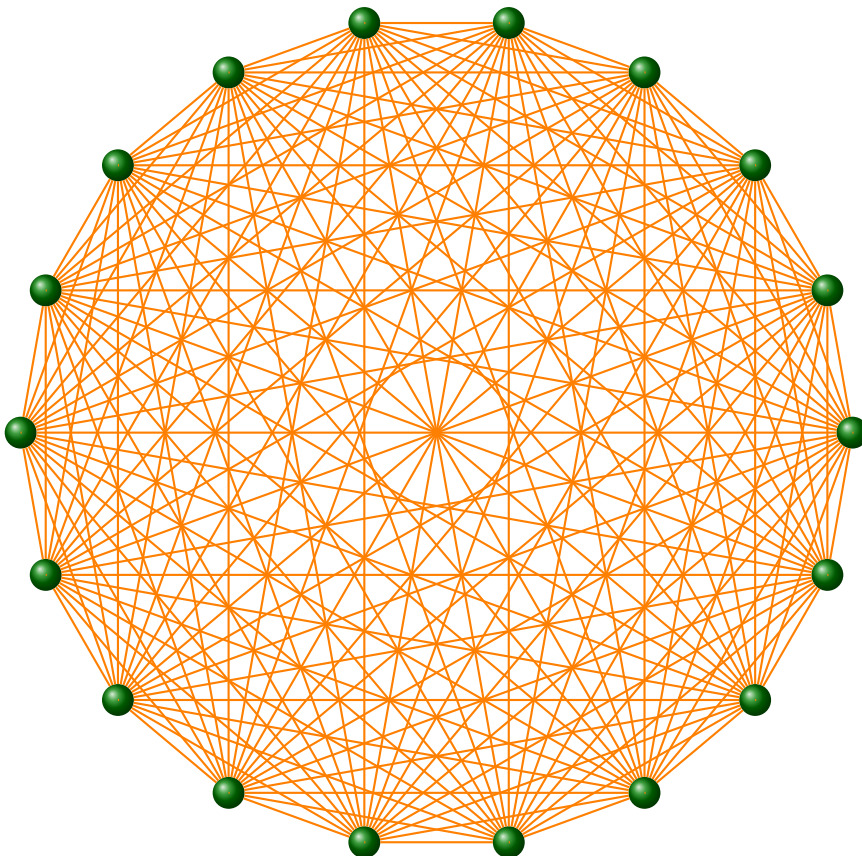


CLAUDIO DUCHI

ESERCIZI SVOLTI DI MATEMATICA

PRIMO



—giovedì 10 febbraio 2022 21:09:32 CET—

Release: (110a155) Autore:Claudio Duchi 2022-02-10

A Federico

Sicuramente, in questo lavoro vi sono errori e imprecisioni, per cortesia segnalatemeli.

Copyright ©2022, Claudio Duchi.

Quest'opera è stata rilasciata con licenza © Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 4.0 – Condividi allo stesso modo. Internazionale.

Per leggere una copia della licenza visita il sito web <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/> o spedisce una lettera a Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



- ① **Attribuzione:** Devi riconoscere il contributo dell'autore originario.
- ⑤ **Non commerciale:** Non puoi utilizzare il contenuto di questo documento per scopi commerciali.
- ⊖ **Non opere derivate:** Non puoi alterare modificare o sviluppare questo documento.
- Ⓢ **Condividi allo stesso modo:** Questo documento, se condiviso, deve rispettare tutte le condizioni della licenza.

giovedì 10 febbraio 2022

21:09:32

Indice

Elenco delle figure	3
Esempi e contro esempi	4
Esempi	4
Contro esempi	5
Esercizi svolti	6
1 Numeri Naturali	7
1.1 mcd e mcm	7
2 Percentuale, Interesse e sconto	9
2.1 Percentuale	9
2.2 Sconto.	9
2.3 Incrementi	10
2.4 Interesse	10
2.5 Montante	11
2.6 Soluzioni esercizi	12
3 Polinomi	17
3.1 Somme	17
3.2 Prodotti	17
3.2.1 Polinomio per polinomio	19
3.2.2 Quadrato del binomio	20
3.2.3 Differenza di quadrati	22
3.2.4 Cubo del Binomio	23
3.2.5 Quadrato del trinomio	23
3.3 Scomposizioni	24
3.4 Minimo comune multiplo	24
4 Divisioni fra polinomi	25
4.1 Divisioni fra monomi	25
4.2 Divisione fra polinomi	25
4.3 Metodo di Ruffini	28
5 Frazioni Algebriche	30
5.1 Semplificazione della frazione	30
5.2 Riduzione allo stesso indice	30
5.3 Somma fra frazioni	30
5.4 Prodotto di frazioni	30
5.5 Divisione fra frazioni	30
Indice analitico	31
Mezzi usati	32

Elenco delle figure

4.1	Divisione fra polinomi	27
4.3	Metodo di Ruffini	29

Esempi e contro esempi

Esempi

1.1.1	mcm mcd	7
1.1.2	mcd mcm	7
1.1.3	mcd mcm	8
3.1.1		17
3.2.1		17
3.2.2		18
3.2.3		19
3.2.4		19
3.2.5		20
3.2.6		21
3.2.7		21
3.2.8		21
3.2.9		22
3.2.10		22
3.2.11		23
3.2.12		23
3.2.13		23
4.1.1		25
4.2.1		25
4.2.2		26
4.3.1		28

Contro esempi

Esercizi svolti

2.1.1	Esercizio 2.1.1:	9
2.1.2	Esercizio 2.1.2:	9
2.1.3	Esercizio 2.1.3:	9
2.1.4	Esercizio 2.1.4:	9
2.1.5	Esercizio 2.1.5:	9
2.2.1	Esercizio 2.2.1:	9
2.2.2	Esercizio 2.2.2:	9
2.2.3	Esercizio 2.2.3:	10
2.2.4	Esercizio 2.2.4:	10
2.3.1	Esercizio 2.3.1:	10
2.3.2	Esercizio 2.3.2:	10
2.3.3	Esercizio 2.3.3:	10

2.3.4 Esercizio 2.3.4:	10
2.4.1 Esercizio 2.4.1:	10
2.4.2 Esercizio 2.4.2:	10
2.4.3 Esercizio 2.4.3:	10
2.4.4 Esercizio 2.4.4:	10
2.4.5 Esercizio 2.4.5:	11
2.5.1 Esercizio 2.5.1:	11
2.5.2 Esercizio 2.5.2:	11
2.5.3 Esercizio 2.5.3:	11

1

Numeri Naturali

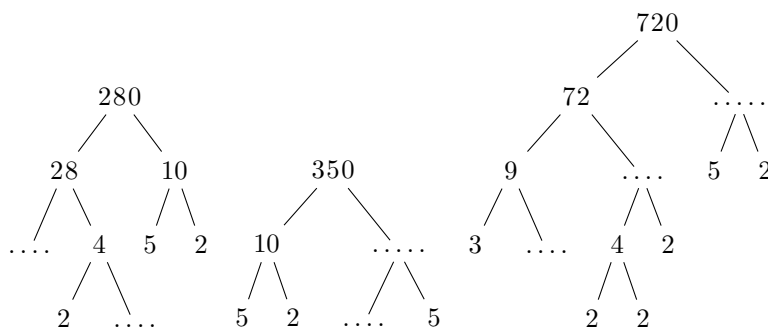
1.1 mcd e mcm

Esempio 1.1.1. mcm mcd



Trovare il mcd e il mcm di 280; 350 e 720

Iniziamo a scomporre i tre numeri



Allineo i fattori

$$\begin{array}{rcl}
 280 & = & \dots \cdot 5 \cdot 7 \\
 350 & = & 2 \cdot \dots \cdot 7 \\
 720 & = & 2^4 \cdot \dots \cdot 5
 \end{array}$$

Otengo

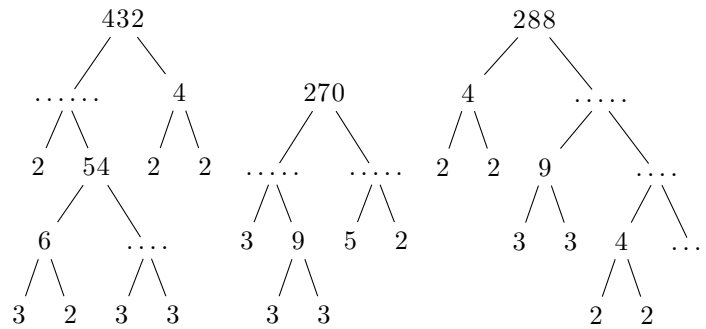
$$\begin{array}{rcl}
 \text{mcd} & = & 2 \cdot 5 = 10 \\
 \text{mcm} & = & \dots \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot \dots = 25200
 \end{array}$$

Esempio 1.1.2. mcd mcm



Trovare il mcd e il mcm di 432; 270 e 288

Iniziamo a scomporre i tre numeri



Allineo i fattori

$$432 = 2^4 \cdot 3^3$$

$$270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$288 = 2^5 \cdot 3^2$$

Ottengo

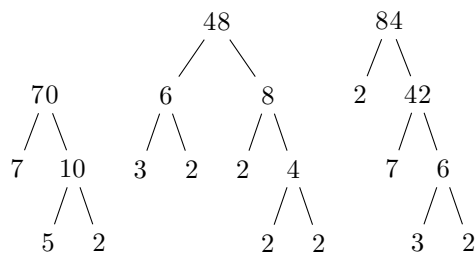
$$\text{mcd} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\text{mcm} = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 = \dots\dots\dots$$

Esempio 1.1.3. mcd mcm

★★★★ Trovare il mcd e il mcm di 70; 48 e 78

★★★★ Iniziamo a scomporre i tre numeri



Allineo i fattori

$$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

Ottengo

$$\text{mcd} = 2 = 2$$

$$\text{mcm} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \dots\dots\dots$$

2

Percentuale, Interesse e sconto

2.1 Percentuale

Esercizio 2.1.1: Parte Calcola 62 % di 707

Soluzione a pagina [12](#)

Esercizio 2.1.2: In un negozio il 20 % dei clienti ha comprato un cellulare. Se in questo giorno il negozio ha avuto 745 clienti, quanti hanno acquistato un cellulare?

Soluzione a pagina [12](#)

Esercizio 2.1.3: In una società di 300 soci il 40 % sono insegnanti. Quanti sono gli altri soci?

Soluzione a pagina [12](#)

Esercizio 2.1.4: Un negozio ha avuto 860 visitatori. Se il 70 % dei clienti ha comprato delle pere, quanti hanno acquistato delle pere

Esercizio 2.1.5: Calcola quel numero il cui 40 % è 540

Soluzione a pagina [12](#)

2.2 Sconto

Esercizio 2.2.1: Per l'aquisto di un melo è stato praticato uno sconto del 90 % pari a 180 €. Qual era il prezzo iniziale?

Soluzione a pagina [13](#)

Esercizio 2.2.2: In un negozio mi hanno ridotto il prezzo del 24 % e ho risparmiato 36 €. Quale era il prezzo iniziale e quanto ho speso?

Soluzione a pagina [13](#)

Esercizio 2.2.3: Pagando prima un debito ho avuto uno sconto del 24 % e pago 171 €. A quanto ammontava il debito?

Soluzione a pagina [13](#)

Esercizio 2.2.4: Il prezzo del pane è di 67 €/kg. Mi è stato venduto a 43 €/kg. Che percentuale di sconto mi è stata praticata.

Soluzione a pagina [14](#)

2.3 Incrementi

Esercizio 2.3.1: Un commerciante ha acquistato della carne a 42 €/kg e l'ha rivenduta a 52 €/kg. Che percentuale di guadagno sul prezzo iniziale.

Soluzione a pagina [14](#)

Esercizio 2.3.2: Il prezzo di un melo è di 37 €. Viene rivenduto a 55 €. Quanto è stato l'aumento percentuale?

Soluzione a pagina [14](#)

Esercizio 2.3.3: Il costo di un bicchiere è di 201 € ha avuto un incremento del 20 %, quanto costa ora?

Esercizio 2.3.4: Un pollo dal costo di 47 € ha avuto un incremento del 47 %. Quanto costa ora?

Soluzione a pagina [14](#)

2.4 Interesse

Esercizio 2.4.1: Calcolare l'interesse semplice maturato su un capitale di 43586 € impiegato al 5 % per 7 anni.

Esercizio 2.4.2: Calcolare l'interesse semplice maturato su un capitale di 1376 € impiegato al 13 % per 12 anni.

Soluzione a pagina [15](#)

Esercizio 2.4.3: Calcolare l'interesse semplice maturato su un capitale di 41712 € impiegato al 18 % per 7 anni e 82 giorni.

Soluzione a pagina [15](#)

Esercizio 2.4.4: Calcolare l'interesse semplice maturato su un capitale di 75637 € impiegato al 14 % per 3 anni e 2 mesi.

Soluzione a pagina [15](#)

Esercizio 2.4.5: Calcolare l'interesse semplice maturato su un capitale di 9661€ impiegato al 9 % per 11 anni e 11 mesi e 147 giorni.

Soluzione a pagina 16

2.5 Montante

Esercizio 2.5.1: Calcolare il montante, in regime di interesse semplice, maturato su un capitale di 83921€ impiegato al 10 % per 15 anni e 199 giorni.

Soluzione a pagina 16

Esercizio 2.5.2: Calcolare il montante, in regime di interesse semplice, maturato su un capitale di 17945€ impiegato al 6 % per 10 anni e 9 mesi.

Soluzione a pagina 16

Esercizio 2.5.3: Calcolare il montante, in regime di interesse semplice, maturato su un capitale di 51870€ impiegato al 1% per 6 anni e 7 mesi e 66 giorni.

Soluzione a pagina 16

2.6 Soluzioni esercizi

Soluzione dell'esercizio [2.1.1](#) di pagina [9](#):

$$\begin{aligned} p &= \frac{PA}{TU} \cdot 100 \\ PA &= \frac{p \cdot TU}{100} \\ &= \frac{62 \cdot 707}{100} \\ &= 438,34 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio [2.1.2](#) di pagina [9](#):

$$\begin{aligned} p &= \frac{PA}{TU} \cdot 100 \\ PA &= \frac{p \cdot TU}{100} \\ &= \frac{20 \cdot 745}{100} \\ &= 149 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio [2.1.3](#) di pagina [9](#):

$$\begin{aligned} p &= \frac{PA}{TU} \cdot 100 \\ PA &= \frac{p \cdot TU}{100} \\ &= \frac{40 \cdot 300}{100} \\ &= 120 \end{aligned}$$

Altri soci

$$\begin{aligned} &= 300 - 120 \\ &= 180 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio [2.1.5](#) di pagina [9](#):

$$\begin{aligned} p &= \frac{PA}{TU} \cdot 100 \\ 40 &= \frac{540}{TU} \cdot 100 \\ TU &= \frac{540}{40} \cdot 100 \\ &= 1350 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.2.1 di pagina 9:

$$\begin{aligned}
 p_s &= \frac{SC}{PI} \cdot 100 \\
 90 &= \frac{180}{PI} \cdot 100 \\
 PI &= \frac{180}{90} \cdot 100 \\
 &= 200 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.2.2 di pagina 9:

$$\begin{aligned}
 p_s &= \frac{SC}{PI} \cdot 100 \\
 24 &= \frac{36}{PI} \cdot 100 \\
 PI &= \frac{36}{24} \cdot 100 \\
 &= 150 \text{ €} \\
 PI &= SC + PF \\
 150 \text{ €} &= PF + 36 \text{ €} \\
 PF &= 150 \text{ €} - 36 \text{ €} \\
 &= 114 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.2.3 di pagina 10:

$$\begin{aligned}
 Debito &= Pagato + Sconto \\
 &= Pagato + \frac{Sp \cdot Debito}{100} \\
 Pagato &= Debito - \frac{Sp \cdot Debito}{100} \\
 &= Debito \left(1 - \frac{Sp}{100} \right) \\
 Debito &= \frac{Pagato}{1 - \frac{Sp}{100}} \\
 Debito &= \frac{171 \text{ €}}{1 - \frac{24}{100}} \\
 &= 225 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Si poteva, riflettendoci sopra, operare in questa maniera:

$$Debito = Pagato + Sconto$$

Quindi se lo sconto è il 24% del debito, il pagato è il 76%. Quindi

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\text{Pagato}}{\text{Debito}} \cdot 100 \\
 76 &= \frac{171\text{€}}{\text{Debito}} \cdot 100 \\
 \text{Debito} &= \frac{171\text{€}}{76} \cdot 100 \\
 &= 225\text{€}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.2.4 di pagina 10:

$$\begin{aligned}
 \text{Sconto} &= PI - PF \\
 P &= \frac{\text{Sconto}}{PI} \cdot 100 \\
 P &= \frac{24}{67} \cdot 100 \\
 &= 35,82\%
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.3.1 di pagina 10:

$$\begin{aligned}
 \text{Incremento} &= PF - PI \\
 P &= \frac{\text{Incremento}}{\text{Incremento}} \cdot 100 \\
 P &= \frac{10}{42} \cdot 100 \\
 &= 23,81\%
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.3.2 di pagina 10:

$$\begin{aligned}
 \text{Incremento} &= PF - PI \\
 P &= \frac{\text{Incremento}}{\text{Incremento}} \cdot 100 \\
 P &= \frac{18}{37} \cdot 100 \\
 &= 48,65\%
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.3.4 di pagina 10:

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{INC}{PI} \cdot 100 \\
 INC &= \frac{p \cdot PI}{100} \\
 &= \frac{47 \cdot 47}{100} \\
 &= 22.09 \text{ €} \\
 PF &= PI + INC \\
 &= 69.09 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Altrimenti

$$\begin{aligned}
 PF &= PI + INC \\
 PF &= PI + \frac{p \cdot PI}{100} \\
 &= PI \left(1 + \frac{p}{100} \right) \\
 &= 47 \left(1 + \frac{47}{100} \right) \\
 &= 69.09 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio [2.4.2](#) di pagina [10](#):

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot t \\
 &= \frac{1376 \cdot 13}{100} \cdot 12 \\
 &= 2146.56 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio [2.4.3](#) di pagina [10](#):

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot \left[a + \frac{m}{12} + \frac{g}{360} \right] \\
 &= \frac{41712 \cdot 18}{100} \cdot \left[7 + \frac{0}{12} + \frac{82}{360} \right] \\
 &= 54267.31 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio [2.4.4](#) di pagina [10](#):

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot \left[a + \frac{m}{12} + \frac{g}{360} \right] \\
 &= \frac{75637 \cdot 14}{100} \cdot \left[3 + \frac{2}{12} + \frac{0}{360} \right] \\
 &= 33532.40 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.4.5 di pagina 11:

$$\begin{aligned} I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot \left[a + \frac{m}{12} + \frac{g}{360} \right] \\ &= \frac{9661 \cdot 9}{100} \cdot \left[11 + \frac{11}{12} + \frac{147}{360} \right] \\ &= 10716.46 \text{ €} \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.5.1 di pagina 11:

$$\begin{aligned} I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot \left[a + \frac{m}{12} + \frac{g}{360} \right] \\ &= \frac{83921 \cdot 10}{100} \cdot \left[15 + \frac{0}{12} + \frac{199}{360} \right] \\ &= 130520.47 \text{ €} \\ M &= C + I \\ &= 83921 \text{ €} + 130520.47 \text{ €} \\ &= 214441.47 \text{ €} \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.5.2 di pagina 11:

$$\begin{aligned} I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot \left[a + \frac{m}{12} + \frac{g}{360} \right] \\ &= \frac{17945 \cdot 6}{100} \cdot \left[10 + \frac{9}{12} + \frac{0}{360} \right] \\ &= 11574.53 \text{ €} \\ M &= C + I \\ &= 17945 \text{ €} + 11574.53 \text{ €} \\ &= 29519.53 \text{ €} \end{aligned}$$

Soluzione dell'esercizio 2.5.3 di pagina 11:

$$\begin{aligned} I &= \frac{C \cdot r}{100} \cdot \left[a + \frac{m}{12} + \frac{g}{360} \right] \\ &= \frac{51870 \cdot 1}{100} \cdot \left[6 + \frac{7}{12} + \frac{66}{360} \right] \\ &= 3509.87 \text{ €} \\ M &= C + I \\ &= 51870 \text{ €} + 3509.87 \text{ €} \\ &= 55379.87 \text{ €} \end{aligned}$$

3

Polinomi

3.1 Somme

Esempio 3.1.1

Supponiamo di voler sommare

$$3a + 2b^2 + 4a - 6b^2 + 2b$$

procediamo come segue:



$$\begin{array}{l} 3a + 2b^2 + 4a - 6b^2 + 2b \\ (3 + 4)a + (2 - 6)b^2 + \text{individuo i simili} \\ 7a - 4b^2 + 2b \quad \text{3 + 4 e 2 - 6} \end{array}$$

3.2 Prodotti

Esempio 3.2.1

Supponiamo di avere



$$3(2a - 5b) - 7a(2a + 3b) + 5(a^2 + 3b)$$

In questo esempio abbiamo tre moltiplicazioni di un monomio per un binomio. A destra si vedono i risultati parziali che poi sommati, danno il risultato

finale.

$$\begin{array}{rcl} \overbrace{3(2a-5b)}^1 - \overbrace{7a(2a+3b)}^2 + \overbrace{5(a^2+3b)}^3 & \xrightarrow{\quad} & \\ 6a+ & \xleftarrow{\quad} & 3 \cdot 2a \\ -15b & \xleftarrow{\quad} & 3 \cdot (-5b) \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{rcl} 6a-15b-7a(2a+3b)+5(a^2+3b) & \xrightarrow{\quad} & \\ -14a^2 & \xleftarrow{\quad} & -7a \cdot (2a) \\ -21ab & \xleftarrow{\quad} & -7a \cdot (3b) \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{rcl} 6a-15b-14a-21ab+5(a^2+3b) & \xrightarrow{\quad} & \\ +5a^2 & \xleftarrow{\quad} & 5 \cdot (a^2) \\ +15b & \xleftarrow{\quad} & 5 \cdot (3b) \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcl} 6a-15b-14a^2-21ab+5a^2+15b & \xrightarrow{\quad} & \\ 6a-9a^2-21ab & \xleftarrow{\quad} & \text{sommando} \end{array}$$

Esempio 3.2.2

Supponiamo di avere

$$2a(3a-6) - (6a^2-2b) - 3a(a-2b)$$

Anche in questo esempio abbiamo tre moltiplicazioni di un monomio per un binomio. Nel secondo prodotto si nota il segno meno fuori della parentesi tonda che in pratica cambierà il segno dei termini all'interno della parentesi. A destra abbiamo i risultati parziali delle tre moltiplicazioni.

$$\begin{array}{rcl} \overbrace{2a(3a-6)}^1 - \overbrace{(6a^2-2b)}^2 - \overbrace{3a(a-2b)}^3 & \xrightarrow{\quad} & \\ 6a^2+ & \xleftarrow{\quad} & 2a \cdot 3a \\ -12a & \xleftarrow{\quad} & 2a \cdot (-6) \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{rcl} 6a^2-12a-(6a^2-2b)-3a(a-2b) & \xrightarrow{\quad} & \\ -6a^2 & \xleftarrow{\quad} & -1 \cdot (6a^2) \\ +2b & \xleftarrow{\quad} & -1 \cdot (-2b) \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{rcl} 6a^2-12a-6a^2+2b-3a(a-2b) & \xrightarrow{\quad} & \\ -3a^2 & \xleftarrow{\quad} & -3a \cdot (a) \\ +6ab & \xleftarrow{\quad} & -3a \cdot (-2b) \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcl} 6a^2-12a-6a^2+2b-6a+6ab & \xrightarrow{\quad} & \\ -18a+2b+6ab & \xleftarrow{\quad} & \text{sommando} \end{array}$$

3.2.1 Polinomio per polinomio

Esempio 3.2.3

Supponiamo di avere

$$(3a - 2b)(2a - b) + (2a^2 - 2)(2 - a)$$

In questo esempio abbiamo due moltiplicazioni di un binomio per un binomio. A destra i passaggi parziali. Infine sommiamo gli elementi simili e otteniamo la soluzione.



$$\begin{array}{l} \overbrace{(3a - 2b)(2a - b)}^1 + \overbrace{(2a^2 - 2)(2 - a)}^2 \quad \begin{array}{l} \leftarrow 6a^2 \leftarrow 3a \cdot 2a \\ \leftarrow -3ab \leftarrow 3a \cdot (-b) \\ \leftarrow -4ab \leftarrow -2b \cdot (2a) \\ \leftarrow +2b^2 \leftarrow -2b \cdot (-b) \end{array} \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} 6a^2 - 7ab + 2b^2 + (2a^2 - 2)(2 - a) \quad \begin{array}{l} \leftarrow 4a^2 \leftarrow 2a^2 \cdot (2) \\ \leftarrow -2a^3 \leftarrow 2a^2 \cdot (-a) \\ \leftarrow -4 \leftarrow -2 \cdot 2 \\ \leftarrow 2a \leftarrow -2 \cdot -a \end{array} \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} 6a^2 - 7ab + 2b^2 + 4a^2 - 2a^3 - 4 + 2a \\ 10a^2 + 2b^2 - 7ab - 2a^3 - 4 + 2a \quad \leftarrow \text{Sommando} \end{array}$$

Esempio 3.2.4


Supponiamo di avere



$$(xy - 2)[(xy - 2)xy + 4 + 2xy] - (xy - 2)(x^2y^2 + 2xy + 4)$$

In questo esempio abbiamo quattro moltiplicazioni fra vari polinomi. A complicare le cose vi sono le regole di precedenza. A destra i vari risultati parziali. Si

procediamo come segue:




$$\begin{array}{rcl}
 (a+2b)^2 & \xrightarrow{\hspace{10em}} & \\
 +a^2 & \xleftarrow{\hspace{10em}} & a \cdot a \\
 +4b^2 & \xleftarrow{\hspace{10em}} & 2b \cdot 2b \\
 +4ab & \xleftarrow{\hspace{10em}} & 2 \cdot a \cdot 2b \\
 (a+2b)^2 = a^2 + 4b^2 + 4ab & \xleftarrow{\hspace{10em}} & \text{ottengo}
 \end{array}$$

Esempio 3.2.6

Supponiamo di voler calcolare il quadrato di

$$(2x - 3y)^2$$

procediamo come segue:




$$\begin{array}{rcl}
 (2x-3y)^2 & \xrightarrow{\hspace{10em}} & \\
 +4x^2 & \xleftarrow{\hspace{10em}} & 2x \cdot 2x \\
 +9y^2 & \xleftarrow{\hspace{10em}} & (-3y) \cdot (-3y) \\
 -12xy & \xleftarrow{\hspace{10em}} & 2 \cdot (2x) \cdot (-3y) \\
 (2x-3y)^2 = 4x^2 + 9y^2 - 12xy & \xleftarrow{\hspace{10em}} & \text{ottengo}
 \end{array}$$

Esempio 3.2.7

Supponiamo di voler calcolare il quadrato di

$$(2 - z)^2$$




$$\begin{array}{rcl}
 (2-z)^2 & \xrightarrow{\hspace{10em}} & \\
 +4 & \xleftarrow{\hspace{10em}} & 2 \cdot 2 \\
 +z^2 & \xleftarrow{\hspace{10em}} & (-z) \cdot (-z) \\
 -4z & \xleftarrow{\hspace{10em}} & 2 \cdot (2) \cdot (-z) \\
 (2-z)^2 = 4 + z^2 - 4z & \xleftarrow{\hspace{10em}} & \text{ottengo}
 \end{array}$$

Esempio 3.2.8

Supponiamo di voler calcolare il quadrato di



$$\left(1 - \frac{1}{2}z\right)^2$$



$$\left(1 - \frac{1}{2}z\right)^2 = 1 + \frac{1}{4}z^2 - z$$

Diagram illustrating the expansion of $\left(1 - \frac{1}{2}z\right)^2$ using the distributive property (FOIL method):

- $1 \cdot 1 = 1$
- $\left(-\frac{1}{2}z\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}z\right) = \frac{1}{4}z^2$
- $2 \cdot \left(1\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}z\right) = -z$ (labeled "ottengo")


3.2.3 Differenza di quadrati

Esempio 3.2.9

Supponiamo di voler calcolare

$$(2x - 3y)(2x + 3y)$$

procediamo come segue



$$(2x - 3y)(2x + 3y) = 4x^2 - 9y^2$$

Diagram illustrating the expansion of $(2x - 3y)(2x + 3y)$ using the distributive property (FOIL method):


- $2x \cdot 2x = 4x^2$
- $(-)(-3y) \cdot (-3y) = -9y^2$
- ottengo

Esempio 3.2.10

Supponiamo di vole calcolare

$$(-4a - b)(-4a + b)$$

L'esempio non sembra una differenza di quadrati ma anche qui abbiamo un termine che mantiene il segno ed un termine che lo cambia, procediamo come segue



$$(-4a - b)(-4a + b) = 16a^2 - b^2$$

Diagram illustrating the expansion of $(-4a - b)(-4a + b)$ using the distributive property (FOIL method):

- $-4x \cdot (-4x) = 16a^2$
- $(-)(-b) \cdot (-b) = -b^2$
- ottengo

Esempio 3.2.11

Supponiamo di vole calcolare

$$(a + b + c)(a + b + c)$$

L'esempio non sembra una differenza di quadrati ma anche qui abbiamo un termine che mantiene il segno ed un termine che lo cambia solo che qui non è un monomio ma un binomio, procediamo come segue:



$$\begin{array}{l} (a + b + c)(a - b - c) \text{ ————— } \\ [a + (b + c)][a - (b + c)] \cdot \text{raggruppamento} \\ \text{applico differenza di quadrati} \\ (a + b + c)(a - b - c) = a^2 - b^2 - c^2 - 2bc \leftarrow \text{ottengo} \end{array}$$

3.2.4 Cubo del Binomio**Esempio 3.2.12**

Supponiamo di vole calcolare

$$(a - 3b)^3$$

procediamo come segue:



$$\begin{array}{l} (a - 3b)^3 \text{ ————— } \\ a^3 \leftarrow a \cdot a \cdot a \\ - (-3b) \cdot (-3b) \cdot (-3b) \\ -9a \cdot 3 \cdot (a) \cdot (a) \cdot (-3b) \\ +2 \cdot 3 \cdot (a) \cdot (-3b) \cdot (-3b) \\ (a - 3b)^3 = a^3 - 27b^3 - 9a^2b + 27ab^2 \leftarrow \text{ottengo} \end{array}$$


3.2.5 Quadrato del trinomio**Esempio 3.2.13**

Supponiamo di vole calcolare

$$(a + 2b - 3c)^2$$



procediamo come segue:



$$\begin{aligned}
 & (a + 2b - 3c)^2 \\
 & \quad a^2 \leftarrow a \cdot a \\
 & \quad + 4b \quad (2b) \cdot (2b) \\
 & \quad \quad (-3c) \cdot (-3c) \\
 & \quad + 2 \cdot (a) \cdot (2b) \\
 & \quad \quad 2 \cdot (a) \cdot (-3c) \\
 & \quad \quad 2 \cdot (2b) \cdot (-3c) \text{ ottengo}
 \end{aligned}$$

$$(a + 2b - 3c)^2 = a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab - 6ac - 12bc$$

3.3 Scomposizioni

Inserire esercizi

3.4 Minimo comune multiplo

Inserire esercizi

4

Divisioni fra polinomi

4.1 Divisioni fra monomi

Esempio 4.1.1

Le seguenti divisioni sono possibili

$$3x^3y^2 : x^y = 3x^0y^1 = 3y$$

$$4x^5a^2b : 2x^2a = 2x^3ab$$



La seguente divisione è impossibile

$$x^4y^3 : y^5 = x^4y^{-2}$$

4.2 Divisione fra polinomi

Esempio 4.2.1



Supponiamo di voler fare la seguente divisione $(x^3 - x^4 + 1) : (x^2 + 1)$

$(x^3 - x^4 + 1) : (x^2 + 1)$ —————
 $(-x^4 + x^3 + 1) : (x^2 + 1)$ —————
 Scrivo la divisione
 lasciando spazi vuoti
 dove necessario

$-x^4$	$+x^3$		$+1$	$x^2 + 1$					
$-x^4$	$+x^3$		$+1$	$x^2 + 1$	$-x^4$	$\leftarrow x^2$			
$-x^4$	$+x^3$		$+1$	$x^2 + 1$	$-x^2$				
	$+x^3$	$+x^2$	$+1$						
$-x^4$	$+x^3$		$+1$	$x^2 + 1$					
$-x^4$		$-x^2$		$-x^2 + x$	x^3	$\leftarrow x$			
	$+x^3$	$+x^2$	$+1$						
$-x^4$	$+x^3$		$+1$	$x^2 + 1$					
$-x^4$		$-x^2$		$-x^2 + x$					
	$+x^3$	$+x^2$	$+1$						
	$+x^3$		$+x$						
		$+x^2$	$-x$	$+1$					
$-x^4$	$+x^3$		$+1$	$x^2 + 1$					
$-x^4$		$-x^2$		$-x^2 + x + 1$	x^2	$\leftarrow 1$			
	$+x^3$	$+x^2$	$+1$						
	$+x^3$		$+x$						
		$+x^2$	$-x$	$+1$					
		$+x^2$							
			$-x$						

Calcolo il primo resto

Calcolo il secondo resto

Calcolo l'ultimo resto

Esempio 4.2.2

Supponiamo di voler dividere



$$(x^4 + 2x + 1) : (x^2 + 1)$$

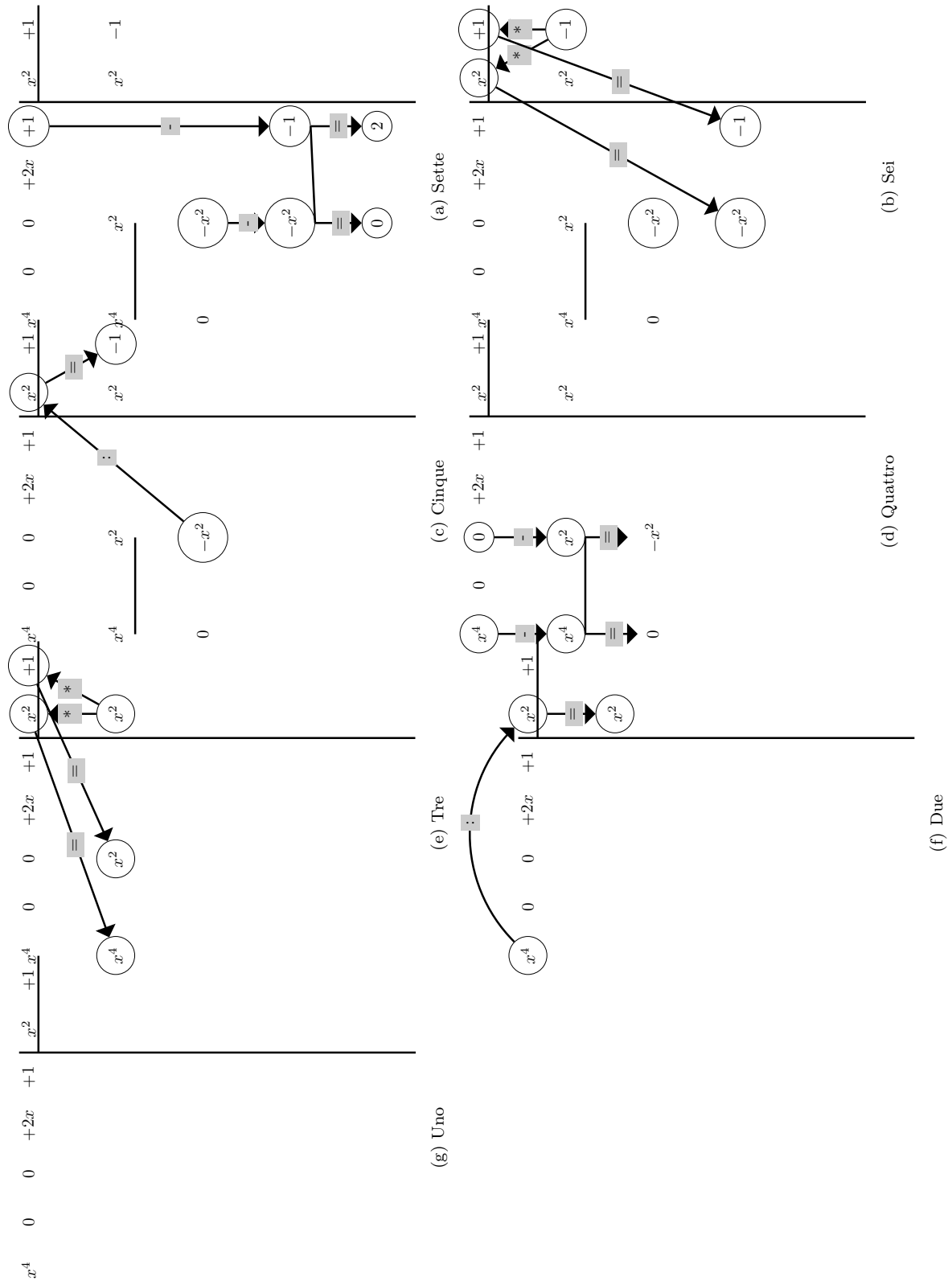


Figura 4.1: Divisione fra polinomi

4.3 Metodo di Ruffini

Esempio 4.3.1

Supponiamo di voler dividere

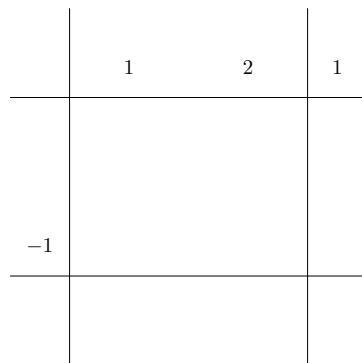
$$(x^2 + 2x + 1) : (x + 1)$$



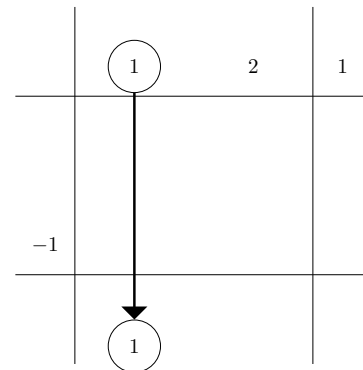
la risposta è

$$x + 1$$

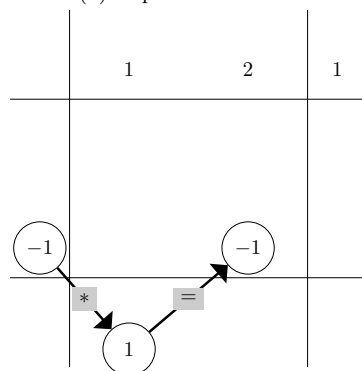
con resto zero.



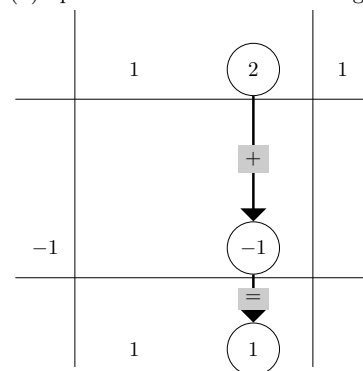
(a) Imposto il castello



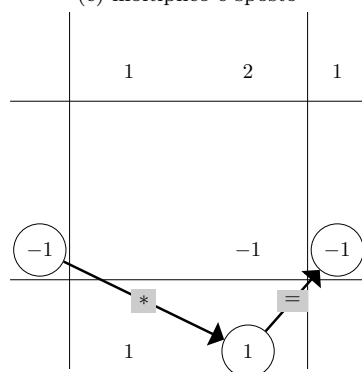
(b) Sposto il coefficiente sotto la riga



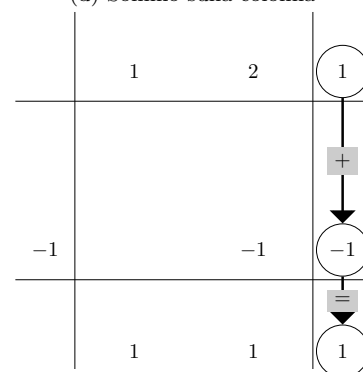
(c) multiplico e sposto



(d) Sommo sulla colonna



(e) Moltiplico e sposto la risposta



(f) Sommo sulla colonna fine

Figura 4.3: Metodo di Ruffini

5

Frazioni Algebriche

5.1 Semplificazione della frazione

Inserire esercizi

5.2 Riduzione allo stesso indice

Inserire esercizi

5.3 Somma fra frazioni

Inserire esercizi

5.4 Prodotto di frazioni

Inserire esercizi

5.5 Divisione fra frazioni

Inserire esercizi

$a + b]$

Indice analitico

P

Polinomi

 differenza
 quadrati, [22](#), [23](#)

prodotti, [17–19](#)
quadrato
 binomio, [20](#), [21](#)
 trinomio, [23](#)
somma, [17](#)

Mezzi usati

- I mezzi usati
 - pdfL^AT_EX tramite la distribuzione T_EX Live
<http://www.tug.org/texlive>
 - Pacchetti usati
 1. Per la grafica il pacchetto PGF 3.1.9a, T_ikZ
 2. Per la grafica i pacchetti TKZ di Altermundus <http://altermundus.fr>
 3. Per l'elettronica il pacchetto CircuiT_ikZ
 4. Per la matematica il pacchetto \mathcal{AMS}
 5. Per le presentazioni BEAMER
 - Editor usati
 1. T_EXstudio
<http://texstudio.sourceforge.net/>
 2. GeoGebra 5
<https://www.geogebra.org>
- Aiuti e consigli
 1. Forum del G_IT Gruppo Utilizzatori Italiani di T_EX
<http://www.guitex.org/home/it/forum>
 2. $\mathcal{A}rsT\mathcal{E}Xnica$ la rivista del G_IT
 3. T_EX ample.net
<http://www.texample.net>
da cui qualche immagine è stata tratta
 4. T_EX StackExchange
<http://tex.stackexchange.com>
- Aggiornamenti <http://breviariomatematico.altervista.org>