

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

**Факультет Санкт-Петербургская школа  
физико-математических и компьютерных наук**

Трилис Алексей Андреевич

**ПЕРЕОСНАЩЕНИЕ НЕЯВНЫХ МОДУЛЕЙ ДЛЯ ЯЗЫКА 1ML**

Выпускная квалификационная работа - БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА  
по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
образовательная программа «Прикладная математика и информатика»

Рецензент  
В.Н. Брагилевский

Руководитель  
д-р физ.-мат. наук, проф.  
Б.А. Новиков

Консультант  
канд. физ.-мат. наук  
Д.А. Березун

Санкт-Петербург 2021

# Оглавление

<b>Аннотация</b>	<b>3</b>
<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>1. Обзор литературы</b>	<b>8</b>
1.1. Модули первого класса и 1ML . . . . .	8
1.2. Ad-hoc-полиморфизм . . . . .	9
1.3. Выводы и результаты по главе . . . . .	14
<b>2. Синтаксис, семантика, описание алгоритма</b>	<b>15</b>
2.1. Описание синтаксиса и семантики . . . . .	15
2.2. Общая схема алгоритма . . . . .	17
2.3. Выводы и результаты по главе . . . . .	18
<b>3. Детали решения и примеры использования</b>	<b>19</b>
3.1. Проверка завершаемости . . . . .	19
3.2. Время вывода модулей . . . . .	19
3.3. Локальные неявные модули . . . . .	20
3.4. Синтаксис <code>[_]</code> . . . . .	21
3.5. Неявные аргументы для функторов . . . . .	22
3.6. Логическое программирование . . . . .	23
3.7. Выводы и результаты по главе . . . . .	23
<b>4. Порядок разрешения</b>	<b>24</b>
4.1. Анализ проблемы . . . . .	24
4.2. Алгоритм . . . . .	25
4.3. Выводы и результаты по главе . . . . .	27
<b>Заключение</b>	<b>28</b>
<b>Список литературы</b>	<b>29</b>

# Аннотация

\*АБСТРАКТ\*

Ключевые слова: неявные параметры, неявные модули, имплициты, классы типов, язык модулей ML, OCaml, 1ML.

\*ABSTRACT\*

Keywords: implicit parameters, implicit modules, type classes, ML modules, OCaml, 1ML.

# Введение

*Ad-hoc-полиморфизм* — это свойство языка программирования, позволяющее создать функцию, семантика которой будет зависеть от типов входных параметров. В качестве примеров таких функций можно назвать функцию `print`, позволяющую выводить значения различных типов, и оператор `+`, позволяющий складывать как целые числа, так и числа с плавающей точкой, а в некоторых языках также и строки. Ad-hoc-полиморфизм позволяет программисту писать более лаконичный код, улучшает читаемость кода, а также способствует парадигме обобщённого программирования.

В процедурных и объектно-ориентированных языках классическим методом реализации ad-hoc-полиморфизма является *перегрузка* функций и операторов. К сожалению, этот простой метод не подходит для языков с мощным выводом типов и строгой системой типов, так как в них не всегда можно однозначно выбрать перегрузку в месте вызова функции. Для таких языков были разработаны более сложные методы, а некоторые языки до сих пор не поддерживают ad-hoc-полиморфизм.

Эта работа посвящена семейству функциональных языков ML. Эти языки широко применяются в таких областях, как создание компиляторов, автоматическое доказательство теорем, анализ кода, финансовая сфера и веб-разработка. ML-подобные языки ведут свою историю с 1973 года и оказали влияние на развитие таких популярных языков, как C++, Scala, Rust, Haskell и другие.

Одной из существенных проблем языков из семейства ML является отсутствие ad-hoc-полиморфизма. Так, в стандартную библиотеку языка OCaml, одного из самых популярных диалектов ML, включено множество функций для вывода значений различных типов: `print_int`, `print_float`, `print_string` и так далее, а также отдельные операторы `+` и `+.` , для сложения целых чисел и чисел с плавающей точкой, соответственно. Так как ML-подобные языки знамениты мощным выводом типов, который позволяет ставить меньше явных типовых аннотаций и писать обобщённый код, такая избыточность идёт вразрез с философией языка.

Исследователями было предложено несколько работ, вносящих ad-hoc-полиморфизм в языки семейства ML. Работа Вайта [1], вводящая *неявные модули* для языка OCaml, предлагает наиболее мощную функциональность по сравнению с аналогами, и именно этот метод послужит основанием для данной работы. Тем не менее, полноценное введение этого метода в OCaml требует значительной практической и теоретической работы. Так, система проверки типов (type checker) OCaml в данный момент не поддерживает в общем случае унификацию на уровне модулей, которая необходима для работы этого метода [2].

Помимо мощного вывода типов, ML-подобные языки также отличаются продвинутой *системой модулей*, основанной на теории зависимых типов [3]. Тогда как обе эти технологии успешно используются программистами, они существуют независимо друг

от друга. Так, язык ML по историческим причинам фактически поделён на два слоя. Во внутреннем, основном слое действует вывод типов, тогда как во внешнем, модульном слое поддерживаются более выразительные типы, в обмен на их явное объявление и общую избыточность. Интеграция между этими слоями затруднена, так как модули не являются объектами первого класса. Было предложено несколько решений этой проблемы [4] [5] [6], но они порождают избыточный код и не поддерживают некоторые случаи.

Экспериментальный язык 1ML [7] был создан для решения проблем системы модулей. Он предлагает минималистичный и единообразный подход к данной проблеме, стирая синтаксическое разделение между основным и модульным слоями, взамен предлагая более тонкое семантическое разделение. Предположительно, такой подход позволит добавить в язык многие важные модели, реализация которых при традиционном подходе к модулям считались затруднительными, включая, например, поддержку ad-hoc-полиморфизма.

## Цель и задачи

Целью данной работы является поддержка ad-hoc-полиморфизма в языке 1ML, подобная неявным модулям из [1], но при этом предлагающая более полное решение в аспектах, касающихся порядка разрешения неявных модулей и поддержки неявных функторов. Для этого ставятся следующие задачи:

- Реализация неявных модулей, повторяющих функциональность решения [1] для OCaml;
- Разработка алгоритма, позволяющего полно и эффективно осуществлять вставку неявных модулей;
- Дополнение поддержки неявных функторов;
- Сравнение с существующим решением [1] для OCaml.

## Обзор последующих глав

Глава 1 посвящена обзору существующих статей и результатов, относящихся к области исследования.

В главе 2 описываются предложенный синтаксис, семантика и общая схема алгоритма.

Глава 3 содержит описание важных деталей решения и даёт обоснование выборов при дизайне алгоритма.

В главе 4 обсуждаются проблемы, возникающие при предопределённом порядке разрешения неявных аргументов, и предлагается алгоритм, позволяющий эффективно решить эти проблемы.

# 1. Обзор литературы

В данной главе будут описаны имеющиеся результаты по теме работы. Сначала будут рассмотрены причины появления и особенности языка 1ML. Затем будут описаны методы, с помощью которых ad-hoc-полиморфизм достигается в некоторых языках. Наконец, будут представлены работы, связанные с добавлением ad-hoc-полиморфизма в языки семейства ML.

## 1.1. Модули первого класса и 1ML

Отсутствие модулей первого класса порождает практические проблемы при попытке интеграции между основным и модульными слоями ML [7]. Например, долгое время был невозможен динамический выбор модуля. Классическим примером, представленным в листинге 1, является невозможность выбрать реализацию ассоциативного массива в зависимости от числа элементов. Такая функциональность доступна почти в любом объектно-ориентированном языке, поэтому невозможность добиться этого в ML считалась крупным недостатком.

```
module Map = if maxElems < 100 then BinTreeMap else HashTableMap
```

Листинг 1: Естественный код для динамического выбора модуля

С целью сделать модули объектами первого класса Руссо предложил дополнить основной язык явной упаковкой и распаковкой модулей (packaged modules) [4]. Это предложение было расширено последующими работами [5] [8] и было реализовано во многих диалектах ML, включая OCaml [6]. Упаковка и распаковка модулей решает самые остро стоящие практические проблемы, например, позволяя во многих случаях динамически выбирать модуль. Вместе с тем, решение Руссо предполагает наличие множества избыточных типовых аннотаций и недостаточно выразительные типы для некоторых случаев.

```
module Map = (val (if maxElems < 100
                  then (module BinTreeMap : MAP)
                  else (module HashTableMap : MAP))) : MAP
```

Листинг 2: Динамический выбор модуля в OCaml

В листинге 2 представлено, как в данный момент можно динамически выбрать модуль. Несмотря на то, что задача решена, этот код выглядит намного менее лаконично и естественно, чем код в листинге 1. Что же касается выразительности, приведём пример, ограничивающий использование полиморфизма. Типизация полиморфной функ-



ции, использующая модули, вынуждена использовать полиморфизм основного языка, например, так:

```
(module S with type t = 'a) -> (module S with type t = 'a) -> 'a
```

Тогда как с модулями, которые действительно являются объектами первого класса, можно было бы выразить этот тип следующим образом:

```
(X : S) -> (module S with type t = X.t) -> X.t
```

Используя полиморфизм основного языка, попробуем типизировать стандартную функцию `return`, принимающую монаду как модуль:

```
return : (module MONAD with type 'a t = ?) -> 'a -> ?
```

Так как основной язык не поддерживает полиморфизм высших кайндов, на место вопросов в сигнатуре выше ничего нельзя подставить.

Таким образом, упаковка и распаковка модулей частично решает проблемы, стоящие перед языком модулей ML, но имеет существенные недостатки. С другой стороны, сложно предложить решение, полностью решающее эти проблемы без существенной переработки основ языка.

Ряд более поздних работ показал, что историческое разделение языка на основной и модульный слои не является обязательным. Так, Россберг и другие показали, что все конструкции ML, включая модули, выражаются в рамках Системы  $F_\omega$  [9]. Эти исследования привели к созданию Россбергом экспериментального диалекта 1ML [7], в котором стёрты различия между слоями и поддерживаются модули первого класса в истинном смысле этого выражения. Так, практические проблемы, описанные выше, в 1ML решены. Для обеспечения разрешимости проверки и вывода типов, автор использует идею Харпера — Митчела [10] разделения типов на *малые типы* и *большие типы*, накладывая на последние ряд ограничений, например, вывод типов распространяется только на малые типы.

## 1.2. Ad-hoc-полиморфизм

Термин "ad-hoc-полиморфизм" был предложен Стрэчи в 60-х годах XX века [11]. Стрэчи разделяет два вида полиморфизма: *параметрический полиморфизм*, то есть определение функции для разных типов аргументов, на каждом из которых функция работает одинаково, и *ad-hoc-полиморфизм*, в котором функция работает разным образом в зависимости от типов аргументов. Тогда как общепринятым методом для параметрического полиморфизма в функциональных языках стала система типов Хиндли — Милнера, долгое время не существовало подходящего метода для ad-hoc-полиморфизма.

Одной из классических работ, решающих эту проблему, стало добавление в язык Haskell *классов типов* [12], вдохновлённое идеями из объектно-ориентированной парадигмы. Авторы предложили расширение системы типов Хиндли — Милнера *ad-hoc*-полиморфизмом и алгоритм, преобразующий код с классами типов в код без них, в стандартную систему типов Хиндли — Милнера. Таким образом, два вида полиморфизма были объединены в единую систему. Рассмотрим классы типов на простом примере.

```
class Show a where
    show :: a -> String

instance Show Int where
    show = showSignedInt

show_twice x = show x ++ show x
```

Листинг 3: Классы типов в Haskell

В листинге 3 определён класс типов `Show`. Описание этого класса типов состоит из набора функций, в данном случае — единственной функции `show`. Чтобы тип входил в класс типов, для него должны быть определены все эти функции. Эти функции для конкретного типа определяются с помощью создания *экземпляра* (instance) и в дальнейшем могут использоваться как обычные функции. Рассмотрим тип функции `show_twice`:

```
show_twice :: Show a => a -> string
```

Эту типизацию следует трактовать следующим образом: функция `show_twice` имеет тип `a -> string` для всех `a`, которые входят в класс типов `Show`. Важно отметить, что в Haskell используемые классы типов не нуждаются в явном указании, а выводятся из тела функции. Так, в приведённом примере компилятор самостоятельно вывел ограничение `Show a`, исходя из того, что в теле функции использована функция `show`.

Похожие на классы типов решения были предложены в ряде других языков, например, в Rust (типажи, traits) [13]. Решения из этой группы объединяет необходимость *каноничности* — для каждого типа и класса типов в текущей области видимости может быть определено не более одного экземпляра.

Главным достоинством каноничности является упомянутая возможность не указывать, какие классы типов используются в функции. У каноничности есть и недостатки.

Представителем этой группы является Scala и реализованные в ней *неявные аргументы*, также называемые *имплициты* [14]. В Scala не требуется каноничность и присутствует возможность явно передать экземпляр, если система типов не способна вывести его самостоятельно. С другой стороны, для каждой функции требуется явно указывать, какие имплициты в ней используются, тогда как в решениях, основанных на классах типов, эта информация была бы выведена автоматически.

```
trait Showable [T] {  
  def show (x: T): String  
}  
  
implicit object IntShowable extends Showable [Int] {  
  def show (x: Int) = x.toString  
}  
  
def show[T] (x : T) (implicit s: Showable [T]): String = {  
  s.show(x)  
}  
  
show(7) (IntShowable)  
show(7)
```

#### Листинг 4: Неявные аргументы в Scala

Неявные параметры в разных формах часто встречаются в языках с зависимыми типами. Рассмотрим подробнее Coq, язык, по историческим причинам имеющий много общего с ML. Функциональность, которая в Coq называется неявными параметрами, достаточно примитивна и является скорее аналогом параметрического полиморфизма для языка с зависимыми типами. Ad-hoc-полиморфизм же достигается с помощью двух механизмов: более простых и предсказуемых *канонических структур* [15] и более мощных *классов типов* [16]. Несмотря на название, и классы типов, и канонические структуры в Coq имеют больше общего с неявными аргументами в Scala, чем с классами типов в Haskell. Так, все используемые в функции классы типов следует указывать явно, а каноничность не требуется. Так как Coq в основном используется в контексте автоматических доказательств, в котором достаточно найти любое подходящее доказательство, канонические структуры и классы типов не считаются ошибкой неоднозначный вывод неявного параметра — вместо этого подставляется любой подходящий.

```

module type Show = sig
  type t
  val show : t -> string
end

implicit module Show_int = struct
  type t = int
  let show x = string_of_int x
end

implicit module Show_list {S : Show} = struct
  type t = S.t list
  let show x = string_of_list S.show x
end

let show {S : Show} x = S.show x

show 5 (* show {Show_int} 5 *)
show [1;2;3] (* show {Show_list (Show_int)} [1;2;3] *)

```

Листинг 5: Неявные модули в OCaml

Вайтом и другими было предложено ввести в OCaml *неявные модули* [1], решение, вдохновлённое имплицитами из Scala. Именно на этом решении основывается данная работа. Так же как и в Scala и Coq, предложение Вайта требует явного указания используемых неявных параметров и не требует каноничности, позволяя в случае неоднозначности явно указывать необходимый параметр.

```

module type SHOW = sig
  type t
  val show : t -> string
end

module F (X : SHOW) = struct
  implicit module S = X
end

implicit module Show_int = struct
  type t = int
  let show = string_of_int
end

module M = struct
  type t = int
  let show _ = "An int"
end

module N = F(M)

```

Листинг 6: Пример, демонстрирующий невозможность каноничности в OCaml

Как уже было упомянуто, проверка каноничности возможна не во всех языках. Система модулей ML позволяет скрывать экземпляры за абстракцией. Рассмотрим, например, следующий код на OCaml, представленный в листинге 6. В этом примере уже определён экземпляр класса типов `SHOW` для типа `int`. Тем не менее, посредством модулей скрыт ещё один экземпляр того же класса типов для того же типа, а именно `N.S`. Тогда как в данном примере можно определить наличие такого экземпляра, анализируя внутреннюю структуру модулей, это невозможно в общем случае и противоречит самой идее модульности. Аналогичный приведённому пример можно построить и для других языков семейства ML, включая 1ML.

Дрейером и другими были предложены модульные классы типов [17], попытка применить классы типов из Haskell в ML. Поскольку в классическом подходе к классам типов требуется каноничность, а в ML невозможно проверить, соблюдается ли она, авторы вводят ряд нежелательных ограничений:

- неявные модули могут быть объявлены только на верхнем уровне,
- все модули на верхнем уровне должны быть явно типизированы,

- на верхнем уровне могут находиться только модули.

Эти ограничения только усиливают синтаксическое разделение между модульным и основным слоем, о котором шла речь выше, что особенно нежелательно в 1ML, языке, построенного с целью ослабить это разделение. Помимо этого, модульные классы типов, в отличие от решения Вайта и других, не поддерживают неявные параметры высшего ранга и кайнда, а также классы типов с несколькими параметрами.

Также в нескольких работах были предложены неявные аргументы [18] и классы типов [19] для ML как независимая от модулей функциональность. Такие решения приносят значительную дубликацию конструкций (так как модульные типы естественно подходят под роль описания классов типов) и не поддерживают продвинутую функциональность, например, параметры высшего кайнда.

### **1.3. Выводы и результаты по главе**

Решение Вайта и

## 2. Синтаксис, семантика, описание алгоритма

### 2.1. Описание синтаксиса и семантики

Для начала опишем, какие новые конструкции языка вносит в 1ML данная работа. Чтобы задать функцию с неявным параметром, неявный параметр нужно обернуть в квадратные скобки и явно протипизировать:

```
type SHOW = {  
  type t  
  show : t -> text  
}  
  
show [S: SHOW] x = S.show x  
show_fun = fun [S : SHOW] x => S.show x
```

Неявный модуль будет строиться, используя доступные в области видимости переменные, объявленные неявными с помощью ключевого слова `implicit`. Множество таких переменных будем в дальнейшем называть *неявной областью видимости*.

```
implicit Show_int = {  
  type t = int  
  show = primitive "Int.toText"  
}
```

Заметим, что при объявлении модуля `Show_int` не требуется явно указывать, что он удовлетворяет интерфейсу `SHOW`, как бы это, например, понадобилось в Scala или Haskell. Такое возможно из-за того, что в языках семейства ML используется структурная подтипизация.

Ключевым словом `implicit` можно аннотировать любое объявление переменной. В том числе, можно уже объявленный модуль внести в неявную область видимости следующим кодом:

```
Bool_to_string = {  
  type t = bool  
  show x = if x then "true" else "false"  
}  
  
implicit Show_bool = Bool_to_string
```

Тем же ключевым словом `implicit` помечаются *неявные функторы*:  
(TODO подробнее определить?)

```
implicit Show_list [S: SHOW] = {
  type t = list S.t
  show x = "[" ++ (toText S.show x) ++ "]"
}
```

Применение функции `show` возможно двумя способами: с явным указанием модуля и с неявным. В первом случае желаемый модуль оборачивается в квадратные скобки, во втором не указывается вовсе. Ниже будем называть вызов функции с пропущенными неявными аргументами *неявной аппликацией*. Так же как в решении для OCaml, в данной работе неявную аппликацию можно применить только в случае, если существует единственный модуль, который можно подставить, в противном случае компиляция завершится с ошибкой "неоднозначность". В случае, если есть несколько подходящих модулей, выбор между ними следует осуществить явно. Следующие два вызова будут семантически эквивалентны:

```
show [Show_int] 5
show 5
```

А если вызвать функцию `show`, передав ей список чисел, то подставится `Show_list [Show_int]`, то есть следующие два вызова эквивалентны:

```
show [Show_list [Show_int]] (1 :: (2 :: (3 :: nil)))
show (1 :: (2 :: (3 :: nil)))
```

Локальные переменные могут быть также объявлены в качестве неявных:

```
let implicit Show_int = {
  type t = int
  show = primitive "Int.toText"
} in let implicit Show_list [S: SHOW] = {
  type t = list S.t
  show x = "[" ++ (toText S.show x) ++ "]"
} in show (1 :: (2 :: (3 :: nil)))
```

Синтаксис в данной работе довольно близко следует за синтаксисом из [1], это сделано намеренно — с целью упростить сравнение мощности решений. Единственное существенное синтаксическое различие заключается в добавлении в этой работе синтаксической формы `[_]`. Её можно использовать, чтобы явно указать место, где должен быть вставлен неявный модуль:

```
show [_] 5
```

Мотивация для добавления этой конструкции будет описана в параграфе 3.4.



## 2.2. Общая схема алгоритма

Вывод неявных модулей производится на основе типов, которые эти модули должны иметь. То есть, чтобы определить, какой модуль необходимо неявно вывести, требуется вначале определить тип этого модуля.

Рассмотрим, как выглядят такие типы, для примера снова возьмём функцию `show`. Напомним её определение:

```
show [S: SHOW] x = S.show x
```

И протипизируем её:

```
show : [S : SHOW] -> S.t -> text
```

Применение такой функции, например, к переменной типа `int` инстанцирует `S.t = int`, то есть модуль будет искаться по типу `SHOW with t = int`, что уже (при условии, что есть только одно строковое представление для `int`) однозначно определяет модуль.

Не всегда тип неявного модуля известен заранее, так как он может зависеть от ещё невыведенных типов. Рассмотрим, например, такую функцию:

```
f x = Text.print (show x); x + 5
```

Изначально `x` типизируется как некоторая переменная вывода типов  $\alpha$ . Если вывод неявного модуля будет запущен до обработки подвыражения `x + 5`, то поиск модуля будет производиться по типу `SHOW with t =  $\alpha$`  и потерпит неудачу, ведь каждый модуль типа `SHOW` удовлетворяет такому типу. Если же подвыражение `x + 5` уже будет типизировано, то полученное уравнение  $\alpha = \text{int}$  позволит однозначно вывести корректный модуль.

Данный пример демонстрирует, что вывод неявных модулей зависит от вывода типов. Верно и обратное. Например, пусть есть только одна реализация типа модулей `SINGLE`, имеющая тип `SINGLE with t = int`. Тогда поиск неявного модуля по типу `SINGLE with t =  $\alpha$`  приведёт к унификации  $\alpha = \text{int}$ .

Можно предположить, что, раз вывод неявных модулей зависит от вывода типов, который в свою очередь, зависит от вывода неявных модулей, то вывод одних неявных модулей может зависеть от вывода других неявных модулей. Это действительно так, и обсуждению проблем, связанных с этим, посвящена глава 4.

Так как вывод неявных модулей и вывод типов взаимно зависимы, нельзя завершить одно раньше начала другого, необходимо выполнять эти процессы в одной фазе компиляции. В существующем компиляторе 1ML проверка типов, вывод типов и преобразование в Систему  $F_\omega$  осуществляются одним проходом по синтаксическому дереву. Соответственно, вывод неявных типов будет добавлен к этому проходу.

Простым решением, которое и было реализовано в первую очередь, было бы выводить неявный модуль в момент обработки неявной аппликации. Но, как было проиллюстрировано рассуждениями выше, в этот момент некоторые типы могут быть ещё не выведены, и для вывода модуля не хватит информации. На практике такое решение оказалось почти бесполезным.

Чтобы выводить модули в момент, в который про их типы будет известно больше информации, будем откладывать вывод модулей и выводить несколько модулей за раз. Обработывая неявную аппликацию, вставим вместо модуля специальную *неявную переменную* с уникальным именем. Значение этой переменной будет определено позднее. А вот её тип уже известен, правда, он может быть не полностью выведен, то есть зависеть от нескольких переменных вывода типов. Поэтому проверка типов останется корректной после добавления такой фиктивной переменной.

После добавления неявной переменной продолжается типизация кода и его преобразование в Систему  $F_\omega$ , в процессе чего некоторые из переменных вывода типов, связанных с типами неявных переменных, могут быть выведены. Затем в некоторый момент (точное место этого момента будет определено ниже, в параграфе 3.2) запускается поиск модулей для накопившихся неявных переменных. В случае успеха неявные переменные заменяются на термы Системы  $F_\omega$ , соответствующие найденным модулям, а их типы окончательно выводятся, если не были выведены до этого.

Перейдём теперь к описанию непосредственно поиска модулей по типу. Заметим, что при наличии в неявной области функторов, которые принимают в качестве аргументов другие модули, число модулей, которые могут быть подставлены, бесконечно. Поэтому решение, перебирающее всех возможных кандидатов и сравнивающее их тип с нужным, не будет завершаться.

В связи с этим будем выводить модуль рекурсивно, поддерживая множество ограничений на тип. TODO

В результате поиск модулей либо корректно завершается, возвращая нужный модуль, либо возвращает одну из трёх ошибок: "нужный модуль не найден", "неоднозначность" (то есть нашлось несколько подходящих кандидатов) или "поиск не завершается" (чему будет посвящён параграф 3.1).

## 2.3. Выводы и результаты по главе

TODO

## 3. Детали решения и примеры использования

### 3.1. Проверка завершаемости

Легко заметить, что описанный алгоритм поиска модуля может не завершаться. Рассмотрим следующий модуль:

```
implicit Show_id [Delegate: SHOW] = {  
  type t = Delegate.t  
  show = Delegate.show  
}
```

В присутствии такого модуля любая попытка вывести модуль будет бесконечно строить модуль вида `Show_id [Show_id [Show_id ...]]`. Чтобы гарантировать завершаемость алгоритма, применим классический метод. Будем проверять, что с момента последнего применения функтора, который алгоритм применяет в данный момент, была получена новая информация, то есть в данный момент решается более простая задача, чем решалась в предыдущий раз.

Понятие "задача стала проще" определим следующим образом: хотя бы одно ограничение на тип стало строго меньше, а остальные не увеличились. Под порядком "меньше" будем понимать простое структурное включение одного ограничения в другой. Ясно, что с таким ограничением поиск всегда будет завершаться.

Поясним эту идею на примере. (TODO)

Если было определено, что поиск может не завершаться, то следует вернуть ошибку, даже если в другой ветке поиска найден подходящий модуль, так как в таком случае нельзя гарантировать уникальность найденного модуля.

На самом деле, в некоторых случаях поиск может не завершаться, из-за того, что некоторые типы в ограничениях ещё не полностью выведены. При этом эти типы могут быть выведены после обработок некоторых других, завершающихся веток поиска. Поэтому, обнаружив ветку поиска, которая может не завершиться, следует не сразу заканчивать поиск с ошибкой, а обозначить эту ветку *заблокированной* и попробовать продвинуться в других ветках. Только если все ветки либо полностью просмотрены, либо заблокированы, следует вернуть ошибку.

### 3.2. Время вывода модулей

Напомним, что в некоторый момент накопившиеся неявные переменные будут выведены все вместе. Определим, в какой именно момент это будет происходить.

Главным соображением на этот счёт является следующее: чем дальше откладывается вывод модулей, тем больше типов будет выведено, следовательно, тем больше

шансов на однозначность вывода модулей. Поэтому было бы разумно откладывать вывод модулей как можно дольше.

Если переменная вывода типов, связанная с неявным модулем, будет генерализована, то она превратится в типовую переменную, которую ни с чем нельзя унифицировать, что приведёт к ошибке. Руководствуясь этим, в решении для OCaml вывод модулей происходит непосредственно до генерализации, то есть, фактически, в момент обработки ближайшего к неявной аппликации `let`-определения.

В данной работе было реализовано следующее решение. Переменные вывода типов, связанные с неявными модулями, должны в результате унификации стать конкретными типами, если поиск модулей будет успешным. После обработки всей программы такие переменные не могут оставаться невыведенными — это бы значило, что поиск одного из неявных модулей был неудачен. Следовательно, генерализовать эти переменные вообще не нужно. Будем помечать переменные, связанные с неявными модулями, и пропускать их при генерализации.

Такое изменение делает выбор времени, в которое будут выводиться модули, более свободным. В частности, ничто не мешает выводить модули в самом конце типизации, получив максимально выведенные типы. В реализации этой работы было принято решение обрабатывать модули в момент достижения верхнеуровневого `let`-определения. Зависимости между неявными аппликациями из разных верхнеуровневых конструкций крайне редки, а предлагаемое решение позволяет независимо обрабатывать верхнеуровневые конструкции, что, на мой взгляд, является более естественным поведением.

### 3.3. Локальные неявные модули

Решение выводить модули в момент достижения верхнеуровневого `let`-определения поднимает небольшую проблему, связанную с неявными модулями, объявленными локально.

К примеру, рассмотрим следующую функцию, сортирующую (с помощью функции `sort`, неявно принимающей компаратор) строки сначала лексикографически, а затем по длине:

```
sort_strings strs =  
  let by_lex = let implicit Sort_Lex = ... in sort strs in  
  let by_len = let implicit Sort_Len = ... in sort strs in  
  (by_lex, by_len)
```

В этом примере оба неявных аргумента будут выведены при обработке верхнеуровневого `let`-определения функции `sort_strings`. Но к этому моменту модули `Sort_Lex` и `Sort_Len` уже покинули область видимости и недоступны для поиска.

Получается, чтобы поддерживать неявную область видимости, требуется иметь доступ к контексту, который был доступен в момент неявной аппликации. Однако, хранить отдельную копию контекста для каждого контекста было бы расточительно по памяти.

Будем поддерживать неявную область видимости в виде дерева, повторяющего структуру абстрактного синтаксического дерева, но хранящего только релевантные вершины. В этом дереве будут храниться неявные модули вместе со справочной информацией, такой как, например, доступные в контексте и используемые в неявных модулях типовые переменные.

Для каждой неявной аппликации будем хранить вершину на таком сжатом дереве, которая соответствует её месту в синтаксическом дереве. Тогда, чтобы получить неявную область видимости для конкретной неявной аппликации, достаточно рассмотреть все модули на пути от корня до сохранённой для этой аппликации вершины. Заметим, что такая обработка на пути столь же эффективна, как обычный перебор всех модулей из контекста.

### 3.4. Синтаксис `[_]`

Объясним мотивацию, стоящую за введением синтаксической формы `[_]`, означающей "в этом месте необходимо вывести модуль". Дело в том, что алгоритм определяет, что модуль необходимо вывести, если обнаруживает неявную аппликацию. Тем не менее, существуют неявные выражения, в которых аппликация вовсе отсутствует. Рассмотрим, например, следующий интерфейс, определяющий нейтральный элемент, и модуль, реализующий этот интерфейс для сложения чисел:

```
type NEUTRAL = {  
  type t  
  neutral: t  
}  
  
implicit NeutralAdd = {  
  type t = int  
  neutral = 0  
}
```

И определим неявную функцию, возвращающую нейтральный элемент:

```
neutral [N : NEUTRAL] = N.neutral
```

Но как использовать эту функцию? Действительно, так как тип этой функции — `[N : NEUTRAL] -> N.t`, то нет явных аргументов, к которым можно применить эту

функцию, чтобы появилась неявная аппликация. Тем не менее, в некоторых контекстах этот модуль можно вывести, например, в выражении `5 + neutral`. Такое выражение не будет компилироваться в решении для OCaml, но аналогичные конструкции поддержаны в других языках, например, в Scala. Единственный способ применить такую функцию в решении для OCaml — передать ей явный аргумент, `5 + neutral` [[NeutralAdd](#)].

Проблема заключается в том, что с такими функциями не всегда ясно, что имел в виду программист: обращение к функции как есть, или вызов её с выводом неявного параметра. Особенно эта двусмысленность видна в выражениях вида `let x = neutral in ...` или в случае передачи функции `neutral` в качестве аргумента функции высшего порядка.

В этой работе предлагается явное синтаксическое разделение двусмысленности семантики. В случае, если за неявной функцией, у которой нет явных аргументов, будет стоять токен `[_]`, выражение будет трактоваться как неявная аппликация, и модуль будет выведен, в противном же случае функция будет трактоваться как есть. Это разумный компромисс: он позволяет не выписывать явно неявные модули для таких функций, ограничиваясь только явным указанием, что вывести нужно, при этом не усложняет ни систему проверки типов, ни читаемость кода.

### 3.5. Неявные аргументы для функторов

В решении для OCaml, тогда как модули могут использоваться в качестве неявных аргументов для *функций*, использование модулей в качестве неявных аргументов для *функторов* не поддерживается. Напомним, что в OCaml функции и функторы находятся на разных слоях языка, поэтому поддержка неявных аргументов для функторов в OCaml требует дополнительных теоретических исследований, и, вероятно, потребует дублирования функциональности. Так как в языке 1ML функции и функторы являются частными случаями одной и той же конструкции, можно минимальными усилиями переиспользовать решение, представленное в данной работе, чтобы поддержать неявные аргументы для функторов.

Опишем несколько случаев, в которых эта функциональность может быть полезна. Допустим, были определены два модуля, отвечающие за строковое представление списков: `Show_list1` и `Show_list2`. Их сигнатура одинакова, поэтому при применении неявной функции `show` требуется выбрать модуль явно. Без поддержки неявных аргументов это делается следующим кодом:

```
show [Show_list1 [Show_pair [Show_string] [Show_int]]]
  (("hello" , 1) :: ("world" , 2) :: nil))
```

Заметим, что неоднозначность проявляется только при выборе `Show_list1`, а вот

часть `Show_pair [Show_string] [Show_int]` может быть выведена автоматически. Поддержка неявных аргументов для функторов позволяет так переписать этот вызов:

```
show [Show_list1 [_]] (("hello" , 1) :: (("world", 2) :: nil))
```

Отметим, что в этом примере была использована синтаксическая форма `[_]`, введённая в предыдущем параграфе. Тогда как необходимость в ней для неявных функций появляется достаточно редко, для функторов она требуется достаточно часто, так как у неявных функторов все аргументы неявные.

В примере выше неявные аргументы для функторов применены в комбинации с неявными аргументами для функций. Неявные аргументы для функторов могут быть использованы и сами по себе. Рассмотрим, например (TODO придумать пример (MAP?))

### 3.6. Логическое программирование

Фреймворк неявных модулей можно воспринимать как (достаточно неудобный и урезанный) способ создавать программы в логической парадигме.

(TODO это вообще нужно? единственная польза – пример доказывающий что если словили `termination check` то ещё не всё потеряно в главе 4, но мб он тоже не нужен)

### 3.7. Выводы и результаты по главе

TODO

## 4. Порядок разрешения

### 4.1. Анализ проблемы

Как уже было упомянуто в главе 2, вывод одних неявных модулей может зависеть от вывода других неявных модулей. То есть, на некоторых примерах успешность вывода модулей зависит от порядка, в котором они будут обрабатываться. Эта работа уделяет особое внимание исследованию таких примеров.

```
module type PLUS = sig
  type t and u and res
  val ( + ) : t -> u -> res
end;;

let ( + ) {P : PLUS} = P.( + );;

implicit module Int_Int = struct
  type t = int and u = int and res = int
  let ( + ) = ( + )
end;;

implicit module Float_Float = struct
  type t = float and u = float and res = float
  let ( + ) = ( +. )
end;;

implicit module Int_Float = struct
  type t = int and u = float and res = float
  let ( + ) l r = (float_of_int l) +. r
end;;

implicit module Float_Int = struct
  type t = float and u = int and res = float
  let ( + ) l r = l +. (float_of_int r)
end;;

print_float ((1 + 1.1) + 2.5);;
```

Листинг 7: Пример кода на OCaml, который не работает из-за некорректного порядка вывода



Проиллюстрируем важность этой проблемы на достаточно простом коде, приведённый в листинге 7. Этот код реализует возможность смешения чисел типа `int` и `float` при сложении: например, `1 + 1.1`. В рамках этой работы было обнаружено, что, несмотря на свою простоту, данный код не будет работать в решении для OCaml.

В листинге 7 определяется перегрузка оператора `+` для всех возможных комбинаций из `int` и `float`. Прототип неявных модулей для OCaml выдаст ошибку "неоднозначность" на последней строчке. Дело в том, что в решении для OCaml модули обрабатываются в следующем порядке: неявный аргумент в функции будет выведен до того, как будут выведены неявные аргументы в других аргументах этой функции. Так, в выражении `(1 + 1.1) + 2.5` первым будет выведен неявный аргумент для второго плюса. Так как первый плюс ещё не обработан, тип выражения `1 + 1.1` ещё не выведен, поэтому второй плюс имеет тип  $\alpha \rightarrow \text{float} \rightarrow \text{float}$ . Такому типу соответствуют и `Float_Float`, и `Int_Float`. Если бы первый плюс обрабатывался первым, то оба неявных аргумента были бы корректно выведены.

(TODO рассказать что если там вывод типов то всё совсем плохо, типа `(1.1 + x) + (sqrt x)`)

Заметим, что проблема проявляется, даже если отказаться от требования уникальности и подставить любой из кандидатов: если в примере выше не угадать и подставить `Int_Float`, а не `Float_Float`, то после этого система проверки типов выдаст ошибку. Можно было бы после такой неудачной вставки откатиться к неоднозначному выводу и выбрать другой модуль, то есть осуществить поиск с возвратом (backtracking), но легко построить пример, на котором такое решение будет иметь экспоненциальную сложность.

Более того, возможны случаи, когда неправильный порядок обработки приводит к бесконечному числу кандидатов. Рассмотрим логическое сложение из параграфа 3.6. (TODO)

Во многих языках с неявными аргументами и выводом типов эта проблема проявляется. Из рассмотренных аналогов решение этой проблемы было обнаружено только в классах типов для Coq [16]. Для этого авторы переиспользуют специфическую тактику `eauto`, то есть их решение трудно применимо вне контекста автоматических систем доказательств.

## 4.2. Алгоритм

(TODO Вводные)

Опишем сначала упрощённую версию алгоритма. Будем запускать поиск для различных неявных переменных, пока не найдётся переменная, для которой поиск успешно завершится. Успешно завершённый поиск может дать новую информацию посредством конкретизации некоторых переменных вывода типа, поэтому снова будем за-

пускать поиск для оставшихся неявных переменных. В конце либо все неявные переменные разрешены, либо ни одна из оставшихся неявных переменных не может быть однозначно выведена. Если существует некоторый порядок, позволяющий вывести все неявные переменные, то такой алгоритм найдёт его. Таким образом, мы решили задачу, однако крайне неэффективно, поэтому опишем несколько оптимизаций.

Ниже будут определены три приоритета. На каждом шаге алгоритма будем пробовать обработать неявную переменную с высшим приоритетом из всех оставшихся.

1. Высший приоритет присваивается тем неявным переменным, которые зависят только от переменных вывода типов, не встречающихся в типах других неявных переменных (в частности, высшим приоритетом обладают неявные переменные с полностью выведенным типом). Если такая "уникальная" неявная переменная появилась, нужно обработать её в первую очередь, ведь если их обработка завершилась с ошибкой, можно не надеяться на новую информацию от других неявных переменных, а следует завершить весь алгоритм.
2. Второй приоритет присваивается неявным переменным, которые не были обработаны ни разу.
3. Третий приоритет — неявным переменным, которые уже были безуспешно обработаны до этого, но с момента последней обработки которых некоторые переменные вывода типов, содержащиеся в типе этих неявных переменных, были выведены.

В отличие от наивного квадратичного алгоритма, алгоритм с такими оптимизациями будет сначала обрабатывать (за оптимальное, линейное время) те неявные переменные, между которыми нет сложных зависимостей. То есть применение такого алгоритма строго лучше имеющегося в OCaml: тогда как решение, предложенное в этой работе, не замедлится на случаях, которые можно обрабатывать в любом порядке, оно позволяет дополнительно поддерживать все случаи, работающие только при определённом порядке обработки.

(TODO Сложность)

(TODO Эвристики)

Алгоритм можно ещё больше оптимизировать с помощью мемоизации, сохраняя некоторые результаты неудачного поиска. Например, можно сохранять информацию о ветках, в которых не найдено ни одного кандидата (в последующих запусках в эти ветки можно не заходить) или частичную информацию о переменных вывода типов (если стало известно, что какое-то подмножество переменных вывода типов принимает одинаковые значения для всех возможных кандидатов, то можно унифицировать эти переменные даже в случае безуспешного поиска). В данной работе были реализованы только самые примитивные из подобных техник, но подробное исследование

мемоизации для данной задачи является интересным направлением дальнейшей работы.

### **4.3. Выводы и результаты по главе**

TODO

## Заключение

В рамках данной работы были достигнуты следующие результаты:  
TODO

## Список литературы

- [1] White Leo, Bour Frédéric, Yallop Jeremy. Modular implicits // Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science. — 2015. — Vol. 198. — P. 22–63. — URL: <http://dx.doi.org/10.4204/EPTCS.198.2>.
- [2] White Leo. Re: Modular Implicits. Online forum comment. — 2018. — URL: <https://discuss.ocaml.org/t/modular-implicits/144/18>.
- [3] MacQueen David B. Using Dependent Types to Express Modular Structure // Proceedings of the 13th ACM SIGACT-SIGPLAN Symposium on Principles of Programming Languages. — POPL '86. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 1986. — P. 277–286. — URL: <https://doi.org/10.1145/512644.512670>.
- [4] Russo Claudio V. First-Class Structures for Standard ML // Programming Languages and Systems / Ed. by Gert Smolka. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2000. — P. 336–350. — URL: [https://doi.org/10.1007/3-540-46425-5\\_22](https://doi.org/10.1007/3-540-46425-5_22).
- [5] Rossberg Andreas. The Missing Link: Dynamic Components for ML // Proceedings of the Eleventh ACM SIGPLAN International Conference on Functional Programming. — ICFP '06. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 2006. — P. 99–110. — URL: <https://doi.org/10.1145/1159803.1159816>.
- [6] Frisch Alain, Garrigue Jacques. First-class modules and composable signatures in Objective Caml 3.12 // ACM SIGPLAN Workshop on ML, Baltimore, MD. — 2010.
- [7] Rossberg Andreas. 1ML – Core and Modules United (F-ing First-Class Modules) // Proceedings of the 20th ACM SIGPLAN International Conference on Functional Programming. — ICFP 2015. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 2015. — P. 35–47. — URL: <https://doi.org/10.1145/2784731.2784738>.
- [8] Dreyer Derek. Understanding and Evolving the ML Module System : Ph.D. thesis / Derek Dreyer ; Carnegie Mellon University. — 2005.
- [9] Rossberg Andreas, Russo Claudio V., Dreyer Derek. F-Ing Modules // Proceedings of the 5th ACM SIGPLAN Workshop on Types in Language Design and Implementation. — TLDI '10. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 2010. — P. 89–102. — URL: <https://doi.org/10.1145/1708016.1708028>.

- [10] Harper Robert, Mitchell John C. On the Type Structure of Standard ML // ACM Trans. Program. Lang. Syst. — 1993. — Vol. 15, no. 2. — P. 211–252. — URL: <https://doi.org/10.1145/169701.169696>.
- [11] Strachey Christopher. Fundamental concepts in programming languages. Lecture notes for International Summer School in Computer Programming. — 1967.
- [12] Wadler Philip, Blott Stephen. How to Make Ad-Hoc Polymorphism Less Ad Hoc // Proceedings of the 16th ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages. — POPL '89. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 1989. — P. 60–76. — URL: <https://doi.org/10.1145/75277.75283>.
- [13] Matsakis Nicholas D., Klock Felix S. The Rust Language // Proceedings of the 2014 ACM SIGAda Annual Conference on High Integrity Language Technology. — HILT '14. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 2014. — P. 103–104. — URL: <https://doi.org/10.1145/2663171.2663188>.
- [14] Oliveira Bruno C.d.S., Moors Adriaan, Odersky Martin. Type Classes as Objects and Implicits // Proceedings of the ACM International Conference on Object Oriented Programming Systems Languages and Applications. — OOPSLA '10. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 2010. — P. 341–360. — URL: <https://doi.org/10.1145/1869459.1869489>.
- [15] Mahboubi Assia, Tassi Enrico. Canonical Structures for the Working Coq User // Proceedings of the 4th International Conference on Interactive Theorem Proving. — ITP'13. — Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2013. — P. 19–34. — URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-39634-2\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-39634-2_5).
- [16] Sozeau Matthieu, Oury Nicolas. First-class type classes // International Conference on Theorem Proving in Higher Order Logics / Springer. — 2008. — P. 278–293.
- [17] Dreyer Derek, Harper Robert, Chakravarty Manuel M. T., Keller Gabriele. Modular Type Classes // Proceedings of the 34th Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages. — POPL '07. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery, 2007. — P. 63–70. — URL: <https://doi.org/10.1145/1190216.1190229>.
- [18] Chambard Pierre, Henry Grégoire. Experiments in generic programming: runtime type representation and implicit values // Presentation at the OCaml Users and Developers meeting, Copenhagen, Denmark. — 2012.
- [19] Schneider Gerhard. ML mit Typklassen : Master's thesis / Gerhard Schneider ; Saarland University. — 2000.