Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№4**

**«Аппроксимация функции методом наименьших квадратов»**

по дисциплине «Вычислительная математика**»**

Вариант: **13**

**Преподаватель:**   
Малышева Татьяна Алексеевна

**Выполнил:**

Трикашный Михаил Дмитриевич

**Группа:** Р3206

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель работы: найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

# 1. Вычислительная реализация задачи

Линейная аппроксимация:

y =

n = 11

x [0; 4]

h = 0.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0 | 0.4 | 0.8 | 1.2 | 1.6 | 2.0 | 2.4 | 2.8 | 3.2 | 3.6 | 4.0 |
| yi | 0.0 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |

φ(x) = ax + b

Вычисляем суммы: sx = 22, sxx = 61.6, sy = 14.64 sxy = 27.044

φ(x) =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0.000 | 0.400 | 0.800 | 1.200 | 1.600 | 2.000 | 2.400 | 2.800 | 3.200 | 3.600 | 4.000 |
| yi | 0.000 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |
| φ(x\_i) | 1.585 | 1.534 | 1.483 | 1.433 | 1.382 | 1.331 | 1.280 | 1.229 | 1.178 | 1.128 | 1.077 |
| (φ (x\_i)- yi)^2 | 2.512 | 0.339 | 0.134 | 1.072 | 1.334 | 0.651 | 0.110 | 0.004 | 0.113 | 0.261 | 0.379 |

σ = = **0.793**

Квадратичная аппроксимация:

y =

n = 11

x [0; 4]

h = 0.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0 | 0.4 | 0.8 | 1.2 | 1.6 | 2.0 | 2.4 | 2.8 | 3.2 | 3.6 | 4.0 |
| yi | 0.0 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |

φ(x) = a + bx + cx2

Вычисляем суммы:

sx = 22, sxx = 61.6, sxxx = 193.6, sxxxx = 648.52, sy = 14.64, sxy = 27.044,

sxxy = 62.341

По методу Крамера:

φ(x)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | 0.000 | 0.400 | 0.800 | 1.200 | 1.600 | 2.000 | 2.400 | 2.800 | 3.200 | 3.600 | 4.000 |
| yi | 0.000 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |
| φ(x\_i) | 0.416 | 1.067 | 1.562 | 1.901 | 2.084 | 2.112 | 1.984 | 1.700 | 1.260 | 0.664 | -0.088 |
| (φ (x\_i)- yi)^2 | 0.173 | 0.013 | 0.083 | 0.321 | 0.204 | 0.001 | 0.139 | 0.285 | 0.175 | 0.002 | 0.301 |

σ = = **0.393**

**0.393 < 0.793,** у квадратичной аппроксимации среднеквадратичное отклонение меньше, поэтому это приближение лучше.

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, скат

Контент, сгенерированный ИИ, может содержать ошибки.

# 2. Программная реализация задачи

[**https://github.com/**](https://github.com/)

**Результаты выполнения программы при различных исходных данных:**

|  |
| --- |
|  |
| Введите файл для считывания (ENTER для ручного ввода): log\_test3.txt  Введите файл для вывода (ENTER для вывода в консоль):  линейная: phi(x)=19.607168305428832 + (1.5527379072001044)x  1.000 2.727 4.455 6.182 7.909 9.636 11.364 13.091 14.818 16.545 18.273 20.000 x  11.946 23.107 27.818 32.349 35.359 39.329 40.569 42.585 42.235 43.658 44.277 47.699 y  21.160 23.842 26.524 29.206 31.888 34.570 37.252 39.934 42.616 45.298 47.980 50.662 phi(x)  9.214 0.735 -1.294 -3.143 -3.471 -4.759 -3.317 -2.651 0.380 1.639 3.703 2.963 eps  Корреляция: 0.924  Детерминация: 0.830  Удовлетворительная аппроксимация  Среднеквадратичное отклонение: 3.819  ------------------------------  квадратичная: phi(x)=11.55188128552119 + (3.8173682945412692)x + (-0.107839542254341)x^2  1.000 2.727 4.455 6.182 7.909 9.636 11.364 13.091 14.818 16.545 18.273 20.000 x  11.946 23.107 27.818 32.349 35.359 39.329 40.569 42.585 42.235 43.658 44.277 47.699 y  15.261 21.161 26.417 31.029 34.998 38.324 41.006 43.044 44.439 45.191 45.299 44.763 phi(x)  3.316 -1.946 -1.401 -1.319 -0.361 -1.006 0.436 0.459 2.204 1.532 1.022 -2.935 eps  Детерминация: 0.968  Высокая аппроксимация  Среднеквадратичное отклонение: 1.753  ------------------------------  кубическая: phi(x)=6.723886828879718 + (6.441215730052888)x + (-0.4169878907744757)x^2 + (0.00981423328635321)x^3  1.000 2.727 4.455 6.182 7.909 9.636 11.364 13.091 14.818 16.545 18.273 20.000 x  11.946 23.107 27.818 32.349 35.359 39.329 40.569 42.585 42.235 43.658 44.277 47.699 y  12.758 21.388 28.010 32.926 36.439 38.855 40.474 41.603 42.543 43.598 45.071 47.267 phi(x)  0.812 -1.718 0.192 0.577 1.080 -0.475 -0.095 -0.982 0.307 -0.061 0.794 -0.432 eps  Детерминация: 0.994  Высокая аппроксимация  Среднеквадратичное отклонение: 0.778  ------------------------------  показательная: phi(x)=19.45515531014909e^(0.052956041194807665)x  1.000 2.727 4.455 6.182 7.909 9.636 11.364 13.091 14.818 16.545 18.273 20.000 x  11.946 23.107 27.818 32.349 35.359 39.329 40.569 42.585 42.235 43.658 44.277 47.699 y  20.513 22.478 24.631 26.990 29.575 32.408 35.513 38.914 42.641 46.726 51.201 56.105 phi(x)  8.567 -0.629 -3.187 -5.358 -5.784 -6.921 -5.057 -3.671 0.406 3.067 6.924 8.407 eps  Детерминация: 0.758  Удовлетворительная аппроксимация  Среднеквадратичное отклонение: 5.487  ------------------------------  степенная: phi(x)=13.773593658260392x^0.43167195456411006  1.000 2.727 4.455 6.182 7.909 9.636 11.364 13.091 14.818 16.545 18.273 20.000 x  11.946 23.107 27.818 32.349 35.359 39.329 40.569 42.585 42.235 43.658 44.277 47.699 y  13.774 21.239 26.249 30.238 33.631 36.625 39.326 41.803 44.101 46.251 48.276 50.196 phi(x)  1.828 -1.868 -1.568 -2.111 -1.728 -2.704 -1.243 -0.782 1.865 2.592 3.999 2.497 eps  Детерминация: 0.959  Высокая аппроксимация  Среднеквадратичное отклонение: 2.210  ------------------------------  логарифмическая: phi(x)=11.469884989646625ln(x) + (11.704614790087495)  1.000 2.727 4.455 6.182 7.909 9.636 11.364 13.091 14.818 16.545 18.273 20.000 x  11.946 23.107 27.818 32.349 35.359 39.329 40.569 42.585 42.235 43.658 44.277 47.699 y  11.705 23.212 28.840 32.598 35.424 37.690 39.581 41.204 42.626 43.890 45.029 46.065 phi(x)  -0.241 0.106 1.022 0.250 0.065 -1.639 -0.988 -1.381 0.390 0.232 0.753 -1.634 eps  Детерминация: 0.991  Высокая аппроксимация  Среднеквадратичное отклонение: 0.922  ------------------------------  Лучшая функция: кубическая  Ее среднеквадратичное отклонение: 0.7780782937411366 |

# Вывод

В ходе данной работы была выполнена аппроксимация функций с использованием линейного и квадратичного приближения. Также на основе помимо уже известных линейного и квадратичного приближения, были изучены кубическое, экспоненциальное и логарифмическое приближение, этих методов был реализован Python скрипт, который реализует метод наименьших квадратов и строит графики исходной функции и аппроксимаций.

Исследование позволило определить наилучшее приближение, вычислить среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции Пирсона для линейной зависимости.