

확률의 정의

시험

같은 조건에서 여러번 반복할 수 있으며 그 결과가 우연에 의해서 결정되는 실험이나 관찰을 시험이라고 한다.

표본공간과 사건

1. 어떤 시험에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합을 표본공간 또는 표본집합이라고 한다.
2. 표본공간의 부분집합을 사건이라고 한다. 집합을 사건에 대응
3. 표본공간의 부분집합 중에서 한 개의 원소로 이루어진 집합(사건)을 근원사건이라고 한다.
4. 어떤 시험에서 반드시 일어나는 사건을 전사건이라고 하고 결코 일어나지 않는 사건을 공사건(ϕ)이라고 한다.

합사건, 곱사건

표본공간의 부분집합인 두 사건 A, B 에 대하여 A 또는 B 가 일어나는 사건을 A 와 B 의 합사건이라 한다.

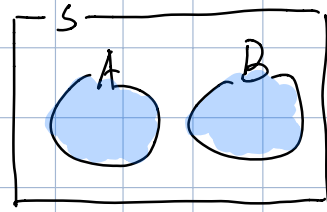
$$A \cup B$$

또 표본공간의 부분집합인 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B 가 동시에 일어나는 사건을 A 와 B 의 곱사건이라 한다

$$A \cap B$$

배반 사건

두 사건 A, B 이 대하여 A 와 B 중의 하나 또는 둘 다 발생하는 사건이 일어나면 다른 사건이 일어나지 않을 때, 곧 $A \cap B = \emptyset$ 일 때 A 와 B 는 서로 배반이라 하고, 배반인 두 사건은 서로 배반 사건이라 한다.

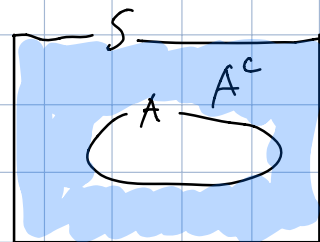


사건이 상충의 사건에 대하여 어떠한 두 사건도 서로 배반이면 이들 사건은 서로 배반이라 한다.

여 사건

어떤 사건 A 에 대하여 A 가 일어나지 않는 사건을 A 의 여사건이라 하고, 기호로 A^c 과 같이 나타낸다.

$A \cap A^c = \emptyset$ 이므로 A 와 A^c 은 서로 배반사건.



시행

표본공간

사건, 군론사건

전사건, 공사건

합사건, 곱사건

배반사건, 여사건

상대도수

확률 Probability

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 가능성을 수로 나타낼 것을 사건 A의 확률이라 한다.

$P(A)$

수학적 확률

어떤 시행에서 표본공간 S에 대하여 각 근원사건이 일어날 가능성이 같은 정수로 주어질 때, 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$ 는

$$P(A) = \frac{(\text{사건 A의 원소의 개수})}{(\text{표본공간 S의 원소의 개수})} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

로 정의하고, 이를 표본공간 S에서 A가 일어날 수학적 확률이라고 한다.

통계적 확률

일정한 조건에서 같은 시행을 n번 반복할 때, 사건 A가 일어날 횟수를 γ_n 이라고 하자. 이때, 시행 횟수 n이 한없이 커짐에 따라 상대도수 $\frac{\gamma_n}{n}$ 이 일정한 값 p에 가까워지면 이 값 p를 사건 A가 일어날 통계적 확률이라고 한다.

그런데 실제로는 시행 횟수 n을 한없이 크게 할 수 없으므로 n이 충분히 큰 때의 상대도수 $\frac{\gamma_n}{n}$ 을 보통 통계적 확률로 본다.

확률의 기본 성질

어떤 사건 A , 전사건 S , 공사건 \emptyset 에 대하여

$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad P(S) = 1, \quad P(\emptyset) = 0$$

확률 $P(A)$ 의 정의

- (i) 한 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 n 이고
 - (ii) 이 n 가지의 경우는 어느 둘도 동시에 일어나지 않으며
 - (iii) 이 n 가지가 일어날 가능성이 각각 같은 정도로 기대된다.
- 그 할때, 이 n 가지 중에서 사건 A 가 일어날 경우의 수가 r 이면
- $$P(A) = \frac{r}{n}$$

확률의 일반적인 정의

↑ 표본공간 $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 의 각 원소 e_i 에 음이 아닌 실수 P_i 를 대응 시킬때

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1 \quad \text{이면}$$

P_i 를 사건 $\{e_i\}$ 가 일어날 확률 이라고 한다.

$$\frac{r_n}{n} \doteq P(A) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_n}{n} = P(A)$$

기하학적 확률

영역 U 는 연속적인 변량 u 를 크기로 가지고, 이 영역에서 어느 점을 찍을 때는 같은 가능성이 같은 정도로 기대된다고 하자.

이제 영역 A 가 영역 U 에 포함되어 있고 A 의 크기가 a 일 때 영역 U 에서 임의로 찍은 점 P 가 영역 A 에 속할 확률은 $\frac{a}{u}$ 라고 정의 한다.

