Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Дисциплина «Вычислительная математика»

Отчет

По лабораторной работе №1

Вариант 13

Выполнил:

Трикашный М. Д.

P3206

Преподаватель:

Малышева Т. А.

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель работы

Разработать программу для подсчета корней СЛАУ.
Для прямых методов должно быть реализовано:

- Вычисление определителя
- Вывод треугольной матрицы (включая преобразованный столбец B)
- Вывод вектора неизвестных: $x1,x2,\ldots,xn$
- Вывод вектора невязок: $r1,r,\ldots,rn$

Описание метода

Метод Гаусса с выбором главного элемента — это модификация стандартного метода Гаусса, направленная на повышение числовой стабильности решения системы линейных уравнений.

Прямой ход метода состоит в последовательном исключении неизвестных из уравнений системы с использованием главного элемента, который выбирается для каждой строки в процессе приведения матрицы к верхнетреугольному виду. На каждом шаге выбирается такой элемент в текущем столбце, который имеет наибольшее по модулю значение среди всех оставшихся элементов в этом столбце (главный элемент). Затем строки матрицы меняются местами так, чтобы этот элемент оказался на диагонали. После этого, как и в стандартном методе Гаусса, осуществляется исключение переменных из оставшихся уравнений.

Обратный ход метода аналогичен стандартному методу Гаусса: начиная с последнего уравнения, решаются все уравнения поочередно, вычисляя неизвестные с использованием найденных значений на предыдущих шагах.

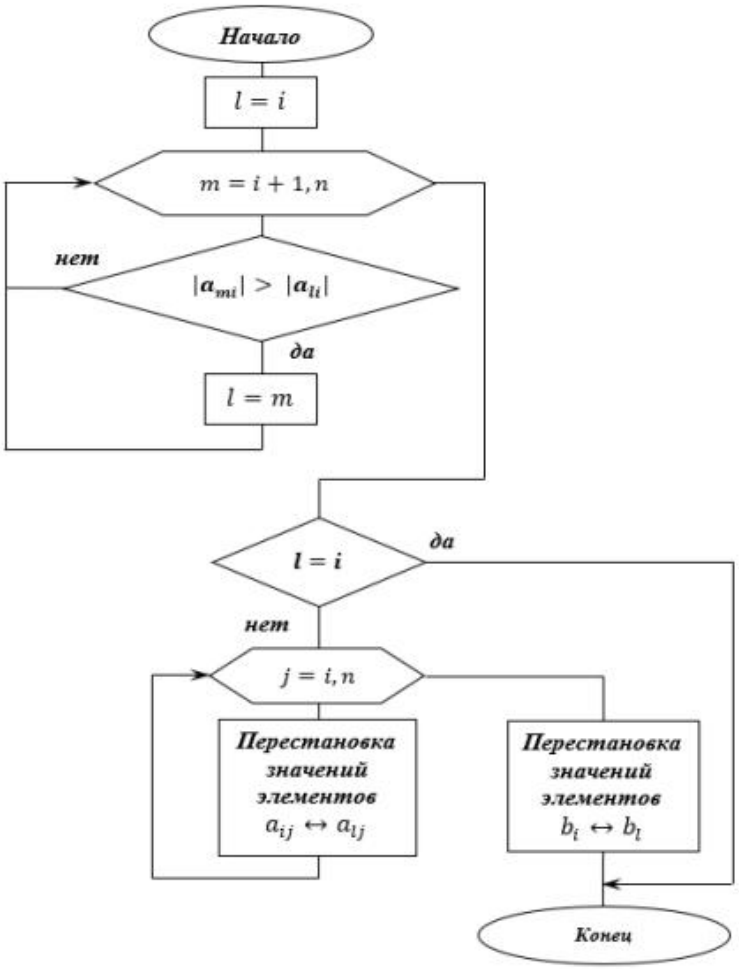
Код программы

https://github.com/trikesh32/comp_math

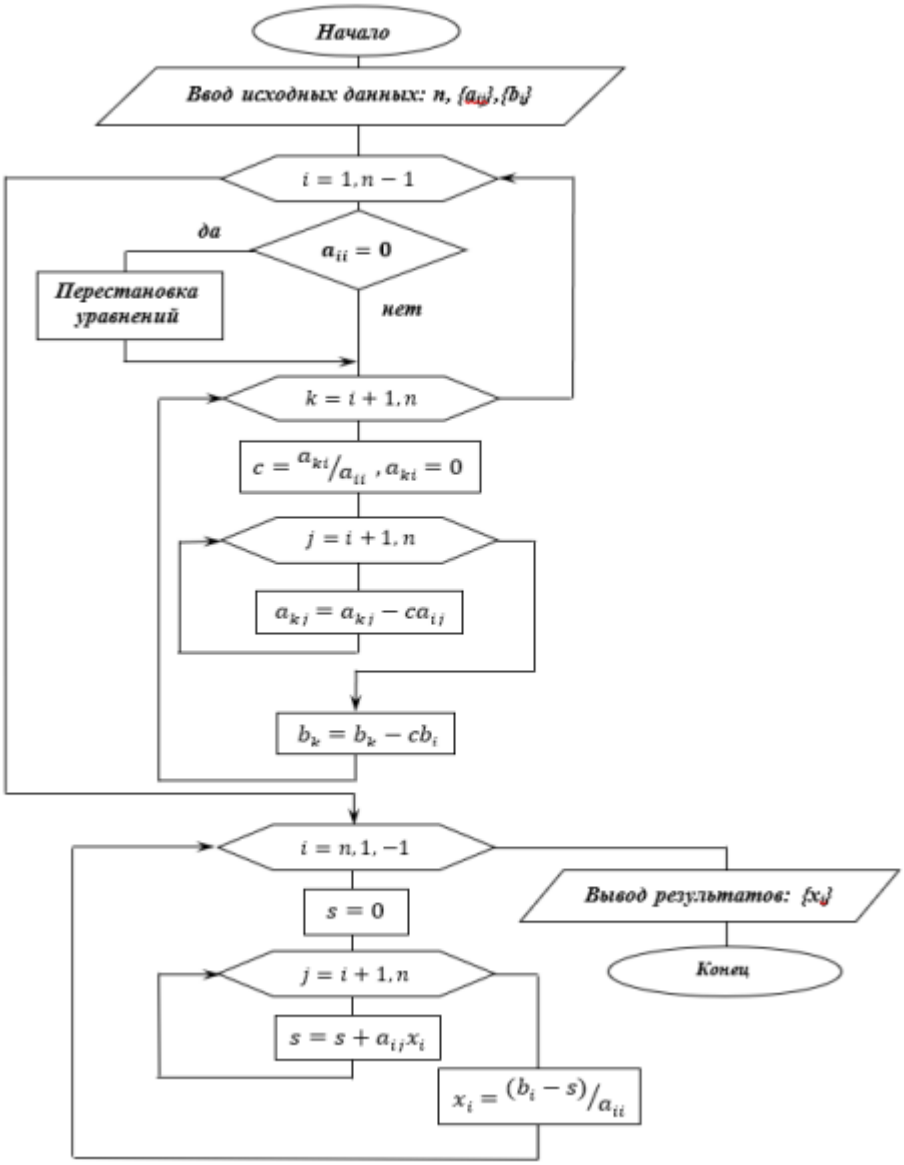
Функция, реализовывающая сам метод

```
def change_lines(matrix, i, j):
    for k in range(len(matrix[0])):
        tmp = matrix[i][k]
        matrix[i][k] = matrix[j][k]
        matrix[j][k] = tmp
    return matrix


def find_line_with_max_element(matrix, i):
    maximum = abs(matrix[i][i])
    res = i
    for j in range(i, len(matrix)):
        if abs(matrix[j][i]) > maximum:
            maximum = matrix[j][i]
            res = j
    if maximum == 0:
        return -1
    return res


def kill_elements_under(matrix, i):
    for j in range(i + 1, len(matrix)):
        multiplier = matrix[j][i] / matrix[i][i]
        for k in range(i, len(matrix[0])):
            matrix[j][k] -= multiplier * matrix[i][k]
    return matrix


def make_triangle_matrix(matrix):
    k = 0
    for i in range(len(matrix)):
        print(f"Итерация: {i+1}")
        maximum_index = find_line_with_max_element(matrix, i)
        print(f"Номер строки с наибольшим модулем: {maximum_index+1} ")
        if maximum_index == -1:
            print("Наибольший модуль 0, едем дальше")
            continue
        if maximum_index != i:
            matrix = change_lines(matrix, maximum_index, i)
            print("Меняем местами строки")
            print_matrix(matrix)
            k+=1
        print("Вычтем строки: ")
        matrix = kill_elements_under(matrix, i)
        print_matrix(matrix)
    return k


def count_determinant(matrix, k):
    res = 1
    for i in range(len(matrix)):
        res *= matrix[i][i]
    return -1 ** k * res


def find_roots(matrix):
    results = []
    for i in range(len(matrix) - 1, -1, -1):
        root = matrix[i][-1]
        for k, j in enumerate(range(i + 1, len(matrix))):
            root -= matrix[i][j] * results[k]
        results.insert(0, root / matrix[i][i])
    return resul
```

Блок схема алгоритма



l – номер наибольшего по абсолютной величине элемента матрицы в столбце с номером i (т. е. среди элементов a_{ii}, ... , a_{mi}, ... , a_{ni});
m – текущий номер элемента, с которым происходит сравнение;
Выбор главного элемента осуществляется по столбцу



Пример работы программы

Входной файл tests/3.txt:

```
3
2.00    3.00    -1.00   7.00
1.00    -1.00   6.00    14.00
6.00    -2.00   1.00    11.00
```

Результат работы:

```
0. Для выхода с программы
1. Считать матрицу с клавиатуры
2. Считать матрицу с файла
Ваш выбор: 2
Введите путь до файла с матрицей: tests/3.txt
2.000 3.000 -1.000      7.000
1.000 -1.000      6.000 14.000
6.000 -2.000      1.000 11.000
Итерация: 1
Номер строки с наибольшим модулем: 3
Меняем местами строки
6.000 -2.000      1.000 11.000
1.000 -1.000      6.000 14.000
2.000 3.000 -1.000      7.000
Вычтем строки:
6.000 -2.000      1.000 11.000
0.000 -0.667      5.833 12.167
0.000 3.667 -1.333      3.333
Итерация: 2
Номер строки с наибольшим модулем: 3
Меняем местами строки
6.000 -2.000      1.000 11.000
0.000 3.667 -1.333      3.333
0.000 -0.667      5.833 12.167
Вычтем строки:
6.000 -2.000      1.000 11.000
0.000 3.667 -1.333      3.333
0.000 0.000 5.591 12.773
Итерация: 3
Номер строки с наибольшим модулем: 3
Вычтем строки:
6.000 -2.000      1.000 11.000
0.000 3.667 -1.333      3.333
0.000 0.000 5.591 12.773
Определитель: -123.0
Найденное решение:
2.033 1.740 2.285
Вектор неувязки:
0.0   -4.440892098500626e-16  -1.7763568394002505e-15
----------------
Найдем решение с помощью библиотеки Numpy
Определитель:  123.00000000000006
[2.03252033 1.7398374  2.28455285]
Вектор неувязки:
[-8.88178420e-16 -1.77635684e-15  0.00000000e+00]
```

Вывод

Во время выполнения лабораторной работы я изучил работу прямого метода Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. Основной недостаток прямого метода – хранение всей матрицы в памяти. Также метод не учитывает количество нулевых элементов, в результате чего проводятся лишние арифметические операции. Из-за того, что результаты вычисления используются повторно, накапливается вычислительная погрешность.

При решении СЛАУ методом Гаусса может получиться большая погрешность из-за использования маленьких ведущих элементов. Выбор главного максимального элемента позволяет избежать этого.

Разница в ответах в моих расчетах и выполненных с помощью библиотеки Numpy может быть вызвана в округлении при выводе на экран. А так векторы неувязки идентичны. Я посмотрел, в numpy также используется прямые методы, итерационные методы представлены в пакете scipy.sparse.linalg.