# 基于反步法的微型四旋翼欠驱动控制

黄兵兵<sup>1</sup>, 李春娟<sup>2</sup>, 何 墉<sup>2</sup>, 袁向涛<sup>3</sup>,

(1.宝鸡市地下水管理监测处, 陕西 宝鸡 721001;

2.洛阳理工学院 电气工程与自动化系,河南洛阳 471023;

3.潍坊滨海经济开发区规划建设局,山东 潍坊 261057)

摘 要:根据微型四旋翼直升机模型和其欠驱动特性,提出了一种欠驱动控制策略,并在此基础上设计了微型四旋翼飞行控制系统基于反步法的控制器。该控制器能够使位置变量和偏航角跟踪稳定,并使俯仰角和偏航角稳定。最后通过仿真对算法有效性进行了检验。

关键词: 反步法; 欠驱动; 微型四悬翼

DOI:10.3969/j.issn.1674-5043.2013.02.011

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1674-5043(2013)02-0056-06

欠驱动系统(underactuated system)是指独立的控制数目少于需要控制的自由度数目的一类动力学系统,其特点是由较少的控制输入实现维数大于控制输入个数空间内的运动<sup>[1]</sup>。目前世界上关于各种欠驱动系统模型的控制方法的研究有很多<sup>[2,3]</sup>。微型四旋翼直升机是一种典型的欠驱动非线性系统,同时也是一个静不稳定系统,需要实时对系统进行控制才能保证飞行器的平衡<sup>[4]</sup>。

反步法在处理具有严格负反馈形式的非线性控制系统问题上,具有极大的灵活性。文献[5]将四悬翼直升机模型细分为3个非线性子系统分别进行反步设计取得了较好的效果,但增加了系统设计的工作量。本文根据微型四旋翼的欠驱动和非线性的特性的特点将四悬翼模型分为位置控制子系统和姿态控制子系统,并根据该方案设计了基于反步法微型四旋翼的控制器,不但使设计过程得到简化,而且也得到比较理想的效果。最后,通过仿真结果证明了所提方法的有效性。

## 1 控制策略和动力学模型

在室外无风条件下,假设微型四旋翼直升机在低速条件下的飞行控制,且飞行器姿态变化较小。作合理的假设和简化<sup>[5,6]</sup>,可得到简化的动力学模型如下:

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (I_y - I_z) + l u_2, \\ I_y \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) + l u_3, \\ I_z \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} (I_x - I_y) + u_4, \\ m \ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_1, \\ m \ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) u_1, \\ m \ddot{z} = m g - (\cos \phi \cos \theta) u_1. \end{cases}$$
(1)

其中 $u_1 \sim u_4$  为系统控制量, $I_x$  、 $I_y$  和 $I_z$  为轴向惯性主矩。若用 $\Omega_1 \sim \Omega_4$  代表螺旋桨旋转速度,则有

$$\begin{cases} u_1 = k_t \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2, \\ u_2 = k_t (\Omega_4^2 - \Omega_2^2), \\ u_3 = k_t (\Omega_1^2 - \Omega_3^2), \\ u_4 = k_d (\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{cases}$$
(2)

#### 选择系统的控制方案如图1所示。

$$\begin{split} x_1 &= \phi, x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\phi}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\theta}, x_5 = \psi, \\ x_6 &= \dot{x}_5 = \dot{\psi}, x_7 = z, x_8 = \dot{x}_7 = \dot{z}, x_9 = x, \\ x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{x}, x_{11} = y, x_{12} = \dot{x}_{11} = \dot{y} \\ u_x &= \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ u_y &= \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \end{split}$$

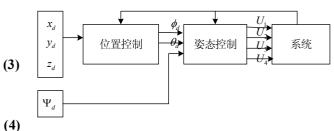


图1 微型四旋翼欠驱动控制方案

其中:  $\psi$ 、 $\varphi$ 、 $\theta$ 分别代表3个欧拉角,就可以将微型四旋翼模型化成两个子系统,其中系统  $S_1$  是姿态控制子系统,系统  $S_2$  是位置控制子系统。

$$S_{1}: \begin{cases} \dot{x}_{1} = x_{2} \\ \dot{x}_{2} = x_{4}x_{6}a_{1} + b_{1}u_{2} \\ \dot{x}_{3} = x_{4} \\ \dot{x}_{4} = x_{2}x_{6}a_{2} + b_{2}u_{3} \\ \dot{x}_{5} = x_{6} \\ \dot{x}_{6} = x_{2}x_{4}a_{3} + b_{3}u_{4} \end{cases} \qquad S_{2}: \begin{cases} \dot{x}_{7} = x_{8} \\ \dot{x}_{8} = -g + \frac{1}{m}\cos x_{1}\cos x_{3}u_{1} \\ \dot{x}_{9} = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = \frac{1}{m}u_{x}u_{1} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = \frac{1}{m}u_{y}u_{1} \end{cases}$$

$$(5)$$

其中,
$$a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$$
, $a_2 = \frac{I_z - I_x}{I_y}$ , $a_3 = \frac{I_x - I_y}{I_z}$ , $b_1 = \frac{l}{I_x}$ , $b_2 = \frac{l}{I_y}$ , $b_3 = \frac{1}{I_z}$  。

### 2 控制器的设计

### 2.1 姿态控制

第一步: 定义误差变量

$$z_1 = x_{1d} - x_1 , (6)$$

其导数为: 
$$\dot{z}_1 = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 = \dot{x}_{1d} - x_2$$
 (7)

选取备选Lyapunov函数为

$$V(z_1) = \frac{1}{2}z_1^2 \tag{8}$$

则儿对时间的导数为

$$\dot{V}(z_1) = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{x}_{1d} - x_2) \tag{9}$$

为了使  $z_1$  稳定, 把  $x_2$  看作虚拟输入, 用  $v_1$  表示:

$$v_1 = \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1 \tag{10}$$

其中 $\alpha_1 > 0$ 是个常数。

定义误差变量  $z_2 = x_2 - v_1$ ,则有

$$\dot{V}(z_1) = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{x}_{1d} - x_2) 
= z_1 (\dot{x}_{1d} - z_2 - v_1) 
= -z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2$$
(11)

其中耦合项 2122 将在下一步中消去。

第二步:

$$z_2 = x_2 - v_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1 \tag{12}$$

由式(7)、式(9)和式(12)可以得到

$$\dot{z}_1 = -\alpha_1 z_1 - z_2 \tag{13}$$

则 22 的导数为

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{z}_1 
= x_4 x_6 a_1 + b_1 u_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 (-\alpha_1 z_1 - z_2)$$
(14)

选取备选Lyapunov函数为

$$V(z_1, z_2) = V(z_1) + \frac{1}{2}z_2^2$$
 (15)

那么它对时间的导数为

$$\dot{V}(z_1, z_2) = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 
= -z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2 + z_2 \left[ x_4 x_6 a_1 + b_1 u_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 (-\alpha_1 z_1 - z_2) \right] 
= -\alpha_1 z_1^2 + z_2 \left[ -z_1 + x_4 x_6 a_1 + b_1 u_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 (-\alpha_1 z_1 - z_2) \right]$$
(16)

取

$$u_2 = \frac{1}{b_1} \left[ -\alpha_2 z_2 + z_1 - x_4 x_6 a_1 + \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 (\alpha_1 z_1 + z_2) \right]$$

其中 $\alpha_2 > 0$  是一个常数。则

$$\dot{V}(z_1, z_2) = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 < 0 \tag{18}$$

采用同样的方法可以得到

$$u_3 = \frac{1}{b_2} \left[ -\alpha_4 z_4 + z_3 - x_2 x_6 a_2 + \ddot{x}_{3d} - \alpha_3 (\alpha_3 z_3 + z_4) \right]$$
 (19)

$$u_4 = \frac{1}{b_3} \left[ -\alpha_6 z_6 + z_5 - x_2 x_4 a_3 + \ddot{x}_{5d} - \alpha_5 (\alpha_5 z_5 + z_6) \right]$$
 (20)

其中

$$\begin{cases} z_3 = x_{3d} - x_3 \\ z_4 = x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 z_3 \\ z_5 = x_{5d} - x_5 \\ z_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5 z_5 \end{cases}$$
(21)

#### 2.2 位置控制

1) 高度控制。

采用和前述相同的控制方法,可以得到控制器

$$u_1 = \frac{1}{\cos x_1 \cos x_2} \left[ -\alpha_8 z_8 + z_7 + g + \ddot{x}_{7d} - \alpha_7 (\alpha_7 z_7 + z_8) \right],$$
 (22)

其中

$$\begin{cases} z_{7} = x_{7d} - x_{7} \\ z_{8} = x_{8} - \dot{x}_{7d} - \alpha_{7} z_{7} \end{cases}$$
 (23)

同时,因为已知 $\left(-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}\right)$ 和 $\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ ,所以有 $\cos x_1 \cos x_2 \neq 0$ ,上式成立。

2) 水平位置控制。

由式(3)可以得到: 
$$x_{1d} = \phi_d = \arcsin(u_x \sin x_5 - u_y \cos x_5)$$
 (24)

$$x_{3d} = \theta_d = \arcsin\left[\frac{u_x}{\cos x_1 \cos x_5} - \frac{\sin x_1 \sin x_5}{\cos x_1 \cos x_5}\right]$$
 (25)

其中 $u_x$  和 $u_y$  可以按照前面的步骤通过反步法分别设计

$$u_{x} = (m/u_{1}) \left[ -\alpha_{10}z_{10} + z_{9} + \ddot{x}_{9d} - \alpha_{9}(\alpha_{9}z_{9} + z_{10}) \right]$$

$$u_{y} = (m/u_{1}) \left[ -\alpha_{12}z_{12} + z_{11} + \ddot{x}_{11d} - \alpha_{11}(\alpha_{11}z_{11} + z_{12}) \right]$$
(26)

式中的 $\alpha_9$ 、 $\alpha_{10}$ 、 $\alpha_{11}$  和 $\alpha_{12}$  为正的常数,

$$\begin{cases} z_9 = x_{9d} - x_9 \\ z_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - \alpha_9 z_9 \\ z_{11} = x_{11d} - x_{11} \\ z_{12} = x_{12} - \dot{x}_{11d} - \alpha_{11} z_{11} \end{cases}$$
(27)

# 3 仿真结果与分析

## 3.1 定点到达

设置微型四旋翼悬停的目标是到达高度为1 m,水平面坐标为(2 m, 2 m),并使得偏航角为0.5 rad,飞行器的初始三维位置为 $(x_0, y_0, z_0)^T = (1, 1, 0)^T$ 、速度为 $(\dot{x_0}, \dot{y_0}, \dot{z_0})^T = (2, -3, 0)^T$ 、欧拉角为 $(\dot{q_0}, \dot{q_0}, \psi_0)^T = (0, 0, 0)^T$ ,角速度为 $(\dot{\phi_0}, \dot{\phi_0}, \dot{\psi_0})^T = (0, 0, 0)^T$ ,z、x、y、 $\psi$  的仿真曲线分别如图1中(a)、(b)、(c)和(d)所示。

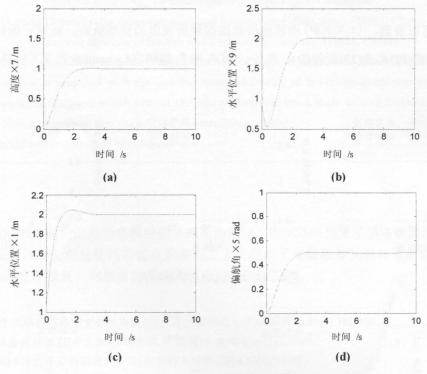


图1 Z、X、Y、 Ψ 仿真图

由于 $(z,x,y,\psi)$ 的参考输出量都是常数,当系统到达目标并稳定后,控制器的大小也趋于零,由式 (24)和式(25)得:  $\phi_d \to 0$ , $\theta_d \to 0$ ,最终  $\phi$  和  $\theta$  也收敛到零,仿真如图2和图3所示。

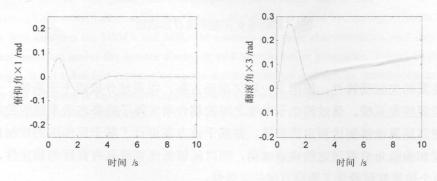


图2  $\phi$ 和  $\theta$ 的仿真图

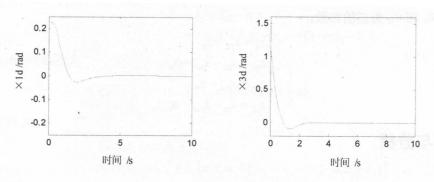


图3  $\phi_a$  和  $\theta_a$  随时间的变化图

### 3.2 轨迹跟踪

保持式(24)表示的系统状态的初始值不变,让 $(z,x,y,\psi)$ 分别跟踪幅值为0.3、频率为1的正弦曲线,即  $z_d=x_d=y_d=\psi_d=0.3\sin t$ 。

从仿真图4中可以看到, $(z,x,y,\psi)$ 能够较快地跟踪到所设定的预期轨迹;而对于俯仰角 $\phi$ 和偏航角 $\theta$ ,也可以收敛至式(22)和式(23)所得的 $\phi_a$ 和 $\theta_a$ ,而 $\phi_a$ 和 $\theta_a$ 能够在Lyapunov意义下保持稳定,如图5所示。

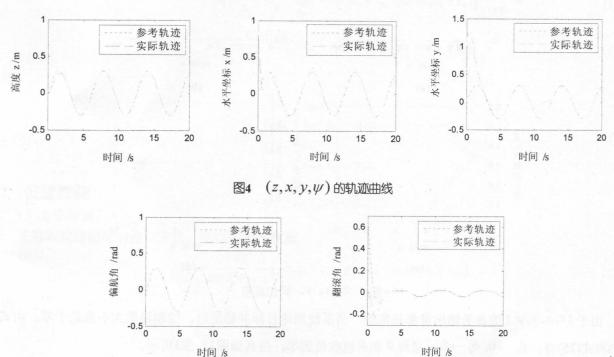


图5 俯仰角  $\phi$  和翻滚角  $\theta$  的轨迹

# 4 结 语

针对微型四旋翼的欠驱动特性,提出了一种欠驱动方案。将系统分成两个子系统:全驱动的姿态控制系统和欠驱动位置控制系统。通过两个子系统之间的耦合项实现了将姿态子系统的控制能力转移到位置控制系统,以使四旋翼能够到达预定的位置。并基于该方案设计了基于反步法的控制器,能够使微型四旋翼系统的位置和偏航角沿着预定的轨迹运动,同时能够保证系统具有良好的稳定性。最后用定点到达和轨迹跟踪的两个仿真算例验证了所提方法的有效性。

#### 参考文献:

- [1] 潘永平,黄道平,孙宗海.欠驱动航迹Backstepping自适应模糊控制[J].控制理论与应用,2011(7):907-914.
- [2] 杨明志,王敏.四悬翼微型飞行器控制系统设计[J].计算机测量与控制,2008,16(4):485-493.
- [3] 赖旭芝,潘昌忠,吴敏. 一类欠驱动机械系统全局鲁棒控制 [J].控制与决策,2009,24(7):1023-1027.
- [4] Tarek Madani, Abdelaziz Benallegue. Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter [C]//Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006:3225-3260.
- [5] Salazar-Cruz S,Escareno J,Lara D,et al.Embedded control system for a four-rotor UAV[J].Int J Adapt,Control Signal Process,2007,21:189-204.
- [6] Rong Xu,Umit Ozguner.Sliding mode control of a quadrotor helicopter[C]//Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control Manchester Grand Hyatt Hotel San Diego,CA,USA,2006:4957-4962.
- [7] Lin F J,Shen P H,Hsu S P.Adaptive backstepping sliding mode control for linear induction motor drive[J].IEE Proceeding Electrical Power Application,2002,149(3):184-194.

Back-stepping Control for an Under-actuated Micro-quadrotor HUANG Bing-bing<sup>1</sup>, LI Chun-juan<sup>2</sup>, HE Yong<sup>2</sup>, YUAN Xiang-tao<sup>3</sup>,

(1.Baoji Groundwater Administration and Supervision Office, Baoji 721001, China;

2. Luoyang Institute of Science and Technology, Luoyang 471023, China;

3. Programming Construction Bureau of Binghai Economic Development District, Weifang 261057, China)

Abstract: A control scheme is proposed with the under-actuated character of the micro-quadrotor and a flight controller based on the Backstepping is designed, which can set the micro-quadrotor track their desired trajectories and stabilize the pitch and roll angles. Simulations show that the proposed controllers are valid.

Key words: backstepping; under-actuated; micro-quadrotor

(上接第55页)

# 5 结 语

SOMA和MSOAM对面向服务的建模提供了理论的指导,但SOMA侧重于服务的发现,MSOAM更注重于服务的设计原则。本文在总结两者优点的基础之上,提出了兼顾服务发现和服务设计原则的服务建模方法,并用实例进行了验证,对服务建模在实际应用中提供指导。

#### 参考文献:

- [1] 田永红,苏依拉.基于SOA的服务模型分析与设计[J].内蒙古师范大学学报,2011,40(2):182-186.
- [2] Thomas Erl.SOA服务设计原则(中文版)[M].郭耀,译.北京:人民邮电出版社,2009.
- [3] 金定勇.一种支持SOA的软件分析和设计方法[J].实践与应用,2010,35(1):41-45.
- [4] 吕俊明.面向服务的建模方法研究[J].科技创新导报,2007,35(2):7-8.
- [5] 汪林林,张春,刘歆,等.SOA生命周期建模方法综述[J].计算机应用研究,2011,28(1):38-41.

SOA Service Modeling Research and Its Application XU Xiao-guang<sup>1</sup>, SHANG Jin-jin<sup>2</sup>, CHENG Xiang-wei<sup>1</sup>, LI Tao<sup>1</sup>

(1.Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China; 2.Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

Abstract: This paper first analyzes the SOMA and MSOAM methods and their characteristics, and then presents the simple and applicable service modeling under the service discovery and service design principles. Taking book order sales service modeling as the example, it has a detailed expounding on the service discovery and service combination in the modeling which will have a great help and influence in the practical application of the service modeling.

Key words: services modeling; SOMA; MSOAM