HỌC KỲ 2 – ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM (35 CÂU)

Câu 1. $\lim\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Dãy số cho bởi công thức nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $u_n=\frac{n^3-3n}{n+1}$. **B.** $u_n=n^2-4n$. **C.** $u_n=\left(\frac{-2}{3}\right)^n$. **D.** $u_n=\left(\frac{6}{5}\right)^n$.

Câu 3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x-1}{2-3x}$ bằng

A. 1. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** -1. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{4x-3}{x-1}$ bằng

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

Câu 6. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x+1}$ tại tiếp điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $k=1$. **B.** $k=\frac{1}{4}$. **C.** $k=-\frac{1}{2}$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho $u=u(x), v=v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'}{v'}$. **B.** $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$. **C.** $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v}$. **D.** $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v+uv'}{v^2}$.

Câu 8. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$.

A. $y'=\frac{4x}{\sqrt{2x^2+1}}$. **B.** $y'=\frac{1}{2\sqrt{2x^2+1}}$. **C.** $y'=\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. **D.** $y'=\frac{x}{2\sqrt{2x^2+1}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=4\sqrt{x}-\frac{5}{x}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{4}{\sqrt{x}}-5$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{5}{x^2}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{5}{x^2}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{5}{x^2}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại $x=3$ bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=-\dfrac{1}{x}+2$.

A. $y'=\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x^2}+2$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x^2}+2$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y=(3x+2)^5$.

A. $y'=15(3x+2)^6$. **B.** $y'=5(3x+2)^4$. **C.** $y'=5(3x+2)^5$. **D.** $y'=15(3x+2)^4$.

Câu 13. Tìm đạo hàm của hàm số $y=2\cos x$

A. $y'=2\sin x$. **B.** $y'=-\sin x$. **C.** $y'=\sin x$. **D.** $y'=-2\sin x$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=x+\cos x$ trên tập $\mathbb{R}$ là

A. $y'=x-\sin x$. **B.** $y'=1+\sin x$. **C.** $y'=1-\sin x$. **D.** $y'=x+\sin x$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 2x-\cos 3x$.

A. $f'(x)=2\sin 4x+3\sin 3x$. **B.** $f'(x)=\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'(x)=2\sin 2x+3\sin 3x$. **D.** $f'(x)=2\sin 4x-3\sin 3x$.

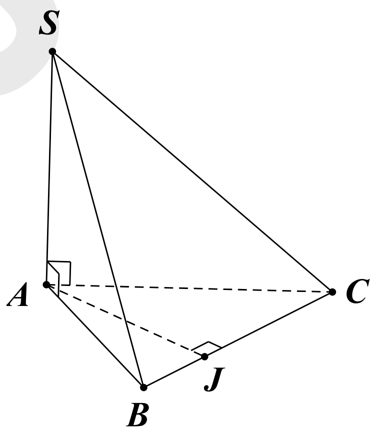
Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{EH}$ là

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AE}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BH}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông tại B. Gọi AH là đường cao của ΔSAB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $SA\perp BC$. **B.** $AH\perp SC$. **C.** $AH\perp BC$. **D.** $AH\perp AC$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, J là hình chiếu của A trên BC (*minh họa như hình vẽ dưới đây*). Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $BC\perp(SAJ)$. **B.** $AJ\perp SC$. **C.** $BC\perp(SAC)$. **D.** $BC\perp(SAB)$.

Câu 19. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ (minh họa như hình bên). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SCD)\perp(ABCD)$. **B.** $(SAC)\perp(ABCD)$. **C.** $(SAB)\perp(ABCD)$. **D.** $(SAD)\perp(ABCD)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3, $SB=5$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách h từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $h=\sqrt{3}$. **B.** $h=5$. **C.** $h=3$. **D.** $h=4$.

Câu 21. Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-1}{x-1}=5$. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{f(x)}-1}{2(x^2-3x+2)}=\dfrac{a}{b}$ (trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}^*$). Tính $a-b$

A. $a-b=9$. **B.** $a-b=7$. **C.** $a-b=-7$. **D.** $a-b=-9$.

Câu 22. Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2} & khi\ x\neq 2\\ a & khi\ x=2\end{cases}$ hàm số liên tục tại $x=2$ khi a bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 23. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t)=-t^3+6t^2+t$, (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc lớn nhất của chuyển động trên là

A. $23m/s$. **B.** $11m/s$. **C.** $13m/s$. **D.** $18m/s$.

Câu 24. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^4+8x^2+21$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'<0$ là:

A. $[-4;0]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4]\cup(0;4)$. **C.** $(-4;4)\setminus\{0\}$. **D.** $(-4;0)\cup(4;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+9}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại điểm $x=4$ là

A. $f'(4)=\dfrac{4}{10}$. **B.** $f'(4)=\dfrac{4}{5}$. **C.** $f'(4)=\dfrac{1}{5}$. **D.** $f'(4)=\dfrac{1}{10}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\sin x+x$ với $x\in\mathbb{R}$. Tập hợp nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\{\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\{k2\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 3x$ tại $x=\dfrac{\pi}{2}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$. Tính $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1$. **B.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-1$. **C.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=2$. **D.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-2$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=(x+10)^6$. Giá trị của $f''(2)$ bằng

A. 623088. **B.** 622080. **C.** 623080. **D.** 622008.

Câu 30. Cho hàm số $y=3\sin 2x-5\cos 2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y''-4y=0$. **B.** $y''+4y=0$. **C.** $y''+y=0$. **D.** $y''-y=0$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc giữa hai đường thẳng IJ và AD bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $SA\perp(ABC)$. Góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).

A. $75°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha = \frac{1}{4}$. **B.** $\tan\alpha = 1$. **C.** $\tan\alpha = 4$. **D.** $\tan\alpha = \sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao $a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy ABC đến mặt phẳng (SBC).

A. $a\sqrt{\frac{3}{10}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{\frac{2}{5}}$

PHẦN 2: TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + 3(m+1)x + 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $y' = 0$ có nghiệm.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. SA vuông góc với đáy, H là hình chiếu của A lên SO. Chứng minh đường thẳng AH vuông góc với (SBD).

Câu 3. a) Cho a và b là các số thực khác 0. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx+2} - 2ax\right) = 4$. Tính $a+b$.

b) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm trên trục hoành sao cho từ đó kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số và trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.B	5.B	6.D	7.B	8.C	9.D	10.D
11.A	12.D	13.D	14.C	15.A	16.C	17.D	18.A	19.B	20.D
21.D	22.D	23.C	24.D	25.B	26.C	27.A	28.D	29.B	30.A
31.B	32.D	33.C	34.C	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM (35 CÂU)

Câu 1. $\lim\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)=\lim\frac{1}{\sqrt{n^2+1}+n}=0$ nên chọn đáp án C.

Câu 2. Dãy số cho bởi công thức nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n=\frac{n^3-3n}{n+1}$. **B.** $u_n=n^2-4n$. **C.** $u_n=\left(\frac{-2}{3}\right)^n$. **D.** $u_n=\left(\frac{6}{5}\right)^n$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\left(\frac{-2}{3}\right)^n=0$ vì $\left|-\frac{2}{3}\right|<1$.

Câu 3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x-1}{2-3x}$ bằng

A. 1. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** -1. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x-1}{2-3x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5-\frac{1}{x}}{\frac{2}{x}-3}=-\frac{5}{3}$.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{4x-3}{x-1}$ bằng

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to1^+}\frac{4x-3}{x-1}=+\infty$ vì $\lim\limits_{x\to1^+}(4x-3)=1>0; \lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0$ và $x-1>0$ với mọi $x>1$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ là $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

Câu 6. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$ tại tiếp điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $k=1$. **B.** $k=\dfrac{1}{4}$. **C.** $k=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $k=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\dfrac{2x}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

Với hoành độ tiếp điểm là $x=1\Rightarrow$ hệ số góc $y'(1)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Cho $u=u(x), v=v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'}{v'}$. **B.** $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$. **C.** $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v}$. **D.** $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v+uv'}{v^2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$.

A. $y'=\dfrac{4x}{\sqrt{2x^2+1}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{2x^2+1}}$. **C.** $y'=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. **D.** $y'=\dfrac{x}{2\sqrt{2x^2+1}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{(2x^2+1)'}{2\sqrt{2x^2+1}}=\dfrac{4x}{2\sqrt{2x^2+1}}=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=4\sqrt{x}-\dfrac{5}{x}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{4}{\sqrt{x}}-5$. **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{x}}+\dfrac{5}{x^2}$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{5}{x^2}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{x}}+\dfrac{5}{x^2}$.

Lời giải

Chọn D

$$y'=\left(4\sqrt{x}-\frac{5}{x}\right)'=4\left(\sqrt{x}\right)'-5\left(\frac{1}{x}\right)'=4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)-5\left(\frac{-1}{x^2}\right)=\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{5}{x^2}.$$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại $x=3$ bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=x^3-3x^2+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x \Rightarrow f'(3)=9$ nên chọn đáp án D.

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=-\dfrac{1}{x}+2$.

A. $y'=\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x^2}+2$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x^2}+2$.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y=-\dfrac{1}{x}+2$ là $y'=\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y=(3x+2)^5$.

A. $y'=15(3x+2)^6$. **B.** $y'=5(3x+2)^4$. **C.** $y'=5(3x+2)^5$. **D.** $y'=15(3x+2)^4$.

Lời giải

Chọn D

$y=(3x+2)^5 \Rightarrow y'=5.(3x+2)^4.(3x+2)'=5.(3x+2)^4.3=15(3x+2)^4$.

Câu 13. Tìm đạo hàm của hàm số $y=2\cos x$

A. $y'=2\sin x$. **B.** $y'=-\sin x$. **C.** $y'=\sin x$. **D.** $y'=-2\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=2\cos x \Rightarrow y'=-2\sin x$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=x+\cos x$ trên tập $\mathbb{R}$ là

A. $y'=x-\sin x$. **B.** $y'=1+\sin x$. **C.** $y'=1-\sin x$. **D.** $y'=x+\sin x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x+\cos x \Rightarrow y'=1-\sin x$ nên chọn đáp án C.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 2x-\cos 3x$.

A. $f'(x)=2\sin 4x+3\sin 3x$. **B.** $f'(x)=\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'(x)=2\sin 2x+3\sin 3x$. **D.** $f'(x)=2\sin 4x-3\sin 3x$.

Lời giải

Chọn A

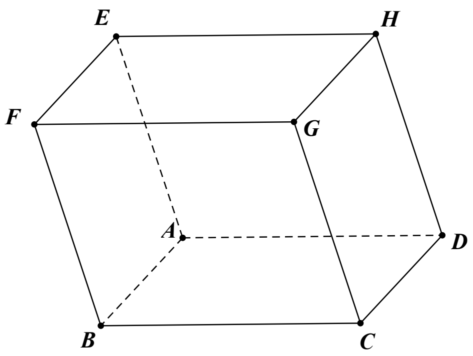
Ta có: $f'(x)=(\sin^2 2x-\cos 3x)'=2\sin 2x.(\sin 2x)'+\sin 3x(3x)'=2\sin 4x+3\sin 3x$.

Câu 16. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{EH}$ là

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AE}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BH}$.

Lời giải

Chọn C



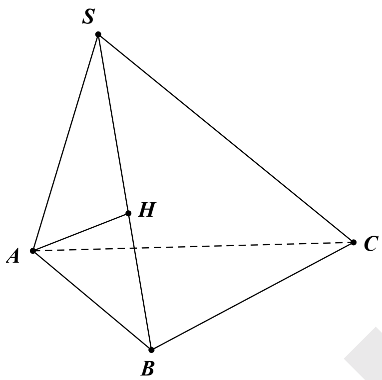
Ta có: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{HF}=\overrightarrow{DB}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông tại B. Gọi AH là đường cao của ΔSAB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $SA\perp BC$. **B.** $AH\perp SC$. **C.** $AH\perp BC$. **D.** $AH\perp AC$.

Lời giải

Chọn D



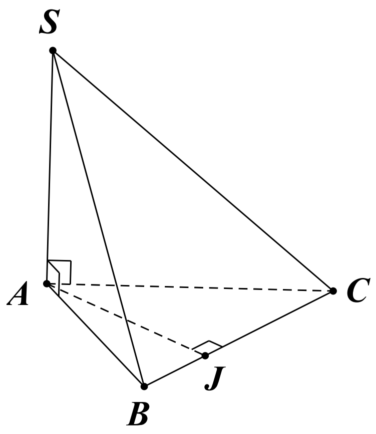
Vì $SA\perp(ABC)$, $BC\subset(ABC)$ nên $SA\perp BC$, vậy đáp án A đúng.

$BC\perp AB$ (do ΔABC vuông tại B), mà $BC\perp SA$ nên $BC\perp(SAB)$, do đó $BC\perp AH$ nên đáp án C đúng.

Ta có $SB\perp AH$, $BC\perp AH$ nên $AH\perp(SBC)$ suy ra $AH\perp SC$. Vậy đáp án B đúng.

Vậy chọn đáp án D.

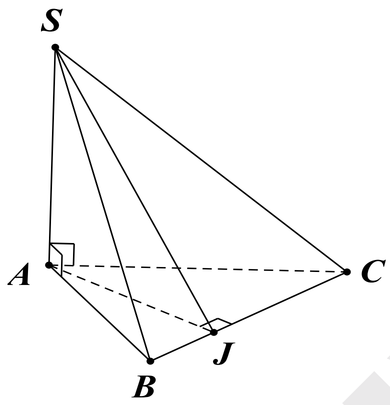
Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, J là hình chiếu của A trên BC (*minh họa như hình vẽ dưới đây*). Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $BC \perp (SAJ)$.　　**B.** $AJ \perp SC$.　　**C.** $BC \perp (SAC)$.　　**D.** $BC \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn A



Có $\begin{cases} BC \perp AJ & (gt) \\ BC \perp SA & \left(SA \perp (ABC)\right) \end{cases}$.

Mà SA và AJ là hai đường thẳng cắt nhau và nằm trong mp(SAJ).

Do đó $BC \perp (SAJ)$.

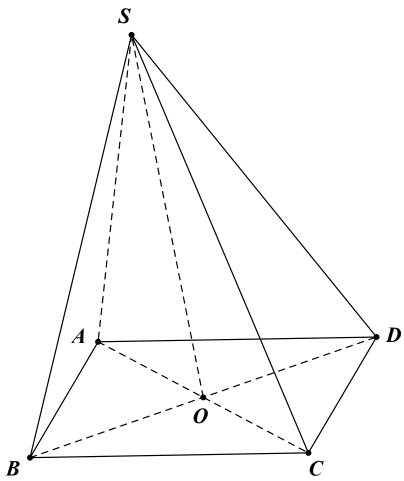
Câu 19. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ (minh họa như hình bên). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SCD) \perp (ABCD)$.　**B.** $(SAC) \perp (ABCD)$.

C. $(SAB) \perp (ABCD)$.　**D.** $(SAD) \perp (ABCD)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

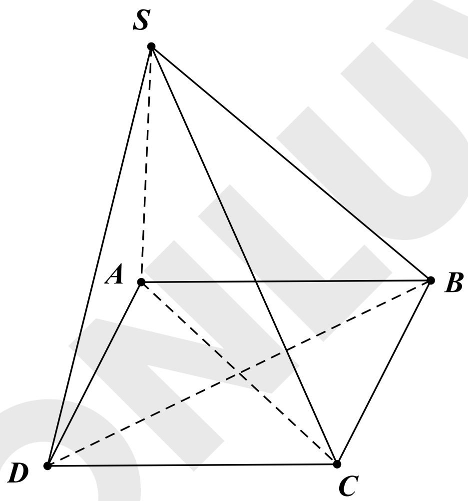
mà $SO \subset (SAC)$. Do đó $(SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3, $SB = 5$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách h từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $h = \sqrt{3}$. **B.** $h = 5$. **C.** $h = 3$. **D.** $h = 4$.

Lời giải

Chọn D



$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \text{ tại } A$$

$\Rightarrow d\left(S,(ABCD)\right) = SA = h$

ΔSAB vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Vậy $h = 4$.

Câu 21. Cho $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - 1}{x - 1} = 5$. Biết $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{f(x)} - 1}{2(x^2 - 3x + 2)} = \dfrac{a}{b}$ (trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a - b$

A. $a - b = 9$. **B.** $a - b = 7$. **C.** $a - b = -7$. **D.** $a - b = -9$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-1}{x-1}=5$ ta suy ra $f(1)=1$ và $f(x)-1=(x-1)g(x)$ trong đó $g(1)=5$

Ta có: $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{2(x^2-3x+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-1}{2(x-1)(x-2)\left(\sqrt{f(x)}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{g(x)}{2(x-2)\left(\sqrt{f(x)}+1\right)}$

$=\frac{g(1)}{-2\left(\sqrt{f(1)}+1\right)}=\frac{5}{-2\left(\sqrt{1}+1\right)}=\frac{-5}{4}$. Do đó $a=-5;b=4\Rightarrow a-b=-9$

Câu 22. Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-3x+2}{x-2} & khi\ x\neq 2\\ a & khi\ x=2\end{cases}$ hàm số liên tục tại $x=2$ khi a bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-1)(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x-1)=1$; $f(2)=a$.

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$ khi $\lim_{x\to 2}f(x)=f(2)\Leftrightarrow 1=a$.

Câu 23. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t)=-t^3+6t^2+t$, (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc lớn nhất của chuyển động trên là

A. $23m/s$. **B.** $11m/s$. **C.** $13m/s$. **D.** $18m/s$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $v(t)=s'(t)=-3t^2+12t+1$. Ta thấy $v(t)$ là hàm bậc hai có hệ số $a<0$.

Do đó vận tốc lớn nhất đạt tại thời điểm $t=-\frac{b}{2a}=2(s)$. Khi đó vận tốc lớn nhất của chuyển động trên là $v(2)=-3.2^2+12.2+1=13(m/s)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=-\frac{1}{4}x^4+8x^2+21$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'<0$ là:

A. $[-4;0]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4]\cup(0;4)$. **C.** $(-4;4)\setminus\{0\}$. **D.** $(-4;0)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-x^3+16x$; $y'<0\Leftrightarrow -x^3+16x<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4<x<0\\ x>4\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $y'<0$ là $(-4;0)\cup(4;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+9}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại điểm $x=4$ là

A. $f'(4)=\frac{4}{10}$. **B.** $f'(4)=\frac{4}{5}$. **C.** $f'(4)=\frac{1}{5}$. **D.** $f'(4)=\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{\left(x^2+9\right)'}{2\sqrt{x^2+9}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}$. Suy ra: $f'(4)=\dfrac{4}{\sqrt{4^2+9}}=\dfrac{4}{5}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\sin x+x$ với $x\in\mathbb{R}$. Tập hợp nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\{\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\cos x+1=0\Leftrightarrow\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi,k\in Z$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\cos 3x$ tại $x=\dfrac{\pi}{2}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

$y'=-3\sin 3x; y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-3\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)=3$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$. Tính $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1$. **B.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-1$. **C.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=2$. **D.** $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-\sin x(1-\sin x)+\cos^2 x}{(1-\sin x)^2}=\dfrac{1}{1-\sin x}$; $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{1-\sin\dfrac{\pi}{6}}=2$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=(x+10)^6$. Giá trị của $f''(2)$ bằng

A. 623088. **B.** 622080. **C.** 623080. **D.** 622008.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=6(x+10)^5$, $f''(x)=30(x+10)^4$.

Nên $f''(2)=30.(2+10)^4=622080$.

Câu 30. Cho hàm số $y=3\sin 2x-5\cos 2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y''-4y=0$. **B.** $y''+4y=0$. **C.** $y''+y=0$. **D.** $y''-y=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=6\cos 2x+10\sin 2x$; $y''=-12\sin 2x+20\cos 2x$.

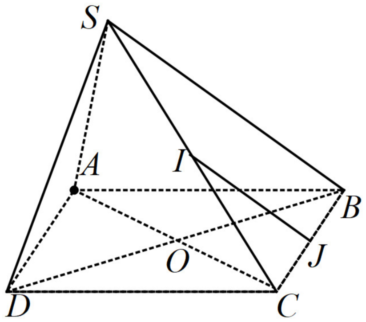
Xét phương án A: $y''-4y=-12\sin 2x+20\cos 2x+12\sin 2x-20\cos 2x=0$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc giữa hai đường thẳng IJ và AD bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AD//BC \Rightarrow \widehat{(IJ,AD)}=\widehat{(IJ,BC)}=\widehat{IJC}(1)$

Lại có I,J lần lượt là trung điểm của SC và BC nên $IJ//SB \Rightarrow \widehat{IJC}=\widehat{SBC}(2)$

Mặt khác ΔSBC đều nên $\widehat{SBC}=60^0(3)$

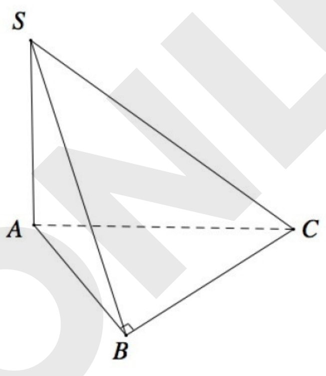
Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{(IJ,AD)}=60^0$ nên chọn.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $SA\perp(ABC)$. Góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.

Lại có tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB\perp BC$.

Mà SA,AB là hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (SAB) nên $BC\perp(SAB)$.

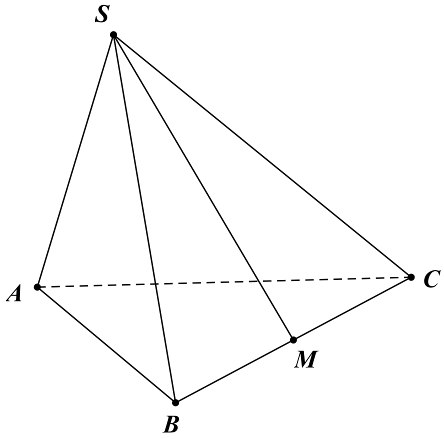
Do vậy góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng 90^0.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).

A. $75°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn C



$$\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ SH\perp BC\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$$

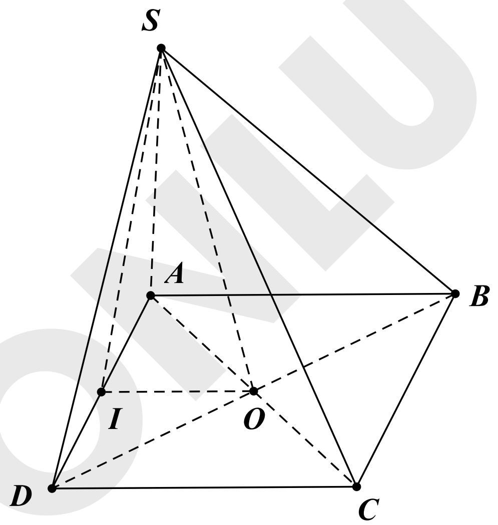
Suy ra góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCH}=\widehat{SCB}=60^\circ$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha=\dfrac{1}{4}$. **B.** $\tan\alpha=1$. **C.** $\tan\alpha=4$. **D.** $\tan\alpha=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của $ABCD$.

Kẻ $OI\perp AB$ tại I.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

$$\begin{cases}AB\perp OI\\ AB\perp SO\left(SO\perp(ABCD)\right)\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SOI)\Rightarrow AB\perp SI.$$

$$\begin{cases}(SAB)\cap(ABCD)=AB\\ AB\perp SI, SI\subset(SAB)\\ AB\perp OI, OI\subset(ABCD)\end{cases}\Rightarrow\left((SAB),(ABCD)\right)=(SI,OI)=\widehat{SIO}=\alpha.$$

ΔSOI vuông tại O có $OI=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{a}{2}$ (OI là đường trung bình của ΔABD).

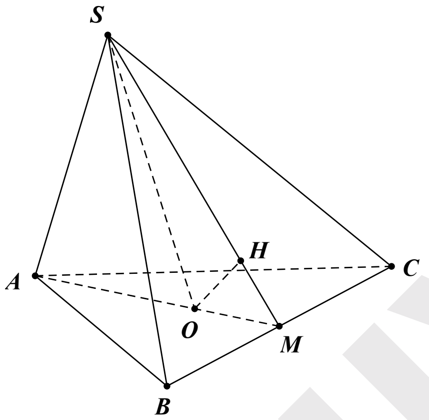
$\tan\alpha=\dfrac{SO}{OI}=\dfrac{2a}{\frac{a}{2}}=4$.

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao $a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy ABC đến mặt phẳng (SBC).

A. $a\sqrt{\dfrac{3}{10}}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

Lời giải

Chọn A



Vì $S.ABC$ đều nên $SO\perp(ABC)\Rightarrow(SAM)\perp(SBC)$

Do đó, trong (SAM) kẻ $OH\perp SM\Rightarrow OH\perp(SBC)\Rightarrow d\left(O;(SBC)\right)=OH$

Xét tam giác OSM có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\left(\frac{3}{a\sqrt{3}}\right)^2=\frac{10}{3a^2}\Rightarrow OH=a\sqrt{\frac{3}{10}}.$$

PHẦN 2: TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+3(m+1)x+2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $y'=0$ có nghiệm.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+3(m+1)x+2\Rightarrow y'=x^2-2(m+1)x+3(m+1)$

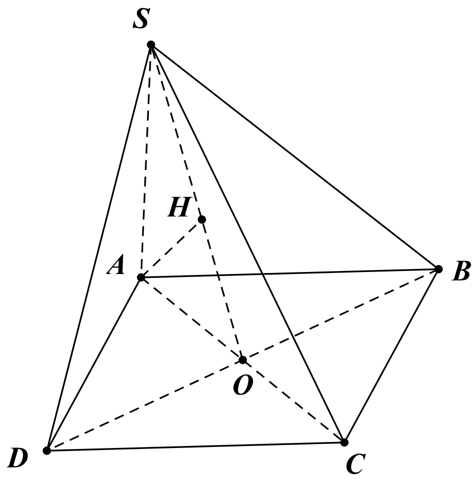
$y'=0\Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+3(m+1)=0$

Để phương trình $y'=0$ có nghiệm thì

$\Delta'\ge 0\Leftrightarrow(m+1)^2-3(m+1)\ge 0\Leftrightarrow(m+1)(m-2)\ge 0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. SA vuông góc với đáy, H là hình chiếu của A lên SO. Chứng minh đường thẳng AH vuông góc với (SBD).

Lời giải



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$ (1)

$SA \perp (ABCD)$ mà $BD \subset (ABCD)$ nên $BD \perp SA$ (2)

Từ (1) và (2) cho ta $BD \perp (SAC)$.

Lại có $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$.

Khi đó $\begin{cases} (SBD) \perp (SAC) \\ (SBD) \cap (SAC) = SO \\ \text{Trong } (SAC), AH \perp SO \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD)$.

Câu 3. a) Cho a và b là các số thực khác 0. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx+2}-2ax\right)=4$. Tính $a+b$.

b) Cho hàm số $y=-x^3+3x+2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm trên trục hoành sao cho từ đó kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số và trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx+2}-2ax\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[2x\left(\sqrt{1+\dfrac{b}{4x}+\dfrac{1}{2x^2}}-a\right)\right]$.

Nếu $a\neq1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx+2}-2ax\right)=\infty$.

Do vậy $a=1$ thì giới hạn đã cho là hữu hạn.

Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+bx+2}-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{bx+2}{\sqrt{4x^2+bx+2}+2x}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(b+\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(\sqrt{4+\dfrac{b}{x}+\dfrac{2}{x^2}}+2\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{b+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{b}{x}+\dfrac{2}{x^2}}+2}=\frac{b}{4}.$$

Suy ra $\dfrac{b}{4}=4\Leftrightarrow b=16$ suy ra $a+b=17$.

b) Xét điểm $M(m;0)\in Ox$.

Đường thẳng d đi qua M, hệ số góc k có phương trình: $y=k(x-m)$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3+3x+2=k(x-m) \\ -3x^2+3=k \end{cases}$ có nghiệm là x.

Thay k vào phương trình thứ nhất, ta được:

$3(x^2-1)(x-m)-(x^3-3x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)\left[3x^2-3(m+1)x+3m\right]-(x+1)(x^2-x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)\left[2x^2-(3m+2)x+3m+2\right]=0 \ (1)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow k=0 \\ 2x^2-(3m+2)x+3m+2=0 \ (2) \end{array}\right.$.

Để từ điểm M kẻ được ba tiếp tuyến thì (1) phải có nghiệm x, đồng thời phải có 3 giá trị của k khác nhau, khi đó phương trình (2) phải có hai nghiệm phân biệt khác -1, đồng thời phải có 2 giá trị k phân biệt và khác 0.

Khi đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác -1, khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta=(3m+2)^2-8(3m+2)>0 \\ 2.(-1)^2-(3m+2).(-1)+3m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m+2)(3m-6)>0 \\ 6m+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-\frac{2}{3}, m>2 \\ m \neq -1 \end{cases} \quad (3)$$

Với điều kiện (3); gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (2), khi đó hệ số góc của ba tiếp tuyến là $k_1=-3x_1^2+3$, $k_2=-3x_2^2+3$ và $k_3=0$.

Để hai trong ba tiếp tuyến này vuông góc với nhau thì $k_1k_2=-1$ và $k_1 \neq k_2$.

Xét $k_1k_2=-1 \Leftrightarrow 9(x_1^2-1)(x_2^2-1)=-1 \Leftrightarrow 9x_1^2x_2^2-9(x_1+x_2)^2+18x_1x_2+10=0 \ (4)$

Theo định lý Vi-et, ta có $x_1+x_2=\dfrac{3m+2}{2}$ và $x_1x_2=\dfrac{3m+2}{2}$.

Do đó

$$(4) \Leftrightarrow 9\left(\frac{3m+2}{2}\right)^2-9\left(\frac{3m+2}{2}\right)^2+18.\frac{3m+2}{2}+10=0 \Leftrightarrow 9(3m+2)+10=0 \Leftrightarrow m=-\frac{28}{27}.$$

So với điều kiện, ta nhận $m=-\dfrac{28}{27}$ và kiểm tra lại ta thấy $k_1 \neq k_2$.

Vậy $M\left(-\dfrac{28}{27};0\right)$ là điểm cần tìm.