高级量化交易技术

闫涛
科技有限公司
北京
{yt7589}@qq.com

31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017), Long Beach, CA, USA.

第一篇深度强化学习

第1章强化学习概述

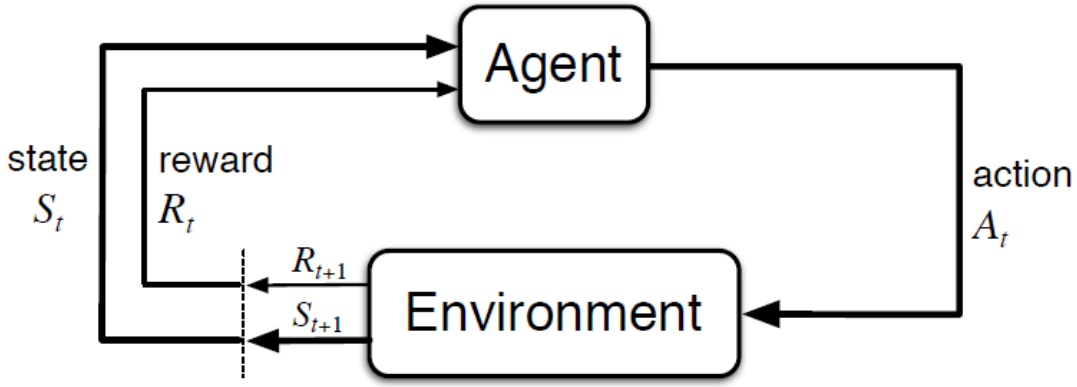
Abstract

在本章中我们将讨论强化学习中的环境、Agent、状态、Action和奖励，并重点讨论MDP相关内容。

1 MDP概述

一个典型的强化学习系统结构如下所示：

图 1: 典型强化学习系统架构图



如图所示：

1. 在t时刻Agent观察到环境状态S_t，并得到上一时刻所采取的行动A_{t-1}（在图中未画出）所得到的奖励r_t；

2. Agent根据环境状态S_t，根据某种策略π，选择行动A_t；

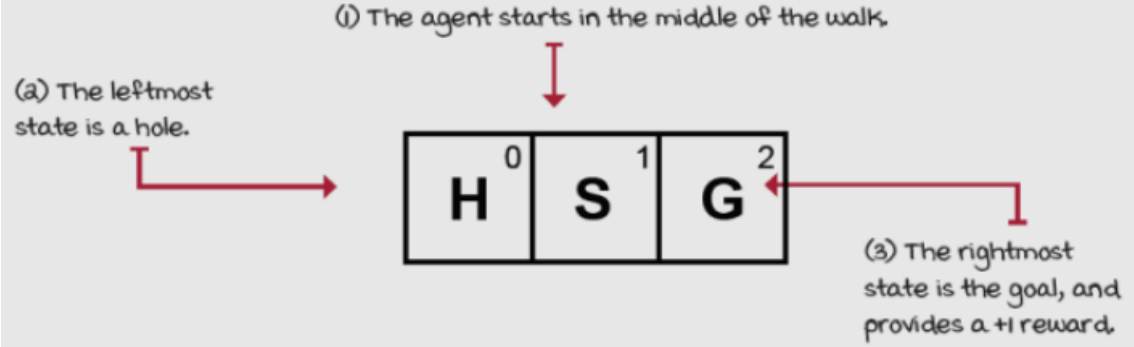
3. 环境接收到Agent的行动A_t后，根据环境的动态特性，转移到新的状态S_{t+1}，并产生R_t的奖励信号；

1.1 典型环境

1.1.1 Bandit Walk环境

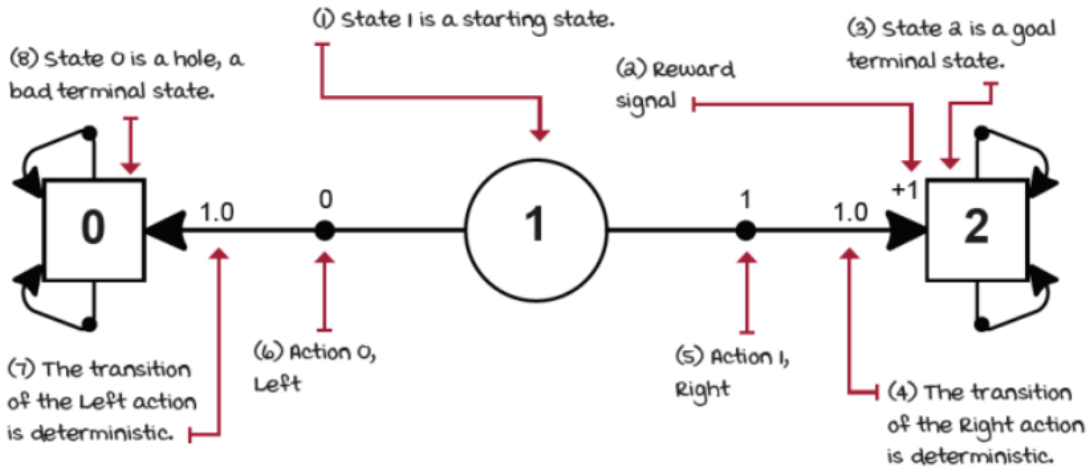
下面我们来研究一个最简单的强化学习环境，叫Bandit Walk，如下所示：

图 2: Bandit Walk环境图



如图所示， Agent初始时位于中间的S格， 状态编号为S_0， 其可以采取向左、 向右两个动作，向左则进入状态H，其是一个洞，就会掉到洞里，过程就会结束，此时得到的奖励为0；当Agent采取向右行动时，就会进入G状态，此时会获得奖励+1，由此可见其是一个确定性的环境，就是说当 Agent采取向右行动时，会100%确定进行G状态。我们可以通过如下的图来表示上述过程：

图 3: Bandit Walk环境MDP图



如图所示：

- 在初始状态S_0时，有两个可选行动，分别表示为向左、向右的直线；
- 当采取向右行动时，就会到达小黑点位置，然后由环境决定将转到哪个状态，以及转到这个状态的概率，以本例为例，其就是以100% 的概率转到G状态S_2，其中小黑点上面的1代表行动编号，向右简头上面的1.0代表100%的概率，向右简头处的1代表奖励为+1；

我们首先安装所需要的库：

```
pip install gym -i https://pypi.tuna.tsinghua.edu.cn/simple
```

Listing 1: 安装gmy库

下面我们用Python对象来表示这一过程：

```
P = {
    0: {
        0: [(1.0, 0, 0.0, True)],
        1: [(1.0, 0, 0.0, True)]
    },
    1: {
        0: [(1.0, 0, 0.0, True)],
        1: [(1.0, 2, 1.0, True)]
    },
    2: {
        0: [(1.0, 2, 0.0, True)],
        1: [(1.0, 2, 0.0, True)]
    }
}
print(P)
```

Listing 2: Bandit Walk python程序

代码解读如下所示：

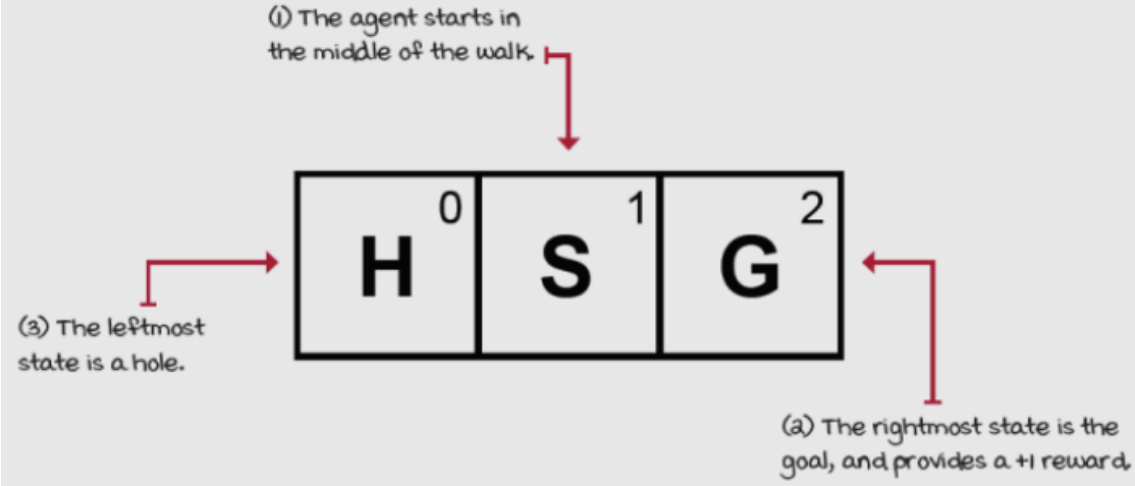
- P为一个字典对象，其键值0、1、2代表三个状态；
- P的键值0：其同样是一个字典对象，键值代表可以采取的行动，0代表向右，1代表向右；
- P的键值0下键值0：即在状态0下面采取行动0，其值为一个数组，代表由环境决定要转到哪个状态，转到每个状态为一个Turple，含义为：（概率, 目的状态，获得奖励，新状态是否为终止状态），注意：我们规定在终止状态采取任何行动都会回到自身；

上面我们仅举了一个例子，其他状态读者可以自己解析出来。

1.1.2 Bandit Slippery Walk环境

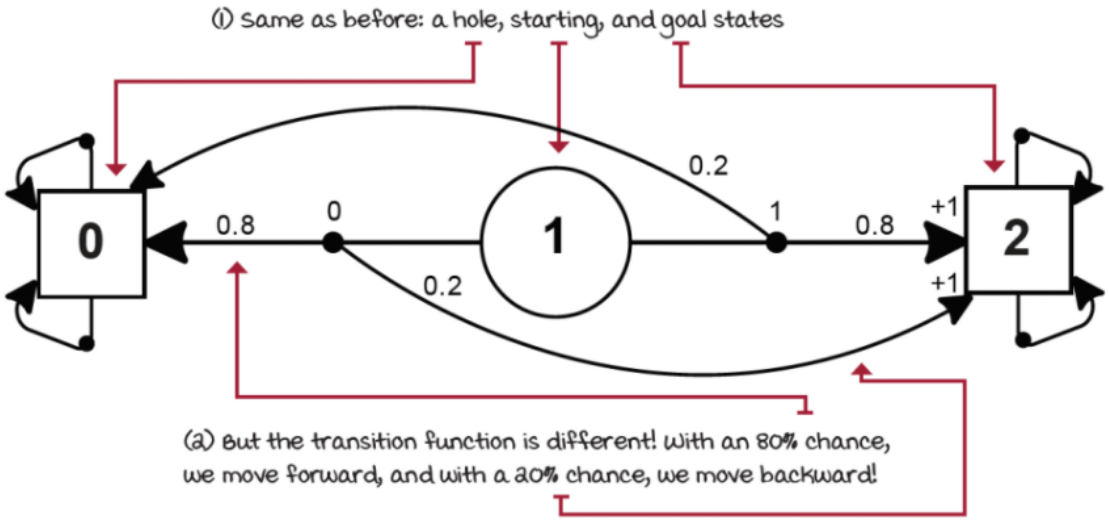
在上面的环境中，我们向左移动，环境会确定地向左移动。但是在本节中，当我们向左移动时，环境在80%的情况下会向左移动，20%的情况会向右移动。如下图所示：

图 4: Bandit Slippery Walk环境图



除了环境的随机性之外，环境与上一节相同。其MDP图如下所示：

图 5: Bandit Slippery Walk环境MDP图



如上图所示，在开始时Agent位于状态S，其可以采取的行动为向左编号为0或向右编号为1，我们以向右为例，当Agent采取向右行动时，其达到状态S右侧的小黑点，上面的1代表是编号为1的行动，此时环境将以80%的概率转变为状态G，得到+1的奖励，如图中的右箭头所示，同时环境还可能将以20%的概率变为状态H，其所获得的奖励为0，如图中向左的曲线箭头所示。读者可以按照上面的描述，自己补充出其他状态变化情况。由前面的讨论可以看出，在这个例子中，当Agent采取向右行动Action时，环境仅以80%的概率完成该Action，同时还可能以20%的概率向相反的方向变化，既环境具有一定的随机性。我们可以通过如下的Python代码来表示这一过程：

```
    def bandit_slippery_walk(self):
        P = {
```

```
            0: {
                0: [(1.0, 0, 0.0, True)],
                1: [(1.0, 0, 0.0, True)]
            },
            1: {
                0: [(0.8, 0, 0.0, True), (0.2, 2, 1.0, True)],
                1: [(0.8, 2, 1.0, True), (0.2, 0, 0.0, True)]
            },
            2: {
                0: [(1.0, 2, 0.0, True)],
                1: [(1.0, 2, 0.0, True)]
            }
        }
        print(P)
```

Listing 3: Bandit Slippery Walk python程序

如上所示，在状态S时，如果采取编号为0的向左行动，则有80%的概率会进入到状态H，奖励为0.0，并且是终止状态，当采用编号为1的向右行动时，将进入状态G，获得奖励为1.0，并且为终止状态，采用这种方式我们就表示了环境的随机性。

1.2 典型交互

Agent与环境的交互分为分段的或连续的，由一系列时间步聚组成，在时间t时刻：

- Agent得到环境给的奖励信号R_t，其由Agent在上一时刻S_{t-1}采取行动A_{t-1}时所获得的，并且Agent观察到环境状态S_t；
- Agent根据所观察到的环境状态S_t，选择采取行动A_t；
- 环境接收到行动A_t后，会转移到新的状态S_{t+1}，并且会给Agent奖励R_{t+1}；
- 依次循环.....

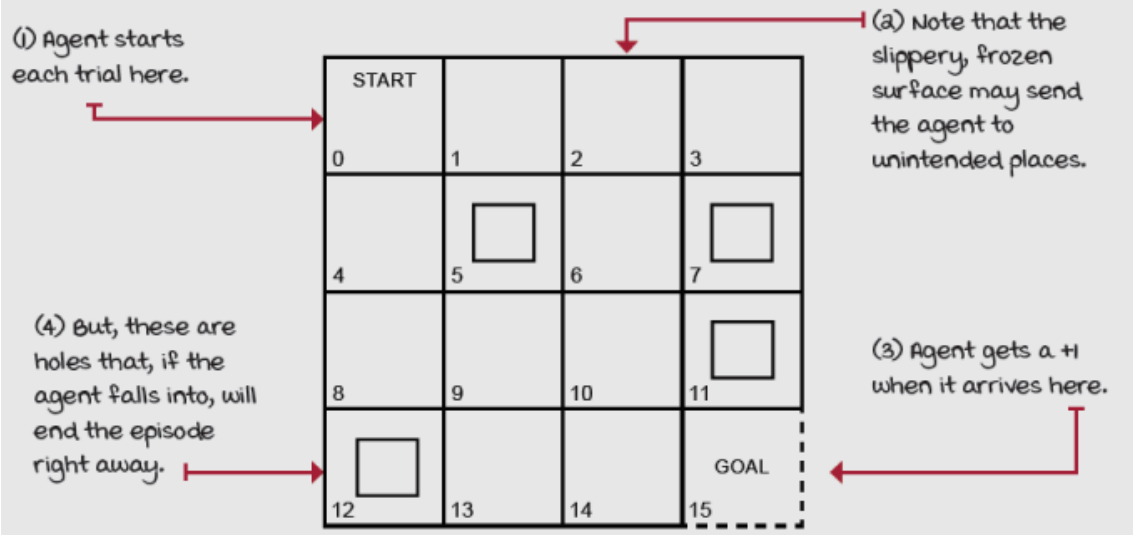
上述过程可以表示为：

$$(R_0, S_0, A_0), (R_1, S_1, A_1), (R_2, S_2, A_2), ..., (R_t, S_t, A_t), ..., (R_T, S_T, A_T) \tag{1}$$

1.3 MDP定义

我们以Frozen Lake为例来定义MDP过程。该环境如下所示：

图 6: Frozen Lake环境图



如图所示：

- Agent从状态Start开始；
- 在每个状态，Agent可以采取向左、向上、向下、向右行动，当在边缘状态时，走出环境的行动会100%使Agent留在原状态；
- 由于是冻冰的湖面，例如当Agent选择向下行动时，其有33.3%的概率向下运动，还有66.7%的概率会向垂直的方向运动，既以33.3%的概率向左运动，33.3%的概率向右运动；
- 当Agent到达有洞的状态时，过程立即结束；
- 当Agent到达最终节点时，可以获得+1的奖励；

1.3.1 环境状态建模

时刻t环境状态的状态表示为S_t，环境所有可能的状态用集合$\mathcal{S}$表示，通常我们用n维向量来表示一个状态：

$$S_t = \boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_n \end{bmatrix} \in R^n \tag{2}$$

对于我们当前研究的这个问题，环境状态只需要表示Agent处于哪个状态即可，我们采用0∼15来对状态进行编号，因此状态可以用0∼15来表示：

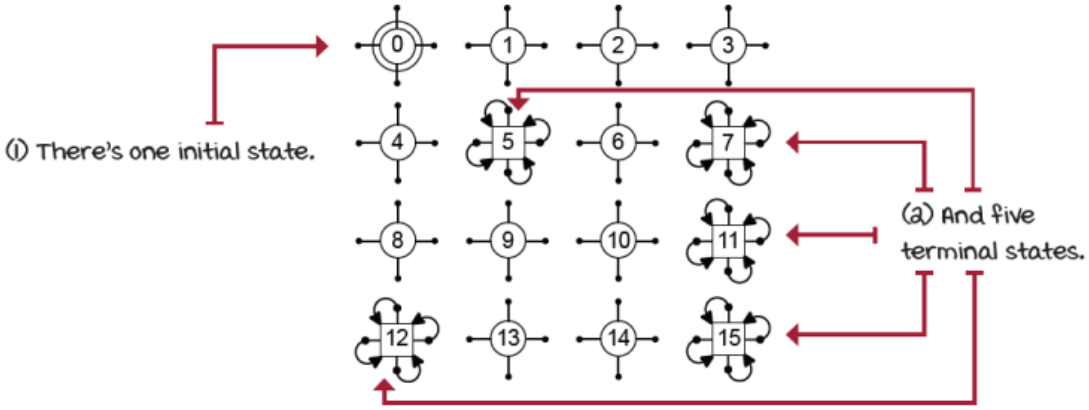
$$S_t = \boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} \in R^1, i \in \{0, 1, 2, 3, ..., 15\} \tag{3}$$

我们规定环境只与当前状态有关，而与过去的历史无关，这就是马可夫特性，即我们研究的过程是无记忆的。乍一看，这是一个非常严重的限制条件，但是在实际应用中，我们通常可以通过设计合适的状态，使所研究的问题变为无记忆的。用数学语言可以表示为：

$$P(S_{t+1}|S_t, A_t) = P(S_{t+1}|S_t, A_t, S_{t-1}, A_{t-1}, ...) \tag{4}$$

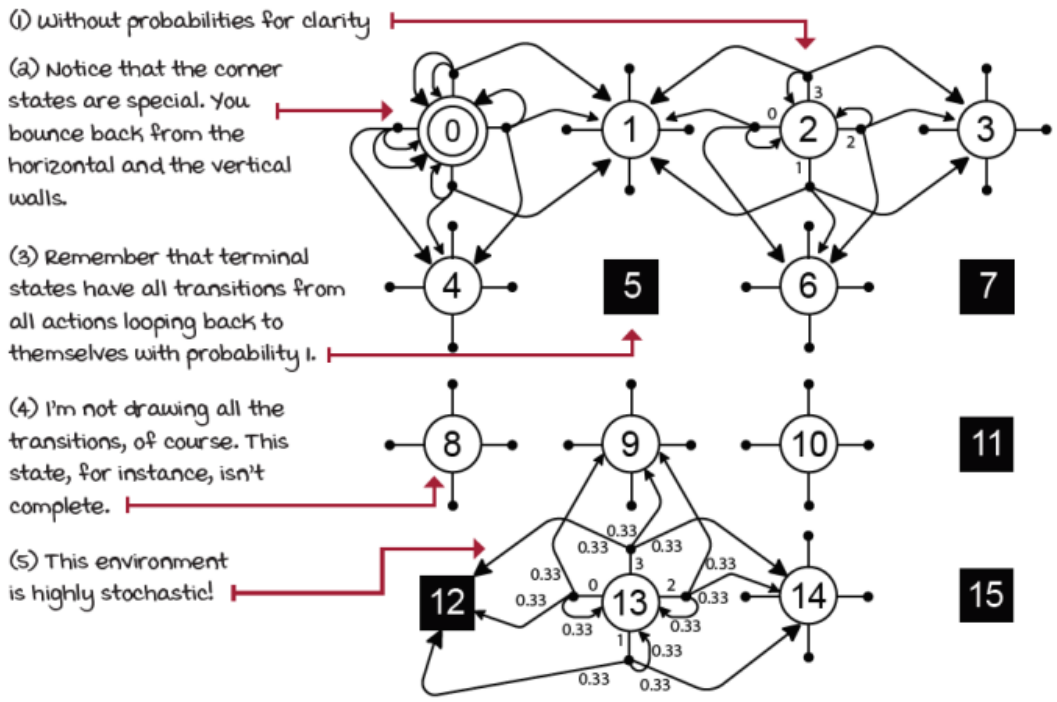
以Frozen Lake为例，其每个状态和在状态上可以采取的行动如下所示：

图 7: Frozen Lake状态和行动图



当Ageng采取行动后，环境会根据自身的动态特性，转移到下一个状态，我们称之为转移函数，如下图所示：

图 8: Frozen Lake状态转移图



在状态13时，共有向左、向下、向右、向上编号分别为0、1、2、3的四种行动，当Agent采取行动0向左时，将到达左侧的小黑点，

- 行动0（向左）：到达左侧小黑点，由于冻冰原因，其有如下三种可能性：
  - 33.3%：向左，进入状态12，获取奖励0.0，并且为终止状态，用(0.333, 12, 0.0, True)表示；

  - 33.3%：向下，由于是边缘节点，其仍然在状态13，获取奖励0.0，不为终止状态，用(0.333, 13, 0.0, False)表示；
  - 33.3%：向上，进入状态9，获取奖励为0.0，不是终止状态，用(0.33, 9, 0.0, False)表示；

- 行动1（向下）：到达下面小黑点，有如下三种可能性：
  - 33.3%（向下）：由于是边缘节点，其仍然在状态13，获得奖励为0.0，不是终止状态，用(0.333, 13, 0.0, False)表示；
  - 33.3%（向左）：进入状态12，获得奖励0.0，并且为终止状态，用(0.333, 12, 0.0, True)表示；
  - 33.3%（向右）：进入状态14，获得奖励0.0，不是终止状态，用(0.333, 14, 0.0, False)表示；

我们这里仅举了两个例子，其余内容读者可以自己补全。环境的状态转移函数如下所示：

$$\begin{aligned} p(s'|s,a) &= P(S_t = s'|S_{t-1} = s, A_{t-1} = a) \\ \sum_{s' \in S} p(s'|s,a) &= 1, \forall s \in S, \forall a \in A(s) \end{aligned} \tag{5}$$

上式表明在任意时刻，环境状态为$S_{t-1} = s$，Agnet采取行动为$A_{t-1} = a$时，环境由于具有随机性，以一个确定的概率分布进入新状态$S_t = s'$，并且如果我们将所有可能到达的新状态的概率相加，其值为1。当Agent根据自己的策略，在任意时刻采取行动后，系统会给Agent一个奖励Reward，其是一个标量，越大代表该行动决策越好，越小代表越差，甚至可以为负值，代表需要尽力避免的情况。需要注意的是，Agent不仅要关注当前获得的奖励，还要关注最终获得的累积的奖励，Agent的目标就是使最终获得的累积奖励最大。环境的奖励函数如下表示：

$$r(s,a) = E\Big(R_t|S_{t-1} = s, A_{t-1} = a\Big) \tag{6}$$

上式表明在$t-1$时刻，环境状态为$S_{t-1} = s$，Agent采取行动$A_{t-1} = a$，环境在t时刻给出奖励R_t，由于环境具有随机性，环境可能进入不同的状态，从而获得不同的奖励，而且即使是进入同一个状态，获得的奖励也有可能不同，因此在这种情况，下的奖励就是所有这种情况下获得奖励的期望值。在$t-1$时刻，环境状态为$S_{t-1} = s$，Agent采取行动$A_{t-1} = a$，环境进入$S_t = s'$时，获得的奖励为：

$$r(s,a,s') = E\Big(R_t|S_{t-1} = s, A_{t-1} = a, S_t = s'\Big) \tag{7}$$

从上式就可以看出，即使是转移到同一个状态，也可能获得不同的奖励，所以我们将奖励定义所有这些值的期望。在上面我们定义在任意时刻，Agent通过与环境交互，获得的奖励为R_t，同时我们知道，Agent的目标是使整个过程，所有时刻所获得奖励的累加值最大，我们将其定义为回报G_t。但是由于未来具有更大的不确定性，因此距离当前时间点越近，获得的奖励就越有价值，越远则价值越小，因此我们引入折扣的概念，如下所示：

$$\begin{aligned} G_t &= R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + ... + \gamma^{k-1} R_{t+k} + ... + R_T \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+k+1} \\ &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} \end{aligned} \tag{8}$$

1.4 状态值函数

我们假定Agent的策略为π，我们定义当Agent在某个状态可以获得的累积奖励的期望值为该状态的值函数，如下所示：

$$v_\pi(s) = E_\pi(G_t|S_t = s) = E_\pi(R_{t+1} + \gamma G_{t+1}|S_t = s) \tag{9}$$

由于上式是求期望值，根据期望值定义，可以得到：

$$v_\pi(s) = \sum_a \pi(a|s) \sum_{s',r} p(s', r|s, a)(r + \gamma v_\pi(s')) \tag{10}$$

第二篇时序信号分析

第三篇量化交易平台

第四篇 **50ETF期权**

第五篇 50ETF量化交易

2 附录X

参考文献