4.2. Kekontinuan Fungsi

4.2.1. Kekontinuan Fungsi pada suatu titik.

Konsep kekontinuanfungsi pentingdalam Kalkulus dan Analisis. Konsep ini berdasar pada konsep limit. Apabila konsep limit dipahami dengan baik, maka tidak sulit untuk memahami konsep kekontinuan. Limit sepihak, baik limit kiri, limit kanan maupun limit fungsi pada suatu titik berperan dalam menentukan kekontinuan fungsi pada suatu titik.

Perludiingatkankembalitentanglimit sepihak, baiksepihakkirimaupunsepihakkanan. Misal$\underset{x\to a^-}{\text{limit}}$ f(x) = L_1(ada)dan$\underset{x\to a^+}{\text{limit}}$ f(x) = L_2 (ada)dan f(x) mempunyainilaisebesar f(a) [terdefinisi] pada x = a. Dari informasiinidiperolehkemungkinan-kemungkinanberikut:

a) $L_1 \neq L_2$ dan $L_1 = f(a)$

b) $L_1 \neq L_2$ dan $L_2 = f(a)$

c) $L_1 \neq L_2$ dan f(a) tak terdefinisi

d) $L_1 = L_2$ dan $L_1 \neq f(a)$, $L_2 \neq f(a)$

e) $L_1 = L_2$ dan f(a) tak terdefinisi

f) $L_1 = L_2$ dan $f(a) = L_1 = L_2$.

Penjelasan:

- Kasus a) f dikatakan kontinu kiri pada titik x = a
- Kasus b) f dikatakan kontinu kanan pada titik x = a
- Kasus c) f dikatakan tidak kontinu kiri pada titik x = a, juga tidak kontinu kanan pada titik x = a.
- Kasus d) f dikatakan mempunyai limit pada titik x = a
- Kasus e) f dikatakan mempunyai limit pada titik x = a
- Kasus f) f dikatakan kontinu kiri pada titik x = a dan kontinu kanan pada titik x = a, secara otomatis f kontinu pada titik x = a.

Sebelummendefinisikankekontinuansuatufungsipadasuatutitik, diperkenalkanterlebihdahuluapa yang disebuttitikdalam. Suatu titik x = a disebut ***titik dalam*** dari $D_{(f)}$bila $a \in (p, q) \subseteq D_{(f)}$.

O ı O D(f).
pa q

Definisi 4.2.1. Misalkan a ***titikdalam*** *dari D (f). Fungsi f dikatakankontinupadatitik x =a bila* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Definisiinidapatdirincisebagaiberikut:

Suatufungsi f kontinupadatitikdalamx = a, bilamemenuhihal-halberikut:

a) f(a) terdefinisi,

b) $\lim_{x \to a} f(x)$ ada,

c) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Catatan:

- $\lim_{x \to a} f(x)$ adaberarti $\lim_{x \to a^-} f(x)$ adadan $\lim_{x \to a^+} f(x)$ ada, dan $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$.
- Apabilasalahsatudaritigasyarattersebuttidakterpenuhi, dikatakanfungsitidakkontinu / diskontinupadatitik x = a.

Contoh-contoh:

1. Diberikan f(x) = 2x – 1. Selidikiapakah f kontinupada x = 1.

Penyelesaian:

a) Untuk x = 1 didapatf(1) = 2 . 1 – 1

= 1

b) $\lim_{x \to 1} f(x) = 1$

c) Karena $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$, disimpulkan bahwa f(x) = 2x -1 kontinu pada titik x = 1.

2. Diberikan f(x) = x^2 – 2.Selidikiapakah f kontinupadatitik x = 2.

Penyelesaian :

a. Untuk x = 2, didapat f(2) = 2^2 -2

= 2

b. $\lim_{x \to 2} f(x) = 2$,

c. Karena $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$, dikatakan bahwa f kontinu pada titik x = 2.

3. Diberikan f(x) = $\frac{x^2 - 9}{x-3}$, selidikiapakah f kontinupadatitik x = 3.

Penyelesaian :

Untuk x = 3, didapatf(3) = $\frac{3^2 - 9}{3-3}$

$= \frac{0}{0}$

Karenaf(3) = $\frac{0}{0}$, berarti f(3) takterdefinisi. Dengandemikianf(x) = $\frac{x^2 - 9}{x-3}$diskontinupadatitik x= 3.

Catatan:

Jikasalahsatusyaratkontinuitassudahtidakterpenuhi, syarat-syarat yang lain tidakusahdiselidiki.