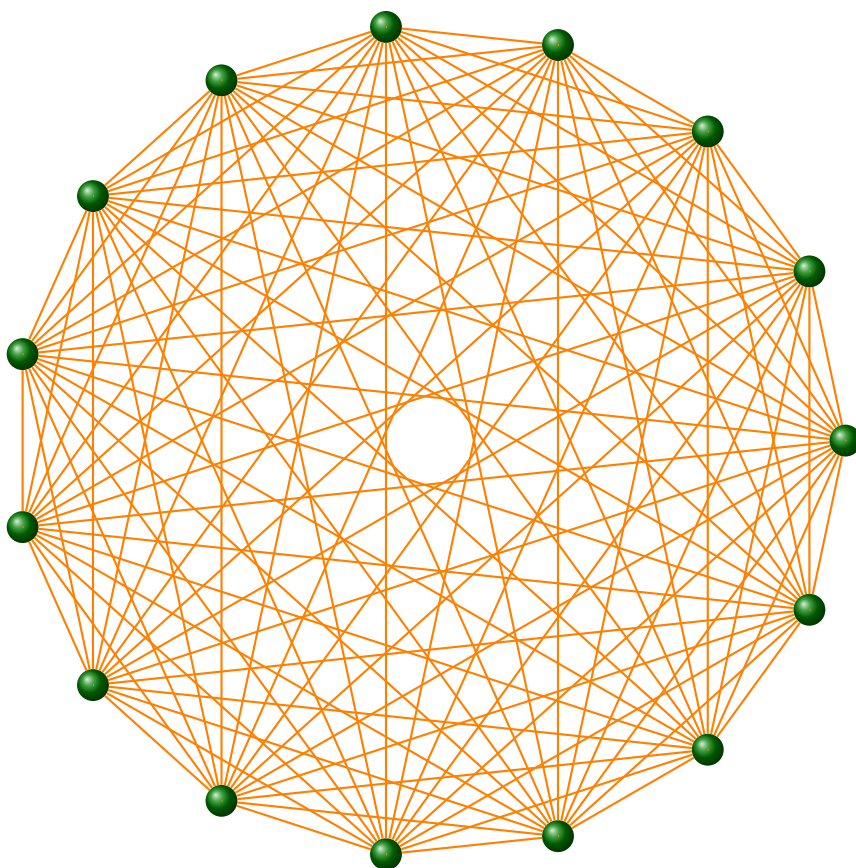


CLAUDIO DUCHI

APPUNTI DI MATEMATICA

PRIMO




—domenica 16 gennaio 2022 23:54:25 CET—

Release: (75355c7) Autore:Claudio Duchi 2022-01-16

A Federico





Sicuramente, in questo lavoro vi sono errori e imprecisioni, per cortesia segnalatemeli.

Copyright ©2022, Claudio Duchi.

Quest'opera è stata rilasciata con licenza  Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 4.0 – Condividi allo stesso modo. Internazionale.

Per leggere una copia della licenza visita il sito web <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/> o spedisce una lettera a Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



-  **Attribuzione:** Devi riconoscere il contributo dell'autore originario.
-  **Non commerciale:** Non puoi utilizzare il contenuto di questo documento per scopi commerciali.
-  **Non opere derivate:** Non puoi alterare modificare o sviluppare questo documento.
-  **Condividi allo stesso modo:** Questo documento, se condiviso, deve rispettare tutte le condizioni della licenza.

Indice

Elenco delle tabelle	4
Elenco delle figure	5
Elenco esempi	5
Esempi	5
Contro esempi	6
1 Percentuali	8
1.1 Parte, tutto e percentuale	8
1.1.1 Parte e Tutto	8
1.1.2 Percentuale e Tutto	9
1.1.3 Percentuale e Parte	9
2 Sconto	10
2.1 Lo Sconto e lo sconto percentuale	10
2.1.1 Prezzo iniziale e finale	10
2.1.2 Prezzo iniziale e sconto percentuale	11
2.1.3 Prezzo finale e sconto	11
3 Incrementi e decrementi	13
3.1 Incrementi	13
3.2 Decrementi	14
4 Interesse	15
4.1 Interesse semplice	15
4.2 Tasso o ragione	16
4.3 Montante	16
Indice analitico	17
Mezzi usati	18

Elenco delle tabelle

Elenco delle figure

2.1	Sconto.	10
-----	-------------------------	----

Elenco esempi

Esempi

1.1.1	Conosco Parte e tutto	8
1.1.2	Conosco Percentuale e Tutto	9
1.1.3	Conosco Percentuale e parte	9
2.1.1	Conosco Prezzo iniziale e quello finale	10
2.1.2	Conosco Prezzo iniziale e sconto percentuale	11
2.1.3	Conosco Prezzo finale e sconto percentuale	11
3.1.1	Conosco valore finale e incremento percentuale	13
3.2.1	Conosco valore parziale e incremento percentuale	14
3.2.2	Conosco valore iniziale e il valore iniziale	14
4.1.1	Conosco Capitale, tasso e tempo	15
4.1.2	Conosco Capitale, tasso e tempo	16
4.2.1	Conosco Capitale, Interesse e tempo	16

Contro esempi

Elenco delle cose da fare

1

Percentuali

1.1 Parte, tutto e percentuale

La percentuale è uno strumento matematico che rappresenta il rapporto fra due quantità.

$$\text{Percentuale} = \frac{\text{Parte}}{\text{Tutto}} \cdot 100$$

Sostanzialmente è una relazione con tre termini, quindi bisogna conoscerne due per ottenerne una terza.

1.1.1 Parte e Tutto

Esempio 1.1.1. Conosco Parte e tutto

In una classe vi sono 12 maschi e 8 femmine. Trovare la percentuale dei ragazzi e delle ragazze.

Calcoliamo la percentuale degli alunni:

$$\text{Tutto} = 12 + 8 = 20$$

$$\text{Parte} = 12$$

$$\text{Percentuale} = \frac{\text{Parte}}{\text{Tutto}} \cdot 100$$

$$\text{Percentuale} = \frac{12}{20} \cdot 100$$

$$\text{Percentuale} = 60\%$$

Calcoliamo la percentuale delle alunne:

$$\text{Tutto} = 12 + 8 = 20$$

$$\text{Parte} = 8$$

$$\text{Percentuale} = \frac{\text{Parte}}{\text{Tutto}} \cdot 100$$

$$\text{Percentuale} = \frac{8}{20} \cdot 100$$

$$\text{Percentuale} = 40\%$$

1.1.2 Percentuale e Tutto

Esempio 1.1.2. Conosco Percentuale e Tutto



In una classe vi sono 20 alunni. Trovare quante sono le ragazze sapendo che sono il 40 %

Troviamo la parte

$$\begin{aligned} Tutto &= 20 \\ Percentuale &= 40 \% \\ Percentuale &= \frac{Parte}{Tutto} \cdot 100 \\ 40 &= \frac{Parte}{20} \cdot 100 \end{aligned}$$

Isolo *Parte*

$$\begin{aligned} 40 \cdot 20 &= Parte \cdot 100 \\ Parte &= \frac{40 \cdot 20}{100} \\ Parte &= 8 \end{aligned}$$

Rileggendo i calcoli possiamo dire che

$$Parte = \frac{Percentuale \cdot Tutto}{100}$$

1.1.3 Percentuale e Parte

Esempio 1.1.3. Conosco Percentuale e parte



Dodici ragazzi sono il 60 % degli alunni di una classe. Da quanti alunni è formata la classe?

Troviamo il Tutto

$$\begin{aligned} Parte &= 12 \\ Percentuale &= 60 \% \\ Percentuale &= \frac{Parte}{Tutto} \cdot 100 \\ 60 &= \frac{12}{Tutto} \cdot 100 \end{aligned}$$

Isolo *Tutto*

$$\begin{aligned} Tutto \cdot 60 &= 12 \cdot 100 \\ Tutto &= \frac{12}{60} \cdot 100 \\ Tutto &= 20 \end{aligned}$$

Rileggendo i calcoli possiamo dire che

$$Tutto = \frac{Parte}{Percentuale} \cdot 100$$

2

Sconto

2.1 Lo Sconto e lo sconto percentuale

In un supermercato troviamo sotto un televisore l'etichetta come la figura 2.1. Abbiamo un prezzo iniziale di 600 €, un prezzo scontato di 340 €. La differenza tra i due prezzi è lo sconto. Vale la seguente relazione:

$$Prezzo_{iniziale} - Prezzo_{finale} = Sconto$$

In questo caso lo sconto è di 260 €. Lo sconto rappresenta il denaro che risparmiamo rispetto al prezzo iniziale.

Possiamo facilmente definire uno sconto percentuale. Per definirlo dobbiamo trovare quindi una parte e un tutto. La parte è ovviamente lo *Sconto*. Il tutto è il *Prezzo_{iniziale}* infatti

$$Prezzo_{iniziale} = Prezzo_{finale} + Sconto$$

Quindi lo *Sconto* è una parte del *Prezzo_{iniziale}*

Possiamo definire lo

$$Sconto_{percentuale} = \frac{Sconto}{Prezzo_{iniziale}} \cdot 100$$

Lo *Sconto_{percentuale}* non è espresso in Euro dato che è un numero puro non un valore monetario come gli altri.

2.1.1 Prezzo iniziale e finale

Esempio 2.1.1. Conosco Prezzo iniziale e quello finale



Una giacca con un prezzo iniziale di 150 € viene venduta a 80 €. Calcolare lo sconto percentuale.

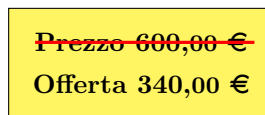


Figura 2.1: Sconto

Per risolvere l'esercizio bisogna prima trovare quanto è l'importo dello sconto e successivamente la sua percentuale rispetto al costo iniziale. Procediamo come segue:

$$\begin{aligned} Prezzo_{iniziale} &= 150 \text{ €} \\ Prezzo_{finale} &= 80 \text{ €} \\ Sconto &= 70 \text{ €} \\ Sconto_{percentuale} &= \frac{70}{150} \cdot 100 \end{aligned}$$

2.1.2 Prezzo iniziale e sconto percentuale

Esempio 2.1.2. Conosco Prezzo iniziale e sconto percentuale



Un tostapane costa 40 €. Viene scontato del 20 % quale è il suo prezzo finale?

Per risolvere questo problema bisogna ottenere dallo $Sconto_{percentuale}$ lo $Sconto$ e successivamente il $Prezzo_{finale}$

$$\begin{aligned} Prezzo_{iniziale} &= 40 \text{ €} \\ Sconto_{Percentuale} &= 20 \% \\ Sconto &= \frac{Prezzo_{iniziale} \cdot Sconto_{Percentuale}}{100} \\ &= \frac{40 \cdot 20}{100} \\ &= 8 \text{ €} \\ Prezzo_{finale} &= Prezzo_{iniziale} - Sconto \\ &= 40 - 8 = 32 \text{ €} \end{aligned}$$

2.1.3 Prezzo finale e sconto

Esempio 2.1.3. Conosco Prezzo finale e sconto percentuale



Un libro viene venduto a 23.75 € scontato del 5 %: Quale era il suo prezzo iniziale?

Per trovare il $Prezzo_{iniziale}$ sono necessari alcuni calcoli preliminari

$$\begin{aligned} Prezzo_{iniziale} &= Sconto + Prezzo_{finale} \\ Sconto &= \frac{Prezzo_{iniziale} \cdot Sconto_{Percentuale}}{100} \\ Prezzo_{iniziale} - Sconto &= Prezzo_{finale} \\ Prezzo_{iniziale} - \frac{Prezzo_{iniziale} \cdot Sconto_{Percentuale}}{100} &= Prezzo_{finale} \\ Prezzo_{iniziale} \left(1 - \frac{Sconto_{Percentuale}}{100} \right) &= Prezzo_{finale} \\ Prezzo_{iniziale} &= \frac{Prezzo_{finale}}{1 - \frac{Sconto_{Percentuale}}{100}} \end{aligned}$$

A questo punto armiamoci di calcolatrice e iniziamo.

$$\begin{aligned}Prezzo_{finale} &= 23.75 \text{ €} \\ Sconto_{Percentuale} &= 5 \% \\ Prezzo_{iniziale} &= \frac{23.75}{1 - \frac{5}{100}} \\ &= 25 \text{ €}\end{aligned}$$

3

Incrementi e decrementi

Vi sono altri problemi che appaiono come somma o differenza fra due valori

3.1 Incrementi

Esempio 3.1.1. Conosco valore finale e incremento percentuale

Un quadro viene venduto a 5000€ aumentato del 25 % del suo precedente valore. Quanto era il suo prezzo iniziale?

$$\begin{aligned}
 Val_{Finale} &= Val_{Iniziale} + Incremento \\
 Incremento &= \frac{Val_{Iniziale} \cdot Inc_{Percentuale}}{100} \\
 Val_{Finale} &= Val_{Iniziale} + \frac{Val_{Iniziale} \cdot Inc_{Percentuale}}{100} \\
 Val_{Finale} &= Val_{Iniziale} \left(1 + \frac{Inc_{Percentuale}}{100} \right) \\
 Val_{Iniziale} &= \frac{Val_{Finale}}{1 + \frac{Inc_{Percentuale}}{100}}
 \end{aligned}$$

Possiamo ora risolvere il problema

$$\begin{aligned}
 Val_{Finale} &= 5000 \text{ €} \\
 Inc_{Percentuale} &= 25 \% \\
 Val_{Iniziale} &= \frac{5000}{1 + \frac{25}{100}} \\
 &= 4000 \text{ €}
 \end{aligned}$$

3.2 Decrementi

Esempio 3.2.1. Conosco valore parziale e incremento percentuale



Dopo aver lavato il 30 % di tutti piatti ne restano da lavare 70. Alla fine quanti ve erano?

$$\begin{aligned}
 Val_{Finale} &= Val_{attuale} + Incremento \\
 Val_{Finale} &= \frac{Val_{Finale} \cdot 30}{100} + 70 \\
 Val_{Finale} - \frac{Val_{Finale} \cdot 30}{100} &= 70 \\
 Val_{Finale} \left(1 - \frac{30}{100}\right) &= 70 \\
 Val_{Finale} &= \frac{70}{1 - \frac{30}{100}} \\
 &= 100
 \end{aligned}$$

Esempio 3.2.2. Conosco valore iniziale e il valore iniziale

Un libro antico del valore di 500 € viene venduto a 600 €.



$$\begin{aligned}
 Incremento &= Val_{iniziale} - Val_{attuale} \\
 Incremento_{PERcentuale} &= \frac{Incremento}{Val_{iniziale}} 100 \\
 Incremento_{PERcentuale} &= \frac{100}{500} 100 \\
 &= 20\%
 \end{aligned}$$

4

Interesse

4.1 Interesse semplice

L'interesse è l'utile ricavato dal prestito di un capitale per un determinato periodo di tempo.

$$I = \frac{C \cdot r}{100} \cdot t$$

Dove:

I Interesse

C Capitale

r ragione o tasso percentuale

t tempo in anni

La formula cambia se il tempo è espresso in mesi

$$I = \frac{C \cdot r}{100} \cdot \frac{t}{12}$$

La formula cambia se il tempo è espresso in giorni civili

$$I = \frac{C \cdot r}{100} \cdot \frac{t}{360}$$

La formula cambia se il tempo è espresso in giorni di un anno commerciale

$$I = \frac{C \cdot r}{100} \cdot \frac{t}{365}$$

Esempio 4.1.1. Conosco Capitale, tasso e tempo


Un capitale di 1500€ è impiegato al tasso del 5 % per un anno quale interesse frutta?

$$C = 1500 \text{ €}$$

$$r = 5 \%$$

$$t = 1$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{1500 \cdot 5}{100} \cdot 1 \\ &= 75 \text{ €} \end{aligned}$$

Esempio 4.1.2. Conosco Capitale, tasso e tempo

Un capitale di 3500 € è impiegato al tasso del 8% annuo per un 7 mesi. Quale interesse frutta?

$$\begin{aligned}
 C &= 3500 \text{ €} \\
 r &= 8 \% \\
 t &= \frac{7}{12} \\
 I &= \frac{3500 \cdot 8}{100} \cdot \frac{7}{12} \\
 &= 163,33 \text{ €}
 \end{aligned}$$

4.2 Tasso o ragione

Dalla formula per il calcolo dell'interesse è facile ricavare una relazione per calcolare la ragione o tasso percentuale

$$r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t}$$

Esempio 4.2.1. Conosco Capitale, Interesse e tempo

Un capitale di 7500 € ha reso in un anno un interesse di 150 €. Quale è stato li tasso di interesse?

$$\begin{aligned}
 C &= 7500 \text{ €} \\
 t &= 1 \\
 I &= 150 \text{ €} \\
 r &= \frac{150 \cdot 100}{7500 \cdot 1}
 \end{aligned}$$

4.3 Montante

Il montante è il valore del capitale alla fine di un periodo temporale comprensivo del capitale iniziale e degli interessi.

$$M = C + I$$

Indice analitico

A

Anno
 civile, [15](#)
 commerciale, [15](#)

C

Capitale, [15](#)

I

Interesse, [15](#)

M

Montante, [16](#)

P

Percentuale, [8](#)

R

ragione, [15](#)

S

Sconto, [10](#)
 percentuale, [10](#)

Mezzi usati

- I mezzi usati
 - pdfL^AT_EX tramite la distribuzioneT_EX Live
<http://www.tug.org/texlive>
 - Pacchetti usati
 1. Per la grafica il pacchetto PGF 3.1.9a, TikZ
 2. Per la grafica i pacchetti TKZ di Altermundus <http://altermundus.fr>
 3. Per l'elettronica il pacchetto CircuiTikZ
 4. Per la matematica il pacchetto \mathcal{AMS}
 5. Per le presentazioni BEAMER
 - Editor usati
 1. T_EXstudio
<http://texstudio.sourceforge.net/>
 2. GeoGebra 5
<https://www.geogebra.org>
- Aiuti e consigli
 1. Forum del G_UI_T Gruppo Utilizzatori Italiani di T_EX
<http://www.guitex.org/home/it/forum>
 2. ArsT_EXnica la rivista del G_UI_T
 3. T_EX ample.net
<http://www.texample.net>
da cui qualche immagine è stata tratta
 4. T_EX StackExchange
<http://tex.stackexchange.com>
- Aggiornamenti <http://breviariomatematico.altervista.org>