标准化, 以调节由反应堆功率引起的统计起伏。一个具有高效率(99% 以上)的 BF_3 探测器被用于实验。为了避免不想要的极化, 一个指向 +z 方向、大约 10 高斯强度的静态引导场散布在矩形的亥姆霍兹线圈中。此外, 引导场包含拉莫进动, 它与四个适当放置的直流自旋转子线圈一起, 允许在 M1 中 O_A 和 M2 中 B 的状态准备和投影测量。(详细内容请参阅“方法 D”)。

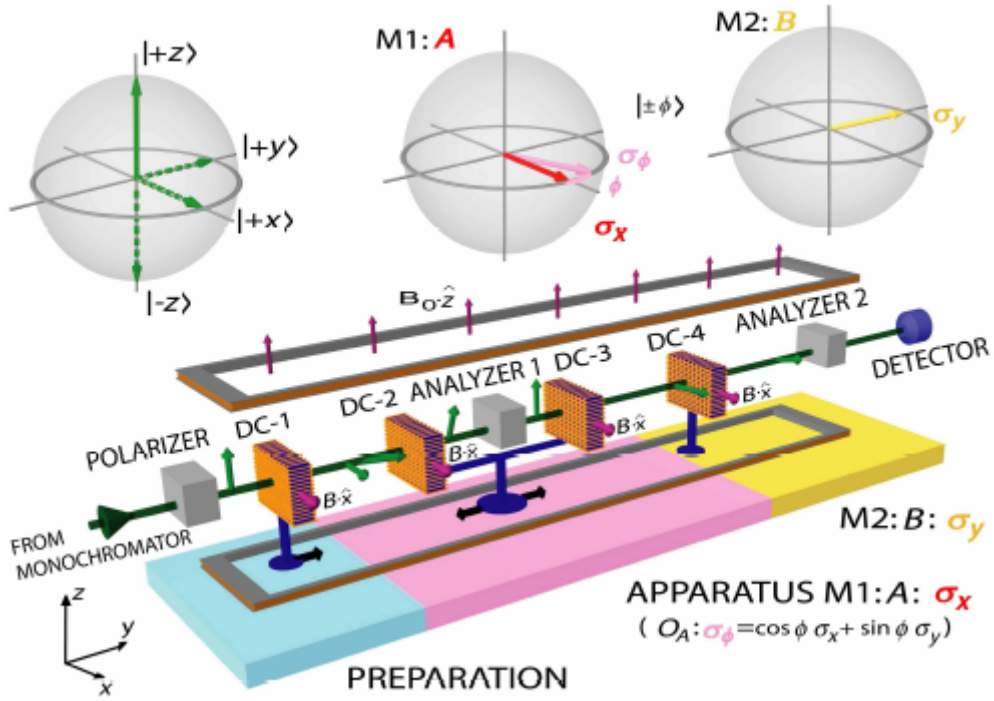


图 2: 在中子自旋测量实验中, 用于普遍有效的误差-干扰不确定关系演示的实验装置示意图。中子光学装置包括三个阶段: 准备(蓝色区域)、仪器 M1 实现可观测量 $O_A = \sigma_\phi$ 的测量(红色区域)、和仪器 M2 实现可观测量 $B = \sigma_y$ 的测量(黄色区域)。在准备阶段是单色中子束在 $+z$ 方向被一个穿过超级镜子的自旋极化器高度极化(99%)。第一个直流线圈(DC-1)在 x 方向产生一个磁场(B_x), 该磁场可用来旋转绕 x 轴的初始极化矢量。此外, 利用由静态引导场引起、出现在整个装置的、绕 z 轴的拉莫进动, 和改变 DC-1 的位置, 任意初始自旋态可以在准备阶段的末端产生(取决于无关的相位因子)。可观测量 O_A 的投影测量是由类似组件实现的: 由于拉莫进动, 准备状态将绕 z 轴旋转。因此, 通过妥善安置 DC-2 线圈, 被测量的旋转组件, 可以投影到 $+z$ 方向, 在这里它被一个超级镜子分析仪(Analyzer-1)所反射。在 $+z$ 状态通过第一个分析仪后, DC-3 产生了 σ_ϕ 的本征态 $|\pm\phi\rangle$ 。以同样的方式, 仪器 M2 实现关于本征态 $|\pm\phi\rangle$ 可观测量 B 的测量, 这构成了第二次测量的干扰源。 σ_ϕ 和 σ_y 的投影测量相结合, 在中子束下游的中子探测器中给出了 4 个计数状态。误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$, 以及每次测量的标准偏差 $\sigma(A)$ 和 $\sigma(B)$, 由相继测量的期待值确定。

为了测试(4)表示的普遍有效的不确定性关系, 标准差 $\sigma(A)$, $\sigma(B)$, 误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 被确定了。标准偏差 $\sigma(A)$ 和 $\sigma(B)$ 的测量是分别由 M1 和 M2 实现的, 而误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 是利用 M1 和 M2 相继投射测量确定的。典型的实验数据组, 对于混杂的失谐角 ϕ , 如图 3 所示。

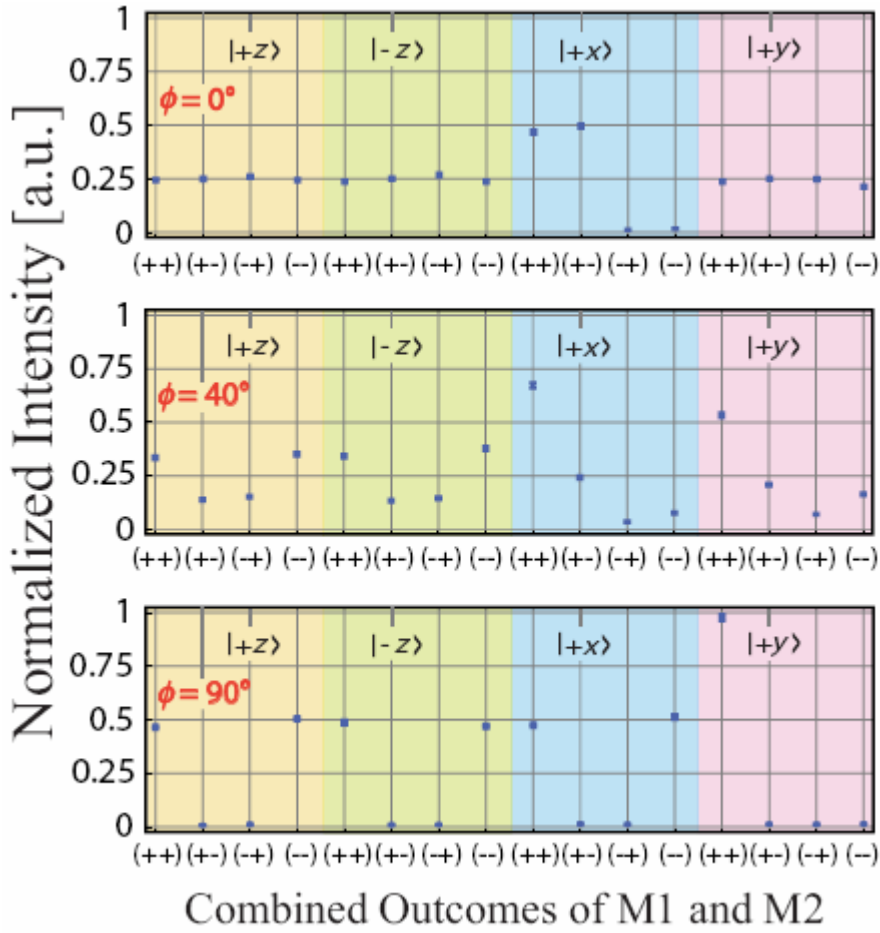


图 3：相继测量的标准化强度由仪器 M1 和 M2 实现。M1 和 M2 的相继测量有 4 个结果，表示为 $(++)$ 、 $(+-)$ 、 $(-+)$ 和 $(--)$ 。强度，根据相应的结果，被表示为每个初始自旋态，即 $|+z\rangle$ 、 $|-z\rangle$ 、 $|+x\rangle$ 和 $|+y\rangle$ 。这里绘制了对于失谐参数 $\phi = 0$ 、40 和 90 度的三组数据。对于每个失谐参数 ϕ 的设置，误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 从这 16 个强度确定。

$\varepsilon(A)$ 和 $\eta(B)$ 的结果值，与理论预言值 $\varepsilon(A) = 2 \sin \frac{\phi}{2}$ 和 $\eta(B) = \sqrt{2} \cos \phi$ 一起(参见“方法 B”)，在图 4 中绘制成了一个失谐参数 ϕ 的函数。 $\varepsilon(A)$ 和 $\eta(B)$ 的平衡关系与理论符合得很好：当一个可观测量测量得越精确，另一个就越发受到干扰。在图 4 中纵向和横向的误差线包含了测量的统计起伏，以及在 1.6 度的角度偏差所造成的线圈位置和电流值的系统性偏差。最终结果是通过考虑整个测量的对比度(96%)所获得的。

从上面获得的这些项(误差 $\varepsilon(A)$ ，干扰 $\eta(B)$ ，标准偏差 $\sigma(A)$ 和 $\sigma(B)$)，海森伯的误差干扰乘积 $\varepsilon(A)\eta(B)$ 和新的关系(4)的左边 $\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B)$ 在图 5 的上面板绘制成了失谐方位角 ϕ 的函数。这个图形显示了这么一个事实，海森伯乘积始终低于计算的极限值，而新的总结总是大于在 ϕ 扫描范围内的极限值。这清楚地表明，带有误差 $\varepsilon(A)$ 和

干扰 $\eta(B)$ 单一乘积的海森伯类型误差-干扰关系(3)是违反的, 而由三项组成新的关系(4)总是是一致的。

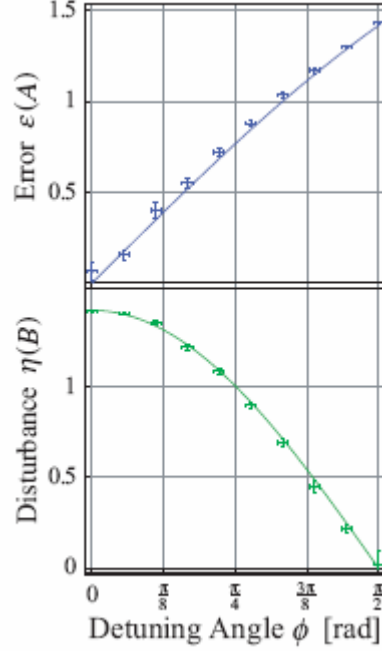


图 4: 误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ (绿色) (蓝色)之间的平衡关系, 是作为一个失谐方位角 ϕ 的函数获得的。理论预测了 ϕ 的依赖性: $\varepsilon(A) = 2 \sin \phi/2$ 和 $\eta(B) = \sqrt{2} \cos \phi$ 。在 $\phi=0$ 的值是 $\varepsilon(A)=0$ 和 $\eta(B)=\sqrt{2}$, 而在 $\phi=\pi/2$ 的值是 $\varepsilon(A)=\sqrt{2}$ 和 $\eta(B)=0$ 。同时准确地测量两个可观测量 A 和 B 是不可能的。垂直和水平误差线包括了统计误差和系统误差。

这种利用各种不同入射状态对量子操作影响评估的技巧, 让我们想起了量子过程层析成像技术[25]。尽管在实验中, 对于误差参数是实验可控的, 但它是很容易失控和起伏波动的参数。在这里, 我们专注于误差 $\varepsilon(A)$ 和干扰 $\eta(B)$ 之间全面的平衡关系发生的情况。这是值得注意的, 可观测量 A 的平均值被正确的重新生成, 对于任意失谐角 ϕ , 即 $\langle +z | O_A | +z \rangle = \langle +z | A | +z \rangle$, 使 O_A 的投影测量再现一个正确的概率分布, 同时我们可以检测到对于 $\phi \neq 0$ 的非零均方根误差 $\varepsilon(A)$ 。已被不确定性原理所接受的是一个不可回避的测量精度和干扰之间的平衡, 但这一原则很长一段时间没有一个令人满意的定量描述。我们的结果是当前作者之一作为一个普遍有效的误差-干扰关系提出的新关系(4)有效性的第一个证据[10, 11], 而旧关系(3)的失败也予以了说明。我们的研究结果证明了新的关系解决了一个长期存在的、描述测量精度和干扰之间关系的问题。我们的演示揭示出, 不仅是关于量子测量的基本极限, 也是关于精密测量的技术极限, 比如引力波探测[26-29]和量子信息处理。

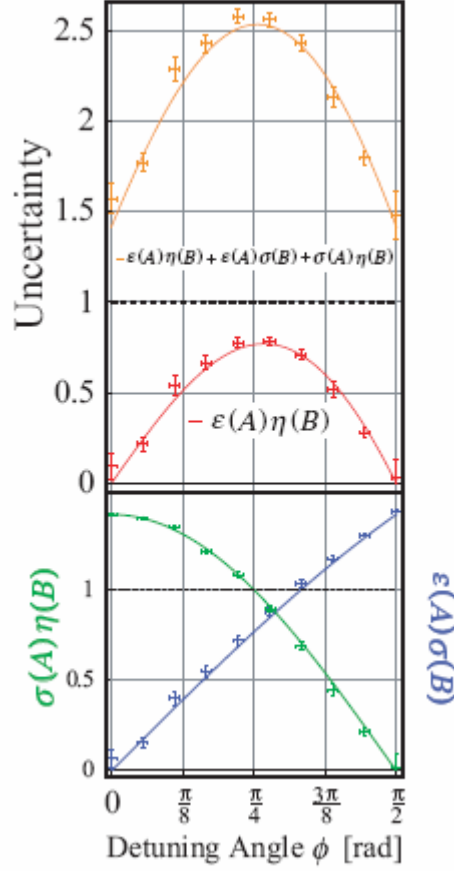


图 5: 由误差 ε 、干扰 η 、以及标准偏差 σ 组成的各种乘积的实验测定值与理论预测值。(上面部分), 方程 (4) 的左边 $\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) = 2\sqrt{2} \sin \phi/2 \cos \phi + 2 \sin \phi/2 + \sqrt{2} \cos \phi$ (橙色) 和海森伯乘积 $\varepsilon(A)\eta(B) = 2\sqrt{2} \sin \phi/2 \cos \phi$ (红色), 被绘制成失谐方位角 ϕ 的函数。海森伯乘积总是小于计算的极限值 $\frac{1}{2}|\langle \psi | [A, B] | \psi \rangle| = \frac{1}{2}|\langle +z | [\sigma_x, \sigma_y] | +z \rangle| = 1$ (虚线所示)。相比之下, 新的总和总是大于计算的极限值。这是一个违反旧的不确定性关系的明确证据, 海森伯误差-干扰关系的意义, 和三项组成的新关系的有效性。(下面部分) 新关系中两项附加的乘积项 $\sigma(A)\eta(B)$ (绿色) 和 $\varepsilon(A)\sigma(B)$ (蓝色) 与理论预测曲线绘制在一起: $\varepsilon(A)\sigma(B) = 2 \sin \phi/2$ 和 $\sigma(A)\eta(B) = \sqrt{2} \cos \phi$ 。实验数据的误差线包括统计误差和系统误差。

方法

A) 普遍有效的不确定性关系

原则上, 任何测量仪器 \mathbf{M} 是在测量相互作用的过程中, 由幺正算符 U 、描述被测对象 \mathbf{S} 和探测系统 \mathbf{P} 组成复合系统的时间演化, 以及在测量相互作用之后, \mathbf{P} 的仪器可观测量 M 的实际测量的模式化[11]。如果该对象的初始状态和设备分别是 $|\psi\rangle$ 和 $|\xi\rangle$, M 的均方根误差

$\varepsilon(A)$ 对于测量可观测量 S 的 A 和 S 的可观测量 B 造成的 M 的均方根干扰 $\eta(B)$ 被定义为

$$\varepsilon(A) = \|U^\dagger(I \otimes M)U - A \otimes I|\psi\rangle|\xi\rangle\| \quad (5)$$

$$\eta(B) = \|U^\dagger(B \otimes I)U - B \otimes I|\psi\rangle|\xi\rangle\| \quad (6)$$

然后，它在数学上被证明了[10, 11]，(4)对于 $\mathbf{S} + \mathbf{P}$ 适用于任何么正算符 U ， \mathbf{P} 的可观测量 M ， \mathbf{S} 的状态矢量 $|\psi\rangle$ 和 \mathbf{P} 的 $|\xi\rangle$ 。假设该设备 \mathbf{M} 有一个测量算符的家族系列 $\{M_m\}$ [25]。这意味着，这个测量仪器 \mathbf{M} 有可能以概率 $p(m) = \|M_m|\psi\rangle\|^2$ 得到结果 m ，和在测量后对象 \mathbf{S} 的状态是 $M_m|\psi\rangle / \|M_m|\psi\rangle\|$ 。在这种情况下，均方根误差和均方根干扰由下式给出[30]

$$\varepsilon(A)^2 = \sum_m \|M_m(m - A)|\psi\rangle\|^2 \quad (7)$$

$$\eta(B)^2 = \sum_m \| [M_m, B]|\psi\rangle\|^2 \quad (8)$$

如果 $\{M_m\}$ 由正交投影组成，测量就被称为投影测量。在这种情况下，(7)可以由勾股定理简化为 $\varepsilon(A) = \|O_A - A|\psi\rangle\|$ ，其中 $O_A = \sum_m m M_m$ 称为输出算符。

B) 在自旋测量中的误差和干扰：理论分析

在实验中，我们对于可观测量 $A = \sigma_x$ 和 $B = \sigma_y$ 测试了普遍有效的不确定关系(4)，同时初始状态 $|\psi\rangle$ 是 $|+z\rangle$ 和测量仪器 $\mathbf{M} = \mathbf{M1}$ 被认为是实现 $O_A = \sigma_\phi = \sigma_x \cos \phi + \sigma_y \sin \phi$ 的投影测量。因此，仪器 $\mathbf{M1}$ 被带有 $O_A = \sum_{x=\pm 1} x E^\phi(x)$ 的测量算符 $E^\phi(+1) = (1 + \sigma_\phi)/2$ 和 $E^\phi(-1) = (1 - \sigma_\phi)/2$ 所描述。由(7)和(8)，我们有

$$\varepsilon(A) = \|(\sigma_\phi - \sigma_x)|\psi\rangle\| = 2 \sin \phi/2 \quad (9)$$

$$\eta(B) = \sqrt{2} \|[\sigma_\phi, \sigma_y]|\psi\rangle\| = \sqrt{2} \cos \phi \quad (10)$$

C) 误差和干扰的实验确定

在实验中，我们从相继的中子自旋测量所获得的统计可用的数据来确定 $\varepsilon(A)$ 和 $\eta(B)$ 。根据以前的理论分析(参考资料[11]，387 页)，误差 $\varepsilon(A)$ 是由 O_A 在三种不同状态的平均值确定为

$$\begin{aligned} \varepsilon(A)^2 &= \langle \psi | A^2 | \psi \rangle + \langle \psi | O_A^{(2)} | \psi \rangle + \langle \psi | O_A | \psi \rangle + \langle \psi | A O_A A | \psi \rangle - \langle \psi | (A + I) O_A (A + I) | \psi \rangle \\ &= 2 + \langle \psi | O_A | \psi \rangle + \langle A \psi | O_A | A \psi \rangle - \langle (A + I) \psi | O_A | (A + I) \psi \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

其中我们使用了下列缩写： $|A\psi\rangle = A|\psi\rangle$ 和 $|(A + I)\psi\rangle = (A + I)|\psi\rangle$ 。由于仪器 $\mathbf{M1}$ 实现 O_A 的投影测量，为了对于基本的初始状态 $|\psi\rangle$ 确定 $\varepsilon(A)$ ，我们只需要测量仪器 $\mathbf{M1}$ 对应于 $|\psi\rangle$ 、 $A|\psi\rangle$ 、 $(A + I)|\psi\rangle$ 的三个辅助入射状态的强度。(11)中表示的期望值从测量强度进行计算，

如图 3 所示, 通过

$$\langle \psi | O_A | \psi \rangle = \frac{(I_{++} + I_{+-}) - (I_{-+} + I_{--})}{I_{++} + I_{+-} + I_{-+} + I_{--}} \quad (12)$$

为了检测由仪器 M1 在 B 上造成的干扰, 仪器 M2 在 M1 刚测量后的状态完成 B 的投影测量。仪器 M2 的输出算符对于 M1 的初始状态是由 R 和 Q 给出, 它描述了可观测量 B 对于 M1 的初始状态的均值和二阶矩。然后, 从参考资料[11]的(189)和(227), 干扰 $\eta(B)$ 也是由 O_B 在三个不同状态的平均值确定为

$$\begin{aligned} \eta(B)^2 &= \langle \psi | B^2 | \psi \rangle + \langle \psi | O_B^{(2)} | \psi \rangle + \langle \psi | O_B | \psi \rangle + \langle B\psi | O_B | B\psi \rangle - \langle (B+I)\psi | O_B | (B+I)\psi \rangle \\ &= 2 + \langle \psi | O_B | \psi \rangle + \langle B\psi | O_B | B\psi \rangle - \langle (B+I)\psi | O_B | (B+I)\psi \rangle \end{aligned} \quad (13)$$

其中不合法的表示符号 $|B\psi\rangle$ 和 $|(B+I)\psi\rangle$ 在前面已经使用过了, 并且期望值由下式给出

$$\langle \psi | O_B | \psi \rangle = \frac{(I_{++} + I_{-+}) - (I_{+-} + I_{--})}{I_{++} + I_{+-} + I_{-+} + I_{--}} \quad (14)$$

所以 $\eta(B)$ 与 $\varepsilon(A)$ 是用同样方法确定的。通过关系 $|\psi\rangle = | +z \rangle$ 、 $A|\psi\rangle = | -z \rangle$ 、 $B|\psi\rangle = i| -z \rangle$ 、 $(A+I)|\psi\rangle = \sqrt{2}| +x \rangle$ 和 $(B+I)|\psi\rangle = \sqrt{2}| +y \rangle$, 其中我们设 $| +x \rangle = (| +z \rangle + | -z \rangle) / \sqrt{2}$ 和 $| +y \rangle = (| +z \rangle + i| -z \rangle) / \sqrt{2}$, 在(11)和(13)中所需的自旋状态由实验中的自旋量旋转产生(参见图 2); 标准化因子是在自旋旋转测量实验中被证实的。

D) 相继的中子自旋测量

中子的自旋态被四个直流线圈自旋旋转体控制。所需的入射状态由第一个直流线圈(DC-1)准备。DC-1 随着 $| +z \rangle$ 入射状态的产生而被关闭, 并且 DC-1 为自旋 $| -z \rangle$ 的翻转做准备。同时入射自旋态 $| +y \rangle$ 是绕 x 轴旋转 $\pi/2$ 而产生的, 入射自旋态 $| +x \rangle$ 是由于引导场而导致 DC-1 的位置额外移动四分之一拉莫旋转周期而产生的。仪器 M1 由自旋旋转体线圈、DC-2 和 DC-3、引导场和自旋分析仪 1 相结合而组成。在我们的实验中, 自旋分析仪进行自旋的 $+z$ 分量投影测量。不是旋转分析仪, 而是中子的自旋分量在 x - y 平面由 DC-2 和引导场统一朝分析方向旋转。DC-3 最后生成本征态 $|\pm\phi\rangle = E^\phi(\pm 1)|\psi\rangle$ (相当于相位因子), 从而使仪器 M1 执行 O_A 投影测量以获得(11)中的 O_A 平均值。从 A 到 O_A 的失谐通过 DC-2 和 DC-3 同样朝向或远离分析仪 1 的移动而被调整。仪器 M2 由 DC-4 和分析仪 2 组成, 并刚好在 M1 测量后执行 B 状态的投影测量, 以评估由 M1 引起的对干扰。线圈 DC-4 通过绕 x 轴旋转 $\pi/2$, 把自旋的 y 分量变为 $+z$ 方向, 分析仪 2 执行 B 的第二次投影测量; 这里忽略了朝着 y 方向的额外自旋旋转, 因为之后只有(自旋失灵的)强度测量。通过由仪器 M1 所造成的干扰, 直到 M2 测量对于 M1 的入射状态被输出算符 O_B 所描述, 并且因此, 我们从仪器 M2 得到了(13)中 O_B 的平均值。请注意, 仪器 M2 进行的测量是刚好在 M1 测量进行后、无误差的 B 状态测量。

- [1] Wheeler, J. A. & Zurek, W. H. (eds.) *Quantum Theory and Measurement*. (Princeton Univ. Press, 1983).
- [2] Haroche, S. & Raimond J.-M. *Exploring the Quantum* (Oxford Univ. Press, 2006).
- [3] Heisenberg, W. "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Z. Phys.* 43, 172-198 (1927).
- [4] Kennard, E. H. Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen. *Z. Phys.* 44, 326-352 (1927).
- [5] Robertson, H. P. The uncertainty principle. *Phys. Rev.* 34, 163-164 (1929).
- [6] Ballentine, L. E. *Quantum mechanics: A Modern Development* (World Scientific, 1998).
- [7] Arthurs, E. & Goodman, M. S. Quantum correlations: a generalized Heisenberg uncertainty relation. *Phys. Rev. Lett.* 60, 2447-2449 (1988).
- [8] Ishikawa, S. Uncertainty relations in simultaneous measurements for arbitrary observables. *Rep. Math. Phys.* 29, 257-273 (1991).
- [9] Ozawa, M. Quantum limits of measurements and uncertainty principle. pp 3-17 in Bendjaballah, C. et al. (eds) *Quantum Aspects of Optical Communications*. (Springer, Berlin, 1991).
- [10] Ozawa, M. Universally valid reformulation of the Heisenberg uncertainty principle on noise and disturbance in measurements. *Phys. Rev. A* 67, 042105 (2003).
- [11] Ozawa, M. Uncertainty relations for noise and disturbance in generalized quantum measurements. *Ann. Phys.* 311, 350-416 (2004).
- [12] Shull, C. G. Single slit diffraction of neutrons. *Phys. Rev.* 179, 752-754 (1969).
- [13] Knight, P. L. & Loudon, R. Squeezed light. *J. of Mod. Opt.* 34, 709-759 (1987).
- [14] Schleich, W. P. *Quantum Optics in Phase Space*. (Wiley-VCH, Berlin 2001).
- [15] Yuen, H. P. Two-photon coherent states of the radiation field. *Phys. Rev. A* 13, 2226-2243 (1976).
- [16] Slusher, R. E., Hollberg, L. W., Yurke, B., Mertz, J. C. & Valley, J. F. Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.* 55, 2409-2412 (1985).
- [17] Walls, D. F. & Milburn, G. J. *Quantum Optics*. (Springer, Berlin 1994).
- [18] Breitenbach, G., Schiller, S. & Mlynek, J. Measurement of the quantum states of squeezed light. *Nature* 387, 471-475 (1997).
- [19] Ozawa, M. Physical content of the Heisenberg uncertainty relation: limitation and reformulation. *Phys. Lett. A* 318, 21-29 (2003).
- [20] Klepp, J., Sponar, S., Filipp, S., Lettner, M., Badurek, G. & Hasegawa, Y. Observation of nonadditive mixed-state phases with polarized neutrons. *Phys. Rev. Lett.* 101, 150404 (2008).
- [21] Werner, R. F. The uncertainty relation for joint measurement of position and momentum. *Quantum Inf. Comput.* 4, 546-562 (2004).
- [22] Koshino, K. & Shimizu, A. Quantum Zeno effect by general measurements. *Phys. Rep.* 412, 191-275 (2005).
- [23] Lund, A. P. & Wiseman, H. M. Measuring measurement-disturbance relationships with weak

- values. New J. Phys. 12, 093011 (2010).
- [24] Williams, G. Polarized Neutrons (Oxford University Press, New York, 1988).
 - [25] Nielsen M. A. & Chuang I. Quantum Computation and Quantum Information (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
 - [26] Braginsky, V. J., Vorontsov, Y. I. & Thorne, K. S. Quantum nondemolition measurements. Science 209, 547-557 (1980).
 - [27] Yuen, H. P. Contractive states and the standard quantum limit for monitoring free-mass positions. Phys. Rev. Lett. 51, 719-722 (1983).
 - [28] Ozawa, M. Measurement breaking the standard quantum limit for free-mass position. Phys. Rev. Lett. 60, 385-388 (1988).
 - [29] Maddox, J. Beating the quantum limits. Nature (London) 331, 559-559 (1988).
 - [30] Ozawa, M. Universal uncertainty principle in measurement operator formalism. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 7, S672 (2005).